Intro

Saturday, 1 February 2020 7:20 AM

- Prof: Dr. Juan Carlos Mtz
- mail: jcmtzros@gmail.com

Evaluación

40% - Tareas
60% - Exámenes (3)

* No son tolerables más 3 faltas

Sábado 1

Saturday, 1 February 2020 7:44 AM

Corriente eléctrica · Es la rapidez de cambio de flujo de carga

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Voltaje Es la energía para mover un coulomb de carga a través de un elemento

Diferencia de potencial

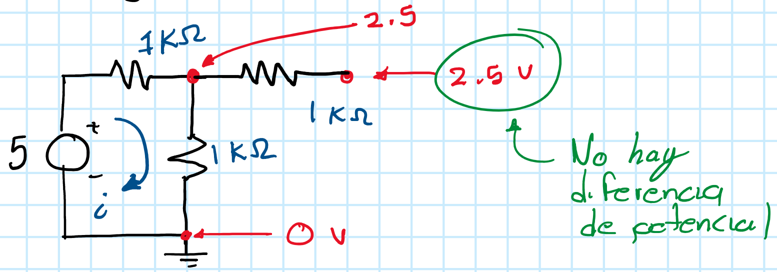
$$V = \frac{dw}{dq}$$

Potencia Es la energía suministrada o absorbida por una unidad de tiempo

$$P = \frac{dw}{dt}$$

Recordando

$V = R\,i$



$$i = \frac{V}{R_E} = \frac{5\ V}{2\ k\Omega}$$

$$R_E = 1\,k\Omega + 1\,k\Omega$$

$$= 2.5 \times 10^{-3}\ [A]$$

// Resolviendo

$$V = 2.5 - 2.5 = 0$$

$$\therefore\ i = \frac{V}{R} = \frac{0}{1k} = 0\ [A]$$

Resumiendo

① Para que haya corriete debe existir una diferencia de potencial (Voltaje) // La pendiente

② Para aumentar la corriente podemos

② Para aumentar la corriente podemos incrementar el voltaje

Asociando expresiones

$i = \frac{dq}{dt}$

$v = \frac{dw}{dq}$; $v\,dq = dw$

$P = \frac{dw}{dt} = \frac{v\,\cancel{dq}^{\,i}}{\cancel{dt}} = \underline{v \cdot i}$ //

$V = R\,i$

Resistencia ; $R = \frac{V}{i}$

↳ Relación voltaje y corriente

- El voltaje a través de un tostador de 1.1 [Kw] produce una corriente de 10 [mA]

→ $P = V \cdot i$; $1100\ w = (v)(10 \times 10^{-3})$; $V = \frac{1.1 \times 10^{3}}{10 \times 10^{-3}} =$

$\therefore V = 110\ [V]$ //

→ $R = \frac{V}{i} = \frac{110}{10 \times 10^{-3}} = 11\ [\Omega]$ //

La libertad es conocimiento

DATOS

- $C = 6.24 \times 10^{18}\ [e^-]$
- $e^- = -1.602 \times 10^{-19}\ [C]$

▸ Ejercicios $i = \frac{dq}{dt}$; $q = \int_{0}^{t} i(t)\,dt$

- La carga total de un circuito está dada por $q = 5t \sin 4\pi t$ Calcular la corriente en $t = .5\ [seg]$

$q = 5t \sin 4\pi t$

$q' = \underbrace{(5t)(4\pi \cos 4\pi t)}_{31.227} + \underbrace{(5)(\sin 4\pi t)}_{.5472} =$

$= 31.7744$ //

- Encuentre la carga total entrando a una terminal entre $t = 1s$ y $t = 2s$. Si la corriente pasando por terminal es $i = (3t - t)\ [A]$

y $t = 2s$. Si la corriente pasando por terminal es

$i = (3t - t)\,[A]$

$$q = \int_1^2 (3t^2 - t)\,dt = 5.5\,[C]$$

- El flujo de corriente a través de un elemento es

$$i = \begin{cases} 2\,[A] & 0 < t < 1 \\ 2t^2\,[A] & t > 1 \end{cases}$$

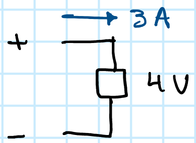
calcule la carga entrando al elemento de $t=0$ a $t=2$

$$q = \int_0^1 2\,dt + \int_1^2 2t^2\,dt = 6\tfrac{2}{3} \approx 6.666\,[C]$$

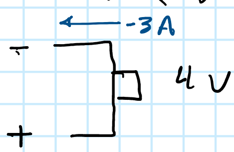
▸ Potencia

- $P > 0$ el elemento absorbe energía
- $P < 0$ el elemento suministra energía

$P = 4 \times 3 = 12\,[W]$



$P = 4 \times (-3) = -12\ W$



* Por convención se toma el flujo de la corriente como el movimiento de las cargas positivas

Sábado 2

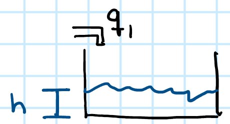
Saturday, 8 February 2020 7:24 AM

- Resistencia / Impedancia ← Corriente alterna

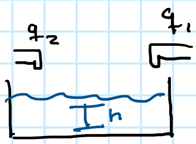
- **Linealidad**

- Homogeneidad { $f(ax) = a\, f(x)$
- Aditividad { $f(ax) + f(bx) = a\, f(x) + b\, f(x)$

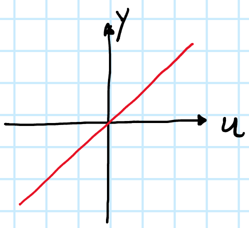
// Ejemplos de sistemas



$h \triangleq$ salida
$q_1 \triangleq$ Entrada

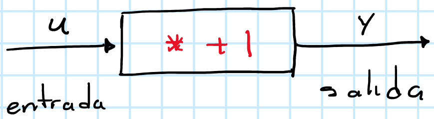


q_1 y $q_2 \triangleq$ Entradas
$h \triangleq$ salida



u = Entrada
y = Salida
$y = mu + b$

$m = 1$ // Pendiente uno
$b = 1$ // Ordenada al origen
$\therefore\ y = u + 1$



- Entrada 1

$u = au_1$

// Salida

$au_1 + 1$

- Entrada 2

$u = bu_2$

// salida

$au_2 + 1$

- Entrada 3

$u = au_1 + bu_2$

// salida

$au_1 + bu_2 + 1$

salida = $au_1 + av_2 + 2$

salida = $au_1 + bu_2 + 1$

$\therefore$ No Lineal

if $y = u$ si es Lineal

$$\left.\begin{array}{l}(au_1)^2 + 2(au_1) \\ (bu_1)^2 + 2(bu_1)\end{array}\right\} \quad (au_1)^2 + (bu_1)^2 + 2(au_1 + bu_2) \Big\}\ 2 \text{ entradas}$$

$$(au_1 + bu_2)^2 + 2(au_1 + bu_2) = \Big\}\ 3^\circ \text{ entrada}$$

$$(au_1)^2 + (bu_2)^2 + \underline{(2au_1bu_2)} + 2(au_1 + bu_2)$$

$\therefore$ No es Lineal

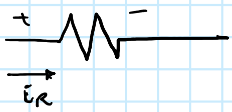
Seno $\rightarrow$ No Lineal

$\hookrightarrow$ Podemos tener una $\underbrace{\text{pequeña porción}}_{\text{señal pequeña}}$ y lograr un segmento lineal

