

Monitoria Inicial de Álgebra Linear

Luís Felipe Marques

Fundação Getúlio Vargas - Escola de Matemática Aplicada

Ciência de Dados

18 de agosto de 2023



Conteúdo

- 1 Sobre o curso
- 2 Contexto Histórico
 - O que é álgebra?
 - Duelos
 - O Último Duelo
 - Mas por que linear?
- 3 O que vamos ver nesse curso

Conteúdo

- 1 Sobre o curso
- 2 Contexto Histórico
 - O que é álgebra?
 - Duelos
 - O Último Duelo
 - Mas por que linear?
- 3 O que vamos ver nesse curso

Sobre o curso

- Avaliação:

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri
 - Playlist do Gil Strang

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri
 - Playlist do Gil Strang
 - Acervo do DAMA

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri
 - Playlist do Gil Strang
 - Acervo do DAMA
 - Livro do Strang (disponível na biblioteca)

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri
 - Playlist do Gil Strang
 - Acervo do DAMA
 - Livro do Strang (disponível na biblioteca)
 - ⚠ Livro do Elon (disponível na biblioteca)

Sobre o curso

- Avaliação:
 - primeira metade: um teste e uma prova.
 - segunda metade: um trabalho e uma prova.
- Materiais de estudo:
 - Playlist do Yuri
 - Playlist do Gil Strang
 - Acervo do DAMA
 - Livro do Strang (disponível na biblioteca)
 - ⚠ Livro do Elon (disponível na biblioteca)
- Empenho e participação são a chave para o sucesso.

Conteúdo

- 1 Sobre o curso
- 2 Contexto Histórico
 - O que é álgebra?
 - Duelos
 - O Último Duelo
 - Mas por que linear?
- 3 O que vamos ver nesse curso

Etimologia e Origens Árabes

- Álgebra vem do árabe الجبر (al-jabr), e originalmente significava "união das partes quebradas".

Etimologia e Origens Árabes

- Álgebra vem do árabe الجبر (al-jabr), e originalmente significava "união das partes quebradas".
- Palavra usada no título original de "Livro Compêndio sobre Cálculo por Restauração e Balanceamento", tratado matemático escrito no século IX pelo matemático e astrônomo persa al-Khwarizmi.

Etimologia e Origens Árabes

- Álgebra vem do árabe الجبر (al-jabr), e originalmente significava "união das partes quebradas".
- Palavra usada no título original de "Livro Compêndio sobre Cálculo por Restauração e Balanceamento", tratado matemático escrito no século IX pelo matemático e astrônomo persa al-Khwarizmi.
- No livro acima, al-Khwarizmi apresenta métodos resolutivos de equações de primeiro e segundo grau.

Etimologia e Origens Árabes

- Álgebra vem do árabe الجبر (al-jabr), e originalmente significava "união das partes quebradas".
- Palavra usada no título original de "Livro Compêndio sobre Cálculo por Restauração e Balanceamento", tratado matemático escrito no século IX pelo matemático e astrônomo persa al-Khwarizmi.
- No livro acima, al-Khwarizmi apresenta métodos resolutivos de equações de primeiro e segundo grau.
- Em suma, podemos entender a palavra como "técnica de reorganização".

Álgebra na Itália

- Na Alta Idade Média, entre os séculos XI e XIII, os métodos árabes tornaram-se conhecidos na Itália por uma tradução do trabalho de al-Khwarizmi em latim feita por Gerardo de Cremona e pelo trabalho de Leonardo de Pisa (o Fibonacci!).

Álgebra na Itália

- Na Alta Idade Média, entre os séculos XI e XIII, os métodos árabes tornaram-se conhecidos na Itália por uma tradução do trabalho de al-Khwarizmi em latim feita por Gerardo de Cremona e pelo trabalho de Leonardo de Pisa (o Fibonacci!).
- Devido ao desenvolvimento do comércio, novas técnicas de cálculo são descobertas e aperfeiçoadas.

Álgebra na Itália

- Na Alta Idade Média, entre os séculos XI e XIII, os métodos árabes tornaram-se conhecidos na Itália por uma tradução do trabalho de al-Khwarizmi em latim feita por Gerardo de Cremona e pelo trabalho de Leonardo de Pisa (o Fibonacci!).
- Devido ao desenvolvimento do comércio, novas técnicas de cálculo são descobertas e aperfeiçoadas.
- Em 1463, Benedetto de Florença completa seu renomado trabalho "Trattato di pratticha d'arismetica", com mais de 500 páginas. Nos livros 13, 14, e 15, Benedetto trata de equações algébricas.

