Números Complejos

Saturday, 14 March 2020 2:22 AM

* Conjugado Complejo

a) $(40\angle 50^\circ + 20\angle -30)^{1/2} = [40 \cos 50 + j \operatorname{sen} 50 + 20 \cos -30 + j \operatorname{sen} 30]$

b) $\dfrac{10\angle -30^\circ + 3 - 4j}{(2+4j)(3-5j)^*}$

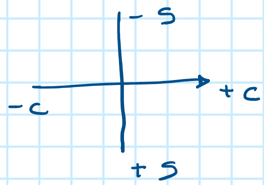
c) $[(5+2j)(-1+4j) - 5\angle 60^\circ]^*$

d) $\dfrac{10+5j + 3\angle 40}{-3+4j} + 10\angle 30^\circ$

e) Transformar las sinodes a fasores

$V = 4 \sin(30t + 50^\circ)$

$= 4 \cos(30t + 50^\circ - 90^\circ) = 4\angle -40^\circ$



$i = 6 \cos(50t - 40^\circ) = 6\angle -40^\circ$

$4\angle -40^\circ = 4[\cos -40^\circ + j \operatorname{sen} -40^\circ] = 4[3.06 - 2.57j] = 4e^{-40j}$

$6\angle -40^\circ = 6[\cos -40^\circ + j \operatorname{sen} -40^\circ] =$

f) Expresar sinoides como fasores

$V = -7\cos(2t + 40^\circ) = 7\cos(2t + 40^\circ + 180^\circ) = 7\angle 220^\circ$

$i = 4 \sin(10t + 10^\circ) = 4\cos(10t + 10^\circ - 90^\circ) = 4\angle -80^\circ$

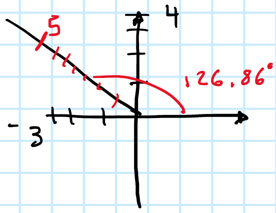
g) Encuentre los sinodes representadas por los siguientes fasores

g) Encuentre los sinoides representadas por los siguientes fasores

$$V = j8\,e^{-20j} = \left[\cos(-20) + \operatorname{sen}(-20)j\right] = \frac{(8\angle 90^\circ)}{(1\angle -20^\circ)} = 8\angle 70^\circ$$

$$I = -3+4j = \left[\sqrt{(3)^2+(4)^2}\right]\left[\tan^{-1}\left(\frac{4}{-3}\right)\right] =$$

$$= 5\angle 126.86^\circ$$

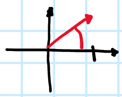


h) Encuentre las sinusoidales correspondientes

$$V = -10\angle 30^\circ = -10\cos(\omega t + 30^\circ)$$
$$= 10\cos(\omega t + 30 + 180) = 10\cos(\omega t + 210)^\circ$$
$$= 10\operatorname{sen}(\omega t + 120^\circ) \leftarrow -90 \text{ para sen } (+)$$

$$I = j(5-12j) = 5j + 12 = \left[\sqrt{(5)^2+(12)^2}\right]\left[\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)\right] \quad I,\ R$$

$$= 13\angle 22.619^\circ$$



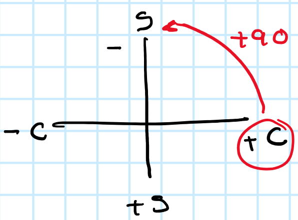
Resuelva la siguiente Ecuación Intrego-Diferencial

NOTA EXPRESS
Demostración

$$v(t) = V_m\cos(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d\,v(t)}{dt} = -\omega V_m \operatorname{sen}(\omega t+\phi) = \omega V_m\cos(\omega t + \phi + 90)$$
$$= \operatorname{Re}\left(\omega V_m e^{j\omega t} e^{j\phi} \cancel{e^{j90^\circ}}\right) \quad j$$

$$\underbrace{V_m\,e^{j\phi}}_{\mathbf{V}}$$



$$= \operatorname{Re}\left[\omega \mathbf{V} e^{j\omega t} j\right] = j\omega\mathbf{V}$$

---

① $4i + 8\int \frac{di}{dt} - 3\frac{di}{dt} = 50\cos(2t + 75^\circ)$ $\therefore \omega = 2$

// Fasores

$$4I + \frac{8I}{j\omega} - 3j\omega I = 50\angle 75^\circ$$

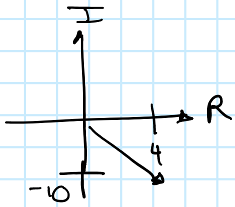
$$4I + \frac{8I}{j\omega} - 3j\omega I = 50\angle 75^\circ$$

$$I\left[4 + \cancel{\frac{8}{j2}}^{-4j} - \cancel{3(2)j}^{-6j}\right] = 50\angle 75^\circ$$

$$I\left[4 - 10j\right] = 50\angle 75^\circ \; ; \; I = \frac{50\angle 75^\circ}{4 - 10j}$$

// Pasando a fasor

$$I = \frac{50\angle 75^\circ}{10.7\angle -68.19^\circ} =$$



$$= \frac{50}{10.7}\angle 75^\circ - (-68.19)$$

$$\sqrt{4^2+10^2} = 10.19$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{-10}{4}\right) = -68.19$$

$$= 4.672\angle 143.19$$ //

(2) $$2\frac{dv}{dt} + 5v + 10\int v\,dt = 20\cos(5t - 30)$$

$$(2j\omega)v + 5v + \frac{10}{j\omega}v = 20\angle -30$$

$$v\left[10j + 5 + \cancel{\frac{10}{j5}}^{-j2}\right] = 20\angle -30$$

$$v\left[8j + 5\right] = 20\angle -30 \; ; \; v = \frac{20\angle -30}{}$$

$$v = \frac{20\angle -30}{8j + 5}$$

Demostración
Integral - Fasor

$$v(t) = V_m\cos(\omega t + \phi)$$

$$\int v(t)dt = \frac{1}{\omega}V_m\sin(\omega t + \phi) = \frac{1}{\omega}V_m\cos(\omega t + \phi - 90)$$

$$= \frac{1}{\omega}\mathrm{Re}\left(V_m e^{\omega t j} e^{\theta j} \cancel{e^{-90j}}\right) = \frac{1}{\omega}V e^{\omega t j} \dots =$$

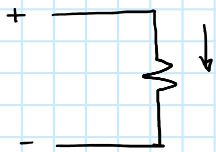
$$= \frac{1}{\omega} Re \left(V_m \, e^{\omega t j} \, e^{\theta j} \, e^{-90 j} \right) = \frac{1}{\omega} V e^{\omega t j} \cdot -j =$$

$$e^{-90j} = -j$$

$$= \left(\frac{1}{\omega}\right) -j \, V$$

Relación Fasores y Elementos

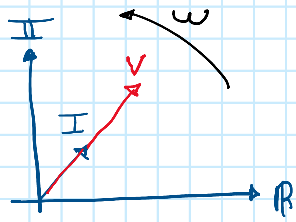
Resistencia

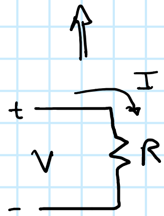


$i = I_m \cos(\omega t + \phi)$

$I = I_m \angle \phi$ ← Forma fasorial

$v = i R$



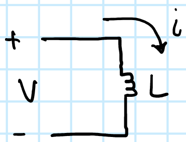


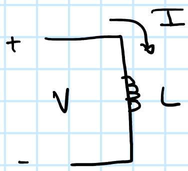
// Ecuaciones

$v = R i = R \, I_m \angle \phi \qquad I = I_m \angle \phi$

$\therefore V = R I$ // Forma Fasorial

Inductor





$i = I_m \cos(\omega t + \phi)$

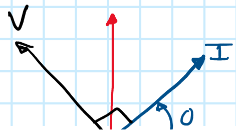
$v = L \frac{di}{dt} = (-\omega L)(I_m \sin \omega t + \phi)$

$v = (\omega L)(I_m \cos(\omega t + \phi + 90)$

$V = (\omega L)(I_m \, e^{i(\phi + 90°)}) = \omega L \, I_m \, e^{j\phi} e^{90°}$

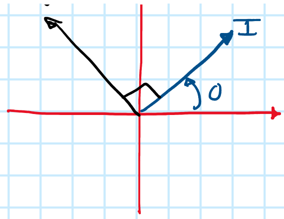
$V = (\omega L)(I_m \angle 0 \, e^{j 90°})$

Pero $I_m \angle \phi = I$ y $e^{j90} = j$

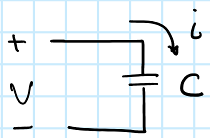


Pero $I_m \angle \phi = I$ y $e^{j90} = j$

$\therefore \; V = j\omega L I$



▸ Capacitor



$V = V_m \cos(\omega t + \phi)$

$i(t) = C \dfrac{dv(t)}{dt}$

$$i(t) = C \frac{d(V_m \cos \omega t + \phi)}{dt} = (-\omega C)(V_m \sin \omega t + \phi)$$

$$i(t) = (\omega C)(V_m \cos(\omega t + \phi + 90))$$

$$= (\omega C)\left[V_m e^{j(\phi + 90^\circ)}\right] =$$

$$I = (\omega C)(V_m \angle 0 \; e^{j90^\circ})$$

considerando: $V_m \angle 0 = V$ $\qquad e^{j90} = j$

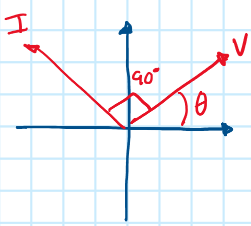
$$\therefore \; I = (\omega C) V j \quad ; \quad V = \frac{I}{\omega C j} = \frac{1}{(\omega C) j} I$$

$$V = \underbrace{\frac{1}{(\omega C) j}} I = \left(-\frac{j}{\omega C}\right) I$$

Si, hay un j se está desplazando

$$I = \omega C \; j \; V$$

$1 \angle 90^\circ$ $\quad$ $V_m \angle 0^\circ$



Impedancias

- $Z_R = R$
- $Z_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -j \dfrac{1}{\omega C}$

Admitancia

- $Y = \dfrac{1}{Z_R} = \dfrac{1}{R}$
- $Y_C = \dfrac{1}{Z_C} = j\omega C$

- $Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\,\frac{1}{\omega C}$
- $Z_L = j\omega L$

- $Y_C = \frac{1}{Z_C} = j\omega C$
- $Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{j\omega L}$

// Es una parte real e imaginaria

$\therefore\ z = x + jy = R + jx$

// Número Complejo

$z = G + jB$

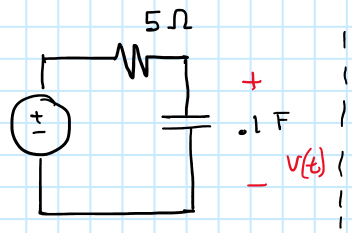
$$\therefore\ G + jB = \left(\frac{1}{x + jy}\right)\left(\frac{x - jy}{x - jy}\right) = \left(\frac{1}{R + jx}\right)\left(\frac{R - jx}{R - jx}\right) =$$

$$= \frac{R - jx}{R^2 + x^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + x^2} \qquad B = \frac{-x}{R^2 + x^2}$$

// Ejercicio

$V_g = 10\cos 4t$

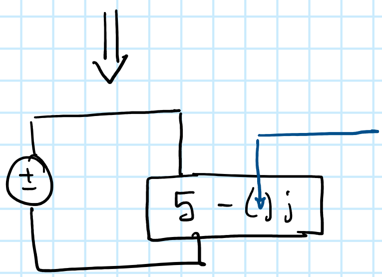


// Datos

$V_g = 10\cos 4t = 10\angle 0^\circ$ [V]

$V_m = 10 \qquad \omega = 4\ \frac{rad}{seg}$

$\phi = 0^\circ$



$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j(4)(0.1)} =$

$Z_C = -2.5j$

$Z_R = R = 5$

$\therefore\ Z_T = Z_R + Z_C = (5 + j0) + (0 - 2.5j) = 5 - 2.5j$

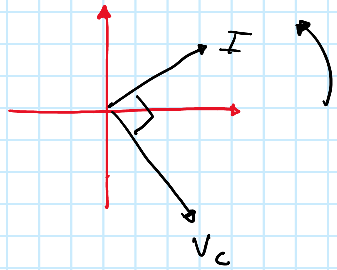
$$I = \frac{10\angle 0^\circ}{Z_T} = \frac{10\ \cancel{\angle 0^\circ}\ 1}{5 - 2.5j}\left(\frac{5 + 2.5j}{5 + 2.5j}\right) =$$

$$= \frac{50 + 25j}{25 + 6.25} = \frac{50}{31.25} + \frac{25}{31.25}j =$$

$$I = 1.6 + .8j \ [A] = 1.78 \angle \underline{26.56°} \ \underline{[A]}$$

$$V_c = Z_c I = (-2.5j)(1.6 + .8j) = 2 - 4j \ [V]$$

$$= 4.45 \angle \underline{-63.43°} \ \underline{[V]}$$



TAREA 3

ALUMNO: Alfonso Murrieta Villegas

Friday, 27 March 2020 6:46 PM

// Previo

$V = RI$; $V = \frac{I}{jwC}$

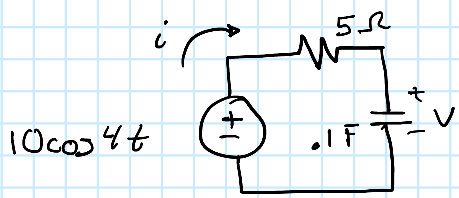
// Alternativa

$\frac{V}{I} = R$; $\frac{V}{I} = jwL$; $\frac{V}{I} = \frac{1}{jwC}$

// Para los 3 casos

$z = \frac{V}{I}$ | $y = \frac{1}{z}$; $y = \frac{1}{R}$; $y = \frac{1}{jwL}$; $y = jwC$

→ Problema | Encontrar $v(t)$ e $i(t)$



// De la fuente

$w = 4 \frac{rad}{s}$

$V_s = 10 \underline{|0^\circ}$ [V]

// Impedancia

$$z = 5 + \frac{1}{jwC} = 5 + \frac{1}{4(j)(0.1)} = 5 - 2.5j\,[\Omega]$$

// Corriente

$$I = \frac{V_s}{z} = \frac{10 \underline{|0^\circ}}{5 - 2.5j} = \frac{10(5 + 2.5j)}{5^2 + 2.5^2} \cong 1.6 + .8j = 1.78 \underline{|26.5^\circ}$$

[A]

// Voltaje en Capacitor

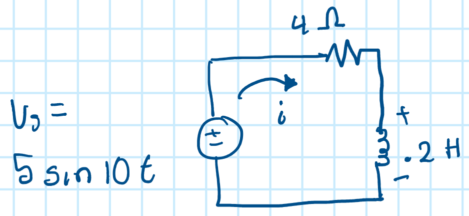
$$V = I Z_c = \frac{I}{jwC} = \frac{1.78 \underline{|26.5^\circ}}{(4j)(.1)} = 4.47 \underline{|-63.48^\circ}\,[V]$$

• Convirtiendo corriente I y voltaje V al dominio del tiempo

∴ $i(t) = 1.789 \cos(4t + 26.5^\circ)$ [A]

∴ $v(t) = 4.47 \cos(4t - 63.43^\circ)$ [V]

→ **Problema** | Determine $v(t)$ y $i(t)$



$V_s = 5\sin(10t) = 5\cos(10t - 90)$

$= 5\angle -90 \qquad \omega = 10\ \frac{rad}{s}$

// Impedancia

$$z = 4 + j\omega L = 4 + j(10)(.2) = 4.472\angle 26.57^\circ$$

// Corriente

$$I = \frac{V_s}{I} = \frac{5\angle -90}{4.472\angle 26.57} = 1.118\angle -116.57^\circ \text{ [A]}$$

// Voltaje en Inductor

$$V = I(j\omega L) = (1.118\angle -116.57)(.2\angle 90) = 2.236\angle -26.57^\circ \text{ [V]}$$

// Dominio Tiempo

$i(t) = 1.118\cos(10t - 116.57)$ [A]

$v(t) = 2.236\cos(10t - 26.57^\circ)$ [V]

∴ El voltaje se adelanta a la corriente

→ Leyes de Kirchoff en el dominio del Fasor

- Para LVK sean $V_1, V_2, \ldots V_n$ los voltajes alrededor de lazo cerrado, entonces

$$V_1 + V_2 + \ldots + V_n = 0$$

- En estado estacionario sinusoidal, cada voltaje pueden ser escrito en forma coseno

$$V_{m_1}\cos(\omega t+\theta_1) + V_{m_2}\cos(\omega t+\theta_2) + \dots +$$
$$V_{m_n}\cos(\omega t+\theta_n) = 0$$

- Esto puede ser escrito como:

$$Re\left(V_{m_1}e^{j\theta_1}e^{j\omega t}\right) + Re\left(V_{m_2}e^{j\theta_2}e^{j\omega t}\right) + \dots$$
$$+ Re\left(V_{m_n}e^{j\theta_n}e^{j\omega t}\right) = 0$$

si $V_k = V_{m_k}e^{j\theta_k}$

$$Re\left[(V_1+V_2+\dots+V_n)e^{j\omega t}\right] = 0$$

Puesto $e^{j\omega t} \neq 0$

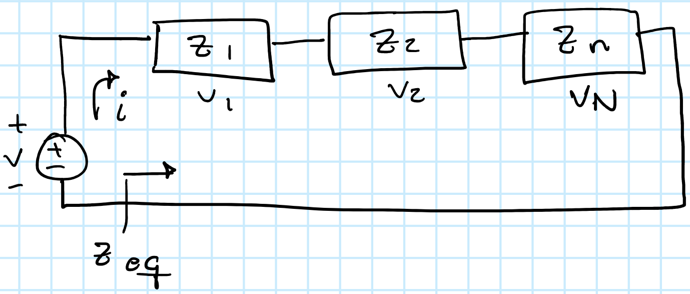
$\therefore V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0$