---

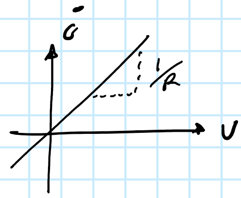
Ecuación de Elementos

Resistencia



$$\begin{cases} y = m\,x + b \\ i = \dfrac{1}{R}\,V \end{cases}$$

Pendiente



Capacitor

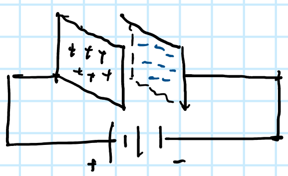
$$i(t) = C\,\frac{dv(t)}{dt} \quad ; \quad v(t) = \frac{1}{C}\int \underbrace{i(t)}\,dt$$

Almacenador

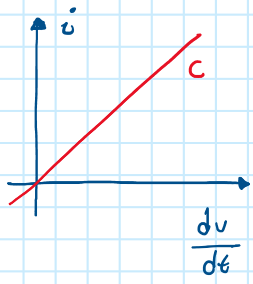
constante de propagación

if $\quad i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$

$$v(t) = \frac{1}{C}\int \frac{dq(t)}{dt}\,dt = \frac{1}{C}\,q(t)$$

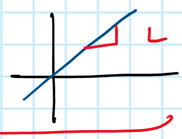


$\therefore\ q = C\,V$



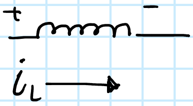
Inductor

- $V_L = \underbrace{L\,\dfrac{di_L(t)}{dt}}$

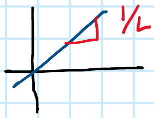


- $i_L = \dfrac{1}{L}\int v(t)\,dt$ | 1/L

Inductor



- $i_L = \frac{1}{L}\int v(t)\,dt$



* Almacena energía en forma de campo magnético

* $\underbrace{L \frac{di_L(t)}{dt}}$

- Recta donde L es la pendiente que hace variar la función
- La $\frac{di_L(t)}{dt}$ es la parte con la que crece la función

Laplace

- $i_c(t) = C\frac{dV_c(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Laplace}} i(s) = C\; s\,v(s) - \cancel{v(0)}^{\,0}$

* Condición inicial 0

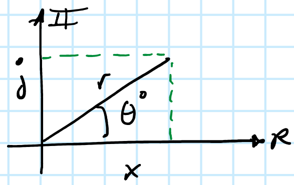
- LAPLACE

$s = j\omega$

ω → Frecuencia angular

j → Número Complejo

- $G(s) \triangleq$ Laplace
- $G(j\omega) \triangleq$ Frecuencia



Frecuencia Angular | $\omega = 2\pi f \left[\frac{rad}{s}\right]$

f → ciclos $= 60\,[Hz]$

// Retomando Laplace

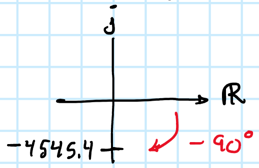
- $i(s) = C\; s\,v(s)$; $\underbrace{\frac{i(s)}{v(s)}} = \frac{1}{sC} = \frac{1}{C(j\omega)} = \frac{-j}{C\omega}$

Función de Transferencia ⟷ Impedancia $Z(s) = \frac{i(s)}{v(s)}$

- Alta frecuencia → Baja ...dancia → Menor oposición ...nte

- Alta frecuencia → Baja impedancia → Menor oposición de corriente
- Baja frecuencia → Alta impedancia → Mayor oposición de corriente

$$\left.\begin{array}{l} C = .22 \times 10^{-6}\ [F] \\ \omega = 1000\ \left[\frac{rad}{s}\right] \end{array}\right\} \quad \frac{-j}{C\omega} = \frac{1}{(.22\times10^{-6})(1000)} = -4545.4545j$$



$$= 4545.4545 \angle -90^\circ$$

Forma Fasorial

$$V(t) = 10 \sin(\omega t + \phi)$$

Amplitud

// Forma Fasorial

$$V = 10 \angle \phi$$

$$\therefore 4545.45 \angle -90^\circ =$$

$$= 4545.45 \cos(1000t - 90^\circ)$$

// Para saber si es continua (cíclica)

→ $\sin(t) = \sin(t+T)$

// Operadores

Resta/suma → Lineal

Derivada/Integral → Lineal

- No lineal
  - → Comportamiento sin "recta"

// Inductor

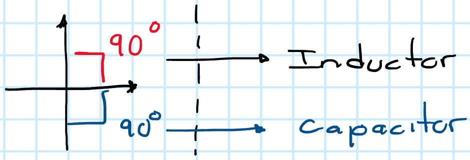
$$V_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \xrightarrow{Laplace} V(s) = LsI(s)$$

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = Ls = (j\omega)L = (j\omega)L = 0 + (j\omega)L$$

Alta impedancia → Aumenta frecuencia

Baja impedancia → Aumenta frecuencia

- Comportamiento inverso al capacitor



// Resistor

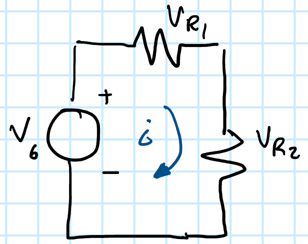
$$i_r = \frac{V_R}{R} = \frac{1}{R}V_R \xrightarrow{Laplace} I(s) = \frac{1}{R}V(s)$$

$$i_r = \frac{V_R}{R} = \frac{1}{R} V_R \xrightarrow{\text{Laplace}} I(s) = \frac{1}{R} V(s)$$

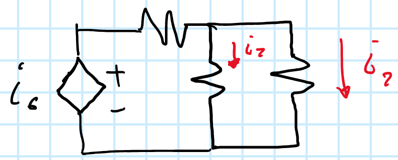
$$\therefore R = \frac{V(\omega)}{I(\omega)}$$

- El valor de la resistencia sigue siendo el mismo independiente del espacio

Fuentes → Independientes



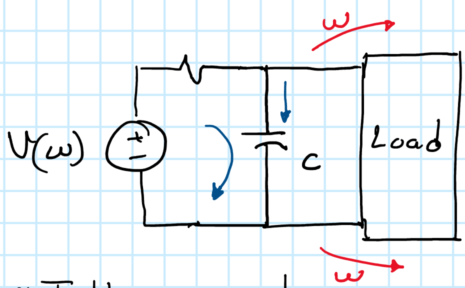
Fuentes → Dependiente



* Fuente corriente
↳ Transistor

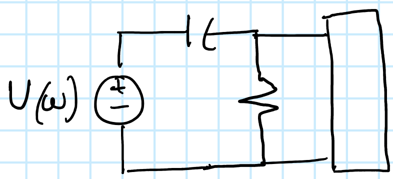
* Fuente voltaje
↳ Bateria

$$Z_C \triangleq \text{Impedancia Capacitor} = \frac{1}{(j\omega)C}$$



* Filtro pasa baja
↳ Controlamos con frecuencia

- Alta frecuencia el el capacitor genera baja impedancia

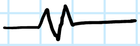


* Filtro pasa alto

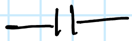
- Alta frecuencia el capacitor genera alta impedancia

