

Guía de ejercicios: Notación asintótica

Consignas

Ejercicio 1

Para los siguientes fragmentos de algoritmos codificados en C, calcular su complejidad temporal:

A)

```
for(int i = 1; i <= n; i++){  
    for(int j = 1; j <= n; j++){  
        for(int k = 1; k <= n; k++){  
            x = x + 1;  
        }  
    }  
}
```

B)

```
if(n%2 == 0){  
    for(i = 1; i <= n; i++){  
        x = x + 1;  
    }  
}
```

C)

```
int i = 1;  
while( i <= n){  
    x = x + 1;  
    y = x * y + i;  
    i = i + 2;  
}
```

D)

```
int a, x = 1;
while(x < n)
    x = 2 * x;
```

Ejercicio 2

Determinar el orden de complejidad temporal en el peor caso de los siguientes algoritmos:

- a) Función que calcula la sumatoria de un vector de enteros:

función Sumatoria(vector A)

```
int i, total;
total := 0;
for i := 0 ...Long(A) - 1 do
    total := total + A[i];
```

- b) Función que calcula la sumatoria de n, definida como la suma de todos los enteros entre 1 y n:

function SumatoriaLenta(natural N)

```
int i, total;
total := 0;
for i := 1 ...n do
    for j := 1 ...i do
        total := total + 1;
```

Ejercicio 3

Desarrollar un algoritmo que resuelva cada uno de los siguientes problemas, y, en cada caso, determinar su complejidad temporal:

- a) Calcular la media de un arreglo de enteros.

- b) Calcular la mediana¹ de un arreglo de una cantidad impar de enteros.
- c) Determinar, dado un n natural, si n es (o no) primo.

Ejercicio 4

Probar utilizando las definiciones que $f \in O(h)$, sabiendo que:

- a) $f, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ son funciones tales que $f(n) = n^2 - 4n - 2$ y $h(n) = n^2$.
- b) $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ son funciones tales que $g(n) = n^k$, $h(n) = n^{k+1}$ y $f \in O(g)$.
- c) $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ son funciones tales que $g(n) = \log n$, $h(n) = n$ y $f \in O(g)$.

Ejercicio 5

De las siguientes afirmaciones, indicar cuáles son ciertas y cuáles no:

- (i) $n^2 \in O(n^3)$
- (ii) $n^3 \in O(n^2)$
- (iii) $2^{n+1} \in O(2^n)$
- (iv) $(n+1)! \in O(n!)$
- (v) $f(n) \in O(n) \Rightarrow 2^{f(n)} \in O(2^n)$
- (vi) $3^n \in O(2^n)$
- (vii) $\log n \in O(n^{1/2})$
- (viii) $n^{1/2} \in O(\log n)$

Justificar en todos los casos.

Ejercicio 6

Dado un vector de N números reales, encontrar el par de elementos que tienen el valor más alejado entre sí. Implementarlo con un algoritmo complejidad lineal.

¹ La mediana es el valor que deja a cada lado (por encima y por debajo) la mitad de los valores de la muestra.