- Demostración que la LVK se mantiene en fasores

$I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$

"Combinación de impedancias"

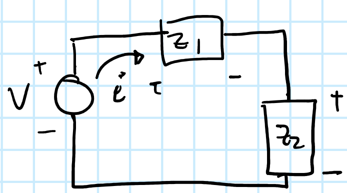
- Considerando N impedancias conectadas en serie y aplicando LVK alrededor del lazo



Impedancia terminal

$$Z_{eq} = \frac{V}{I} = Z_1 + Z_2 \dots + Z_n$$

if $N=2$



$$I = \frac{V}{Z_1+Z_2}$$

//Puesto que

$V_1 = Z_1 I$ y $V_2 = Z_2 I$

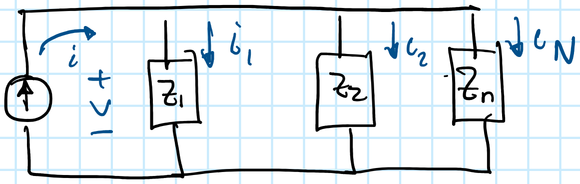
$$\therefore V_1 = \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}V \quad ; \quad V_2 = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2}V$$

//Divisor de voltaje

- De la misma manera, se puede encontrar impedancia equivalente

$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N =$

De la misma manera, se puede encontrar impedancia equivalente



$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_N =$$

$$= V\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}\right)$$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}$$

$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_N$$ cuando $N=2$

$$Z_{eq} = \frac{1}{Y_{eq}} = \frac{1}{Y_1 + Y_2} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

// Puesto que

$$I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} I \qquad I_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} I$$

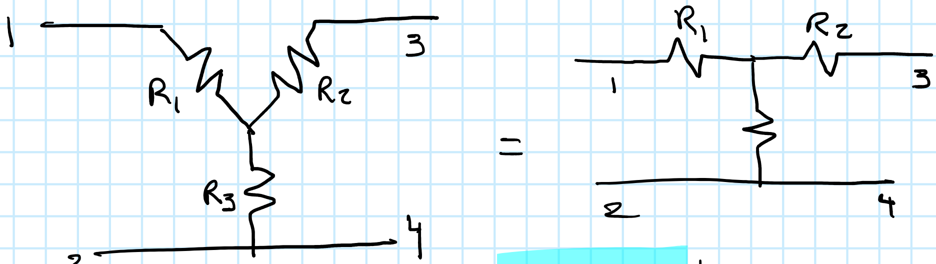
Divisor de corriente

TAREA 3

Friday, 27 March 2020 8:32 PM

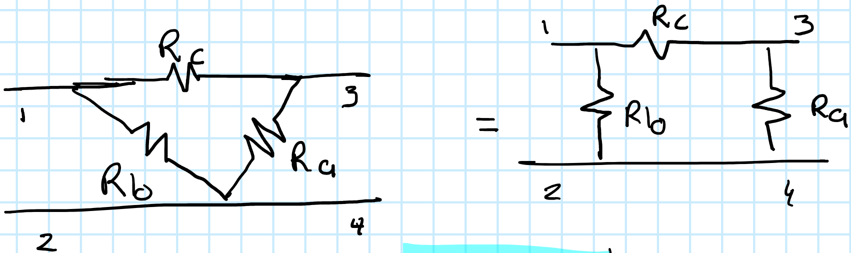
TRANSFORMACIÓN DE IMPEDANCIAS

- Considerando los circuitos idénticos, en estrella



Se tiene que: $R_{12}(Y) = R_1 + R_3$

- Considerando los circuitos idénticos, en Delta



Se tiene que: $R_{12}(\Delta) = R_b \parallel (R_c + R_a)$

- Partiendo de:

$$R_{12}(Y) = R_{12}(\Delta)$$

$$R_{12} = R_1 + R_3 = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad (1)$$

$$R_{13} = R_1 + R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} \quad (2)$$

$$R_{34} = R_2 + R_3 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad (3)$$

// Restando (3) en (1)

$$R_1 + R_3 - R_2 - R_3 = R_1 - R_2 = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1+R_3-R_2-R_3 = R_1-R_2 = \frac{R_b(R_a+R_c)}{R_a+R_b+R_c} - \frac{R_a(R_b+R_c)}{R_a+R_b+R_c}$$

$$\therefore\ R_1-R_2 = \frac{R_c(R_b-R_a)}{R_a+R_b+R_c} \quad (4)$$

//Sumando (2) y (4)

$$\therefore\ R_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{R_aR_c+R_bR_c+R_bR_c-R_aR_c}{R_a+R_b+R_c}\right] =$$

$$= \frac{R_bR_c}{R_a+R_b+R_c} \quad (5)$$

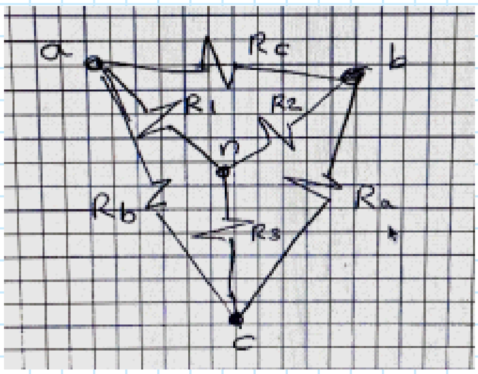
//Restando (4) de (2)

$$2R_2 = \frac{R_aR_c+R_bR_c-R_bR_c+R_aR_c}{R_a+R_b+R_c}\ ;\ R_2 = \frac{R_aR_c}{R_a+R_b+R_c} \quad (6)$$

//Restando (5) de (1)

$$R_3 = \frac{R_b(R_a+R_c)}{R_a+R_b+R_c} - \frac{R_bR_c}{R_a+R_b+R_c} = \frac{R_aR_b}{R_a+R_b+R_c} \quad (7)$$

Conclusión: Cada resistor en la red. Y es el producto de los resistores en las 2 ramas adyacentes Δ, dividido por la suma de 3 resistores



→ Conversión Y a Δ de (5), (6) y (7) se

→ Conversión Y a Δ de ⑤, ⑥ y ⑦ se tiene que

$$R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 = R_b R_c (R_c R_a) + R_c R_a (R_a R_b) + \frac{R_a R_b (R_b R_c)}{(R_a + R_b + R_c)^2}$$

$$= \frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (8)$$

// Dividiendo ⑧ entre ⑤, ⑥ y ⑦

$$\frac{\frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}}{\frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}} = R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \quad (9)$$

2° Caso

$$\frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} = \frac{\frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}}{\frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}} = R_b \quad (10)$$

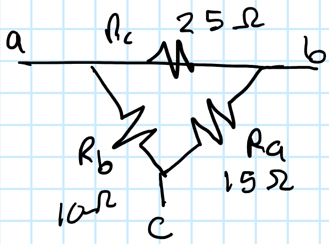
Por último,

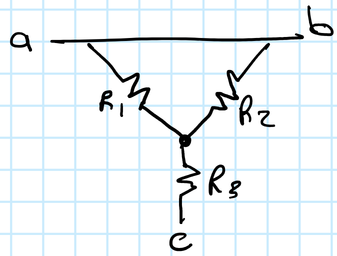
$$\frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} = \frac{\frac{R_a R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}}{\frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}} = R_c \quad (11)$$

• De ⑨, ⑩ y ⑪ la regla de conversión Y − Δ es "Cada Resistor en la red Δ es la suma de todos las posibles productos de resistores Y tomados 2 a la vez, dividida por el resistor Y puesto"

Problema: Convierta la red Δ a su equivalente Y

Problema: Convierta la red Δ a su equivalente Y



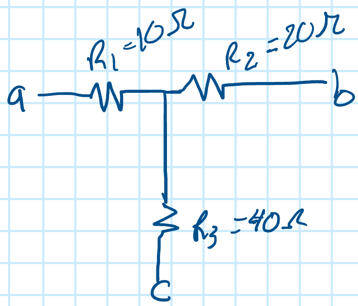


$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{25 \times 10}{25+10+15} = \frac{250}{50} = 5[\Omega]$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} = \frac{25 \times 15}{50} = 7.5[\Omega]$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{15 \times 10}{50} = 3[\Omega]$$

→ Problema: Transforma la red Y a Δ

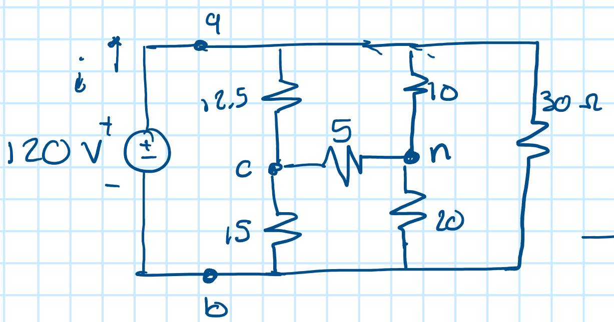


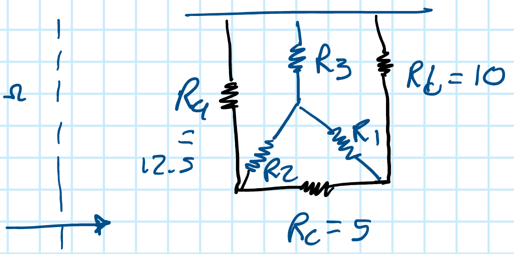
$$R_a = \frac{200 + 800 + 400}{10} = 140\ [\Omega]$$

$$R_b = \frac{200 + 800 + 400}{20} = 70\ [\Omega]$$

$$R_c = \frac{200 + 800 + 400}{40} = 35\ [\Omega]$$

→ Problemas: Encuentre la resistencia equivalente R_{ab} y calcule la corriente i





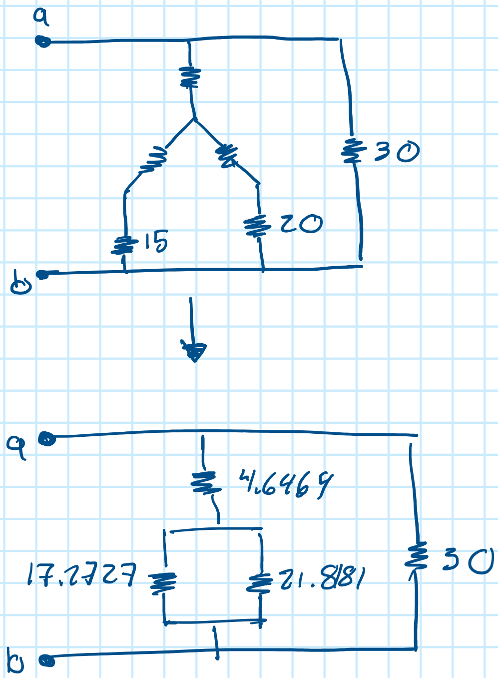
Circuito Equivalente

$$R_1 = \frac{50}{27.5} = 1.8181 \qquad R_3 = \frac{125}{27.5} = 4.5454$$

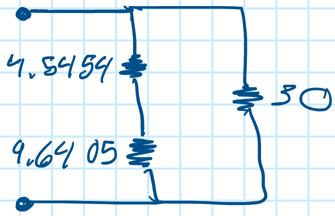
$$R_2 = \frac{62.8}{27.5} = 2.2727$$

//Resistencia Equivalente

$R_2 = \frac{62.8}{27.5} = 2.2727$



//Resistencia Equivalente



$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{4.5454+9.6405} + \frac{1}{30}} =$$

$$= 9.6315\,[\Omega]$$

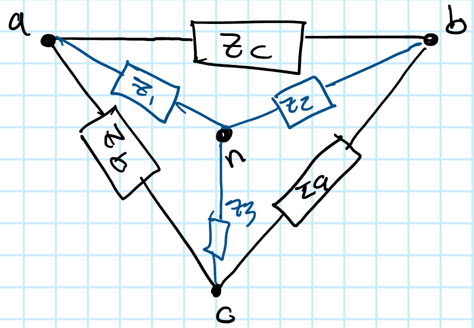
$$\therefore \frac{V}{I} = R \;;\; I = \frac{V}{R} = \frac{120}{9.6315} =$$

$$I = 12.4591\,[A]$$

TAREA 3

Friday, 27 March 2020 9:21 PM

Conversiones en un circuito con Impedancia



- Conversion Y - Δ

$$Z_a = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_1}$$

$$Z_b = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_2}$$

$$Z_c = \frac{Z_1Z_2 + Z_2 + Z_3 + Z_3Z_1}{Z_3}$$

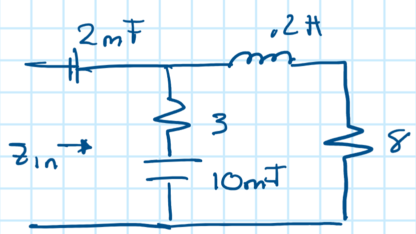
- Conversion Δ - Y

$$Z_1 = \frac{Z_bZ_c}{Z_a + Z_b + Z_c} \qquad Z_2 = \frac{Z_cZ_a}{Z_a+Z_b+Z_c}$$

$$Z_3 = \frac{Z_aZ_b}{Z_a+Z_b+Z_c}$$

→ Problemas

1) Encuentre Z_{in}, asumir $\omega = 50 \frac{rad}{s}$



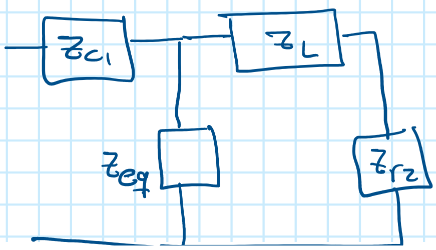
$$Z_{C_1} = \frac{-j}{50(2\times10^{-3})} = -10j\,[\Omega]$$

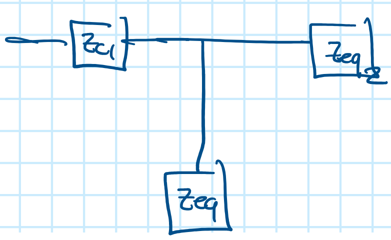
$$Z_{C_2} = \frac{-j}{50(10\times10^{-3})} = -2j\,[\Omega]$$

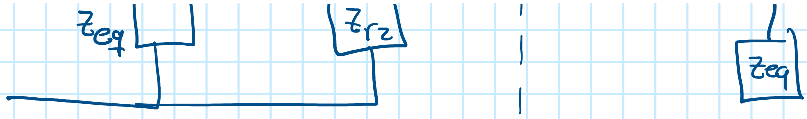
$Z_{r_1} = 3\Omega$

$Z_{r_2} = 8\Omega$

$Z_L = (j)(50)(.2) = 10j\,[\Omega]$







$Z_{eq} = Z_{r_1} + Z_{c_2} = 3 - 2j\ [\Omega]$ | $Z_{eq_2} = Z_L + Z_{r_2} = 8 + 10j\ [\Omega]$

//Obteniendo equivalente total

$$Z_{aux} = Z_{eq} + Z_{eq_2} = \left(\frac{1}{Z_{eq}} + \frac{1}{Z_{eq_2}}\right)^2 = \left(\frac{1}{3-2j} + \frac{1}{8+10j}\right)^2 =$$

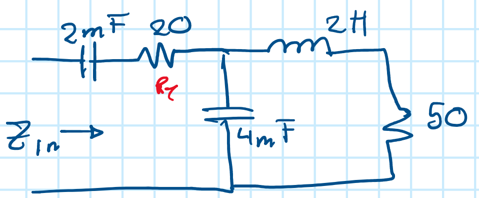
$$= \left(\frac{3+2j}{13} + \frac{8-10j}{164}\right)^{-1} \cong \left(\frac{149}{533} + \frac{99}{1066}j\right)^{-1} =$$

$$\cong \frac{596}{185} - \frac{198}{185}j\,[\Omega]$$

$$\therefore Z_{eq_{Total}} = Z_{aux} + Z_{c_1} = \ldots + (-10j)$$

$$\cong \frac{596}{185} - \frac{2048}{185}j\,[\Omega] \cong 3.22 - 11.07j$$

2 Determine Z_{in} cuando $\omega = 10\ \frac{rad}{s}$



$Z_L = 20j$

//Impedancias

$$Z_{c_1} = -\frac{1}{\omega C_1}j = -\frac{1}{(10)(2)(10^{-3})}j$$

$$Z_{c_1} = -30j$$

$$Z_{c_2} = \frac{1}{10\,(4\times10^{-3})}j = -25j$$

//Reduciendo elementos ← Sin esquemas (Directo)

L y R_2 = Serie | $Z_{eq} = 30 + 20j$

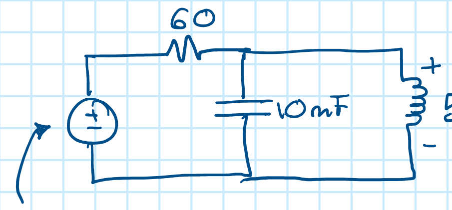
Z_{eq} y C_2 = Paralelo | $Z_{eqc} = \dfrac{1}{\frac{1}{30+20j} + \frac{1}{-25j}} \cong 12.37 - 23.76j$