Sábado 3

Saturday, 15 February 2020 7:19 AM

① 

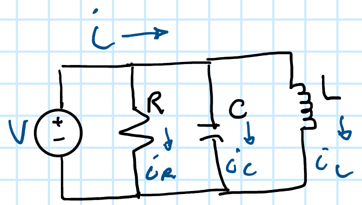
$i = \frac{V}{R}$

② 

$i = C\frac{dv}{dt}$

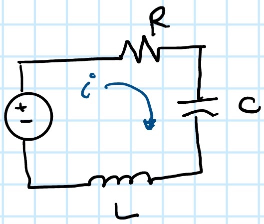
③ 

$V = L\frac{di}{dt}$



// Mismo voltaje

// Suma de corrientes



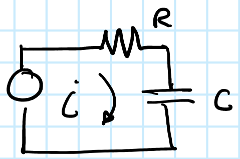
// Misma corriente

// Distintos voltajes

Función de Transferencia

- Relación entre entrada y salida

①



Entrada $\triangleq V_c$

Salida $\triangleq C$

$\longrightarrow F = \frac{V_C}{V}$

// Ecuación de elementos

① $V_R = R\,i$ ② $i_c = C\frac{dV_c}{dt}$

// Ecuaciones equilibrio

① $V = V_R + V_C$

② $i = i_R = i_C$

// Sustituyendo

$V = V_R + V_C = R\,i + V_C$

$V = R\left(C\frac{dV_c}{dt}\right) + V_C$

$\left.\frac{1}{RC}V = \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{RC}V_c\right\}$ Ecuación Diferencial del circuito y normalizado

// Laplace

$\frac{1}{RC}V(s) = sV_c(s) + \frac{1}{RC}V_c(s)$

$\frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{RC}}{\left(s + \frac{1}{RC}\right)}$ //

$$\frac{1}{RC}V(s) = sV_c(s) + \frac{1}{RC}V_c(s)$$

$$\frac{1}{RC}v(s) = V_c(s)\left[s + \frac{1}{RC}\right]$$

$$\underbrace{\frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{RC}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)}}_{\text{Función Transferencia}}$$

// Escalón

$$=\left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{\left(\frac{1}{RC}\right)}{s+\left(\frac{1}{RC}\right)}\right) = \frac{\frac{1}{RC}}{(s)\left(s+\frac{1}{RC}\right)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)}$$

$$\frac{1}{RC} = A\left(s+\frac{1}{RC}\right) + B(s)$$

if $s=0$

$$\frac{1}{RC} = \frac{A}{RC} \quad ; \quad A = 1$$

$$(A+B)s + \left(\frac{1}{RC}\right)(A) = \frac{1}{RC}$$

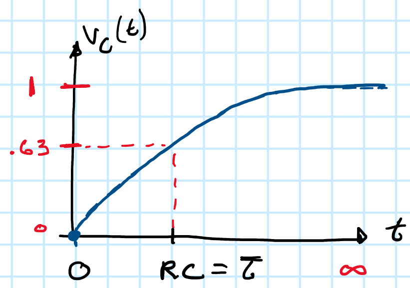
$$A+B=0 \quad ; \quad B=-1$$

$$\therefore V_c(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{RC}}$$

// Laplace Inverso

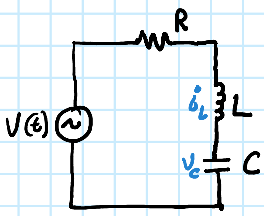
$$V_c(t) = 1 - e^{-\frac{1}{RC}t}$$

} Comportamiento del voltaje en el capacitor



- $V_c(0) = 1 - \cancel{e^{-\frac{1}{RC}(0)}} = 1$
- $V_c(RC) = 1 - e^{-\frac{1}{RC}(RC)} =$
  $= 1 - e^{-1} \cong .632$
- $V_c(\infty) = 1 - \cancel{e^{-\frac{1}{RC}(\infty)}} \cong 1$

* Constante de tiempo



// Ecuaciones elementos

① $V_R = R\,i_R$

② $V_L = L\frac{di_L}{dt}$

③ $i_c = C\frac{dv}{dt}$

Extra $V_c = \frac{1}{C}\int i_c\,dt$

// Leyes de conjuntos

④ $i_R = i_L = i_C$

⑤ $V_R + V_L + V_C = v(t)$

→ Modelo en función de V_c

$V_R = R\, i_c \rightarrow V_R = RC \frac{dv}{dt}$

$i_L = C \frac{dv}{dt} \longrightarrow V_L = LC \frac{d^2V_c}{dt^2}$

$RC \frac{dv}{dt} + LC \frac{d^2V_c}{dt^2} + V_c = v(t)$

→ Normalizado

$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}v(t)$$

* Parte dinámica

→ Laplace

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2V_c}{dt^2}\right\} = s^2 V_c(s) - s\,\cancel{V_c(0)}^{0} - \cancel{V_c(0)}^{0}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dV_c}{dt}\right\} = s\,V_c(s) - \cancel{V_c(0)}^{0}$$

$$\therefore\ s^2 V_c(s) + \frac{R}{L} s\,V_c(s) + \frac{1}{LC}V_c(s) = \frac{1}{LC}V_c(s)$$

$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}v(t)$$

$$\ddot{V}_c + \frac{R}{L}\dot{V}_c + \frac{1}{LC}V_c = \frac{1}{LC}V$$

$$\ddot{V}_c = -\frac{R}{L}\dot{V}_c - \frac{1}{LC}V_c + \frac{1}{LC}V$$

$x_1 = V_c$

$x_2 = \dot{V}_c$

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -\frac{R}{L}x_2 - \frac{1}{LC}x_1 + \frac{1}{LC}V$

Sistemas Dinámicos

$\dot{x} = Ax + Bu$

$y = Cx + Du$

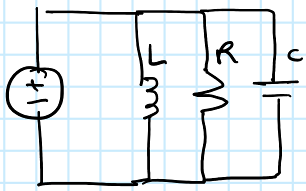
$$\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix} = \underbrace{\overset{A}{\begin{array}{cc} x_1 & x_2 \\ \end{array}}\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L}\end{pmatrix}}_{\text{Dinámica de sistemas}} \underbrace{\overset{x}{\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}}}_{\text{Estados del sistema}} + \begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{LC}\end{pmatrix}V$$

Dinámica de sistemas

Estados del sistema

$$\therefore y = [1 \; 0]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1$$

// Diagrama



- Entrada V
- Salida i_L

▶ Ecuaciones Elementos

① $V_R = i_R R$ ② $V_L = L \frac{i_L}{dt}$

$\hookrightarrow i_L = \frac{1}{L}\int V_L(t)\,dt$

③ $i_C = C \frac{dv}{dt}$

$\hookrightarrow V_C = \frac{1}{C}\int i_C\,dt$

▶ Leyes de comportamiento

① $i_L + i_C + i_R = i(t)$

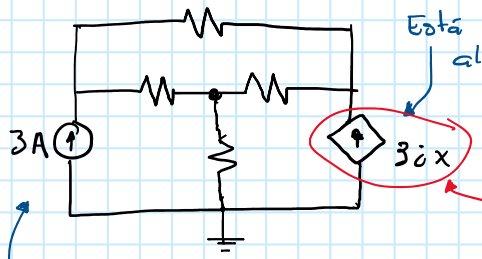
② $V_L = V_C = V_R = V(t)$

// Sustitución

TAREA

Sábado 4

Saturday, 22 February 2020 7:24 AM



Está en función de alguna otra parte del circuito

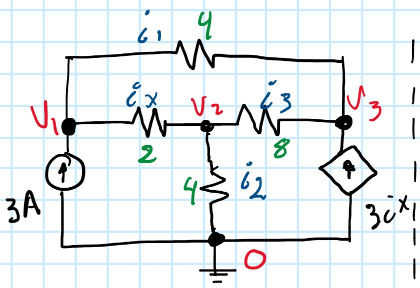
Es constante ∴ Sigue siendo Lineal

Independiente

Métodos de análisis

// Método de nodos

→ Debido a que tenemos fuentes de corriente



// V_1

$$3 = i_1 + i_x \Rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 3$$

// V_2

$$i_2 + i_3 = i_x \Rightarrow \frac{V_2 - 0}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8} = \frac{V_1 - V_2}{2}$$

