7. Zweistichprobentests

- Gauß-Test (Normalverteilung mit bekannten Varianzen)
- t-Test (Normalverteilungen mit unbekannter Varianz)
- Welch-Test
- Approximativer Gauß-Test
- t-Test bei verbundenen Stichproben
- Wilcoxon-Rangsummentest

0

Zweistichprobentests

- \hookrightarrow Ziehung zweier Stichproben, Analyse möglicher Unterschiede
- $\hookrightarrow \ \mathsf{Herkunft} \ \mathsf{der} \ \mathsf{zwei} \ \mathsf{Stichproben}$
 - □ aus verschiedenen Grundgesamtheiten, unabh. Stichproben
 - z.B. Vergleich des Durchschnittseinkommens von Ärzten und Anwälten
 - □ zwei unabh. Stichproben aus einer Grundgesamtheit
 - z.B. Aufteilung von *n* Studenten zufällig auf zwei Gruppen mit verschiedenem Übungskonzept, Vergleich der Leistungen beider Gruppen
 - □ zwei gebundene Stichproben aus einer Grundgesamtheit
 - z.B. WI-Studierende: Abiturnote vs. Bachelornote

Grundsätzliche Vorgehensweise bei Mittelwerttests:

- \hookrightarrow Ziehen zweier Stichproben der Umfänge n_1 und n_2 mit \bar{x}_1 und \bar{x}_2
- \hookrightarrow Uberprüfung von Hypothesen bzgl. der Differenz $\mu_1 \mu_2$ anhand von $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$

a)
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) = \delta_0$$
 vs. $H_1: (\mu_1 - \mu_2) \neq \delta_0$

b)
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) \ge \delta_0$$
 vs. $H_1: (\mu_1 - \mu_2) < \delta_0$

c)
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) \le \delta_0$$
 vs. $H_1: (\mu_1 - \mu_2) > \delta_0$

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022 2

3

7.1 Gauß-Test (Normalverteilung mit bekannten Varianzen)

Annahme: $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_i^2$ bekannt.

1. Hypothesen

- a) $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta_0$
- b) $H_0: \mu_1 \mu_2 \ge \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 < \delta_0$
- c) $H_0: \mu_1 \mu_2 \le \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 > \delta_0$

2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F_V

$$V = rac{ar{X_1} - ar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

3. Entscheidungsregel – Gauß-Test

Ablehnung von
$$H_0$$
, falls a) $|v| > z_{1-\alpha/2}$ b) $v < z_{\alpha}$ c) $v > z_{1-\alpha}$ $p ext{-}Wert $p^* = 2(1-\Phi(|v|))$ $\Phi(v)$ $1-\Phi(v)$$

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

 $\textit{n}_{2}=40$ Studenten in Stadt B, $\bar{\textit{x}_{2}}=520$

Annahme: $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000 \text{ (bekannt)}.$

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha = 0.01$)?

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

$$n_2=40$$
 Studenten in Stadt B , $\bar{x_2}=520$

Annahme:
$$X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000$$
 (bekannt).

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha=0.01$)?

$$\hookrightarrow$$
 Hypothesen $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ vs. $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (Fall c) mit $\delta_0 = 0$)

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

 $n_2=40$ Studenten in Stadt B, $\bar{x_2}=520$

Annahme: $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000 \text{ (bekannt)}.$

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha=0.01$)?

 \hookrightarrow Hypothesen $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ vs. $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (Fall c) mit $\delta_0 = 0$)

$$\hookrightarrow$$
 Teststatistik $V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{8000/35 + 5000/40}} = \frac{80}{10.177} = 7.86$

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

$$n_2=40$$
 Studenten in Stadt B , $\bar{x_2}=520$

Annahme:
$$X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000$$
 (bekannt).

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha=0.01$)?

$$\hookrightarrow \mbox{ Hypothesen } H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \ \mbox{ vs. } H_1: \mu_1 > \mu_2 \ \mbox{ (Fall c) mit } \delta_0 = 0)$$

$$\hookrightarrow \text{Teststatistik } V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{8000/35 + 5000/40}} = \frac{80}{10.177} = 7.86$$

 \hookrightarrow Entscheidung: $v = 7.86 > z_{1-0.01} = z_{0.99} = 2.33$ ($\alpha = 0.05$), also wird H_0 abgelehnt.

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

$$\textit{n}_{2}=$$
 40 Studenten in Stadt \textit{B} , $\bar{\textit{x}_{2}}=$ 520

Annahme:
$$X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000$$
 (bekannt).