Z_{eqc} y Z_b = Serie | $Z_{eq_T} = 20 - 50j + \ldots =$

$$\therefore Z_{eq_T} = 32.37 - 73.78j$$

$\therefore Z_{eq_{TT}} = 32.37 - 73.78j$ //

③ Determine V_o



$20\cos(4t - 15^\circ) = 20\angle{-15}$

$\omega = 4 \ \frac{rad}{s}$

$Z_L = 5 \cdot 4j = 20j = 20\angle{90^\circ}$

$Z_C = -\frac{1}{(4)(10\times10^{-3})} j = -25j =$

$= 25\angle{-90}$

//Reducción

$Z_{LC} = \frac{1}{\frac{1}{20j} + \frac{1}{-25j}} = 100j = 100\angle{90}$

NOTA

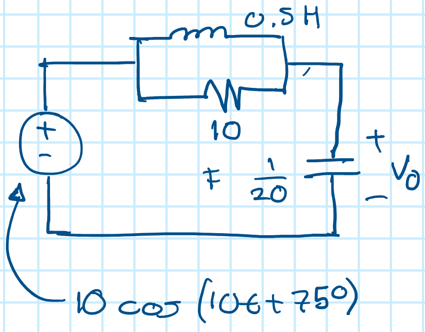
L y C tienen mismo voltaje

$\therefore V_o = \frac{100j}{60 + 100j} \ v \cong .73 + .44j[V] \cong .857\angle{31^\circ} \ [V]$

$V_o = (.857\angle{31^\circ})(20\angle{-15}) \cong 17.14\angle{16^\circ}$ //

Si tomamos mayor precisión serían $\angle{15.967^\circ}$

④ Calcule V_o



$\omega = 10 \ \frac{rad}{s}$

$10\angle{75^\circ}$

$Z_L = 5j$

$Z_C = -\frac{1}{\frac{10}{20}} j = -2j$

//Reduciendo

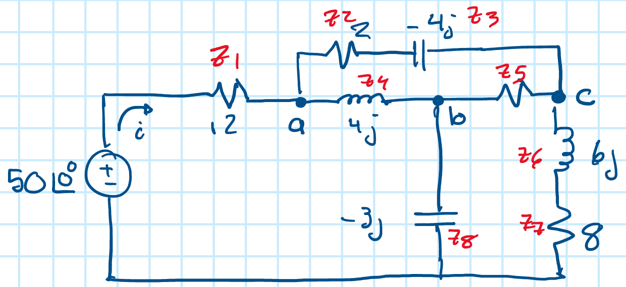
$Z_{LR} = \frac{1}{\frac{1}{5j} + \frac{1}{10}} = 2 + 4j$

$V_o = \frac{Z_L}{Z_C + Z_{LR}} [V] =$

$= \frac{-2j}{2 + 2j} = -.5 - .5j \ [V]$

$\therefore V_o = (.7071\angle{-135^\circ})(10\angle{75^\circ}) \cong 17.071\angle{-60^\circ}$ //

5. Encuentre la corriente I

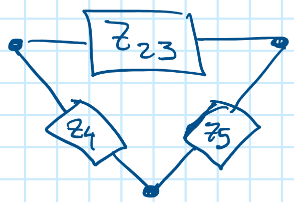


// Elementos en serie

Z_2 y $Z_3 = 2-4j$

Z_6 y $Z_7 = 8+6j$

// Elementos en Delta



$$Z_a = \frac{(2-4j)(4j)}{10} = 1.6+.8j$$

$$Z_b = \frac{(2-4j)(8j)}{10} = 1.6-3.2j$$

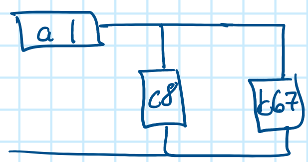
$$Z_c = \frac{32j}{10} = 3.2j$$

// Al reducir podremos considerar nuevos elementos en Serie

Z_b y $Z_{67} = 9.6+2.8j$

Z_c y $Z_8 = .2j$

Z_a y $Z_1 = 13.6+.8j$



// Reducción de elemento en Paralelo

$$Z_{c8\,b67} = Z_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{.2j}+\frac{1}{9.6+2.8j}} =$$

$Z_{eq} = .0038+.1988j$

// Equivalente Total

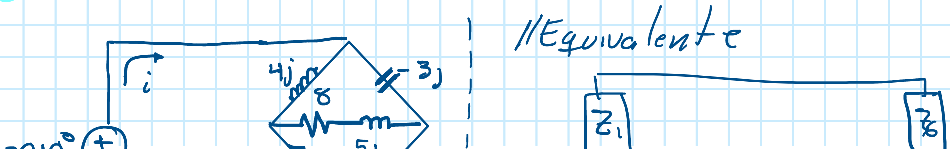
Z_{eq} y $Z_{a1} = Z_{eq_{Total}} = 13.6038+.1988j$

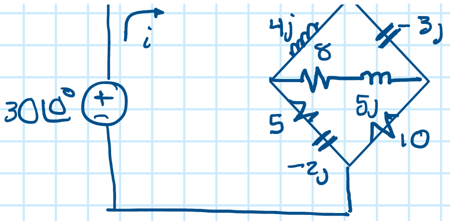
$Z_{eq_{Total}} \cong 13.6+.2j$

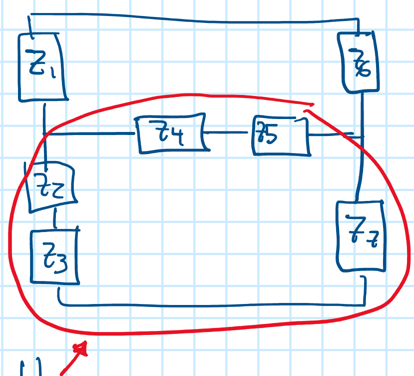
$$\therefore I = \frac{V}{Z} = \frac{50\angle 0°}{13.6\angle 4°} \cong 3.66\angle -4°$$

6. Encuentre I

// Equivalente







//Reduciendo

Z_2 y $Z_3 = 5 - 2j$

Z_4 y $Z_5 = 8 + 5j$

// El delta Z_{45}, Z_{23} y Z_7

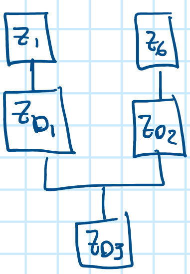
$$Z_{D_1} = \frac{(8+5j)(5-2j)}{8+5j+5-2j} = \frac{18+25j}{23+3j}$$

$$= \frac{1172}{538} + \frac{57}{538}j$$

$$Z_{D_2} = \frac{(Z_{45})(Z_7)}{Z_{45}+Z_{23}+Z_7} = \frac{(8+5j)(10)}{23+3j} \approx \frac{995}{269} + \frac{955}{269}j$$

$$Z_{D_3} = \frac{(Z_{23})(Z_7)}{\dots} = \frac{(5-2j)(10)}{23+3j} = \frac{545}{269} - \frac{305}{269}j$$

//Reducción Parcial



//Reduciendo en Serie

Z_1 y $Z_{D_1} = 4j + \left[\frac{1172}{538} + \frac{57}{538}j\right]$

$Z_6 + Z_{D_2} = -3j + [\dots]$

$\therefore Z_{parcial_1} = Z_1 + Z_{D_1} \approx 2.1877 + 4.105j$

$\therefore Z_{parcial_2} = Z_6 + Z_{D_2} \approx 3.6988 - 1.30j$

$$Z_{Paralel} = \frac{1}{\frac{1}{2.18+4.10j} + \frac{1}{3.6988-1.30j}} \approx 2.67 + .8212j$$

//Equivalente Total

$Z_{eq} = (2.67 + .8212j) + Z_{D_3} = 4.696 - 3.3j$ //

$$Z_{eq} = (2.67 + .8212j) + Z_{p3} = 4.696 - 3.3j$$

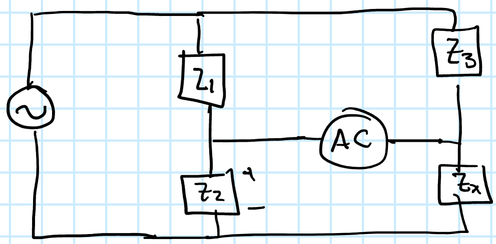
$$\therefore Z_{eq} = \frac{V}{I} \; ; \quad I = \frac{V}{Z_{eq}} = \frac{30}{4.696 - 3.3j} \cong$$

$$I \cong 6.351 + .453j \; [A]$$

TAREA_4

Monday, 6 April 2020 4:24 PM

- Un circuito puente en A.C es utilizado en la medición de la Inductancia L de un inductor o la capacitancia de un capacitor



Tal puente es un circuito balanceado, cuando no fluye ninguna corriente a través del medidor en A.C.

/ Divisor de voltaje

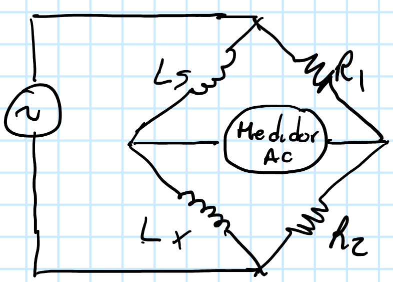
$$V_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_s = V_2 = \frac{Z_x}{Z_3 + Z_x} V_s$$

// Reduciendo

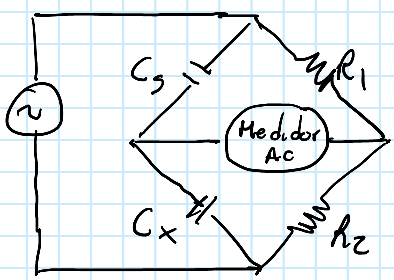
$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_x}{Z_3 + Z_x} \;;$$

$$Z_3 Z_2 = Z_x Z_1$$

$$\therefore Z_x = \frac{Z_3}{Z_1} Z_2$$ ← Ecuación Balanceada para un puente en A.C.



$$L_x = \frac{R_2}{R_1} L_s$$



$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_s$$

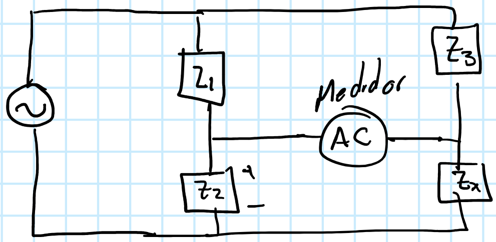
- L_x y C_x son desconocidos mientras L_s y C_s si lo son, en estos casos R_1 y R_2 son variados hasta que el medidor tenga una lectura nula.

→ Ejemplo

El siguiente circuito está balanceada cuando Z_1 es un resistor de $1[k\Omega]$ y Z_2 de $4.2[k\Omega]$, mientras que Z_3 es una combinación paralelo de un resistor de $1.5[M\Omega]$ y un capacitor de $12[pF]$ y una $f = 2[kHz]$

a) Los componentes en serie que hagan Z_x

b) Los componentes en paralelo que hagan Z_x



Circuito B

$$Z_x = \frac{Z_3}{Z_1} Z_2$$

$$Z_x = R_x + j X_x$$

$$Z_1 = 1000[\Omega]$$

$$Z_2 = 4200[\Omega]$$

$$Z_3 = R_3 \| \frac{1}{j\omega C_3} =$$

$$= \frac{\frac{R_3}{j\omega C_3}}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3}$$

Puesto que

$R_3 = 1.5\ M\Omega$ y $C_3 = 12\ pF$

$$\therefore Z_3 = \frac{1.5\times10^6}{1+(j)(2\pi)(2\times10^3)(1.5\times10^6)(12\times10^{-12})} \cong 1.427 - .3228j\ [M\Omega]$$

a) Asumiendo que Z_x está compuesta de elementos en serie

$$R_x + jX_x = \frac{4200}{1000}(1.427 - j(.3228))\times10^6 = 5.993 - 1.356j\ [M\Omega]$$

Agrupando

$R_x = 5.993\ [M\Omega]$

$X_x = \frac{1}{\omega C} = 1.35\times10^6$

$$C = \frac{1}{\omega X_x} = \frac{1}{(2\pi)(2\times10^3)(1.356\times10^6)}$$

$$C = 58.69[pF]$$

b) Si Z_x está configurada de componentes en paralelo

$Z_x = 4200$ ... | Puesto que Z_3 consta de

$Z_x = \frac{4200}{1000} R_3 \| \frac{1}{jwC_3} = 4.2 Z_3$

Puesto que Z_3 consta de R_3 y $X_3 = \frac{1}{\omega C_3}$ existen varias formas de obtener $4.2 Z_3$

• Suponiendo que

$R_x = 1.4 R_3 = 2.1 [M\Omega]$

$X_x = \frac{1}{\omega C_x} = 3 X_3 = \frac{3}{\omega C_3}$; $C_x = \frac{1}{3} C_3 = 4[pF]$

Problema

En el circuito B, suponer que el balance se consigue cuando Z_1 es un resistor de 4.8 [kΩ], $Z_2 = 10\,\Omega$ en serie con un inductor de .25 µH, Z_3 es un resistor de 12 [kΩ] y f = 6 [MHz]. Determinar los componentes en serie que hacen Z_x

Resoltado 25 Ω, en serie un inductor de .625 µH

$Z_1 = 4.8\,[k\Omega]$

$Z_2 = 10 + (.25 \times 10^{-6})(2\pi)(6\times10^{6})j = 10 + 3\pi j$

$Z_3 = 12\,[k\Omega]$

$V_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$ $V_2 = \frac{Z_x}{Z_3 + Z_x}$ | $\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_x}{Z_3 + Z_x}$

$\therefore Z_x = \frac{Z_2}{Z_1} Z_3 = \frac{10 + 3\pi j}{4800}(12000) = \left(\frac{5}{2}\right)(10 + 3\pi j)$

$Z_x = 25 + \frac{15\pi}{2} j\,[\Omega]$

$\therefore R_x = 25\,[\Omega]$ //

$X_x = \frac{15\pi}{2} = \omega L$; $L = \frac{15\pi}{2\omega} \cong 6.25 \times 10^{-7}$

$(2\pi)(6\times10^{6})$

$\therefore L \cong 0.625\,[\mu H]$ //

$\therefore \quad L \cong 0.625\,[\mu H]$ //

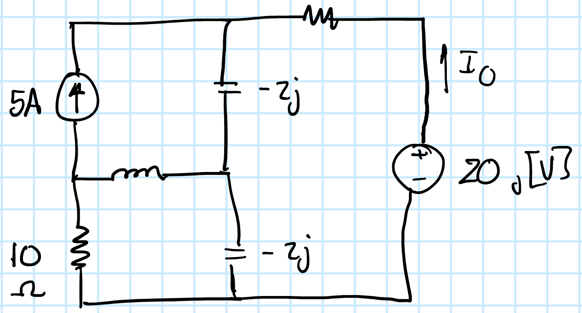
TAREA_4

Monday, 6 April 2020 6:23 PM

Teorema de Superposición

Puesto que el teorema aplica a Circuitos D.C, de la misma manera aplica a Circuito A.C.
Puesto que las impedancias dependen de la frecuencia entonces se debe tener un circuito en el dominio de la frecuencia para cada una frecuencia.
La respuesta total debe ser obtenida sumando las respuestas individuales en el dominio del tiempo.

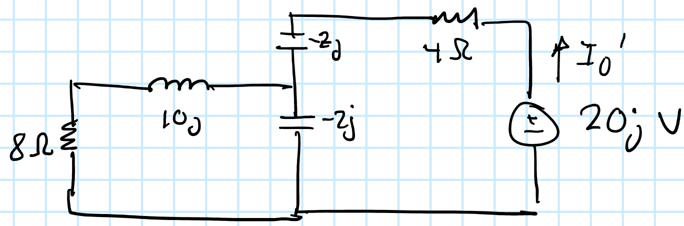
Ejemplo



$I_0 = I_0' + I_0''$

donde I_0' y I_0'' son debido a las fuentes de voltaje y corriente

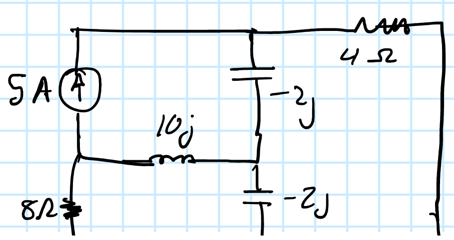
/ Para I_0' consideramos



$$Z = \frac{-2j\,(8+10j)}{-2+8+10j} = .25 - 2.25j$$

$$\therefore I_0' = \frac{20j}{(4-2j)+Z} = \frac{20j}{4.25-4.25j} \simeq -2.353 + 2.353j$$

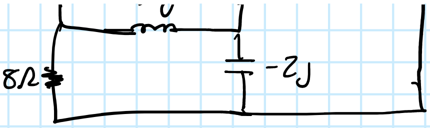
// Para I_0'' consideramos el circuito siguiente



$(8+8j)I - 10j\,I_3 + 2j\,I_2 = 0$

$(4-4j)I_2 + 2j\,I_1 + 2j\,I_3 = 0$

$I_3 = 5A$



$I_3 = 5A$

// Sustituyendo

$I_1 = (2+2j) I_2 - 5$

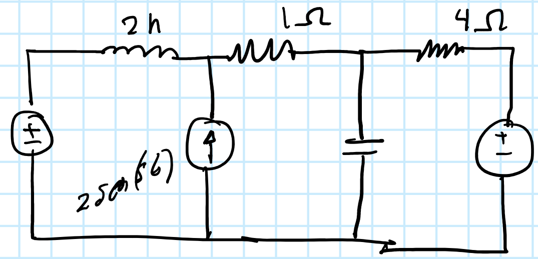
$I_2 = \dfrac{90 - 40j}{34} \approx 2.647 - 1.176j = -I_0''$