// V_3

$$i_1 + i_3 = 3 i_x \Rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8} = 3\left(\frac{V_1 - V_2}{2}\right)$$

// Agrupando

$$(V_1 - V_3) + 2(V_1 - V_2) = 12$$

$$2V_2 + V_2 - V_3 = 4(V_1 - V_2)$$

$$2(V_1 - V_3) + V_2 - V_3 = 12(V_1 - V_2)$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} 3V_1 - 2V_2 - V_3 &= 12 \\ -4V_1 + 7V_2 - V_3 &= 0 \\ -10V_1 + 13V_2 - 3V_2 &= 0 \end{aligned}$$

// Forma matricial

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ -10 & 13 & -3 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b}$$

$$x = A^{-1} b$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)\, b}{\det A}$$

$$Adj(A) = \frac{A_c^T}{\det A}$$

// Resolviendo ...

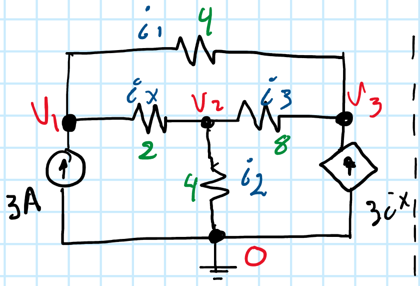
$V = R i$

- $V_1 = 2.52\ [V]$ → $i_1 = \frac{V_1 - V_3}{4} = .945\ [A]$
- $V_2 = 0.63\ [V]$ → $i_2 = 2.05\ [A]$
- $V_3 = -5.68\ [V]$ → $i_3 = .78\ [A]$

$V_2 = 0.63$ [V] → $i_2 = 2.05$ [A]

• $V_3 = -5.68$ [V] → $i_3 = .78$ [A]

// Versión Modificada



// V_1

$$3 = i_1 + i_x \Rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 3$$

// V_2

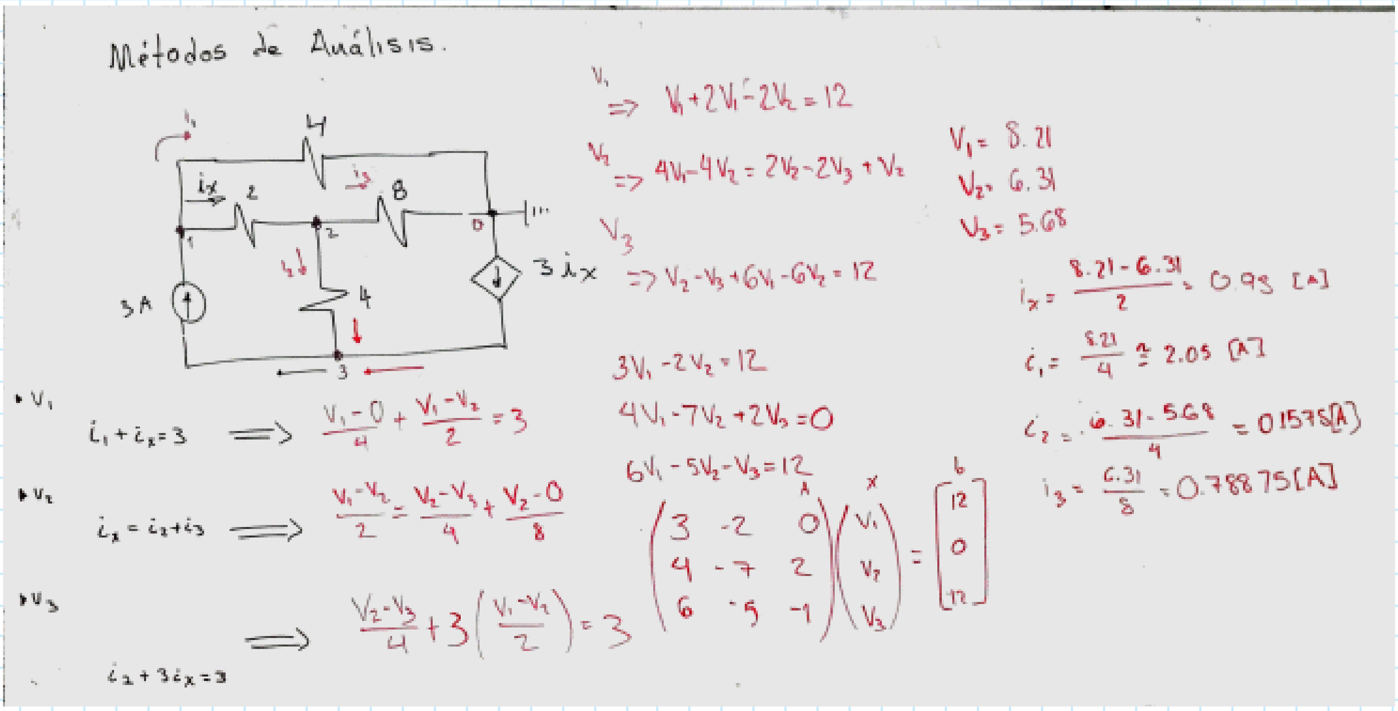
$$i_2 + i_3 = i_x \Rightarrow \frac{V_2 - 0}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8} = \frac{V_1 - V_2}{2}$$

// V_3

$$i_1 + i_3 = 3i_x \Rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8} = 3\left(\frac{V_1 - V_2}{2}\right)$$

Nodos

↳ Corriente



Métodos de Análisis.

$V_1 \Rightarrow V_1 + 2V_1 - 2V_2 = 12$

$V_2 \Rightarrow 4V_1 - 4V_2 = 2V_2 - 2V_3 + V_2$

$V_3 \Rightarrow V_2 - V_3 + 6V_1 - 6V_2 = 12$

$V_1 = 8.21$

$V_2 = 6.31$

$V_3 = 5.68$

$i_x = \frac{8.21 - 6.31}{2} = 0.95$ [A]

$i_1 = \frac{8.21}{4} \doteq 2.05$ [A]

$i_2 = \frac{6.31 - 5.68}{4} = 0.1575$[A]

$i_3 = \frac{6.31}{8} = 0.78875$[A]

• V_1: $i_1 + i_x = 3 \Rightarrow \frac{V_1 - 0}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 3$

• V_2: $i_x = i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{V_2 - V_3}{4} + \frac{V_2 - 0}{8}$

• V_3: $i_2 + 3i_x = 3 \Rightarrow \frac{V_2 - V_3}{4} + 3\left(\frac{V_1 - V_2}{2}\right) = 3$