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha=0.01$)?

$$\hookrightarrow \mbox{ Hypothesen } H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \ \mbox{ vs. } H_1: \mu_1 > \mu_2 \ \mbox{ (Fall c) mit } \delta_0 = 0)$$

$$\hookrightarrow \text{Teststatistik } V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{8000/35 + 5000/40}} = \frac{80}{10.177} = 7.86$$

$$\hookrightarrow$$
 Entscheidung: $v = 7.86 > z_{1-0.01} = z_{0.99} = 2.33$ ($\alpha = 0.05$), also wird H_0 abgelehnt.

$$\rightarrow p^* = (1 - \Phi(7.86)) \approx 0 < 0.01$$

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$

$$\textit{n}_{2}=$$
 40 Studenten in Stadt \textit{B} , $\bar{\textit{x}_{2}}=$ 520

Annahme:
$$X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000$$
 (bekannt).

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ($\alpha=0.01$)?

$$\hookrightarrow \mbox{ Hypothesen } H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \ \mbox{ vs. } H_1: \mu_1 > \mu_2 \ \mbox{ (Fall c) mit } \delta_0 = 0)$$

$$\hookrightarrow \text{ Teststatistik } V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{8000/35 + 5000/40}} = \frac{80}{10.177} = 7.86$$

$$\hookrightarrow$$
 Entscheidung: $v = 7.86 > z_{1-0.01} = z_{0.99} = 2.33$ ($\alpha = 0.05$), also wird H_0 abgelehnt.

$$\rightarrow p^* = (1 - \Phi(7.86)) \approx 0 < 0.01$$

Bemerkung: Die Annahme, dass die Varianz bekannt ist (wenn gleichzeitig der Erwartungswert unbekannt ist), ist eher unrealistisch. Für $n_1, n_2 > 30$ kann die Varianz durch die Stichprobenvarianz ersetzt werden (approx. Gaußtest)

7.2 t-Test (Normalverteilungen mit unbekannter Varianz)

Annahme: $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2), \sigma^2$ unbekannt.

1. Hypothesen

- a) $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta_0$
- b) $H_0: \mu_1 \mu_2 \ge \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 < \delta_0$
- c) $H_0: \mu_1 \mu_2 \le \delta_0$ vs. $H_1: \mu_1 \mu_2 > \delta_0$

2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{(1/n_1 + 1/n_2)\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \sim t(n) \text{ mit } n = n_1 + n_2 - 2$$

3. Entscheidungsregel – t-Test

Abl. von
$$H_0$$
, falls a) $|v| > t_{1-\alpha/2}(n)$ b) $v < t_{\alpha}(n)$ c) $v > t_{1-\alpha}(n)$ $p ext{-Wert } p^* = 2(1-F(|v|))$ $F(v)$ $1-F(v)$

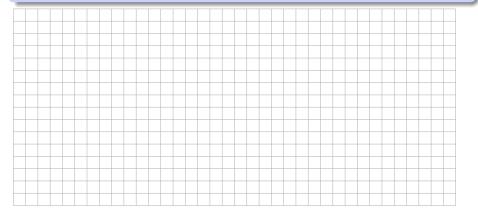
Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022 5

Stichproben von $n_1 = 35$ Studenten in Stadt A, $\bar{x_1} = 600$, $s_1 = 100$

 $n_2=40$ Studenten in Stadt B, $\bar{x_2}=520, s_2=70$

Annahme: $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1 = \sigma_2$ unbekannt.

Sind die Durchschnittseinkommen der Studenten beider Städte gleich($\alpha = 0.05$)?



7.3 Welch-Test

Annahme: $X_j \sim F_j$, $n_1, n_2 > 30$, oder $X_j \sim \mathcal{N}(\mu_j, \sigma_i^2)$, σ_i^2 unbekannt.

1. Hypothesen

a)
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$$
 vs. $H_1: \ldots \neq \delta_0$ c) $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$ vs. $H_1: \cdots > \delta_0$

b)
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \delta_0$$
 vs. $H_1: \dots < \delta_0$

2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = \frac{\bar{X_1} - \bar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \stackrel{appr}{\sim} t(k), \ k = \left| \frac{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2} \right|, \ S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j = 1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X_i})^2$$

3. Entscheidungsregel – Welch-Test

$$\frac{\text{Abl. von } H_0\text{, falls} \quad \text{a)} \quad |v| > t_{1-\alpha/2}(k) \quad \text{b)} \quad v < t_\alpha(k) \quad \text{c)} \quad v > t_{1-\alpha}(k)}{p\text{-Wert } p^* = \qquad 2(1-F(|v|)) \qquad F(v) \qquad 1-F(v)}$$

Alternativ für $n_1, n_2 > 30$: Gauß-Test mit obigem $V \stackrel{approx.}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse

7.4 Approximativer Gauß-Test

Annahme: $X_{ji} \sim F_j$ für $i = 1, \dots, n_j$, j=1, 2. Dabei $n_1, n_2 > 30$