$\therefore I_0 = I_0' + I_0'' = -5 + 3.529j = 6.12 \angle 144.78° \; [A]$

Problema 1 * Fue una aproximación realmente cercana

Encuentre V_0 en el siguiente circuito mediante teorema de superposición

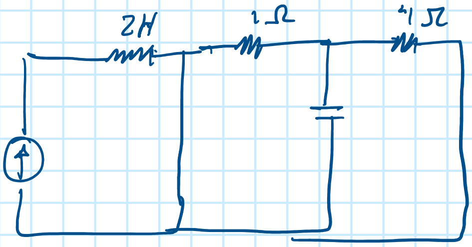
10 cos 2t [V]



$V_0 = V_0' + V_0''$

V_0'

$10 \angle 0$
$\omega = 2$



$Z_L = L\omega j = 4j$

$Z_C = \dfrac{1}{2(.1)j} = -5j$

$Z_{CR_1} = \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{-5j}\right)^{-1} = \dfrac{\frac{1}{4} - \frac{j}{5}}{\frac{1}{4}^2 + \frac{1}{5}^2} \approx \dfrac{100}{41} - \dfrac{80}{41}j$

$Z_{CR_1R_2} = 1 + (Z_{CR_1}) \approx \underbrace{\dfrac{141}{41} - \dfrac{80}{41}j}$

$\therefore Z = (\dots) + 4j = \dfrac{141}{41} + \dfrac{84}{41}j$

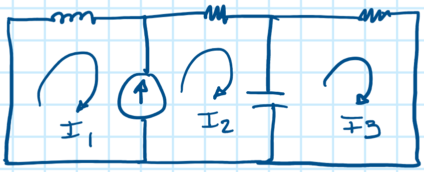
$I = \dfrac{10 \angle 0°}{Z}$

$\approx 2.146 - 1.278j$

$\therefore V = (2.146 - 1.278j)(1) = 2.146 - 1.278j \approx 2.49 \angle -30.78°$

// Definiendo sentidos y sistema de ecuaciones

// Definiendo sentidos y sistema de ecuaciones en Mallas



$I_1 10j + I_2 - 2j(I_2 - I_3) = 0$

$\hookrightarrow 10j\, I_1 + (1-2j)\, I_2 + 2j\, I_3 = 0$

$4 I_3 - 2j(I_3 - I_2) = 0$

$\hookrightarrow 2j\, I_2 + (4-2j)\, I_3 = 0$

Extra: $-I_1 + I_2 = 2\cos(5t - 90°)$

S.E

Forma Matricial
$$\begin{bmatrix} 0 & 2j & 4-2j \\ 10 & 1-2j & 2j \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\cos(5t-90) \end{bmatrix}$$

$\det(A) = -44 + 30j$

$$\therefore \Delta i_1 = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} 0 & 2j & 4-2j \\ 0 & 1-2j & 2j \\ 2\cos(5t-90) & 1 & 0 \end{bmatrix} \cong .2256 + .3356j$$

$$\Delta i_2 = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4-2 \\ 10 & 0 & 2j \\ -1 & 2\cos(5t-90) & 0 \end{bmatrix} \cong .2256 - 1.619j$$

$$\Delta i_3 = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 10 & 1-2j & 0 \\ -1 & 1 & 2\cos(5t-90) \end{bmatrix} \cong -.62059 - .4231j$$

$$\therefore V_0 = I_2 Z = (.2256 - 1.6693j)(1) \cong 1.679\cos(5t - 82.8°)$$

V_0''

• $Z_L = 2j$

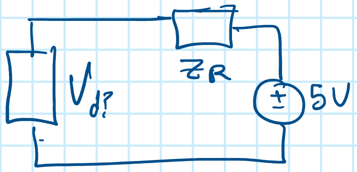
$Z_{LR} = 1 + 2j$

- $Z_L = 2j$
- $Z_C = \dfrac{-j}{(.1)(1)} = -10j$

$Z_{LR} = 1 + 2j$

$Z_{LRC} = \dfrac{1}{\frac{1}{1+2j} - \frac{1}{-10j}} \cong \dfrac{20}{13} + \dfrac{30}{13} j\ \Omega$

$\therefore$



$V = \dfrac{Z_{LRC}}{Z_{LRC} + Z_R}(5) =$

$\cong \dfrac{25}{13} + \dfrac{50}{39} i$

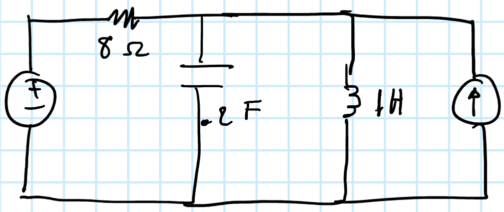
- $Z_R = 4$

$I = \dfrac{V_z}{Z_{LR}} = \dfrac{\frac{25}{13} + \frac{50}{39}j}{1+2j} = \dfrac{35}{39} - \dfrac{20}{39}j$

$\therefore V_0 = \dfrac{35}{39} - \dfrac{20}{39}j \cong .8974 - .512820j = 1.033 \underline{|29.74}\ [V]$

Problema 2

30 sin(5t) [V]



2 cos (10t) A

V_0'

$Z_C = \dfrac{-j}{(.5)(.2)} = -j \qquad Z_L = 5j \qquad \therefore Z = 8 - \dfrac{5}{4}j$

$Z_{CL} = \left(\dfrac{1}{-j} + \dfrac{1}{5j}\right)^{-1} = -\dfrac{5}{4}j$

$\therefore V_0 = \dfrac{-\frac{5}{4}j}{8 - \frac{5}{4}j}\left(30 \underline{|-90^\circ}\right) \cong 4.6313 \underline{|-171.119^\circ}$

$= 4.6313 \cos(5t - 171.119^\circ)$

Comprobando:

$V_0 = 4.6313 \cos(5t - 171.119^\circ) =$

$= 4.6313 \sin(5t - 81.119^\circ)$

V_0''

$Z_C = \frac{-j}{(.2)(10)} = -\frac{1}{2}j$

$Z_L = 10j$

$Z_{RC} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{\frac{1}{2}j}\right)^{-1} = \frac{8}{257} - \frac{128}{257}j$

$Z_{eq} = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right)^{-1}$

$= \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_1}$

$I = \frac{Z_{eq}}{Z_2} \cong \frac{12160}{580} + \frac{800}{5801}j \cong 2.096 + .1379j$

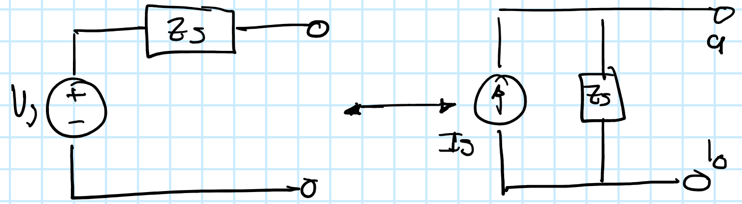
$\therefore V_0 = (2.096 + .1379j)\left(-\frac{1}{2}j\right) \cong 1.048\angle -86.23^\circ$

$= 1.048\cos(10t - 86.23^\circ)$

Total $V_0 = V_0' + V_0'' = 4.6313\,\text{sen}(5t - 81.119^\circ) + 1.048\cos(10t - 86.23)$

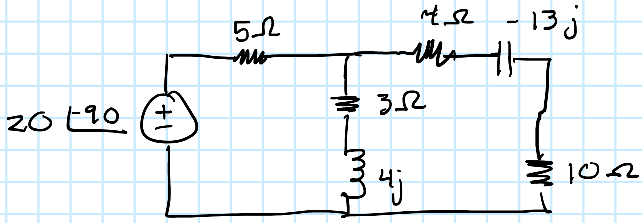
Problema 3

Transformación en Fuentes de A.C

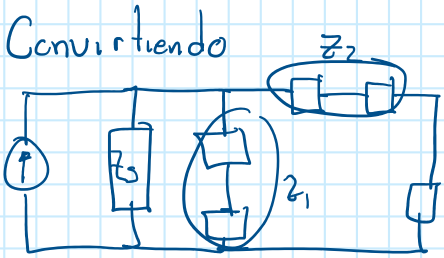


$V_s = Z_s I_s$ $\qquad$ $I_s = \frac{V_s}{Z_s}$

Calcular V_x en el siguiente circuito



Convirtiendo



$I_s = -4j$

$Z_s = 5$

$Z_1 = 3 + 4j$

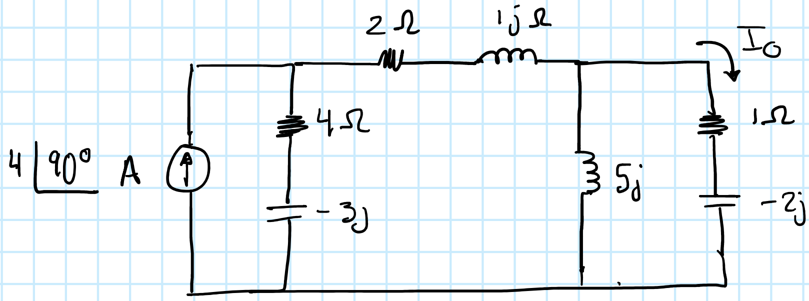
$Z_2 = 14 - 13j$

$\therefore Z_{eq} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3+4j} + \frac{1}{14-13j}\right)^{-1} = \frac{3270}{1313} + \frac{1135}{1313}j$

$$I = \frac{Z_{eq}}{Z_2}(I_S) = \left(\frac{(\;.\;.\;.\;.\;)}{14-13j}\right)(-4j) = .4874 + .8644j$$

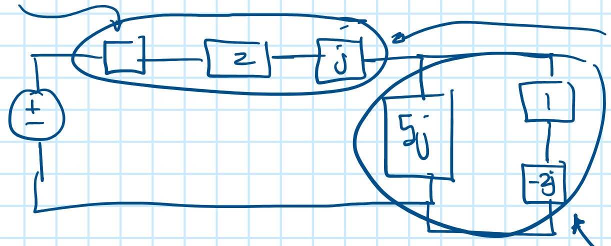
$$V_x = (.4874 + .8644j)(10) = 5.5194\angle -27.97^\circ\ [V]$$

Problema 4



$R_{Aux} = 4 - 3j$

//Conversión

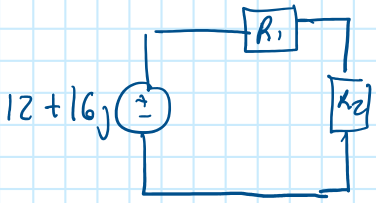


- $R_1 = 4 - 3j + 2 + j = 6 - 2j$
- $R_2 = \left(\frac{1}{5j} + \frac{1}{1-2j}\right)^{-1}$

$$= \frac{5}{2} - \frac{5}{2}j$$

//Reducido

$$V = (4-3j)(4\angle 90^\circ) = 12 + 16j$$



$$V = \frac{R_2}{R_1+R_2}V = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}j}{(6-2j)+\left(\frac{5}{2}-\frac{5}{2}j\right)}(12+16j) =$$

$$= \frac{220}{37} + \frac{160}{37}j = 5.4459 + 4.324j$$

$$V = IZ;\quad I_0 = \frac{5.4459 + 4.324}{1-2j} \simeq -.54054 + 3.2432j$$

$$\therefore I_0 \simeq 3.2879\angle 99.46^\circ\ [A]$$

TAREA_5

Tuesday, 28 April 2020 8:05 AM

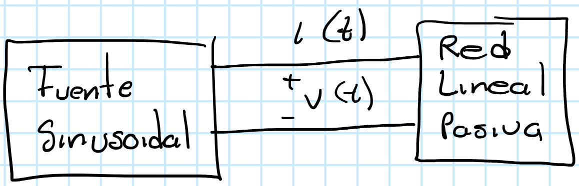
Análisis de potencia

Potencia Instantánea

- La potencia $p(t)$ absorbida por un elemento es el producto del voltaje instantáneo a través de un elemento y la corriete instantanéa $i(t)$ a través de él

$$P(t) = v(t)\, i(t)$$

- Red Lineal pasiva alimentada por una fuente sinosoidal, entonces



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta i)$$

Entonces $p(t) = v(t)\, i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta v)\cos(\omega t + \theta i)$

Identidad $\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$

$$\therefore P(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta v - \theta i)$$

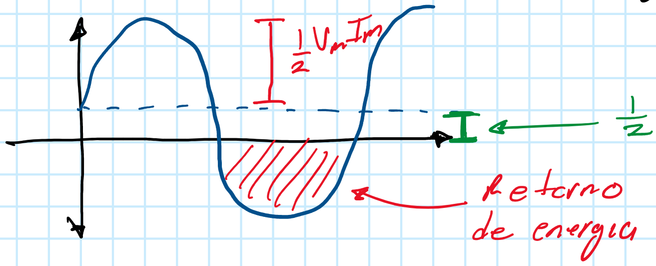
$$+ \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta v + \theta i)$$

Lo anterior demuestra que la potencia instantánea tiene 2 partes

1] Es constante o independiente del tiempo
Esta parte depende de la diferencia de fase entre Voltaje y Corriente

entre Voltaje y Corriente

2] Es una función sinosoidal cuya frecuencia es 2ω



- $T = \frac{2\pi}{\omega}$ es el período del voltaje o la corriente

se observa que $P(t)$ es periódico $P(t) = P(t+T_0)$

$T_0 = \frac{T}{2}$ → Su frecuencia es 2 veces la del voltaje o la corriente. $P(t)$ es positiva para alguna parte de cada ciclo, y negativa para el resto del ciclo.

- La potencia instantánea cambia con el tiempo y por consiguiente es difícil de medir.
- El instrumento Woltmetro es el medio para medir potencia promedio:

Potencia Promedio $\triangleq$ Promedio de la potencia instantánea $\Rightarrow P = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$

- Sustituyendo $P(t)$ en P, es decir, la potencia instantánea en la potencia promedio

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\,dt$$

$$\therefore P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)\, \frac{1}{T}\int_0^T dt + \frac{1}{2} V_m I_m \frac{1}{T}\int_0^T \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\,dt$$

Primer integrante constante

$$\frac{1}{2} V_m I_m \frac{1}{T}\int_0^T \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\, dt$$ constante

- El segundo integrante, es una sinusoide, se sabe que el promedio de una sinusoide sobre su periodo es cero.

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(\theta_i - \theta_v)$$

- $p(t)$ variante en el tiempo
- P no lo es

▸ Potencia Instantánea en Dominio Fasorial

- La forma fasorial de $v(t)$ e $i(t)$ son

$$V = V_m \angle \theta_v \quad \text{e} \quad I = I_m \angle \theta_i$$

- P es calculada usando $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$$\therefore \frac{1}{2} V I^{*} = \frac{1}{2} V_m I_m \angle \theta_v - \theta_i$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \left[\cos(\theta_v - \theta_i) + j\,\text{sen}(\theta_v - \theta_i)\right]$$

- Parte Real

$$P = \frac{1}{2} \text{Re}\left[V I^{*}\right] = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

- Casos Especiales

i) Cuando $\theta_v = \theta_i$, el voltaje y corriente están en fase, lo cual implica un circuito puramente resistivo

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} |I|^2 R \qquad |I|^2 = I \times I^{*}$$

resistivo

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2}(I)^2 R \quad |I|^2 = I \times I^*$$

El resultado de P muestra que un circuito puramente resistivo absorve todo el tiempo potencia

2) Cuando $\theta_v - \theta_i = \pm 90°$ se tiene un circuito puramente reactivo (L o C) absorben cero potencia

Ejemplos:

$v(t) = 120 \cos(377t + 45°)$ [V]

$i(t) = 10 \cos(377t - 10°)$ [A]

• Encontrar P(t) y P absorbida por una red lineal pasiva

$$P(t) = v\,i = 1200 \cos(377t + 45°)\cos(377t - 10°)$$

$$= 600\left[\cos(754t + 35°) + \cos 55°\right] =$$

$$= 344.2 + 600\cos(754t + 35°)\,[W]$$

– Potencia promedio $= P = \frac{1}{2} V_m I_m (\theta_v - \theta_i)$

$$P = \frac{1}{2}(120)(10)\cos(45° - (-10°)] = 600\cos(55°) =$$

$$= 344.2\,[W]$$

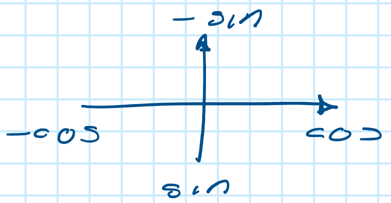
Nota/ Es la parte constante de P(t)

Ejercicios

1) Calcule la P(t) y P absorbidas por una red pasiva:

$v(t) = 80 \cos(10t + 20°)$ [V]

$i(t) = 15 \sin(10t + 60°)$ [A]



$i(t) = 15 \sin(10t + 60°)$ [A] $-\cos \to \sin \to \cos$

$\therefore i(t) = 15\cos(10t - 30°)$ [A]

$$P(t) = iv = 1200\cos(10t + 20°)\cos(10t - 30°) =$$
$$= (1200)\left(\tfrac{1}{2}\right)\left[\cos(20t - 10°) + \cos(50°)\right] =$$
$$= 385.72 + 600\cos(20t - 10°) \text{ [W]}$$

$$P = \tfrac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$
$$= \tfrac{1}{2}(80)(15)\cos(20° - (-30°)) = \tfrac{1}{2}1200\cos 50°$$
$$= 600\cos(50°) = 385.67 \text{ [W]}$$

② Calcular la potencia promedio absorbida por una impedancia

$Z = 30 - 70j\ \Omega \qquad V = 120\angle 0°$

$Z = 30 - 70j = -66.8$ | $r = \sqrt{30^2 + 70^2} = 10\sqrt{58}$

$v = 120$ | $\theta = \arctan\left(-\frac{70}{30}\right) = -66.8$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120}{30 - 70j}\left(\frac{30 + 70j}{30 + 70j}\right) = \frac{120(30 + 70j)}{900 + 4900}$$

$\approx \frac{18}{29} + \frac{42}{29}j$ | $r = \sqrt{\left(\frac{18}{29}\right)^2 + \left(\frac{42}{29}\right)^2} \approx 1.575$

$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{42}{29}}{\frac{18}{29}}\right) = 66.80°$

$\therefore I = 1.575\cos(66.8014°)$ [A]

$$P = \tfrac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \tfrac{1}{2}(120)(1.575)\cos(-66.8)$$

$$P = 94.53\cos(-66.8) \approx 37.2386 \approx 37.24$$

③ Una corriente $I = 10\angle 30^\circ$ fluye a través de una impedancia $Z = 20\angle -22^\circ$. Encuentre la P entregada por la impedancia

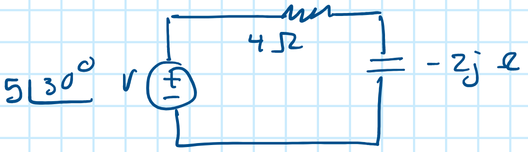
$$V = (10\angle 30^\circ)(20\angle -22^\circ) = 200\angle 8^\circ \ [V]$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$= \frac{1}{2}(200)(10)\cos(8^\circ - (30^\circ))$$

$$= 1000\cos(-22^\circ) \cong 927.1838\ [W]$$

④ Para el circuito, encuentre la P suministrada por la fuente y la P absorbida por el resistor



$Z = 4 - 2j$

$V = 5\angle 30^\circ$

$$r = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{-2}{4}\right) = -26.26$$

// $V = IR$; $I = \frac{V}{R}$

$$\therefore I = \frac{5\angle 30^\circ}{2\sqrt{3}\angle -26.26} =$$

$$= 1.118\angle 56.56$$

// Aplicando $P(t) = i\,v(t)$

→ $P(t) = 5.59\cos(56.56)\cos(30^\circ) =$

$$= \frac{5.59}{2}\left[\cos(56.56 + 30) + \cos(56.56 - 30)\right] =$$

$$= \left(\frac{5.59}{2}\right)(.9549) \cong 2.667\ [W]$$

→ $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$$P = \frac{1}{2}(5)(1.1180)\cos(30^\circ - 56.56^\circ) =$$

$= 2.79\cos(-26.56°) \cong 2.4955$ [W]

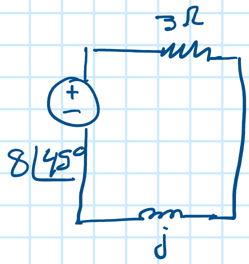
→ ¿Qué concluyo?