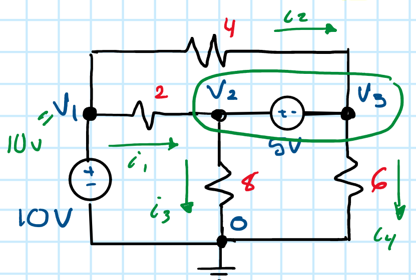
$3V_1 - 2V_2 = 12$

$4V_1 - 7V_2 + 2V_3 = 0$

$6V_1 - 5V_2 - V_3 = 12$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 4 & -7 & 2 \\ 6 & -5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 12 \end{bmatrix}$$

▸ Método Análisis



• Nosotros proponemos el sentido de la corriente, el ejercicio no nos proporciona debido a las fuentes (Voltaje)

* 3 mallas

* 4 nodos

○ Super nodo

* 3 mallas   ○ Super nodo
* 4 nodos

// Analizando

Ecuación en Supernodo | $\boxed{V_2 - V_3 = 5}$ | $i_1 + i_2 = i_3 + i_4$

$i_1 = \cancel{\frac{V_1 - V_2}{2}}$ 4 A $i_2 = \cancel{\frac{V_1 - V_3}{4}}$ 1.45 A $i_3 = \cancel{\frac{V_2 - 0}{8}}$ 1.15 A $i_4 = \cancel{\frac{V_3 - 0}{6}}$ .7 A

$$\frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - V_3}{4} = \frac{V_2}{8} + \frac{V_3}{6}$$

$$120 - 12V_2 + 60 - 6V_3 = 3V_2 + 4V_3$$

$\therefore$ $\boxed{15V_2 + 10V_3 = 180}$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 15 & 10 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 180 \\ 5 \end{bmatrix}}_{b}$$

$15(5 + V_3) + 10V_3 = 180$

$75 + 25V_3 = 180$

$25V_3 = 105$

$V_3 = 4.2$

$\det A = -25$

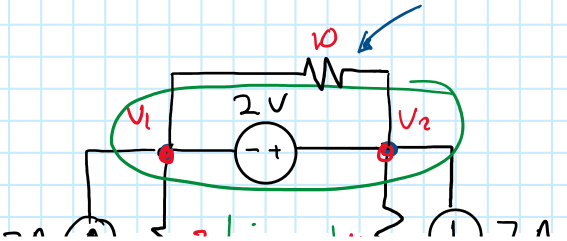
$$-\frac{1}{25}\begin{bmatrix} -1 & -10 \\ -1 & 15 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 180 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{-180 - 50}{-25} \\ \dfrac{-180 - 75}{-25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.2 \\ 4.2 \end{bmatrix}$$

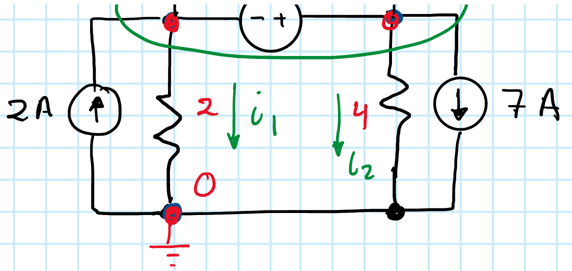
$\therefore V_2 = 9.2$

// Ejercicio

se descarta



- $\boxed{V_2 - V_1 = 2}$
- $2 = i_1 + i_2 + 7$



$; \quad 2 = i_1 + i_2 + 7$

$$i_2 = \frac{V_2 - 0}{4} \qquad i_1 = \frac{V_1 - 0}{2} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{V_2}{4} + \frac{V_1}{2} + 7$$

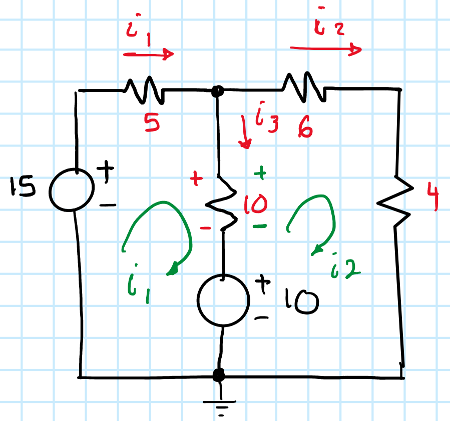
$$\frac{V_2}{4} + \frac{V_1}{2} = -5 \quad ; \quad 2V_2 + V_1 = -20$$

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}} \underset{x}{\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}} = \underset{b}{\begin{bmatrix} 2 \\ -20 \end{bmatrix}} \qquad \det A = 3$$

Las corrientes van en sentido contrario

$$\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.33 \\ -3.33 \end{bmatrix}$$

Por mallas



$V = Ri$

// Malla 1

$15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 = 0$

// Malla 2

$-10 - 10i_3 + 6i_2 + 4i_2 =$

$\downarrow$

$(-10i_1 + 10i_2)$

$i_1 = i_2 + i_3$

$i_3 = i_1 - i_2$

$\therefore -15 + 5i_1 + 10i_1 - 10i_2 + 10 = 0$

$-10 + \cancel{10i_3} + 6i_2 + 4i_2 = 0$

$(-10i_1 + 10i_2)$

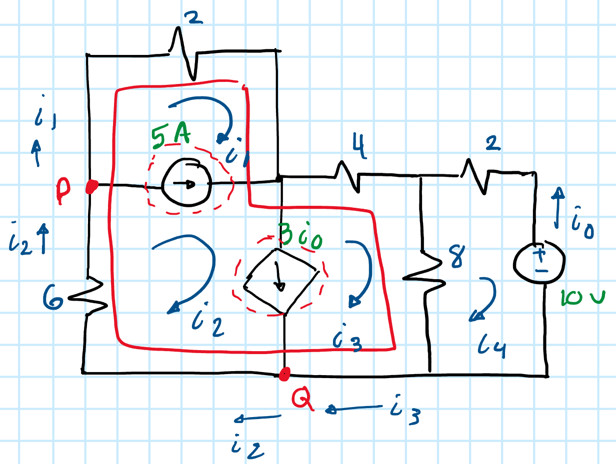
$$15 i_1 - 10 i_2 = 5$$
$$-10 i_1 + 20 i_2 = 10$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{200} \begin{bmatrix} 20 & +10 \\ +10 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{200} \begin{bmatrix} 100 + 100 \\ 50 + 150 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore\ i_1 = 1\,[A] \quad i_2 = 1\,[A] \quad \therefore\ i_3 = i_1 - i_2 = \underline{0\,[A]} \,//$$

Sábado 5

Saturday, 29 February 2020 7:16 AM



- 4 mallas
- 5 nodos

* Fuentes de corriente entre 2 mallas

Ecuación de P

$$i_2 = i_1 + 5$$

Ecuación de Q

$$i_3 + 3i_0 = i_2 \longrightarrow i_3 - 3i_4 = i_2$$

Ecuación en la súper Malla

$$6i_2 + 2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) = 0$$

// Reduciendo expresiones

$$i_0 = -i_4$$

Ecuación Malla

$$10 + 8(i_4 - i_3) + 2i_4 = 0$$

Matriz

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & R \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 6 & 12 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 10 & -10 \end{array}\right] \end{array} \sim \ \cdots$$