1. Hypothesen

a)
$$H_0: \mu_1-\mu_2=\delta_0$$
 vs. $H_1:\ldots
eq \delta_0$ c) $H_0: \mu_1-\mu_2 \le \delta_0$ vs. $H_1:\cdots > \delta_0$

b)
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \delta_0$$
 vs. $H_1: \dots < \delta_0$

2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = rac{ar{X_1} - ar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \stackrel{approx}{\sim} \mathcal{N}(0, 1), \ ext{mit} \ S_i^2 = rac{1}{n_i - 1} \sum_{j = 1}^{n_i} (X_{ij} - ar{X}_i)^2$$

3. Entscheidungsregel – approx. Gauß-Test

$$\frac{\text{Ablehnung von } H_0, \text{ falls} \quad \text{a)} \quad |v| > z_{1-\alpha/2} \quad |\text{ b)} \quad v < z_{\alpha} \quad |\text{ c)} \quad v > z_{1-\alpha}}{p\text{-Wert } p^* = 2(1-F(|v|)) \quad F(v) \quad 1-F(v)}$$

Alternativ: Welch-Test, nichtparametrische Verfahren (z.B. Wilcoxon-Test, s.u.)

7.5 *t*-Test (verb. Stichpr.) $X_{ij} \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2), \delta = \mu_2 - \mu_1$

- \hookrightarrow Erhebung $X_{11},\ldots,X_{1n},X_{21},\ldots,X_{2n}$ z.B. an denselben Merkmalsträgern
- \hookrightarrow **Differenzentest**: Einstichproben-*t*-Test auf Differenzen $D_i = X_{2i} X_{1i}$

1. Hypothesen

2. Prüfgröße *V*

a)
$$H_0: \delta = 0$$
 vs. $H_1: \delta \neq 0$

$$V = \sqrt{n}\bar{D}/\hat{\sigma}_D \sim t(n-1)$$
 für $\delta = 0$

b)
$$H_0: \delta \ge 0$$
 vs. $H_1: \delta < 0$

mit
$$\sigma_D^2 = var(X_{i2} - X_{i1}),$$

 $\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$

c)
$$H_0: \delta \le 0$$
 vs. $H_1: \delta > 0$

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$$

3. Entscheidung: H_0 wird abgelehnt, wenn

a)
$$H_0: \delta = 0: |v| > t_{1-\alpha/2}(n-1)$$

$$p^* = 2(1 - F(|v|))$$

b)
$$H_0 : \delta \ge 0$$
: $v < t_{\alpha}(n-1)$

$$p^* = F(v)$$

c)
$$H_0: \delta \leq 0: \quad v > t_{1-\alpha}(n-1)$$

$$p^* = 1 - F(v)$$

- \hookrightarrow Bei beliebig verteilter Grundgesamtheit: approx. Gaußtest ($V \overset{approx.}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$)
- $\hookrightarrow \ \mathsf{Auch \ verf\"{u}gbar} : \mathsf{Wilcoxon\text{-}Test \ bei \ gebundenen \ Stichproben}$

Bearbeitungsdauer zweier Programme P1,P2 auf einem Maschinentyp

Maschine i	1	2	3	4	5	6	7	8
Dauer P1 (X_{1i})	5.9	5.1	3.1	6.5	5.6	4.9	4.6	4.2
Dauer P2 (X_{2i})	5.0	4.0	5.3	6.2	5.1	4.6	7.7	3.9
$D_i = X_{2i} - X_{1i}$	-0.9	-1.1	2.2	-0.3	-0.5	-0.3	3.1	-0.3

Ist Bearbeitungsdauer bei P1 signifikant höher als bei P2, d.h. $\mu_1 > \mu_2$ ($\alpha = 0.05$)?

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022 10

7.6 Wilcoxon-Rangsummentest

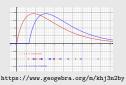
- hinreichend großen Stichprobenumfang voraus
- → nichtparametrische Alternative basierend auf Rängen
- \hookrightarrow In R: wilcox test (...)

Annahmen:

$$X = X_1, \dots, X_{n_1} \stackrel{u.i.v.}{\sim} F$$
, (stetig)

$$Y = Y_1, \dots, Y_{n_2} \overset{u.i.v.}{\sim} G$$
 (stetig)

X und Y sind st.u.,
$$F_Y(x) = F_X(x-a)$$



Idee:

- → Verteilungsfunktionen von der Form her gleich, u.U. Verschiebung einer VF
- → Gleichheit der Mediane entspricht Gleichheit der Verteilungen. Keine Existenz von Erwartungswerten vorausgesetzt.