① Como bien se mencionó en la parte teórica, la parte constante de la potencia absorbida es igual a la potencia promedio

② Que prácticamente toda la potencia suministrada la absorbe el resistor

⑤ Calcular

a) P absorbida por el resistor
b) P absorbida por el inductor
c) Calcular potencia suministrada por la fuente de voltaje



$Z = 3 + j$

$r = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$\theta = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 18.4349$

$I = \frac{V}{Z} = \frac{8\angle 45°}{\sqrt{10}\angle 18.4349} = 2.5298\angle 26.5651°$ [A]

$V_R = (2.5298\angle 26°.5651)(3) = 7.5894\angle 26.5651°$

$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$= \frac{1}{2}(7.5894)(2.5298)\cos(26.56° - 26.56°) =$

$\cong 9.5998$ [W] ← Potencia absorbida por el resistor

$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$= \frac{1}{2} 8(2.52982)\cos(45 - 26.26) = 10.1192\cos(18.434)$

$\cong 9.6$ [W] ← Potencia promedio suministrada por la fuente

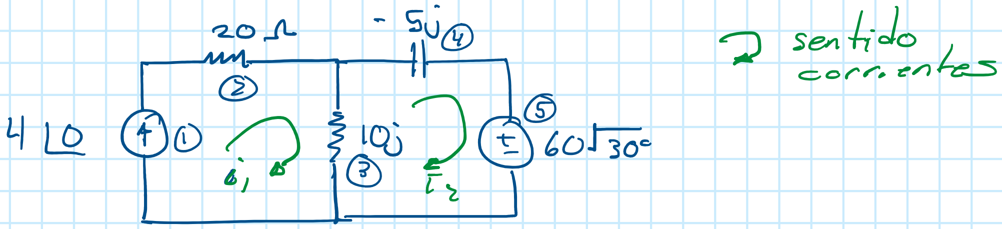
$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$= \frac{1}{2}(2.52982)(2.529852)\cos(116.5651 - 26.5951)$$

$$= 3.1999 \cancel{\cos(90^\circ)}^{\,0} = 0 \; [W]$$

6 Determine la potencia generada por cada fuente y la potencia promedio absorbida por cada elemento



$i_1 = 4\angle 0^\circ$

i_2

$$60\angle 30^\circ = i_2(-5j) + 10j\,(i_2 - i_1)$$
$$= i_2(-5j + 10j) - 10j(4)$$
$$= (-5j + 10j)\,i_2 - 40j$$

$$\frac{60\angle 30 + 40j}{-5j + 10j} = i_2 = 4\sqrt{19}\angle 143.41^\circ$$

//Obteniendo potencias

$$P_5 = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$
$$= \frac{1}{2}(60)(4\sqrt{19})\cos(-150^\circ - 143.4132^\circ) =$$
$$= 523.06\cos(-293.4113) \approx 207.845\,[W]$$

$P_4 \Rightarrow$ Previo | $V = i_2 Z = (4\sqrt{19}\angle 143.413^\circ)(5\angle -90^\circ) =$

$= 20\sqrt{19}\angle 53.4132^\circ$

$$P_4 = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$P_4 = \frac{1}{2} V_M I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$

$= \frac{1}{2}(20\sqrt{19})(4\sqrt{19})\cancel{\cos(53.413° - 143.413°)} \to 0$

$= (\frac{1}{2})(20\sqrt{19})(4\sqrt{19})(0) = 0\ [W]$ //

$P_3 \Rightarrow$ Previo: $V = (i_2 - i_1)z = (4\sqrt{19}\angle 143.41 - 4)(10j)$

$= 207.846 \angle -120$

$I_m = 20.7846 \angle 150°$

$P_3 = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) =$

$= \frac{1}{2}(207.846)(20.7848)\cos(\cancel{-120 - 150}) =$ 270, 0

$= \frac{1}{2}(207.846)(20.7848)(0) = 0\ [W]$ //

$P_2 \Rightarrow$ Previo: $V = z\, i = 20(4\angle 0°) = 80\angle 0°$

$P_2 = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2}(80)(4)\cos(0-0) =$

$= \frac{320}{2} = 160\ [W]$ //

$P_1 = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) =$

$= \frac{1}{2}(257.347)(4)\cos(-138.617 - 0°) =$

$= -367.7876\ [W]$ //

$\Sigma P = P_1 + P_2 + \ldots + P_5 =$

$= -367.7876 + 160 + 0 + 0 + 207.8458 =$

$\cong 0\ [W]$ //

TARDA_5

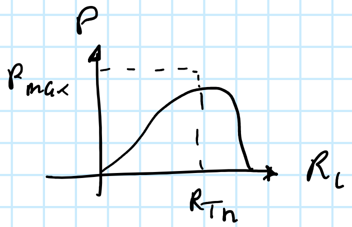
Thursday, 30 April 2020 11:31 AM

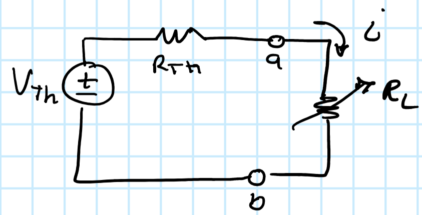
Máxima Transferencia de Potencia

- Es una variedad de situaciones prácticas, un circuito es diseñado para proporcionar potencia a una carga mientras que en circuitos prácticos minimizar perdida de potencia en el proceso de transmisión
- El análisis de Equivalente de Thevenin es útil para encontrar la máxima potencia que puede ser entregada a la carga de un circuito lineal.

A

$$P = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}\right)^2 R_L$$





V_{Th} y R_{Th} son fijos

* La máxima potencia es transferida a la carga cuando la resistencia de cargo cuando la resistencia de carga es igual a la resistencia de Thevenin R_{Th}. $R_L = R_{Th}$

- Diferenciamos A respecto a R_L e igualamos el resultado a cero

$$\frac{dP}{dR_L} = V_{Th}^2 \left[\frac{(R_{Th}+R_L)^2 - 2R_L(R_{Th}+R_L)}{(R_{Th}+R_L)^4}\right]$$

$$= V_{Th}^2 \left[\frac{R_{Th} + R_L - 2R_L}{(R_{Th} + R_L)^3} \right] = 0$$

// Reduciendo

$$0 = (R_{Th} + R_L - 2R_L) = (R_{Th} - R_L)$$

$$R_L = R_{Th}$$

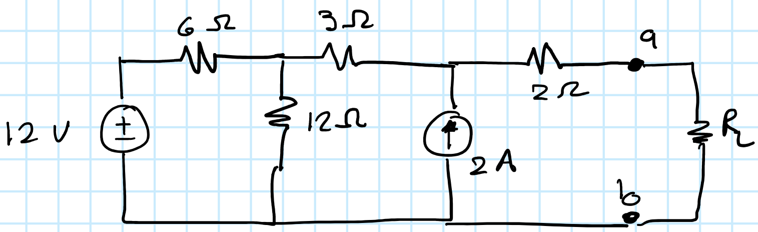
Mostrando que la máxima transferencia de potencia da lugar cuando $R_L = R_{Th}$

- Cuando $R_L = R_{Th}$ | $P_{max} = \dfrac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$
- Cuando $R_L \neq R_{Th}$ | Calculamos la potencia entregada a la carga usando:

$$P = i^2 R_L = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$

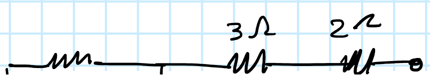
▸ Ejemplos

- Encontrar el valor de R_L para máxima transferencia de potencia del circuito
- Encuentre la máxima potencia

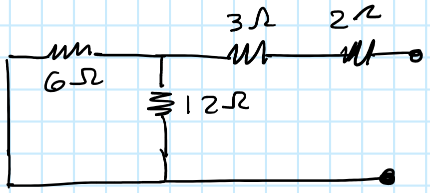


① Encontra la resistencia de Thevenin R_{th} y el V_{Th} entre terminales a y b

* Recuerda | Las fuentes de voltaje se cortocircuitan y la de corriente se eliminan



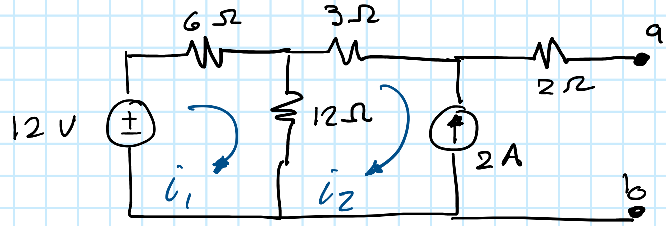
$R_{th} = 2 + 3 + 6 // 12 = 5 + \frac{6 \times 12}{\ldots}$



$$R_{th} = 2 + 3 + 6 // 12 = 5 + \frac{6 \times 12}{18}$$

$$R_{Th} = 9[\Omega]$$

② Encontrar voltaje de Thevenin



// Análisis de mallas

$$-12 + 18i_1 - 12i_2 = 0$$

$$i_2 = -2A$$

$$i_1 = -\frac{2}{3}$$

$$-12 + 6i + 3i_2 + 2(0) + V_{Th} = 0$$

$$\therefore V_{Th} = 22[V]$$

Reagrupando Datos

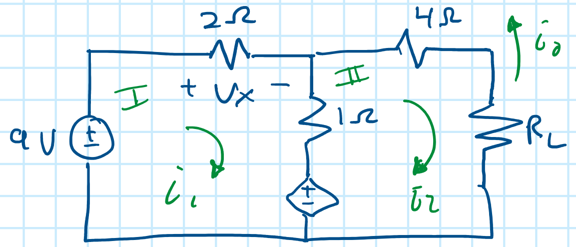
$$R_L = R_{Th} = 9[\Omega]$$

// Potencia máxima

$$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_L} = \frac{22^2}{4 \times 9} = 13,44 \text{ [W]}$$

▶ Ejercicio

- Determine el valor de R_L que permita la máxima transferencia de potencia desde el resto del circuito
- Calcule la máxima potencia



Malla 1

$$① \; 2i_1 + 1(i_1 - i_2) + 3V_x = 0$$

Malla 2

$$1(i_2 - i_1) + 4i_2 + 1 - 3V_x = 0$$

① $2i_1 + 1(i_1 - i_2) + 3V_x = 0$ | $1(i_2 - i_1) + 4i_2 + 1 - 3V_x = 0$

② $V_x = 2i_1$

$2i_1 + i_1 - i_2 + 3(2i_1) = 0$; $-i_2 + 9i_1 = 0$; $i_2 = \underline{9i_1}$

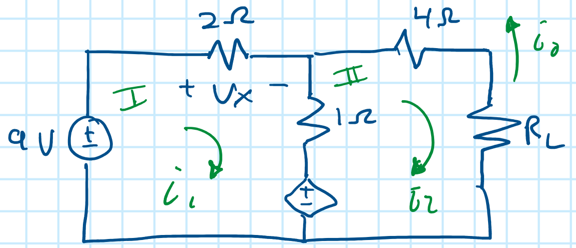
$i_2 - i_1 + 4i_2 + 1 - 3(2i_1) = 0$; $-7i_1 + 5i_2 = -1$;

$-7i_1 + 5(9i_1) = -1$; $-7i_1 + 45i_1 = -1$; $38i_1 = -1$

$i_1 = \frac{-1}{38}$ ∴ $i_2 = 9\left(-\frac{1}{38}\right) = -\frac{9}{38}$

$i_0 = \frac{9}{38}$ ∴ $R_{Th} = \frac{1[V]}{\frac{9}{38}} = \frac{38}{9} \approx 4.2[\Omega]$ //

// Obteniendo V_{Th}



$-9 + 2i_1 + i_1 + 3V_x = 0$

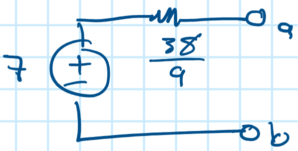
$-9 + 2i_1 + i_1 + 3(2i_1) = 0$

$V_x = 2i_1$

∴ $9i_1 = 9$; $i_1 = 1$ //

∴ $V_{Th} = i_1 + 3(2i_1) = 7i_1 = 7[V]$ //

Circuito reducido co Thevenin



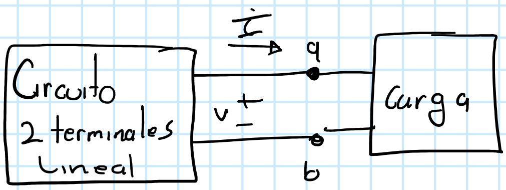
$P_{max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(7)^2}{4\left(\frac{38}{9}\right)} = 2.9013[W]$ //

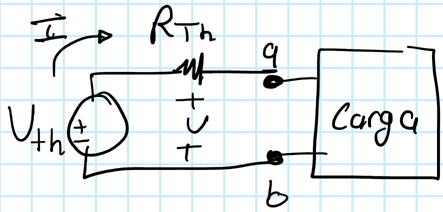
TAREA_5

Thursday, 30 April 2020 12:13 PM

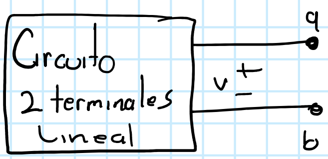
Teorema de Thevenin

- Este teorema establece que un circuito lineal de 2 terminales puede ser reemplazado por un circuito equivalente consintiendo sólo una fuente de V_{Th} y una R_{Th}.
- El problema consiste en encontrar V_{Th} y R_{Th}, para ello supongamos lo siguiente





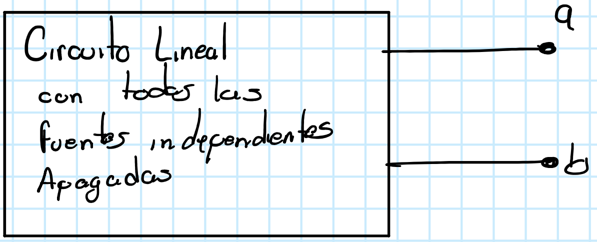
- Los 2 circuitos serán equivalentes, cuando las terminales a-b son abiertas, por lo cual ninguna corriente fluirá, tal que el voltaje a circuito abierto debe ser igual al de la fuente de voltaje.



- Por otro lado, con la carga desconectada y las terminales a-b en circuito abierto apagamos todas las fuentes independientes.