Álgebra na Itália

- Na Alta Idade Média, entre os séculos XI e XIII, os métodos árabes tornaram-se conhecidos na Itália por uma tradução do trabalho de al-Khwarizmi em latim feita por Gerardo de Cremona e pelo trabalho de Leonardo de Pisa (o Fibonacci!).
- Devido ao desenvolvimento do comércio, novas técnicas de cálculo são descobertas e aperfeiçoadas.
- Em 1463, Benedetto de Florença completa seu renomado trabalho "Trattato di pratticha d'arismetica", com mais de 500 páginas. Nos livros 13, 14, e 15, Benedetto trata de equações algébricas.
- Inicialmente, ele replica o trabalho de al-Khwarizmi com equações de primeiro e segundo grau. Em seguida, Benedetto introduz a noção de cubo e quarta potência.

A cobiçada fórmula

- No século XVI, Scipione del Ferro determina uma fórmula geral para resolver equações de terceiro grau do tipo $x^3 + px = q$, com p, q, x positivos.

A cobiçada fórmula

- No século XVI, Scipione del Ferro determina uma fórmula geral para resolver equações de terceiro grau do tipo $x^3 + px = q$, com p, q, x positivos.
- Em 1535, Tartaglia também chega a essa fórmula, durante um duelo matemático contra Antonio Maria Fiore, pupilo de Scipione.

A cobiçada fórmula

- No século XVI, Scipione del Ferro determina uma fórmula geral para resolver equações de terceiro grau do tipo $x^3 + px = q$, com p, q, x positivos.
- Em 1535, Tartaglia também chega a essa fórmula, durante um duelo matemático contra Antonio Maria Fiore, pupilo de Scipione.
- Já em 1539, a fórmula é revelada a Cardano, sob juramento de que nunca publicaria a descoberta. Cardano, então, estende a fórmula para equações do tipo $x^3 = px + q$ e $x^3 + q = px$. No processo, é o primeiro a usar números complexos $a + \sqrt{-b}$, mesmo apreensivo sobre essa "invenção".

A cobiçada fórmula

- No século XVI, Scipione del Ferro determina uma fórmula geral para resolver equações de terceiro grau do tipo $x^3 + px = q$, com p, q, x positivos.
- Em 1535, Tartaglia também chega a essa fórmula, durante um duelo matemático contra Antonio Maria Fiore, pupilo de Scipione.
- Já em 1539, a fórmula é revelada a Cardano, sob juramento de que nunca publicaria a descoberta. Cardano, então, estende a fórmula para equações do tipo $x^3 = px + q$ e $x^3 + q = px$. No processo, é o primeiro a usar números complexos $a + \sqrt{-b}$, mesmo apreensivo sobre essa "invenção".
- Pouco depois, Lodovico Ferrari, servo e aprendiz de Cardano, usa a fórmula de Cardano para resolver equações gerais do quarto grau.

Um juramento fatal

- Apesar da surpreendente descoberta, Cardano e Ferrari não podem publicá-la devido ao juramento de Cardano.

Um juramento fatal

- Apesar da surpreendente descoberta, Cardano e Ferrari não podem publicá-la devido ao juramento de Cardano.
- Assim, em 1543, eles vão a Bolonha encontrar-se com Annibale della Nave, genro de Scipione, para discutir se a solução de equações de terceiro grau já era conhecida antes de Tartaglia.

Um juramento fatal

- Apesar da surpreendente descoberta, Cardano e Ferrari não podem publicá-la devido ao juramento de Cardano.
- Assim, em 1543, eles vão a Bolonha encontrar-se com Annibale della Nave, genro de Scipione, para discutir se a solução de equações de terceiro grau já era conhecida antes de Tartaglia.
- Após as verificações do trabalho póstumo de Scipione, Cardano publica as soluções gerais de equações do terceiro e quarto grau em seu livro "Ars Magna" (1545).

Um juramento fatal

- Apesar da surpreendente descoberta, Cardano e Ferrari não podem publicá-la devido ao juramento de Cardano.
- Assim, em 1543, eles vão a Bolonha encontrar-se com Annibale della Nave, genro de Scipione, para discutir se a solução de equações de terceiro grau já era conhecida antes de Tartaglia.
- Após as verificações do trabalho póstumo de Scipione, Cardano publica as soluções gerais de equações do terceiro e quarto grau em seu livro "Ars Magna" (1545).
- Tartaglia descobre e fica furioso, inclusive publicando o juramento feito por Cardano.

Uma busca infundável

- Nos anos seguintes, matemáticos como Waring, Vandermonde, Lagrange, Malfatti, Ruffini, Cauchy, Gauss e Abel se debruçaram sobre o problema da resolução de equações algébricas.

Uma busca infundável

- Nos anos seguintes, matemáticos como Waring, Vandermonde, Lagrange, Malfatti, Ruffini, Cauchy, Gauss e Abel se debruçaram sobre o problema da resolução de equações algébricas.
- Em outubro de 1811, nasce Evariste Galois, matemático francês que em seus 20 anos de vida mudou tudo o que se conhecia por álgebra.