1. Hypothese: H_0

a)
$$med(X) = med(Y)$$

b)
$$med(X) \ge med(Y)$$

c)
$$med(X) \leq med(Y)$$

Unter der Annahme $F_Y(x) = F_X(x - a)$ ist dies gleichwertig zu

a)
$$a = 0$$

b)
$$a \le 0$$

c)
$$a \ge 0$$

2. Teststatistik:

$$W = \sum_{i=1}^{n_1} rg(X_i),$$

in R:
$$V = \sum_{i,j} 1_{\{X_i \le Y_j\}} \stackrel{!}{=} W - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

- \hookrightarrow Teststatistik basiert auf X-Rängen der gepoolten Stichprobe Z = (X, Y).
- ⇔ Bei Gleichheit der Gruppenmediane wird eine gute Durchmischung von Z erwartet. Nullverteilung von W ist dann:
 - \square für $n_i \leq 25$: Wilcoxon-Verteilung (Quantile w_α) vertafelt bzw. mit R
 - \square für max $(n_1,n_2)>25$ approximativ: $\overset{approx.}{\sim}\mathcal{N}\left(\frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2},\frac{n_1\cdot n_2(n_1+n_2+1)}{12}\right)$
- → Wichtig bei der Anwendung: Bindungsfreie Daten (Stetige Verteilungen!)

3. Testentscheidung: H_0 wird abgelehnt, falls

- a) $H_0: med(X) = med(Y): w > w_{1-\alpha/2}(n_1, n_2) \text{ oder } w < w_{\alpha/2}(n_1, n_2)$
- b) $H_0: med(X) > med(Y): w < w_{\alpha}(n_1, n_2)$
- c) $H_0: med(X) < med(Y): w > w_{1-\alpha}(n_1, n_2)$

p-values für $\max(n_1, n_2) \le 25$ (Berechnung von F z.B. mit R, pwilcox (...)):

- a) $p^* = 2 \min(F(w), 1 F(w 1))$
- b) $p^* = F(w)$
- c) $p^* = 1 F(w 1)$

p-values für max $(n_1, n_2) > 25$ mit Normalapproximation: $\tilde{w} = \frac{w - \frac{w_1 \cdot (v_1 + v_2 + z)}{2}}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}}$

- a) $p^* = 2(1 \Phi(|\tilde{w}|)$
- b) $p^* = \Phi(\tilde{w})$
- c) $p^* = 1 \Phi(\tilde{w})$

Tabelle der α -Quantile w_{α} für $n_1, n_2 \le 25$ (mit R berechnet, qwilcox(...)):