$i_1 = -15/2 \cong -7.5$

$i_2 = -5/2 \cong -2.5$

$i_3 = 55/14 \cong 3.9285$

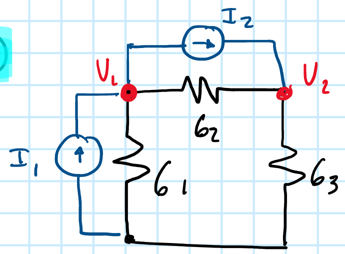
$i_4 = 15/7 \cong 2,14$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 8 & 12 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 10 & -10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & -32 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 10 & -10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 10 & -10 \end{bmatrix}$$

▸ Análisis de Circuitos → Método por inspección

* Mismo tipo
* Sólo independientes

①

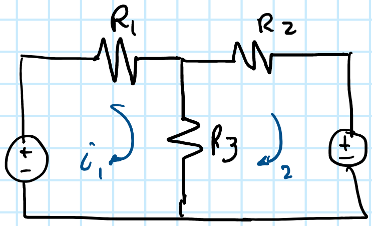


$R = \frac{1}{G}$; $G = \frac{1}{R}$

$$\begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

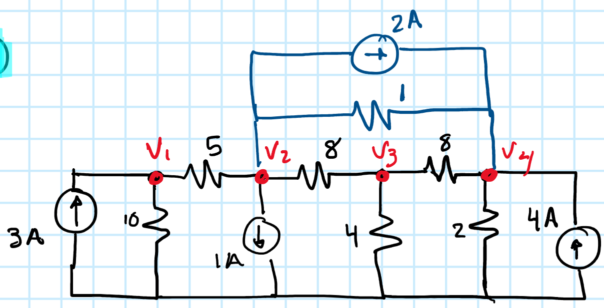
* Conductancia

②



$$\begin{bmatrix} R_1+R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2+R_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix}$$

③



convergencia fuentes ↓

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\right) & -1/5 & 0 & 0 \\ -1/5 & \left(\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+1\right) & -\frac{1}{8} & -1 \\ 0 & -\frac{1}{8} & \left(\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right) & -1/8 \\ 0 & -1 & -1/8 & \left(1+\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

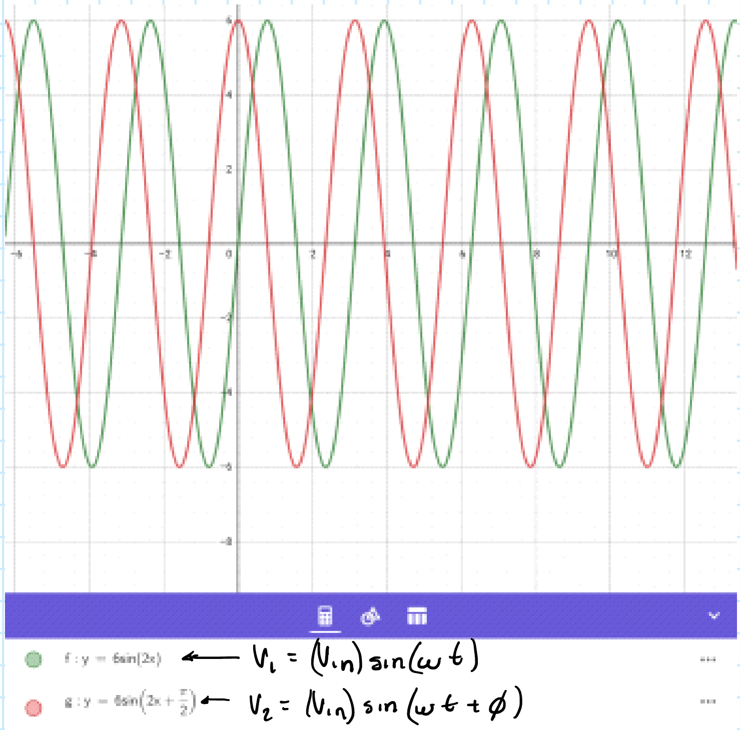
Sábado 5 - AC

Saturday, 29 February 2020 8:20 AM

Circuitos AC

- $v(t) = V_m \sin(\underbrace{\omega t}_{rad/s} + \underbrace{0}_{\varnothing})$ $\quad \omega = 2\pi f$; $f = \frac{1}{T}\,[Hz]$

- Graficar



$\leftarrow V_1 = (V_{in})\sin(\omega t)$

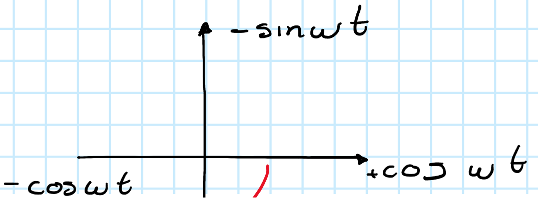
$\leftarrow V_2 = (V_{in})\sin(\omega t + \phi)$

// Propiedades

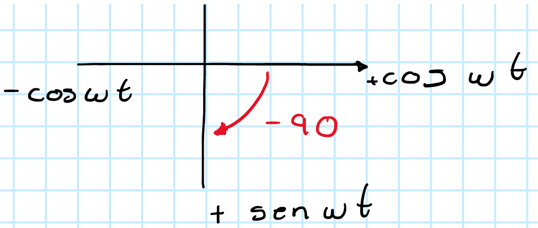
- $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$\sin(\omega t \pm 180^\circ) = -\sin(\omega t)$ $\qquad \sin(\omega t \pm 90^\circ) = \pm \cos \omega t$

$\cos(\omega t \pm 180^\circ) = -\cos(\omega t)$ $\qquad \cos(\omega t \pm 90^\circ) = \mp \text{sen}\, \omega t$



suma en sentido horario



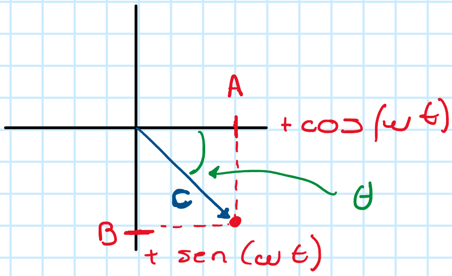
suma en sentido antihorario

Operaciones en funciones (Señales)

$$A \cos \omega t + B \sin \omega t = C \cos(\omega t - \phi)$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

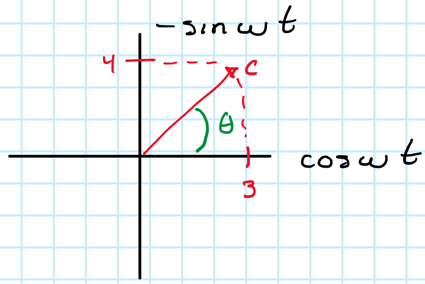


// Ejercicio

$$3 \cos \omega t - 4 \sin \omega t =$$

$$C = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53°$$



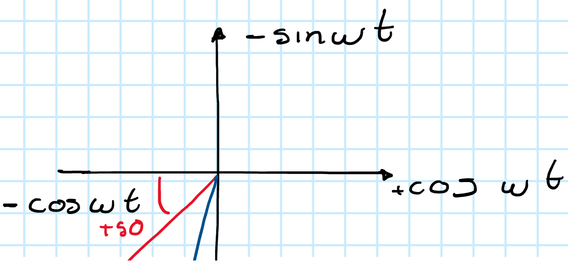
* No poner signo
↳ Es argumento no sentido

