

# Kontextfreie Grammatik Zusammenfassung

**Kontextfreie Grammatik:** eine Kontextfreie Grammatik (Typ-2-Grammatik)  $G = (N, T, S, P)$  beinhaltet:

- ein Alphabet  $N$  von *Nichtterminalsymbolen*
- ein Alphabet  $T$  von *Terminalsymbolen*
- das *Startsymbol*  $S \in N$
- eine endliche Menge  $P \subseteq N \times V^*$  von *Produktionen*, wobei  $V = N \cup T$ .

Wenn für ein Nichtterminalsymbol  $X$  und ein Wort  $w$  gilt, dass  $(X, w) \in P$  ist, dann schreibt man diese sogenannte “Produktion” auch in der Form  $X \rightarrow w$ .

**Ableitungsschritt:** Eine Produktion bedeutet, dass man in einem Wort ein Vorkommen eines Zeichens  $X$ , durch das Wort  $w$  ersetzen kann. Dieses “ersetzen” nennt man auch einen Ableitungsschritt und wird formal aufgeschrieben als  $u \Rightarrow v$ , wenn es eine Produktion gibt, mit der man in einem Schritt von  $u$  nach  $v$  kommt. Dabei können nur *Nichtterminalsymbole* ersetzt werden. Wenn das resultierende Wort nur noch aus *Terminalsymbolen* besteht, kann nicht weiter abgeleitet werden.

Je nach Grammatik ist es möglich von einem Wort mehrere neue Wörter abzuleiten.

Die Produktionsmenge schreibt man meist vereinfacht in der Form:  $\{X \rightarrow \epsilon \mid aXb\}$ , wenn  $(X, \epsilon) \in P$  und  $(X, aXb) \in P$ .

**Ableitungsfolge:** eine Ableitungsfolge ist eine Folge von Ableitungen und es ist definiert:

$u \Rightarrow^0 v$  genau dann wenn  $u = v$

$u \Rightarrow^{i+1} v$  genau dann wenn für ein  $w \in V^* : u \Rightarrow w \Rightarrow^i v$

$u \Rightarrow^* v$  genau dann wenn für ein  $i \in \mathbb{N}_0 : u \Rightarrow^i v$

**Linksableitung:** Eine Ableitungsfolge, bei der immer das linkeste Nichtterminalsymbol abgeleitet wird. Jede Ableitungsfolge kann zu einer Linksableitung umsortiert werden. Das liegt daran, dass die Grammatik *kontextfrei* ist und es somit egal ist, in welcher Reihenfolge die Ableitungen durchgeführt werden.

**Kontextfreie Sprache** Die von einer Kontextfreien Grammatik  $G = (N, T, S, P)$  erzeugte formale Sprache ist definiert als  $L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$ .

so eine Sprache nennt man dann auch *Kontextfreie Sprache*.

### einschränkungen von Kontextfreien Sprachen

Es gibt zum Beispiel keine Kontextfreie Grammatik, die alle syntaktisch korrekten Javaprogramme ableiten kann.

### Beispiel

Sei  $G = (\{X\}, \{(\,,\,)\}, X, \{X \rightarrow XX|(X)|\epsilon\})$  eine Kontextfreie Grammatik. Die Wörter die  $G$  erzeugt werden auch *wohlgeformte oder korrekte Klammerausdrücke* genannt.

Dann gilt z.B.:  $X \Rightarrow^* (()())()$

Eine “begründung” dazu kann auch in der Form eines **Ableitungsbaumes** angegeben werden.

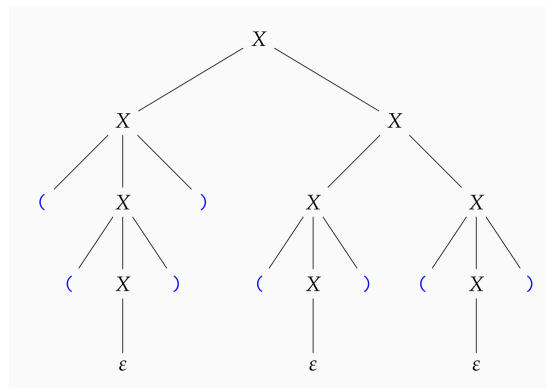


Abbildung 1: Ableitungsbaum von  $()()()$  | Quelle: GBI Skript