2 3 3 3 4	4 4 5 5 5	5 6 6 6 7	7 7 8 8 8	9 9 9 10 10	2 3 3 3 3	3 3 4 4 4	4 5 5 5 5	5 6 6 6 6	7 7 7 7 7
3 6 6 7 8	9 9 10 10 11	12 12 13 14 14	15 16 16 17 18	18 19 20 20 21	3 6 6 6 7	8 8 9 9 10	10 11 11 12 12	13 13 14 14 15	15 16 16 17 17
	14 15 16 17 18	19 20 21 22 23	25 26 27 28 29	30 31 32 33 34	4 10 10 11 12	13 14 15 15 16	17 18 19 20 21	22 22 23 24 25	26 27 28 28 29
	21 22 24 25 27	28 29 31 32 34	35 36 38 39 41	42 44 45 46 48	5 15 16 17 18	19 21 22 23 24	25 27 28 29 30	31 33 34 35 36	38 39 40 41 43
	29 30 32 34 36	38 39 41 43 45	47 48 50 52 54	56 58 59 61 63	6 21 23 24 25	27 28 30 32 33	35 36 38 39 41	43 44 46 47 49	51 52 54 55 57
	37 40 42 44 46	48 50 53 55 57	59 62 64 66 68	70 73 75 77 79	7 28 30 32 34	35 37 39 41 43	45 47 49 51 53	55 57 59 61 63	65 67 69 71 73
	47 50 52 55 57	60 63 65 68 70	73 76 78 81 84	86 89 91 94 97	8 37 39 41 43	45 47 50 52 54	56 59 61 63 66	68 71 73 75 78	80 82 85 87 90
	58 61 64 67 70	73 76 79 82 85	88 91 94 97 100	103 106 109 112 115	9 46 48 50 53	56 58 61 63 66	69 72 74 77 80	83 85 88 91 94	96 99 102 105 108
	70 73 76 80 83	87 90 93 97 100	104 107 111 114 118		10 56 59 61 64	67 70 73 76 79	82 85 89 92 95	98 101 104 108 111	114 117 120 123 127
	83 86 90 94 98	101 105 109 113 117	121 124 128 132 136	140 144 148 152 156	11 67 70 73 76	80 83 86 90 93	97 100 104 107 111	114 118 122 125 129	132 136 140 143 147
			139 143 147 151 156			93 97 101 105 108	112 116 120 124 128		152 156 160 164 168
		117 121 126 130 134		160 164 169 173 177				132 136 140 144 148	
		134 139 143 148 153	157 162 167 172 176	181 186 190 195 200	13 93 96 100 104	108 112 116 120 125	129 133 137 142 146	151 155 159 164 168	172 177 181 186 190
		152 157 162 167 172	177 183 188 193 198	203 208 213 219 224		123 128 132 137 142	146 151 156 161 165	170 175 180 184 189	194 199 204 208 213
		171 176 182 187 193	198 204 209 215 221	226 232 237 243 249	15 122 126 131 135	140 145 150 155 160	165 170 175 180 185	191 196 201 206 211	217 222 227 232 238
	62 167 173 179 185	191 197 202 208 214	220 226 232 238 244	250 256 262 268 274	16 138 143 148 152	158 163 168 174 179	184 190 196 201 207	212 218 223 229 235	240 246 252 257 263
	80 187 193 199 205	211 218 224 231 237	243 250 256 263 269	275 282 288 295 301	17 156 160 165 171	176 182 188 193 199	205 211 217 223 229	235 241 247 253 259	265 271 277 283 289
18 176 181 188 194 20	00 207 213 220 227	233 240 247 254 260	267 274 281 288 295	302 308 315 322 329	18 174 179 184 190	196 202 208 214 220	227 233 239 246 252	258 265 271 278 284	291 297 304 310 317
19 195 201 208 214 22		256 263 271 278 285	292 300 307 314 321	329 336 343 351 358	19 193 198 204 210	216 223 229 236 243	249 256 263 269 276	283 290 297 304 310	317 324 331 338 345
20 215 222 229 236 24	43 250 258 265 273	280 288 295 303 311	318 326 334 341 349	357 365 372 380 388	20 213 219 225 231	238 245 252 259 266	273 280 287 294 301	309 316 323 330 338	345 352 360 367 374
21 237 243 251 258 26	66 273 281 289 297	305 313 321 329 337	345 353 362 370 378	386 394 402 411 419	21 235 240 247 254	261 268 275 282 290	297 305 312 320 328	335 343 351 358 366	374 382 389 397 405
22 259 266 274 282 29	90 298 306 314 322	331 339 348 356 365	373 382 390 399 408	416 425 433 442 451	22 257 263 270 277	284 292 299 307 315	323 331 339 347 355	363 371 379 387 395	404 412 420 428 436
		358 367 375 384 393	402 411 420 429 438	447 456 466 475 484	23 280 286 294 301	309 317 325 333 341	350 358 366 375 383	392 400 409 417 426	434 443 452 460 469
	40 349 358 367 376	386 395 404 414 423	432 442 451 461 470	480 489 499 508 518	24 304 311 318 326	334 343 351 360 368	377 386 395 403 412	421 430 439 448 457	466 475 484 493 502
		415 424 434 444 454	463 473 483 493 503	513 523 533 543 553	25 329 336 344 353	361 370 379 388 397	406 415 424 433 443	452 461 471 480 489	499 508 518 527 537
	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25		6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
2 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 4 4 4	4 4 4 5 5	5 5 5 5 5	2 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	4 4 4 4 4
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 6 7 7 8 8	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14	2 3 3 3 3 3 6 6 6 6	3 3 3 3 3 6 6 6 7 7	3 3 3 3 3 7 8 8 8 9	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12
2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11	3 3 3 3 3	3 3 4 4 4	4 4 4 5 5	5 5 5 5 5	2 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	4 4 4 4 4
2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 5 15 15 16 17	3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 12 12 13 14 14	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24	2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10	3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13	3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 1 5 15 15 16 17 1 6 21 21 23 24 2	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 8 12 12 13 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44	5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51	2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23	3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28	3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 1 5 15 15 16 17 1 6 21 21 23 24 7 28 29 30 32 2 3	3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 12 12 13 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57	5 5 5 5 5 5 12 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65	2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30	3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45	3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 8 12 12 13 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 43 44 46 48 50	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82	2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39	3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48	3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 29 41 42 44 45 50 52 54 55 57	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 8 12 12 12 13 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 44 46 48 50 53 55 57 60 62	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99	2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49	3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 12 12 22 32 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 66 87 0	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 5 15 15 16 17 7 6 21 21 23 24 7 28 29 30 32 3 8 36 37 39 41 9 45 47 49 51 5 10 55 57 59 62 6	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 8 12 12 12 13 14 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 43 44 46 48 60 52 55 55 57 60 62 64 67 69 72 75	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 98 28 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 15 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60	3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72	3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98	4 4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 99 19 3 100 103 106 108 111