→ Problemas

① Calcule el ángulo de fase entre

$V_1 = -10 \cos(\omega t + 50°)$; Mencione cual está

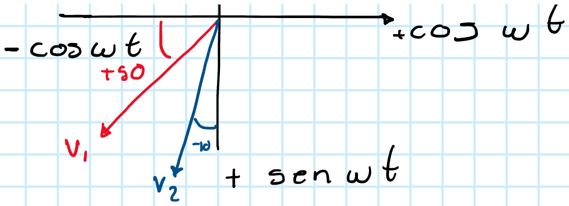
$V_2 = 12 \sin(\omega t - 10°)$; adelantada



- $V_1 \rightarrow 230°$
- $V_2 \rightarrow 260°$

$\}$ $30°$ //

- V_2 está adelantada



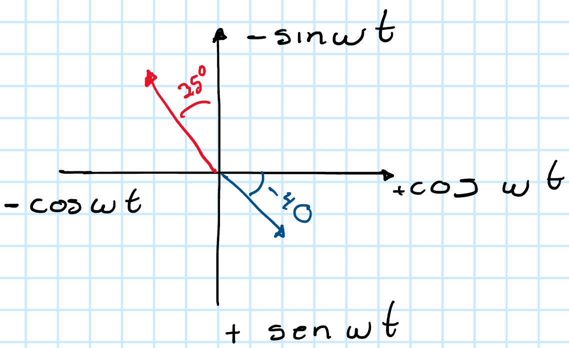
- V_2 está adelantada respecto a V_1 //

2. Encuentre el ángulo de fase entre

$i_1 = -4\ \sin(377t + 25^\circ)$

$i_2 = 5\ \cos(377t - 40^\circ)$

¿ i_1 está atrasada o adelantada?



- $\left.\begin{matrix} i_1 = 115^\circ \\ i_2 = 320^\circ \end{matrix}\right\} 205^\circ$ //
- i_1 está atrasado respecto a i_2 //

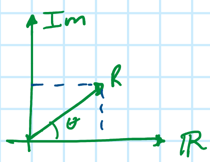
Fasores

- Las sinusoides son fácilmente expresados en términos de fasores, los cuales son más convenientes para trabajar que las funsiones senos y coseno

- $z = x + jy$
- $z = r\angle\phi = re^{j\phi}$

$x = r\cos\phi$

$y = r\sin\phi$



$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\theta = tg^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$e^{\pm j\theta} = \cos\theta \pm j\,\mathrm{sen}\,\phi$

$z = x + jy = r\angle\phi = r(\cos\theta + j\sin\theta)$

// Realizar operaciones

- $z_1 + z_2 = (x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2)$
- $z_1 - z_2 = (x_1 + jy_1) - (x_2 + jy_2)$

- $(z_1)(z_2) = (x_1 x_2) + x_2 j y_1 + x_1 j y_2 - (y_1 y_2)$
- $\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + j y_1}{x_2 + j y_2}$ ← Faltaría recíproco
- $\sqrt{z_1} =$

- La idea de un fasor está basada en la identidad de Euler

FASORES

- La idea de representación de un fasor está basada en la identidad de Euler en general

$$e^{\pm j\theta} = \cos\phi \pm j \sin\theta$$

$$\therefore \cos\phi = \mathrm{Re}(e^{j\theta})$$

$$\sin\theta = \mathrm{Im}(e^{j\theta})$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$= \mathrm{Re}(V_m e^{j(\omega t + \theta)})$$

$$= \mathrm{Re}(V_m e^{j\theta} e^{j\omega t})$$

$$\therefore v(t) = \mathrm{Re}(V e^{j\omega t})$$

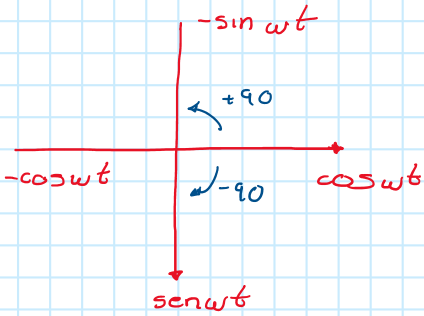
$$\hookrightarrow V = V_m e^{j\theta} = V_m \angle\theta$$

- Así, V es la representación fasorial de la sinusoide

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \iff V = V_m \angle\phi$$

// Dominio del tiempo — // Dominio Fasorial (Frecuencia)

- $V_m \cos(\omega t + \phi) = V_m \angle\phi$
- $V_m \sin(\omega t + \phi) = V_m \angle\phi - 90$
- $I_m \cos(\omega t + \theta) = I_m \angle\theta$
- $I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta) = I_m \angle\theta - 90°$



Notar que el factor de frecuencia (tiempo) es suprimido, y la frecuencia no es explícitamente mostrada en la representación del dominio fasorial, debido a que ω es constante. Sin embargo, la respuesta depende de ω. Por esta razón, el dominio de fasor también es conocido como el dominio de la frecuencia.

RESUMEN

Saturday, 7 March 2020 3:01 AM

$i = \frac{dq}{dt}$

$v = \frac{dw}{dq}$

① La carga de un circuito esta dada por $q = 5t \sin 4\pi t$. Calcule corriente

$q' = (5t\ 4\pi \cos 4\pi t) + 5 \sin 4\pi t =$

$= 31.7744 \,[C]$

② El flujo de corriente a través de un elemento es $i = \begin{cases} 2[A] & 0 < t < 1 \\ 2t^2[A] & 1 < t \leq 2 \end{cases}$

$q = \int_0^1 2\,dt + \int_1^2 2t^2\,dt \cong 6.666\,[C]$

$P = \frac{dw}{dt} = V \cdot i$

$P > 0$ el elemento absorbe energía

$P < 0$ el elemento suministra energía

$C = 6.24 \times 10^{18}\,[c^-]$ $\quad \bar{e} = -1.602 \times 10^{-19}\,[c]$ DATOS

Resistencia	Capacitor	Inductor
$i = \frac{1}{R} v$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$i_L = \frac{1}{L} \int v(t)\,dt$
	$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t)\,dt$	$V_L = L \frac{di_L(t)}{dt}$
	$v(t) = \frac{1}{C} \int \frac{dq(t)}{dt}$	
$Z_R(s) = R$	$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$	$Z_L(s) = sL$

Laplace

$\mathcal{L}\left\{\frac{d^2V_c}{dt}\right\} = s^2 V_c(s) - \cancel{s V_c(0)}^{\,0} - \cancel{V_c(0)}^{\,0}$

$\mathcal{L}\left\{\frac{dV_c}{dt}\right\} = s V_c(s) - \cancel{V_c(0)}^{\,0}$

$Z_{eq} = (\ )^{-1}$

$Z(s) = \frac{V_s}{I_s}$

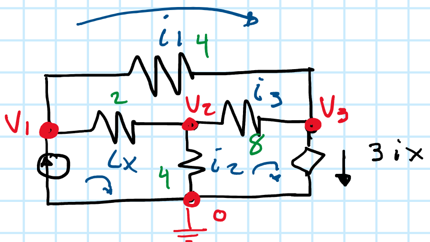
$$\mathcal{L}\left\{ \frac{dV_c}{dt} \right\} = s\,V_c(s) - \cancel{V_c(0)}^{\,0}$$

$\overline{I_s}$

// Normalizar

▸ Mallas / Nodos

▸ Fuentes de corriente – Nodos



→ V_1

$$3 = i_1 + i_x \Rightarrow \frac{V_1 - V_3}{4} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 3$$