  - Fuentes voltaje se cortocircuitan
  - Fuentes de corriente se eliminan

- Así la resistencia de entrada o resistencia equivalente del circuito sin energía, en los terminales a-b del circuito sin energía, en los terminales a-b presentará R_{Th}



$R_{in} = R_{Th}$

- Consideraciones para encontrar R_{Th}

Caso 1: Si la red no tiene fuentes dependientes, se apagan todas las independientes

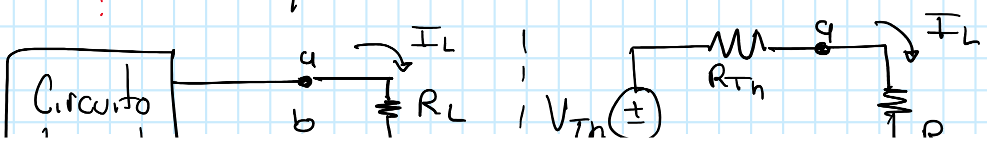
Caso 2: Si la red tiene fuentes dependientes, se apagan todas las independientes como en superposición, las fuentes dependientes, no serán apagadas debido a la dependencia del otro lado del circuito

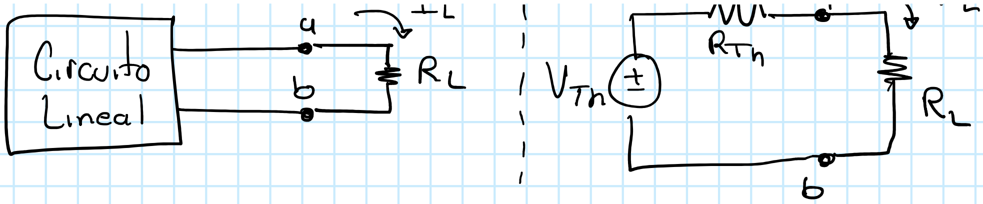
$$\therefore R_{Th} = \frac{V_o}{i_o}$$

Cualquiera de los 2 enfoques de insertar V_o o i_o dará el mismo resultado

- Si R_{Th} llega a tomar valores negativos es decir ($V = -IR$) implica que el circuito suministra potencia.

NOTA! El teorema de Thevenin es importante debido a que un circuito lineal y sobre todo elaborado lo simplifica

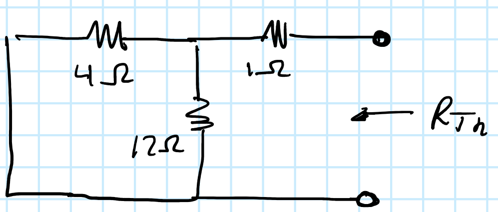




$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \qquad V_{Th} = R_L I_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th}$$

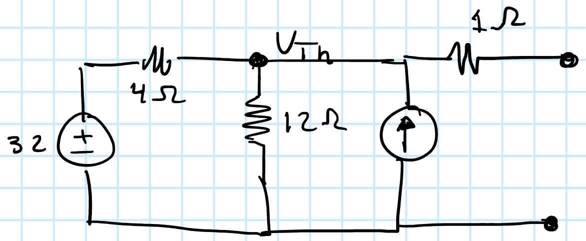
▶ Ejemplo

• Encuentre el circuito equivalente de Thevenin del circuito. Posteriormente, encuentre la corriente a través de R_L 6, 16 y 36 Ω



$$R_{Th} = 4 // 12 + 1 = \frac{4 \times 12}{16} + 1$$
$$= 4 [\Omega] //$$

// Calculando V_{Th}



Para encontrar V_{Th}, considerar el circuito en el cual es claro V_{Th}. Por lo tanto, es fácil encontrar el voltaje del resistor de 12 Ω

$$-32 + 4i + 12(i_1 - i_2) = 0$$
$$i_2 = -2A$$
$$\therefore i_1 = .5 [A]$$

Dandonos $V_{Th} = 12(i_1 - i_2) = 12(.5 - (-2)) = 30 [V] //$

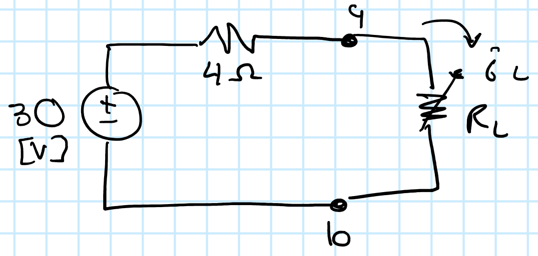
• Otra forma de resolver V_{Th} será mediante análisis nodos. La suma de corrientes en el nodo superior

$$\frac{32 - V_{Th}}{} + 2 = \frac{V_{Th}}{}$$

$$\frac{32 - V_{Th}}{4} + 2 = \frac{V_{Th}}{12}$$

$$96 - 3V_{Th} + 24 = V_{Th} \;;\; V_{Th} = 30\,[V]$$

• Obteniendose el siguiente circuito



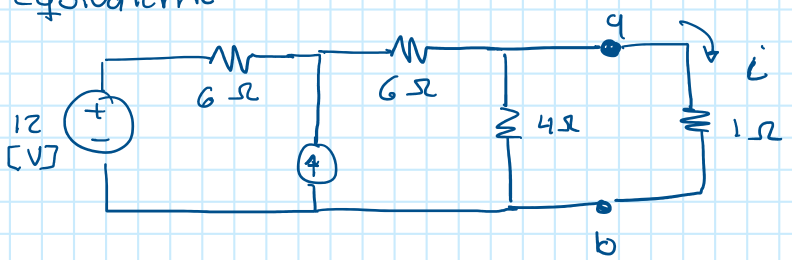
$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{30}{4 + R_L}$$

Cuando $R_L = 6\,[\Omega]$; $I_L = \frac{30}{4+6} = 3\,[A]$

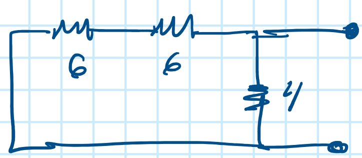
$R_L = 16\,[\Omega]$; $I_L = \frac{30}{4+16} = 1.5\,[A]$

$R_L = 36\,[\Omega]$; $I_L = \frac{30}{4+36} = .75\,[A]$

(1) Teorema de Thevenin para encontrar circuito equivalente



// Omitiendo fuentes



$$R_{Th} = \frac{12 \times 4}{16} = 3\,[\Omega]$$

// Considerando fuentes

$$-12 + 6i_1 + 10i_2 = 0$$

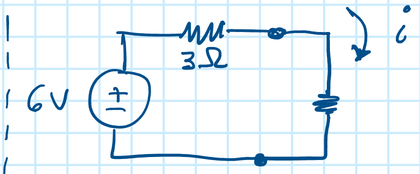
$$2 = i_2 - i_1 \;;\; i_1 = -2 + i_2$$

$$\therefore\; 6(i_2 - 2) + 10i_2 = 12$$

$$16 i_2 = 24 \;;\; i_2 = 1.5$$

$\therefore V_{Th} = (R)(i_2) = (4)(1.5) = 6\ [V]$

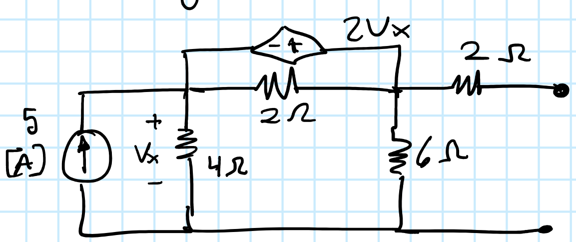
Circuito Reducido



$$i = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{6}{3+1} = 1.5\ [A]$$

Ejemplo con fuente dependiente:

Sea el siguiente circuito



// Se asigna un valor arbitrario de

$V_0 = 1[V]$

• Este circuito contiene una fuente dependiente

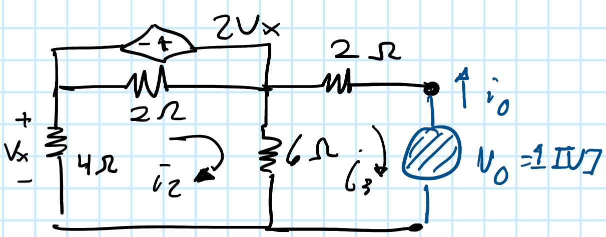
• Para encontrar R_{Th} se configura la fuente independiente igual a cero, pero solo se deja la dependiente

• Puesto que el circuito es lineal. Nuestro objetivo es encontrar la corriente i_0 a través de los terminales

$$R_{Th} = \frac{1}{i_0}$$

• Otra forma, puede ser la asignación de una fuente de corriente de 1 [A]

$$R_{Th} = \frac{V_0}{1}$$



Redibujando el circuito con lo anterior

// Análisis de Mallas

// Considerando

// Análisis de Mallas

$$-2V_x + 2(i_1 - i_2) = 0$$

$$\therefore V_x = i_1 - i_2$$

// Considerando

$$-4i_2 = V_x = i_1 - i_2$$

$$\therefore i_1 = -3i_2$$

// Para malla 2 y 3

$$4i_2 + 2(i_2 - i_1) + 6(i_2 - i_3) = 0$$

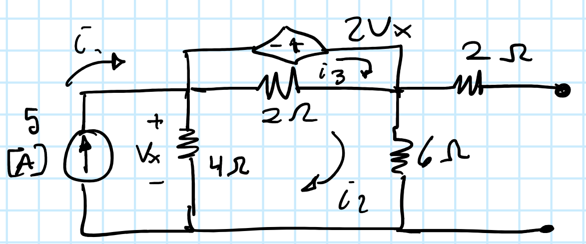
$$6(i_3 - i_2) + 2i_3 + 1 = 0$$

// Resolviendo

$$i_3 = -\frac{1}{6}[A] = -i_0$$

$$R_{Th} = \frac{1V}{i_0} = 6[\Omega]$$

- Para calcular V_{Th}, encontramos V_0 en el circuito siguiente:



$$4(i_1 - i_2) = V_x$$

$$i_2 = \frac{10}{3} \implies V_{Th} = V_{oc} =$$

$$= 6(i_2) = 20[V]$$

$$i_1 = 5[A]$$

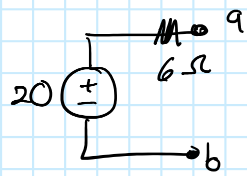
$$-2V_x + 2(i_3 - i_2) = 0$$

$$\therefore V_x = i_3 - i_2$$

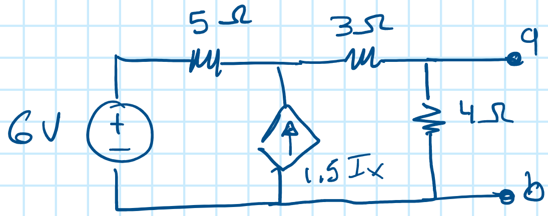
$$4(i_2 - i_1) + 2(i_2 - i_3) + 6i_2 = 0$$

$$\to 12i_2 - 4i_1 - 2i_3 = 0$$

- Circuito equivalente de Thevenin



② Encuentre el circuito equivalente de Thevenin

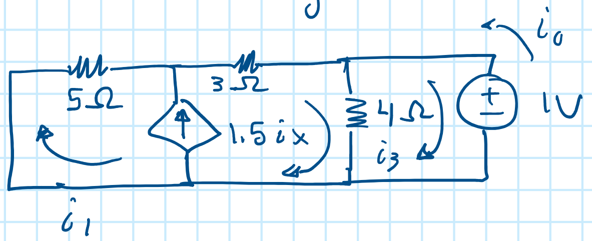


Soluciones a llegar:

$$V_{Th} = 5.33[V]$$

$$R_{Th} = .44[\Omega]$$

// Fuente de Voltaje



• Ecuación Fuente

$1.5\, i_x = -i_1 + i_x$

$\therefore -.5\, i_x = i_1$

• De la Super Malla

$5i_1 + 3i_x + 4(i_x - i_3) = 0$

• Malla (fuente agregado)

$1 + 4(i_3 - i_x) = 0$

$\hookrightarrow i_x = \frac{1}{4} + i_3$

// Reduciendo expresiones

$-2.5\, i_x + 3\, i_x + 4\, i_x - 4\, i_3 = 0$; $4.5\, i_x - 4\, i_3 = 0$

sustituyendo "i_x"

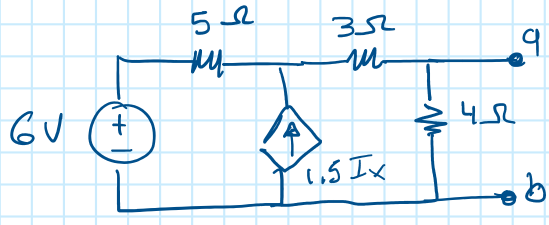
$\therefore 1.125 + 4.5\, i_3 - 4\, i_3 = 0$; $.5\, i_3 = -1.125$

$i_3 = -2.25\,[A]$

$R_{Th} = \frac{1}{2.25} = 0.44\,[\Omega]$

$i_0 = 2.25$

// Obteniendo V_{Th}



Super Malla $\Rightarrow -6 + 5i_1 + 7\, i_x = 0$

Fuente $\Rightarrow -.5\, i_x = i_1$

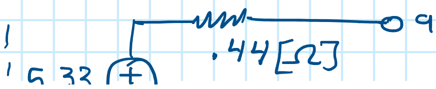
$-2.5\, i_x + 7\, i_x = 0$;

$4.5\, i_x = 6$

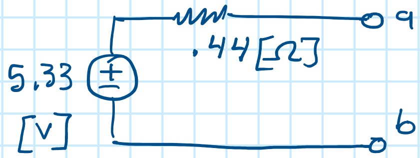
$i_x = 1.333$

$\therefore V_{Th} = (4)(i_x) \approx 5.333\,[V]$

Circuito con



Circuito con Thevenin

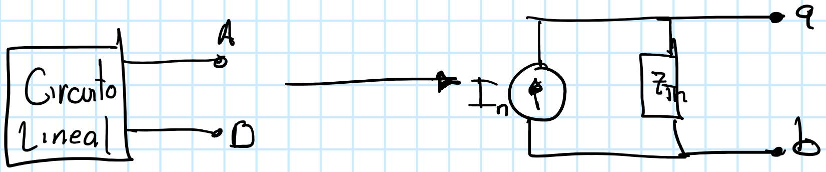


TAREA 6

Monday, 8 June 2020 6:10 PM

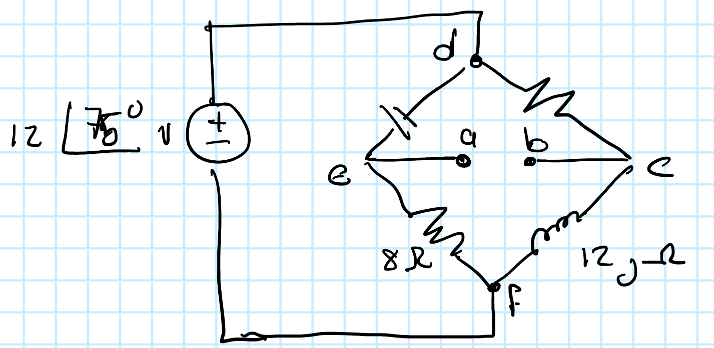
Circuitos Equivalentes Norton y Thevenin

- Los teoremas de Norton y Thevenin son aplicados a circuitos en A.C, al igual que en D.C. La única diferencia es el manejo de números complejos.
- Se ilustra como resulta un circuito lineal reducido en su equivalente en Thevenin y Norton.



$V_{Th} = Z_N I_n$ } Transformación de fuentes
$Z_{Th} = Z_n$ } Igualdad de impedancias

- Obtenga el circuito equivalente de Thevenin

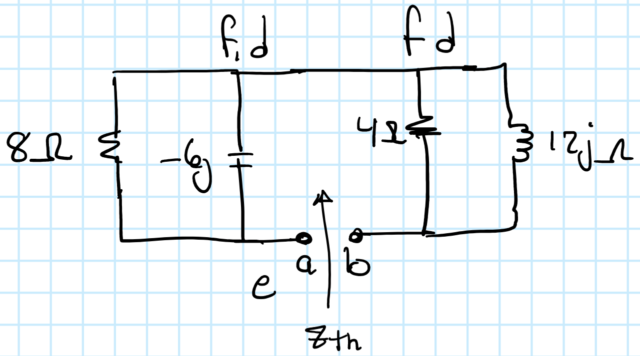


Sol: Se procede a encontrar Z_{Th} configurando la fuente de voltaje anulada

- Redibujando el circuito con la fuente de voltage acumulada

De tal manera que

acumulada



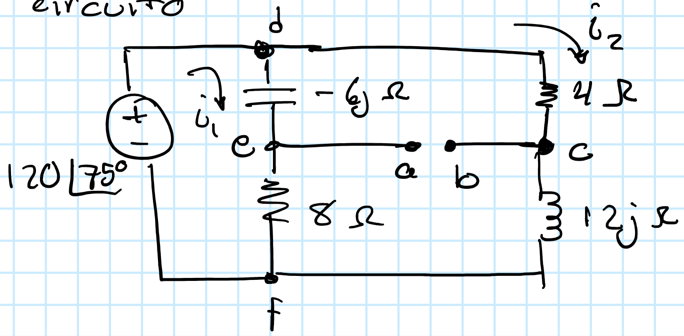
De tal manera que la resistencia de 8 Ω queda en paralelo al capacitor de −6j

$$Z_1 = -6j \parallel 8 = \frac{-6 \times 8}{8-6j} = 2.88 - 3.84j$$

$$Z_2 = 4 \parallel 12j = \frac{4 \times 12j}{4+12j} = 3.6 + 1.2j$$

$$\therefore Z_{th} = Z_1 + Z_2 = 6.48 - 2.64j$$

- Para encontra V_{Th} se considera el siguiente circuito



- Se procede a calcular las corrientes I_1 e I_2

$$I_1 = \frac{120 \angle 75°}{8-6j} [A] \qquad I_2 = \frac{120 \angle 75°}{4+12j} [A]$$