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 5 15 15 15 16 17 6 21 21 23 24 2 7 28 29 30 32 3 8 36 37 39 41 4 9 45 47 49 51 10 55 57 59 62 6 11 66 68 71 74	3 3 3 3 8 6 7 7 8 8 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 43 44 46 48 50 53 55 57 60 62 64 67 69 72 75 76 79 82 85 89	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120	5 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137	2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 29 30 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72	3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115	4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 5 15 15 16 17 7 6 21 21 23 24 2 7 28 29 30 32 3 6 36 37 39 41 4 9 45 47 49 51 5 10 55 57 59 62 6 11 66 68 71 74 12 78 81 84 87 5	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 8 12 12 12 13 14 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 43 44 46 48 50 53 55 57 60 62 64 67 69 72 75 76 98 2 85 89 90 93 96 100 103	3 3 4 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 67 97 27 4 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 85	3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100	3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 6 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 5 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133	4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130 137 140 143 147 150
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 14 14 14 18 19 20 21 22 25 26 28 29 30 33 35 36 38 40 43 44 45 48 50 62 64 67 69 72 75 76 79 82 85 89 0 93 96 100 103 04 108 112 115 119	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 128 132 135 139 143 147 151 155 159	5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 16 6 21 21 2 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 85 13 91 93 95 99 95 99 95 95	3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116	3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 6 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 16 119 123 126 130 134	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152	4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130 137 140 143 147 150 156 160 164 167 171
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 11 1 5 15 15 16 17 1 6 21 21 23 24 7 28 29 30 32 3 8 36 37 39 41 4 5 10 55 7 59 62 6 11 66 68 71 74 12 78 18 18 48 77 6 13 92 94 97 101 11 14 105 108 112 116 11 14 105 108 112 116 11 12 16 11 12 16 11 12 16 11 11 16 11 12 16 11 14 105 108 11 21 16 11 16 11 12 16 11 11 16 11 11 16 11 12 16 11 11 16 11 12 16 11 11 16 11 12 16 11 11 16 11 11 16 11 11 16 11 11 16 11 11	3 3 3 3 3 6 7 7 8 8 6 7 7 7 8 8 8 6 7 7 7 8 8 9 7 8 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 10 10 10 3 0 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 41 43 45 46 48 52 54 57 59 64 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139	4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 162 166 171 175 179	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 12 12 12 13 13 14 22 22 22 32 42 44 33 34 35 36 37 45 46 46 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 184 188 193 197 201	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 85 13 91 93 95 91 41 105 107 110 113	3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 11 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 45 15 15 35 55 57 59 62 65 67 69 72 47 78 08 08 38 58 89 19 49 97 100 102 105 109 112 117 121 124 128 132	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 7 8 8 8 8 9 9 4 4 2 4 4 4 5 5 0 5 2 5 4 5 5 5 7 4 7 7 80 8 8 8 9 19 4 9 7 100 103 106 110 113 116 119 123 126 130 136 140 144 148 152	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 1491 155 160 164 169 173	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 11 11 19 20 20 21 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 48 68 69 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130 137 140 143 147 150 156 160 164 167 171 71 81 18 151 189 193
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 11 1 5 5 15 16 17 1 6 21 21 23 24 7 7 28 29 30 32 2 8 36 37 39 41 4 9 54 5 10 55 57 59 62 6 11 66 68 71 74 12 78 81 84 87 9 13 92 94 97 101 14 106 108 112 116 11 51 21 124 128 132 1	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 4 8 8 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 11 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 8 08 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 140 144 149 153 157 188 163 168 172 177	4 4 4 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 77 79 82 84 86 29 24 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 123 123 151 155 159 162 166 171 175 179 182 187 191 196 201	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 2 42 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 69 22 56 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150	3 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 12 12 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 55 762 64 66 68 70 103 106 110 113 119 123 126 130 134 136 140 144 148 152 54 158 158 167 172	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 1 5 15 15 16 17 7 6 21 21 23 24 2 7 8 26 20 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 3 3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 40 144 149 153 157 158 163 168 172 177 178 183 188 193 198	4 4 4 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 21 28 29 30 31 32 28 24 40 41 42 44 50 52 53 55 57 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 162 167 17 17 192 187 191 196 201 182 187 191 196 201 182 187 191 196 201 183 219 224	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 85 13 91 93 95 99 14 105 107 110 113 15 120 123 126 129 16 136 139 142 146 16 136 139 142 146 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 36 18 15 35 57 59 9 12 16 26 56 7 6 9 72 74 77 80 83 85 89 19 49 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150 150 155 155 159 164 168	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 6 12 12 22 32 32 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 55 76 62 64 66 68 70 10 3106 110 113 116 119 123 126 130 134 144 145 15 154 158 163 167 117 137 187 182 182 187 192	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 55 96 16 63 65 67 73 75 77 79 82 67 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 176 181 185 190 194	4 4 4 4 4 4 1 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 11 1 5 5 15 16 17 1 6 21 21 23 24 7 28 29 30 32 2 8 36 37 39 41 4 9 14 10 10 55 57 59 62 6 11 66 68 71 74 12 78 81 84 87 5 13 92 94 97 101 14 106 108 112 116 11 5 12 12 12 12 18 13 16 13 7 40 144 149 12 17 154 158 162 167 11 71 54 15 162 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 4 8 8 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 11 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 140 144 149 153 157 178 183 188 193 187 127 178 183 188 183 188 172 177 178 183 188 183 188 193 188 203 209 214 220	4 4 4 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 77 79 82 84 86 29 49 47 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 162 166 171 175 179 120 32 202 213 219 224	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 51 35 57 59 69 72 74 77 80 83 85 89 19 49 7100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150 155 155 159 164 168 169 173 178 183 188	3 3 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 65 65 66 68 70 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 136 140 144 148 152 154 158 163 167 172 173 178 182 187 192 31 38 203 208 214	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 95 26 27 28 29 135 37 38 39 40 47 48 50 51 53 96 16 36 36 56 7 73 75 77 79 82 77 90 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194 197 202 207 211 216 219 224 229 235 240	4 4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 46 46 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 15 15 15 15 16 17 1 6 21 21 23 24 2 7 28 29 30 32 2 8 36 37 39 41 4 49 51 12 12 12 4 12 13 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 46 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 40 144 149 153 157 158 163 168 172 177 178 183 188 193 198 198 203 209 214 220	4 4 4 