Uma busca infindável

- Nos anos seguintes, matemáticos como Waring, Vandermonde, Lagrange, Malfatti, Ruffini, Cauchy, Gauss e Abel se debruçaram sobre o problema da resolução de equações algébricas.
- Em outubro de 1811, nasce Evariste Galois, matemático francês que em seus 20 anos de vida mudou tudo o que se conhecia por álgebra.
- Galois provou que era impossível expressar uma fórmula geral de equações do quinto grau por radicais. Os argumentos e as técnicas usadas foram base para a Teoria de Galois.

Um trágico fim

- As descobertas de Galois, em vida, não foram entendidas e deixadas de lado. Poisson, num relatório sobre o manuscrito de Galois, disse que "para formar uma opinião, seria necessário esperar o autor publicar sua obra integralmente".

Um trágico fim

- As descobertas de Galois, em vida, não foram entendidas e deixadas de lado. Poisson, num relatório sobre o manuscrito de Galois, disse que "para formar uma opinião, seria necessário esperar o autor publicar sua obra integralmente".
- Dezesesseis meses depois, Galois é morto num duelo.

Um trágico fim

- As descobertas de Galois, em vida, não foram entendidas e deixadas de lado. Poisson, num relatório sobre o manuscrito de Galois, disse que "para formar uma opinião, seria necessário esperar o autor publicar sua obra integralmente".
- Dezesesseis meses depois, Galois é morto num duelo.
- Na noite anterior, Galois escreve uma carta para seu amigo Auguste Chevalier explicando as ideias fundamentais de sua teoria.

Uma nova álgebra

a b

Uma nova álgebra

$$a \cdot b$$

Uma nova álgebra

$$a \cdot b = e$$

Linearidade

- Entre 1844 e 1862, o matemático alemão Hermann Grassmann publicou uma série de livros chamada "Ausdehnungslehre" (lit. "Teoria da Extensão").

Linearidade

- Entre 1844 e 1862, o matemático alemão Hermann Grassmann publicou uma série de livros chamada "Ausdehnungslehre" (lit. "Teoria da Extensão").
- Nesses trabalhos, a partir de certas suposições a mais a partir de estruturas algébricas gerais (entre elas, a linearidade), Grassmann define conceitos como espaço vetorial, dimensão, produto interno, base, transformação linear e determinante.

Linearidade

- Entre 1844 e 1862, o matemático alemão Hermann Grassmann publicou uma série de livros chamada "Ausdehnungslehre" (lit. "Teoria da Extensão").
- Nesses trabalhos, a partir de certas suposições a mais a partir de estruturas algébricas gerais (entre elas, a linearidade), Grassmann define conceitos como espaço vetorial, dimensão, produto interno, base, transformação linear e determinante.
- Desde então, a álgebra linear se mostrou um campo onde ideias criativas e úteis surgem rotineiramente.

Fontes

- WAERDEN, B. L. Van der. A history of algebra : from al-Khwarizmi to Emmy Noether (1985)
- Fearnley-Sander, Desmond, "Hermann Grassmann and the Creation of Linear Algebra", American Mathematical Monthly 86 (1979), pp. 809–817

Conteúdo

- 1 Sobre o curso
- 2 Contexto Histórico
 - O que é álgebra?
 - Duelos
 - O Último Duelo
 - Mas por que linear?
- 3 O que vamos ver nesse curso

Conteúdo

Conteúdo

Muitas coisas!

Teoremas

Método dos Mínimos Quadrados

Permite fazer previsões e inferências sobre grandes bases de dados.

Teoremas

Método dos Mínimos Quadrados

Permite fazer previsões e inferências sobre grandes bases de dados.

Teorema Espectral

Permite fatorar matrizes simétricas de uma forma simples.

Teoremas

Método dos Mínimos Quadrados

Permite fazer previsões e inferências sobre grandes bases de dados.

Teorema Espectral

Permite fatorar matrizes simétricas de uma forma simples.

Fatoração SVD

Permite fatorar *qualquer* matriz de uma forma simples.

Aplicações

- Reconhecimento facial.

Aplicações

- Reconhecimento facial.
- Resolução numérica de equações diferenciais.

Aplicações

- Reconhecimento facial.
- Resolução numérica de equações diferenciais.
- Modelagem de epidemias.

Aplicações

- Reconhecimento facial.
- Resolução numérica de equações diferenciais.
- Modelagem de epidemias.
- Processamento de imagens.

Aplicações

- Reconhecimento facial.
- Resolução numérica de equações diferenciais.
- Modelagem de epidemias.
- Processamento de imagens.
- Google.

Aplicações

- Reconhecimento facial.
- Resolução numérica de equações diferenciais.
- Modelagem de epidemias.
- Processamento de imagens.
- Google.
- Ranking esportivo.

Fim da Apresentação!

Bom curso!