→ V_2

$$i_x = i_2 + i_3$$

$$\frac{V_1 - V_2}{2} = \frac{V_2 - 0}{4} + \frac{V_2 - V_3}{8}$$

→ V_3

$$i_1 + i_3 = 3 i_x$$

$$\left(\frac{V_1 - V_3}{4}\right) + \left(\frac{V_2 - V_3}{8}\right) = 3\left(\frac{V_1 - V_2}{2}\right)$$

// Agrupando

① $V_1 - V_3 + 2V_1 - 2V_2 = 12$

↳ $3V_1 - 2V_2 - V_3 = 12$

② $-4V_1 + 7V_2 - V_3 = 0$

③ $-10V_1 + 13V_2 - 3V_2 = 0$

// Sistema Ecuaciones

$\ldots\ V_1 = 2.52\,[V]$

$V_2 = 0.63\,[V]$

$V_3 = -5.68\,[V]$

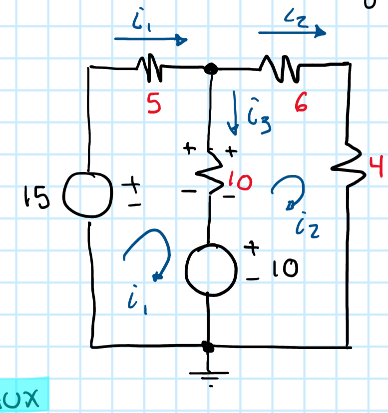
$V = Ri \longrightarrow$

$i_1 = \frac{V_1 - V_3}{4} = .945\,[A]$ //

$i_2 = 2.05\,[A]$ //

$i_3 = .78\,[A]$ //

▸ Fuentes de Voltaje – Mallas



▸ Malla 1

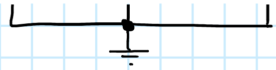
$$-15 + 5i_1 + 10\overbrace{(i_1 - i_2)}^{+10\,i_3} + 10 = 0$$

▸ Malla 2

$$-10 - 10i_3 + 6i_2 + 4i_2 = 0$$

↳ $-10 - 10(i \ldots i \ldots) + (\ldots) \ldots = 0$ $10 i_2$

Aux



Aux

$i_1 = i_2 + i_3$

$\therefore i_3 = i_1 - i_2$

$-10 - 10 i_3 + 6 i_2 + 4 i_2 = 0$

↳ $-10 - 10(i_1 - i_2) + \overset{10 i_2}{\cancel{6i_2 + 4i_2}} = 0$

// Sistema Ecuaciones

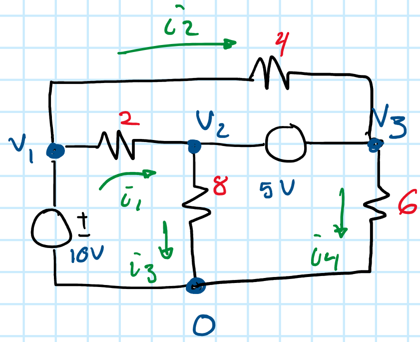
$15 i_1 - 10 i_2 = 5$; $i_1 = 1\,[A]$

$-10 i_1 + 20 i_2 = 10$; $i_2 = 1\,[A]$ //

...

$\therefore i_3 = 1 - 1 = 0\,[A]$ //

Super - Nodo



// Super-nodo

$V_2 = 5 + V_3$; $V_2 - V_3 = 5$ (2)

$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$

$i_1 = \dfrac{V_1 - V_2}{2}$ $\quad i_2 = \dfrac{V_1 - V_3}{4}$ $\quad i_3 = \dfrac{V_2 - 0}{8}$ $\quad i_4 = \dfrac{V_3}{6}$

$\therefore \dfrac{V_1 - V_2}{2} + \dfrac{V_1 - V_3}{4} = \dfrac{V_2}{8} + \dfrac{V_3}{6}$

NOTA

$V_1 = 10\,[V]$ //Directo

$12(V_1 - V_2) + 6(V_1 - V_3) = 3V_2 + 4V_3$

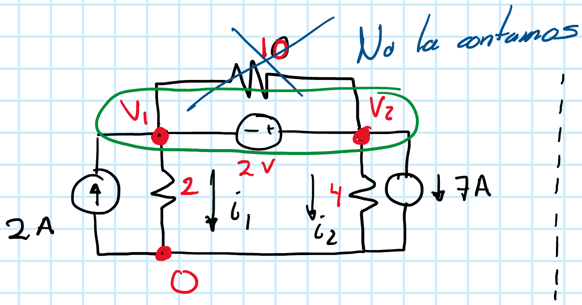
$\therefore 15 V_2 + 10 V_3 = 180$ (1)

$V_2 - V_3 = 5$; $V_2 = 5 + V_3$

$\therefore 15(5 + V_3) + 10 V_3 = 180$; $25 V_3 = 105$

$V_3 = 4.2$ // $\qquad V_2 = 9.2$ //

// Ejercicio extra



// Super nodo

$V_1 = 2 + V_2 \; ; \quad V_1 - V_2 = 2$ ①

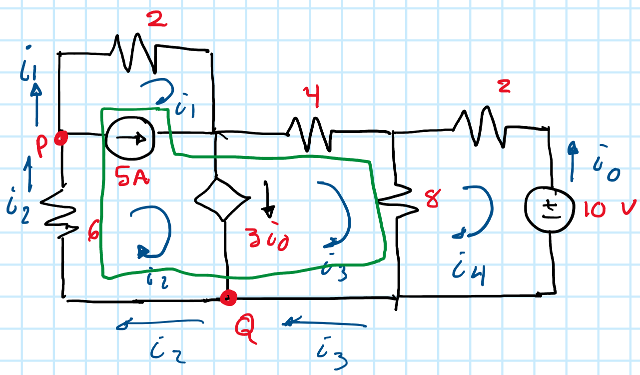
$2 = i_1 + i_2 + 7 \; ;$

$i_1 + i_2 = -5$

$$i_1 = \frac{V_1 - 0}{2} \qquad i_2 = \frac{V_2 - 0}{4} \quad \therefore \quad \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{4} = -5$$

$$\begin{aligned} 2V_1 + V_2 &= -20 \\ V_1 - V_2 &= 2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} V_1 &= \frac{22}{3} = 7.33 \\ V_2 &= \frac{16}{3} = 5.33 \end{aligned}$$

Super Malla



Ecuación en P

$i_2 = i_1 + 5$ ①

Ecuación en Q

$3i_0 + i_3 = i_2$

$\therefore \; -3i_4 + i_3 = i_2$ ②

NOTA

$i_0 = -i_4$

Ecuación en súper Malla ③

$6i_2 + 2i_1 + 4i_3 + 8i_3 - 8i_4 = 0$

// La otra Malla

$10 + 8(i_4 - i_3) + 2i_4 = 0$ ④

// Sistemas Ecuaciones

$$\begin{array}{cccc|c} i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & \\ \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 6 & 12 & -8 & 0 \end{array}\right] \sim$$

$i_1 = -15/2 \cong -7.5$

$i_2 = -5/2 \cong -2.5$

$i_3 = 55/14 \cong 3.9285$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 6 & 12 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 10 & -10 \end{array}\right] \sim$$

$i_2 = -5/2 = -2.5$

$i_3 = 55/14 \cong 3.9285$

$i_4 = 15/7 \cong 2.14$