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 21 28 29 30 31 32 28 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 69 7100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 162 167 171 175 179 182 187 191 196 201 202 213 213 219 224 225 231 236 242 247 248 254 260 266 272	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 3 17 17 18 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 7 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 124 132 133 137 141 145 150 150 155 155 155 155 164 168 169 173 178 183 188 189 39 80 203 209	3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 6 12 12 22 32 32 24 29 31 32 33 34 4 4 4 5 5 05 25 45 65 66 68 70 13 106 113 116 119 123 126 130 130 110 113 116 119 123 126 130 136 110 113 116 119 123 126 130 134 148 152 154 158 163 167 172 173 178 182 182 179 193 198 203 208 214 124 129 225 230 236	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 55 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194 197 202 207 221 216 219 224 229 235 240	4 4 4 4 4 4 1 4 1 1 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 54 55 45 58 59 61 69 71 72 74 76 31 100 103 106 106 111 118 121 124 127 130 156 106 106 161 167 171 71 811 85 188 193 199 203 208 212 217 126 227 226 231 235 241 245 250 256 261 266 270 276 281 287 293
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 15 15 15 15 16 17 7 6 21 21 23 24 2 7 8 8 4 7 4 9 51 1 6 17 1 6 11 16 6 68 71 74 1 13 92 94 97 101 11 14 100 10 13 15 12 12 13 13 15 12 12 13 13 15 12 12 13 13 15 12 12 13 13 15 12 12 13 13 15 12 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 12 13 13 15 13 15	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 140 144 149 153 157 178 183 188 193 198 198 203 209 214 220 219 225 231 237 242 219 225 231 237 242	4 4 4 5 5 5 10 111 11 12 18 19 20 20 21 21 82 93 93 93 13 22 28 93 93 13 22 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 162 166 171 175 179 162 166 171 175 179 162 265 273 273 273 273 273 273 273 273 273 273	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 28 21 33 35 36 38 41 43 44 46 48 15 15 35 55 75 9 62 65 67 69 72 74 77 78 08 38 55 88 19 44 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 137 141 145 150 155 155 159 164 168 18 18 193 198 203 209 208 213 219 224 230	3 3 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 16 12 12 22 32 32 24 29 31 32 33 34 4 5 50 52 54 55 57 74 77 80 82 85 68 91 94 97 100 103 106 110 113 116 19 123 126 130 134 136 140 144 148 152 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 37 37 57 77 9 82 67 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194 197 202 207 211 216 219 224 229 235 240 242 247 253 259 264	4 4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 46 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47 47
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 17 17 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	3 3 3 3 3 3 8 12 12 13 14 14 14 19 12 12 12 12 12 12 12 12 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14	3 3 4 4 4 8 8 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 75 66 17 18 26 27 27 47 8 20 83 26 8 27 27 47 8 20 83 26 8 27 27 47 18 2	4 4 4 5 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 21 28 29 30 31 32 28 29 30 55 5 7 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 125 124 132 135 139 139 129 24 125 123 123 125 129 124 125 123 123 123 125 129 124 125 123 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 129 124 125 123 125 123 125 125 125 125 125 125 125 125 125 125	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 8 9 12 12 22 32 32 44 25 9 31 32 33 34 44 45 50 52 54 55 77 47 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 67 90 93 95 96 103 106 109 112 115 120 123 123 130 132 120 123 123 130 132 125 126 126 126 126 126 127 127 127 127 127 127 127 127 127 127	4 4 4 4 4 4 1 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 15 15 15 15 16 17 7 6 21 21 23 24 2 7 28 29 30 32 2 8 8 2 7 49 51 1 16 6 68 71 74 9 51 1 2 7 8 12 8 7 9 62 1 4 1 2 7 8 1 8 48 7 7 9 10 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 3 3 3 3 3 8 12 12 13 14 14 14 19 20 21 22 25 26 28 29 30 34 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14	3 3 4 4 4 4 8 9 9 9 10 115 16 16 17 18 8 9 9 9 10 115 16 17 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 67 69 7 2 61 67 67 8 08 08 3 68 89 29 99 96 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 138 163 168 17 17 178 18 163 168 179 178 18 163 168 172 178 18 18 163 168 172 178 18 18 163 168 172 178 18 18 163 168 172 178 18 18 163 168 172 178 18 18 163 168 172 178 18 18 18 193 198 163 168 174 178 18 18 18 18 193 198 163 168 174 178 18 18 18 18 193 198 163 168 174 178 18 18 18 18 193 198 198 198 198 198 198 198 198 163 168 168 168 178 178 18 18 18 18 193 198 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	4 4 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 18 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 18 19 10 10 16 17 17 18 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4 4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 19 45 45 65 99 61 68 45 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 69 91 93 64 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65 65
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 11 11 2 1 5 15 11 11 12 10 10 11 11 2 1 5 15 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	3 3 3 3 3 8 12 12 13 14 14 14 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	3 3 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4 4 5 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 21 18 19 20 20 21 21 21 28 29 30 31 32 28 29 30 41 42 44 45 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 69 62 84 86 92 94 97 100 103 61 111 141 171 172 125 128 134 137 151 155 159 102 147 151 151 151 151 151 151 151 151 151 15	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 19 15 26 26 27 28 29 35 37 38 39 40 7 48 50 51 53 59 61 63 65 65 15 53 59 61 63 65 67 90 93 95 98 67 90 93 95 98 67 90 93 95 98 137 441 149 149 157 31 441 149 185 190 121 118 15 190 194 197 32 22 27 27 28 24 29 27 25 22 27 28 24 27 25 37 28 20 27 37 33 10 316 316 323 330 337 344 33 50 385 385 53 27	4 4 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6	3 3 3 3 3 3 8 12 12 13 14 14 14 15 19 20 21 22 25 26 28 29 30 3 3 4 10 3 24 15 15 16 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	3 3 4 4 4 8 9 9 10 115 16 16 17 18 8 9 9 9 10 115 16 17 18 8 9 12 24 25 26 27 31 33 33 44 35 37 45 37 45 25 24 45 25 24 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25	4 4 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 3 3 3 1 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 19 10 10 16 17 17 18 19 19 10 10 16 17 18 18 19 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 21 11 12 12 20 20 21 21 21 21 20 20 31 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 46 46 47 12 77 77 77 77 77 77 77 77 77 77 77 77 77
2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6	3 3 3 3 3 8 12 12 13 14 14 14 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	3 3 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	4 4 5 5 5 10 11 11 12 12 18 19 20 20 21 21 18 19 20 20 21 21 21 28 29 30 31 32 28 29 30 41 42 44 45 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 69 62 84 86 92 94 97 100 103 61 111 141 171 172 125 128 134 137 151 155 159 102 147 151 151 151 151 151 151 151 151 151 15	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 9 9 10 10 10 16 17 17 18 19 19 10 10 16 17 17 18 19 18 19 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4 4 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