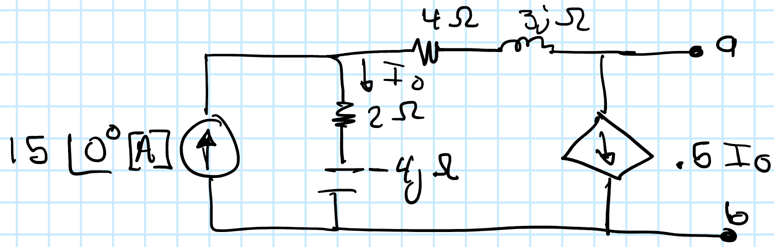
- Aplicando KVL alrededor del laza localizado de lo anterior

$$V_{Th} = 4I_2 + 6j\, I_1 = \frac{480 \angle 75°}{4+12j} + \frac{720 \angle 75° + 90°}{8-6j}$$

$$\simeq 37.95 \angle 3.43° + 72 \angle 201.87° \simeq$$

$$\cong -28.936 - 24.55j = 37.95\angle 220.31^\circ\ [V]$$

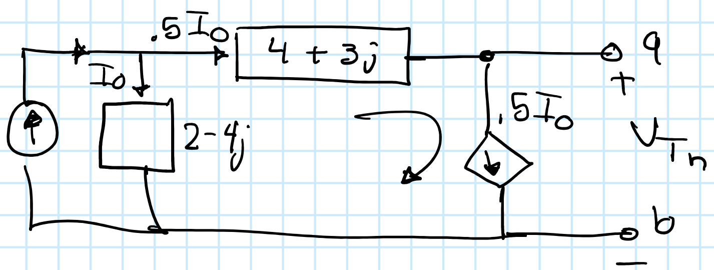
▸ Análisis del procedimiento | Ejemplo 2



- KCL en nodo ①

$$15 = I_0 + .5I_0;\quad I_0 = 10\ [A]$$

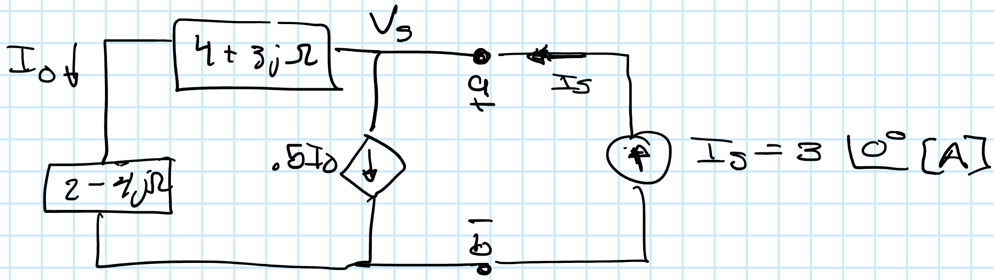
- Aplicando KVL al lazo en el lado derecho



$$-I_0(2-4j) + .5I_0(4+3j) + V_{Th} = 0$$

$$V_{Th} = 10(2-4j) + 5(4+3j) = -55j = 55\angle -90^\circ\ [V]$$

- Para obtener Z_{Th} se remueven las fuentes independientes
  - Presencia de fuentes de corriente dependientes
    ↳ Se conecta arbitrariamente y con valor conveniente



- Aplicando en el nodo KCL

$3 = I_0 + .5I_0;\quad I_0 = 2\ [A]$

- Aplicando KVL (Lazo externo

Aplicando en el nodo KCL | Aplicando KVL (Lazo externo

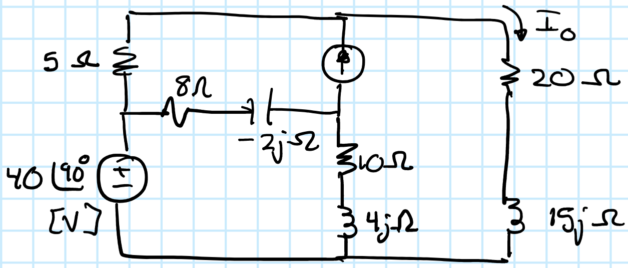
$3 = I_0 + .5 I_0$; $I_0 = 2[A]$

$V_S = I_0(4+3j+2-4j) = 2(6-j)$

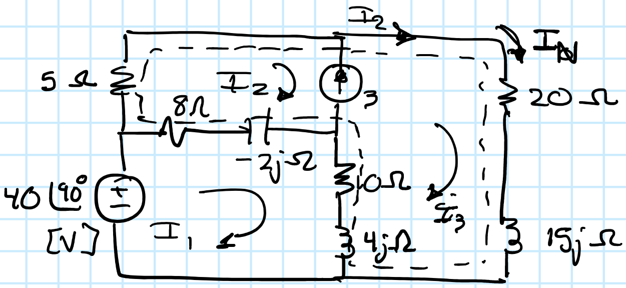
• La impedancia en Thevenin

$$Z_{Th} = \frac{V_s}{I_s} = \frac{2(6-j)}{3} = 4 - 0.6667j\,[\Omega]$$

• Obtenga I_0, utilizando el teorema de Norton



Ahora, para obtener I_N se cortocircuitan las terminales a-b y se aplica análisis de malla.
Notar que las mallas 2 y 3 forman una súper malla debido a la fuente de corriente



• Para la malla 1 (1)

$-40j + (18+2j)I_1 - (8-2j)I_2 - (10+4j)I_3 = 0$

• Para la super malla (2)

$(13-2j)I_2 + (10+4j)I_3 - (18+2j)I_1 = 0$

• En el nodo a, debido a la fuente de corriente (3)

$I_3 = I_2 + 3$

• Sustituyendo ecuaciones

$-40j + 5I_2 = 0$; $I_2 = 8j$

• Sustituyendo en ecuación 3

$I_3 = I_2 + 3 = 3 + 8j$

• La corriente de Norton es

$I_N = I_3 = (3+8j)[A]$

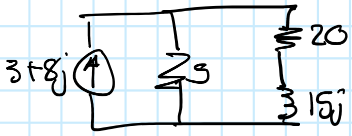
- Sustituyendo en ecuación 3

$$I_3 = I_2 + 3 = 3 + 8j$$

- La corriente de Norton es

$$I_N = I_3 = (3 + 8j)\ [A]$$

- Circuito simplificado



$$I_0 = \frac{5}{5 + 20 + 15j} I_N$$

$$I_0 = \frac{3 + 8j}{5 + 5j} \cong 1.465 \angle 38.48°\ [A]$$

TAREA 6

Monday, 8 June 2020 7:21 PM

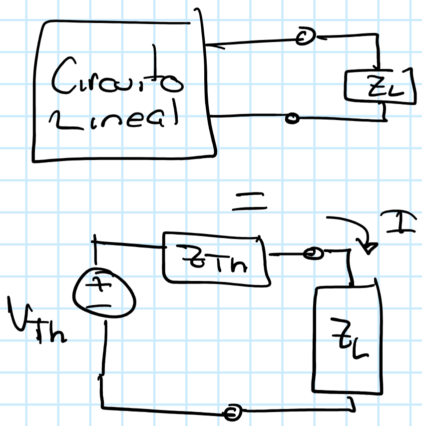
Máxima Transferencia de Potencia Promedio

- La máxima potencia podía ser entregada a la carga si la resistencia de carga R_L era igual a la resistencia de Thevenin R_{TH} para circuitos puramente resistivos

- La carga es usualmente representada por una impedancia la cual puede modelar un motor

① $Z_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$

② $Z_L = R_L + jX_L$



- La corriente a través de la carga será

$$I = \frac{V_{Th}}{Z_{Th} + Z_L} = \frac{V_{Th}}{(R_{Th} + jX_{Th}) + (R_L + jX_L)}$$

Potencia Promedio: $P = \frac{1}{2}|I|^2 R_L = \dfrac{|V_{Th}|^2 \frac{R_L}{2}}{(R_{Th} + jX_{Th})^2 + (R_L + jX_L)^2}$

- Ajustar parámetros de carga R_L y X_L tal que P sea máxima

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = 0 \quad y \quad \frac{\partial P}{\partial X_L} = 0$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial X_L} = \frac{|V_{Th}|^2 R_L (X_{Th} + X_L)}{[\text{[illegible]}]^2}$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial X_L} = -\frac{|V_{Th}|\ R_L\ (X_{Th}+X_L)}{\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2\right]^2}$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{|V_{Th}|^2\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2-2R_L(R_{Th}+R_L)\right]}{\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2\right]^2}$$

como $\frac{\partial P}{\partial X_L}=0$; $X_L = -X_{Th}$ //

como $\frac{\partial P}{\partial R_L}=0$; $R_L = \sqrt{R_{Th}^2+(X_{Th}+X_L)^2}$ //

① Demostrar en ⑧ y ⑨ se obtienen los resultados anteriores

→ Igualando $\frac{\partial P}{\partial X_L}=0$ para aplicar en 8

$$\frac{|V_{Th}|^2 R_L(X_{Th}+X_L)}{\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2\right]^2}=0\ ;\ \cancel{|V_{Th}|^2}\cancel{R_L}(X_{Th}+X_L)=0$$

$$\therefore (X_{Th}+X_L)=0\ ;\ X_{Th}=-X_L\ ;\ X_L=-X_{Th}$$ //

→ Igualando $\frac{\partial P}{\partial R_L}=0$ para aplicar 9

$$\frac{|V_{Th}|^2\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2-2R_L(R_{Th}+R_L)\right]}{\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2\right]^2}=0$$

$$\cancel{|V_{Th}|^2}\left[(R_{Th}+R_L)^2+(X_{Th}+X_L)^2-2R_L(R_{Th}+R_L)\right]=0$$

$$R_{Th}^2+\cancel{2R_{Th}R}+\cancel{R_L^2}-2R_L^2-\cancel{2R_LR_{Th}}+(X_{Th}+X_L)^2=0$$

$$R_{Th}^2 + \cancel{2R_{Th}R_L} + \cancel{R_L^2} - 2R_L^2 - \cancel{2R_LR_{Th}} + (X_{Th}+X_L)^2 = 0$$

$$R_{Th}^2 - R_L^2 + (X_{Th}+X_L)^2 = 0$$

$$R_L^2 = R_{Th}^2 + (X_{Th}+X_L)^2 \; ; \; \underline{R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th}+X_L)^2}} \; //$$

Combinando (10) y (11) llevo a la conclusión de que para máxima transferencia de potencia Z_L debe de ser seleccionado, tal que

- $X_L = -X_{Th}$
- $R_L = R_{Th}$

$$Z_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = \underline{Z_{Th}^*} \; //$$

Nota: Para una máxima transferencia de carga deberá ser igual al conjugado complejo de la impedancia de Thevenin

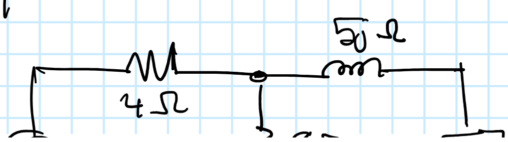
- Este resultado es conocido como el teorema de Máxima Transferencia de Potencia para estado sinusoidal

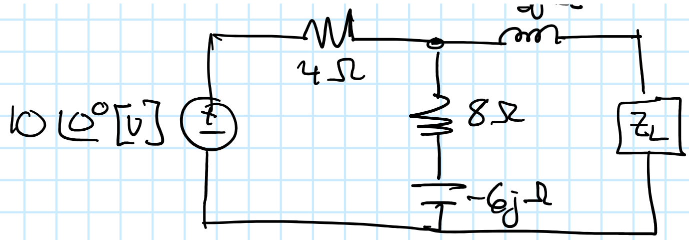
$$P_{max} = \frac{|V_{Th}|^2}{8\, R_{Th}}$$

En una situación dada, tal que la carga sea puramente real, la condición para la máxima transferencia de potencia se configura $X_L = 0$

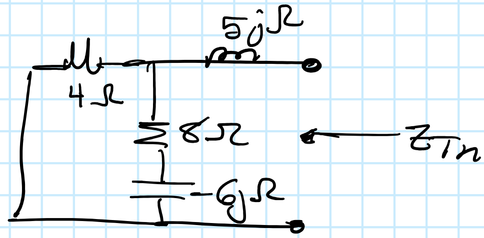
$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + X_{Th}^2} = |Z_{Th}|$$

- Ejemplo: Determine Z_L que maximice la potencia promedio



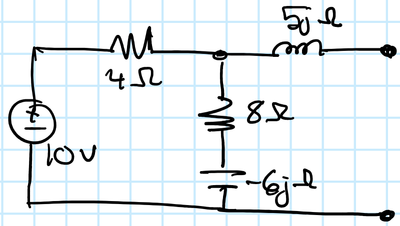


- Primero se obtiene el equivalente en Thevenin



$$Z_{Th} = 5j + 4 \parallel (8-6j) = 2.93 + 4.4j$$

- Para V_{Th} se considero el siguiente circuito



// Divisor de voltaje

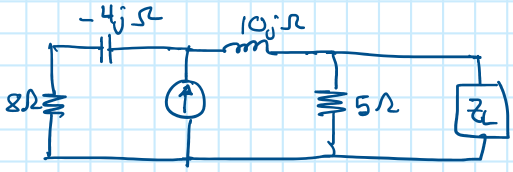
$$V_{Th} = \frac{8-6j}{4+8-6j}(10) \approx 7.454 \angle -10.3 \text{ [V]}$$

- La impedancia de carga provocará una máxima potencia cuando

$$Z_L = Z_{Th}^{*} = 2.933 - 4.467j \ \Omega$$

$$\therefore P_{max} = \frac{|V_{Th}|^2}{8 R_{Th}} = \frac{(7.454)^2}{8(2.933)} \approx 2.368 \text{ [W]}$$

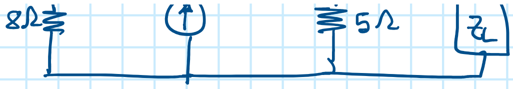
2. Encuentre la impedancia de carga Z_L que absorba la máxima potencia promedia. Calcule la máxima potencia promedio



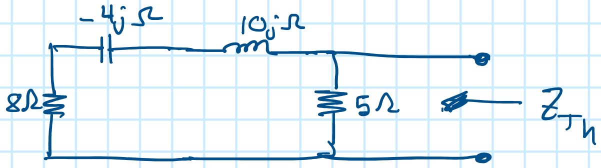
Soluciones:

$Z_L = 3.415 - .7317j$

$P = 1.429$ [W]



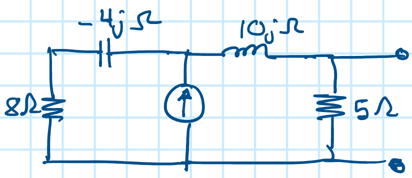
$Z_L = 3.415 - .7317j$
$P = 1.429$ [W]



$Z_1 = 10j + 8 - 4j =$
$= 8 + 6j$

$$Z_{Th} = 8 + 6j \parallel 5 = \frac{5(8+6j)}{13+6j} \cong 3.4146 + .7317j \text{ [}\Omega\text{]}$$

Para P_{max}



① $I_1(8-4j) + I_2(5+10j) = 0$
② $-I_1 + I_2 = 2A$
$I_1 = I_2 - 2$

// Resolviendo Sistema Ecua.

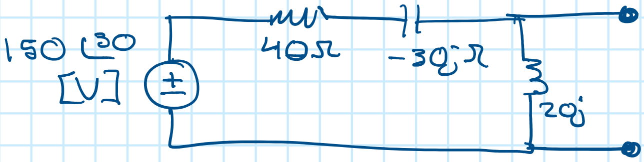
$$(I_2 - 2)(8-4j) + I_2(5+10j) = 0$$

$$I_2(13-6j) = 16 - 8j \quad ; \quad I_2 \cong 1.2483 - .039j$$

$$\therefore V_{Th} = I_2 R = (1.2483 - .039j)(5) \cong 6.247 \angle -51.34°$$

$$P_{max} = \frac{(6.247)}{8(3.4146)} \cong 1.42856 \text{ [W]}$$

Encuentre R_L que absorba la máxima potencia promedio. Calcule la potencia promedio.

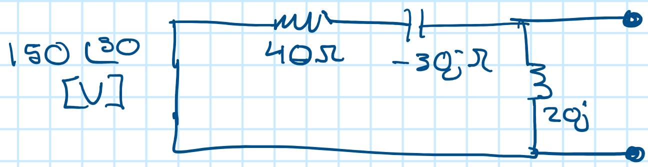


$Z_{Th} = 40 - 30j \parallel 20j$

$$= \frac{(40-30)(20j)}{40-10j} =$$

$$R_L = Z_{Th} = 9.411 + 22.353j \text{ [}\Omega\text{]}$$

Para P_{max}



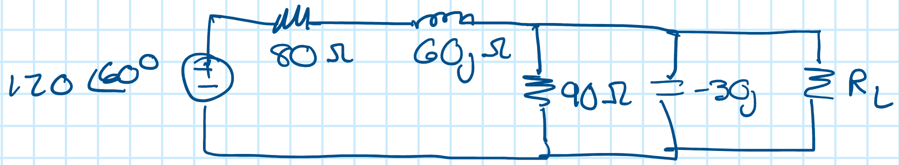
$$V_{Th} = \frac{20j}{40-10j}(150\angle 30)$$

$$V_{Th} = \frac{20\angle 90}{\quad}(150\angle 30) \cong \ldots$$

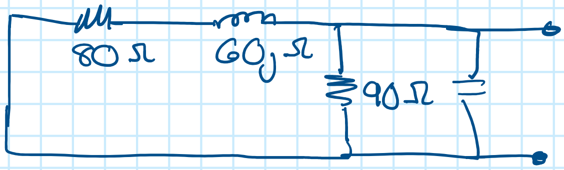
$$V_{Th} = \frac{20\angle 90}{41.23\angle -14.06}(150\angle 30) \approx \underline{72.76}\angle 134.03^{\circ}$$

$$\therefore P_{max} = \frac{(72.76)^2}{8(9.411)} \approx \underline{70.3121\,[W]}$$

(c) El resistor R_L ajustado hasta absorber la máxim potencia promedio. Calcule R_L y la máxima potencia promedio.