14

Durchschnittsgehälter von Praktikanten in Stadt 1 und Stadt 2:

$$X = (387, 426, 446, 448, 536, 545, 549, 563, 706)$$

$$Y = (350, 440, 447, 520, 540, 548, 560, 700, 750)$$

Unterscheiden sich die Gehälter ($\alpha = 0,05$)?

$$rg(X) = (2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17),$$
 $rg(Y) = (1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)$

$$H_0: med(X) = med(Y)$$

$$w = \sum_{i=1}^{9} rg(X_i) = 82$$

$$w_{0.025}(9,9) = 63, w_{1-0.025}(9,9) = 9 \cdot (9+9+1) - 63 = 108$$

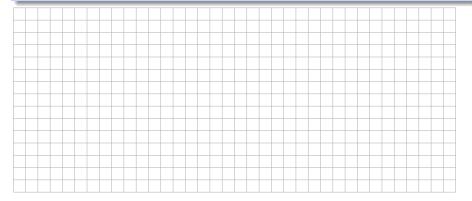
 \Rightarrow H_0 kann nicht abgelehnt werden ($\alpha = 0.05$).

Durchschnittsgehälter von Praktikanten in Stadt 1 und Stadt 2:

X = (325, 350, 380, 448, 536, 545, 559, 620, 806)

Y = (450, 470, 547, 550, 640, 648, 760, 800, 830)

Sind Absolventengehälter in Stadt 1 geringer als in Stadt 2 ($\alpha = 0,05$)?



16