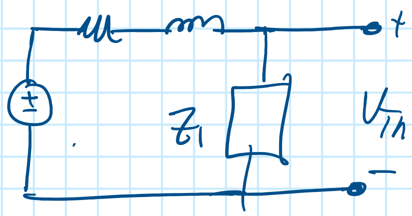
→ Para R_L



$$Z_{Th} = (80+60j)\,\|\,90\,\|\,-30j$$

$$\approx \underline{17.18} - 24.57j$$

→ Para V_{Th} y P_{max}



$$Z_1 = 90\,\|\,-30j = 9-27j$$

$$V_{Th} = \frac{9-27j}{(80+60j)+(9-27j)}(120\angle 60)$$

$$\approx (.3\angle -91.91)(120\angle 60)$$

$$V_{Th} = \underline{35.98}\angle -31.91\,[V]$$

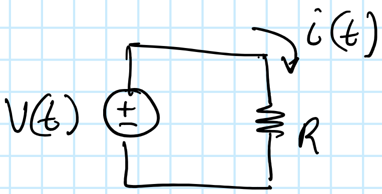
$$\therefore P_{max} = \frac{|V_{Th}|^2}{8R_{Th}} = \frac{(35.98)^2}{8(17.18)} \approx \underline{9.418\,[W]}$$

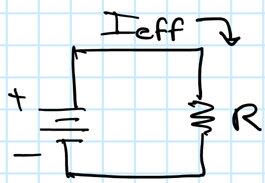
TAREA 6

Monday, 8 June 2020 8:03 PM

Valor Efectivo o RMS

- El valor efectivo de una corriente periódica es la corriente en D.C que entrega la misma potencia promedio a un resistor.





- El objetivo es encontrar I_{eff} que transfiera la misma potencia al resistor R que la sinusoide
- La potencia promedia absorbida por el resistor en un circuito de D.C es

$$P = I_{eff}^2 R$$

- La potencia promedio absorbido en A.C por un res.

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 R\,dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2\,dt$$

- Igualando ① y ② y resolviendo para I_{eff}

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt}$$

- El valor efectivo del voltaje

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt}$$

- Esto indica que el valor efectivo es la raíz cuadrado de la media del cuadrado de la señal cuadrado de la media del cuadrado de la señal periódica

$$I_{eff} = I_{rms} \quad , \quad V_{eff} = V_{rms}$$

- Para cualquier función periódica $x(t)$ en general el valor rms está dado por

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2\,dt}$$

6 Encuentre el valor rms para

→ $i(t) = I_m \cos\omega t$ ¦ Solución $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2\omega t\,dt}$$

$$\int_0^T \cos^2\omega t\,dt = \int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2}\,dt = \left[\frac{t}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2\omega t}{4\omega}\right]\Big|_0^T$$

$$= \frac{T}{2} - \cancel{\frac{\operatorname{sen} 2\omega T}{4\omega}}^{\,0} = \frac{T}{2}$$

$$\therefore I_{rms} = \sqrt{\frac{I_m^2}{\cancel{T}}\left(\frac{\cancel{T}}{2}\right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

→ $v(t) = V_m \cos\omega t$ ¦ Solución $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \cos(\omega t)^2\,dt} = \sqrt{\frac{V_m^2}{T}\int_0^T \cos\omega t^2\,dt}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{V_m^2}{T}\int_0^T \frac{1+\cos 2\omega t}{2}\,dt = \frac{V_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}\left(\int_0^T dt + \int_0^T \cos 2\omega t\,dt\right)\right]$$

$$= \frac{V_m^2}{2\pi}\left(\cancel{\frac{1}{2}}(\cancel{2}\pi - 0) + \frac{1}{4}\left(\cancel{\operatorname{sen}(4\pi\omega) - \operatorname{sen}(0)}^{\,0}\right)\right) =$$

$$V_{rms}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi}(\pi) = \frac{V_m^2}{2} \quad ; \quad V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

- Recordando que la potencia promedio es

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

- Entonces esta potencia puede escribirse en términos de valores rms

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

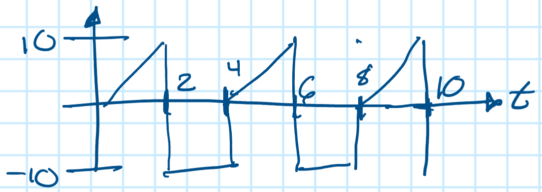
- Similarmente la potencia promedio absorbida por un resistor R en

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} |I|^2 R$$

donde $|I|^2 = I * I^*$ puede se escrita como

$$P = I_{rms}^2 R = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

7 Determine el valor rms de la siguiente forma de onda, si la corriente es pasada por resistor de $2\,\Omega$. Encuentre la potencia promedio absorbida por el resistor.



$$i(t) = \begin{cases} 5t \\ -10 \end{cases}$$

$T = 4$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

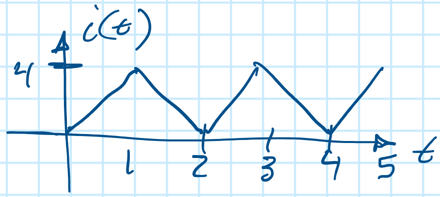
$$I_{rms}^2 = \frac{1}{4}\left[\int_0^2 (5t)^2 dt + \int_2^4 -10\, dt\right] = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{200}{3}\right) + (400 - 200)\right]$$

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{4}(266.66) \simeq 66.667 \; ; \quad I_{rms} = 8.164\,[A]$$

$$P = I_{rms}^2 R = (66.667)(2) = 133.33\,[W]$$

8 Encuentre el valor rms de la forma de onda de una

(8) Encuentre el valor rms de la forma de onda de una corriente que fluye a través de un resistor de 9 Ω, calcular la potencia promedio absorbida por el resistor.



$$i(t) = \begin{cases} 4t \\ -4t+8 \end{cases} \qquad T = 2$$

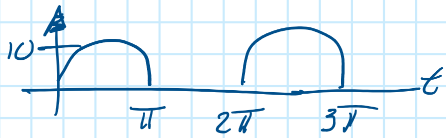
$$I_{rms}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2\,dt = \frac{1}{2}\int_0^1 (4t)^2 dt + \int_1^2 (-4t+8)^2 dt$$

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{16t^3}{3}\right)\Big|_0^1 + \left(\frac{16t^3}{3} - \frac{64t^2}{2} + 64t\right)\Big|_1^2\right] =$$

$$I_{rms}^2 = \frac{16}{3} \quad ; \quad I_{rms} \cong 2.3094\,[A]$$

$$P = I_{rms}^2 R = \left(\frac{16}{3}\right)(9) = 48\,[W]$$

(9) La forma de onda siguiente es una mitad de onda rectificadora de una onda sinusoidal de la potencia promedio disipada en un resistor de 10 Ω



$$V(t) \begin{cases} 10\sin(t) \\ 0 \end{cases} \qquad T = 2\pi$$

$$V_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} (10\sin(t))^2 dt\right) = \frac{100}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} \frac{1-\cos 2t}{2}\,dt\right)$$

$$V_{rms}^2 = \frac{100}{2\pi}\left[\left(\frac{1}{2}\pi\right) - \left(\frac{1}{4}\left(\cancel{\sin 2\pi - \sin 0}\right)\right)\right] = \left(\frac{100}{2\pi}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right) = 25$$

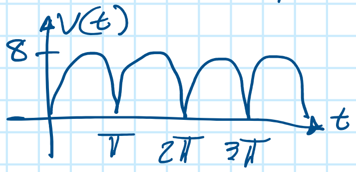
$$V_{rms} = \sqrt{25} = 5\,[V]$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{25}{10} = 2.5\,[W]$$

(10) Encuentre el valor rms de una onda rectificador

(10) Encuentre el valor rms de una onda rectificada cada de manera completa.

Calcular la potencia promedio disipada en un r de 6Ω



$$V(t) = \begin{cases} 8\sin(t) \\ -8\sin(t) \end{cases} \qquad T = 2\pi$$

$$V_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi} 64\sin t^2\,dt + \int_{\pi}^{2\pi} 64\sin(t)^2\,dt\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\frac{64}{2}\left[\left(\int_0^{\pi} dt - \int_0^{\pi}\cos(2t)\,dt\right) + \left(\int_{\pi}^{2\pi} dt - \int_{\pi}^{2\pi}\cos(2t)\,dt\right)\right]\right]$$

$$V_{rms}^2 = \frac{64}{2\pi}\left[\left(\frac{1}{2}\pi - 0\right) - \left(\frac{1}{4}\left(\cancel{\sin 2\pi - \sin 0}\right)^{0}\right) + \frac{1}{2}\left(\cancel{2\pi - \pi}\right)^{\pi} - \left(\cancel{\dots}\right)^{0}\right] = 32$$

$$\therefore V_{rms} = \sqrt{64} \approx 5.6568\,[V]$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{32}{6} = 5.333\,[W]$$

TAREA 7

Saturday, 27 June 2020 4:39 PM

Potencia Aparente

- Se ha visto que el voltaje y corriente en las terminales de un circuito son:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

Forma Fasorial

$$V = V_m \angle \theta_v$$
$$I = I_m \angle \theta_i$$

- La potencia promedio es $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$
- También se ha visto

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \triangleq \text{Potencia Aparente}$$

- La potencia aparente en (VA) es el producto de los valores rms de voltaje y corriente

Factor de Potencia

- El factor de potencia $PF = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$
- Es la relación de la potencia promedio y la potencia aparente, el ángulo $\theta_v - \theta_i$ es llamado ángulo de factor de potencia.
- El ángulo del factor de potencia es igual a el ángulo de la impedancia de carga si V es el voltage a través de la carga e I es la corriente a traves de ella.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_m \angle \theta_v}{I_m \angle \theta_i} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i$$

Alternativamente:
$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{rms} \angle \theta_v$$
$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{rms} \angle \theta_i$$

Impedancia: $Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$

∴ El factor de potencia es el coseno de la diferencia de fase entre el voltaje y corriente

Una carga conectada en serie maneja una corriente $i(t) = 4\cos(100\pi t + 10°)$ [A] cuando es aplicado un voltaje $v(t) = 120\cos(100\pi t - 20°)$ [V]

Encuentre la potencia aparente y el factor de potencia de la carga

$$S = V_{rms} I_{rms} = \left(\frac{120}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right) = 240 \text{ [VA]}$$

El factor de potencia $= pf = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(-20° - 10°) =$

$pf = .866$

El factor de potencia se adelanta debido a que la corriete se adelanta al voltaje. El pf también puede ser obtenido a partir de la impedancia

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120 \angle -20°}{4 \angle 10°} = 30 \angle -30° \cong 25.98 - 15j \ \Omega$$

$pf = \cos(-30) \cong .866$

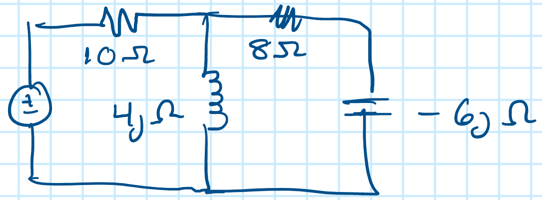
- La impedancia de carga Z puede ser modelado por una resistencia de 25.98 Ω en serie con por una resistencia de 25.98 Ω en serie con un capacitor de

$$X_c = -15 = -\frac{1}{\omega C} \quad ó \quad C = \frac{1}{15\omega} \cong 212.2\,\mu F$$

▸ Problema

Calcule el PF del circuito, cuál es la potencia promedia suministrada por el circuito

40 ∠0° [Urms]



Impedancia Total

$$Z_1 = 4j \parallel 8-6j = \frac{24+32j}{8-2j}$$

$$= \frac{24+32j}{8-2j}\left(\frac{8+2j}{8+2j}\right) = \frac{128+304j}{68} \cong$$

$$= \left[\frac{32}{17} + \frac{76}{17}j\right] + 10 = \frac{202}{17} + \frac{76}{17}j$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{202}{17}\right)^2 + \left(\frac{76}{17}\right)^2} = 12.69$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{76}{17}}{\frac{202}{17}}\right) = 20.61°$$

$$Z = 12.69 \angle 20.61 \; \Omega$$

▸ Factor de Potencia

$$Pf = \cos(20.61) \cong 0.9359$$

(Atraso)

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{40\angle 0°}{12.69\angle 20.61} =$$

$$= 3.1520 \angle -20.61 \; [A]$$

$$= 3.1520 \angle -20.61 \text{ [A]}$$

- Potencia Promedio Suministrada

$$P = V_{rms} I_{rms} Pf =$$

$$P = (40)(3.152)(.9359) = 117.99 \text{ [W]}$$

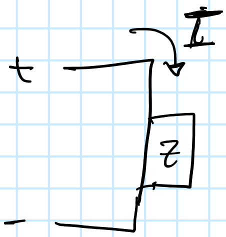
$$P \cong 118 \text{ [W]}$$

TAREA 7

Saturday, 27 June 2020 5:19 PM

Potenca Complega

Potencia compleja es importante en análisis de potencia debido a que contiene toda la información perteneciente a la potencia absorbida por una carga dada



$V = V_m \angle \theta_v$
$I = I_m \angle \theta_i$

de voltaje y corriente $v(t)$ e $i(t)$

- La potencia compleja S absorbida por la carga en A.C. es el producto del voltaje y el conjugado del complejo de la corriente

$$S = \frac{1}{2} V I^*$$

donde $S = V_{rms} I^*_{rms}$

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{rms} \angle \theta_v$$

$$I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{rms} \angle \theta_i$$

$$S = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$= V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) + (j V_{rms} I_{rms}) (\operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i))$$

- La impedancia compleja: $Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$

Así $V_{rms} = Z I_{rms}$

$$S = I^2_{rms} Z = \frac{V^2_{rms}}{Z^*}$$ ya que $Z = R + jX$

$$S = I^2_{rms} (R + jX) = P + jQ$$

tal que P y Q son las partes real e imaginarias de la potencia compleja

$P = Re(S) = I_{rms}^2 R \triangleq$ Potencia Real y depende de la carga resistiva R

$Q = Im(S) = I_{rms}^2 X \triangleq$ Depende la reactancia X de la carga

$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$

$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$

- La potencia P es la potencia promedio entregada a la carga dada en Watts es la potencia útil y también es la potencia disipada de la carga
- La potencia reactiva Q es una medida del intercambio de energía entre las fuentes y la parte reactiva de la carga.

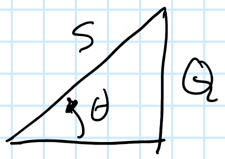
Notar que:

1. $Q = 0 \triangleq$ Cargas resistivas (PF = 1)
2. $Q < 0 \triangleq$ Cargas capacitivas (Pf adelanto)
3. $Q > 0 \triangleq$ Cargas inductivas (Pf atraso)

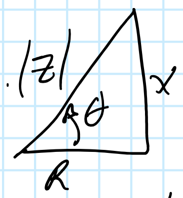
RESUMEN

- Potencia Compleja $= S = P + jQ = \frac{1}{2} V I^*$
$= V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$
- Potencia Aparente $= S = |S| = V_{rms} I_{rms} = \sqrt{P^2 + Q^2}$
- Potencia Real $= P = Re(S) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$

- Potencia reactiva $= Q = Im(S) = S \sin(\theta_v - \theta_i)$
- Factor de potencia $= pf = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$



Triángulo de Potencia



Triángulo de impedancias

▶ Ejemplo

El voltage a través de una carga es y corriente

$v(t) = 60 \cos(\omega t - 10°)\ [V]$

$i(t) = 1.5 \cos(\omega t + 50°)\ [A]$

Encuentre

a) Las potencias complejas y aparentes

$V_{rms} = \frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10° \qquad I_{rms} = \frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle 50°$

$S = V_{rms} I_{rms}^* = \left(\frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10°\right)\left(\frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle -50°\right) = \underline{45 \angle -60\ VA}$

$S = |S| = 45\ VA$

b) La potencia real y reactiva

$S = 45 \angle -60° = 45[\cos(-60) + j \sin(-60)] =$

$= 22.5 - 38.97j$

$S = P + jQ \quad ; \quad P = 22.5\ [W]$

$\qquad \qquad \quad Q = -38.97\ [VAR]$

c) El Pf y la impedancia de carga

$$Pf = \cos(-60°) = .5$$

- Esto está adelantado debido a que la potencia reactiva es negativa

- La impedancia de carga es

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{60\angle -10°}{1.5\angle 50} = 40\angle -60\,\Omega$$

La cual es una impedancia capacitiva

Problema

Una carga Z presenta 12 KVA a un Pf = .856 con adelanto. A partir de una fuente sinusoidal de 120 [Vrms]

a) Las potencias promedio y reactiva entregadas a la carga

$$Pf = \cos(\theta) = 0.856 \qquad S = 12\,KVA$$

$$\theta = \cos^{-1}(.856) = -31.129° \quad \text{Adelantado}$$

$$\therefore P = S\cos(\theta) = (12\times10^3)\cos(-31.129)$$

$$P \cong 10{,}272\ [W]$$

$$\therefore Q = S\sin(\theta) = (12\times10^3)\sin(-31.129)$$

$$Q \cong -6{,}203.7\ [VAR]$$

b) La corriente pico

$$S = V_{rms} I_{rms} = 12\times10^3$$

$$V_{rms} = 120 \qquad I_{rms} = \frac{12\times10^3}{120} = 100$$

$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$; $I_m = \sqrt{2}\, I_{rms}$

$\therefore I_m = 141.42\,[A]$ //

c) La impedancia de carga

$V_m = \sqrt{2}\; V_{rms} \cong 169.7$

$\therefore Z = \frac{V}{I} = \frac{169.7}{141.42} \cong 1.1999\,\Omega$

$Z = 1.2\,[\Omega]$ //