Lösung zu Aufgabe 1

Lösung mit Dichtetransformationssatz:

Mit geeignetem g, Ω gilt $f_Y(y) = \left|\frac{d}{dy} g^{-1}(y)\right| f_X(g^{-1}(y)) \cdot \mathbb{1}_\Omega(y)$

Hier ist $g(x) = \frac{1}{x}$, $g^{-1}(y) = \frac{1}{y}$, $\frac{d}{dy} g^{-1}(y) = -\frac{1}{y^2}$ und $\Omega =]0; \infty[$

d.h. es ergibt sich

$f_Y(y) = \frac{1}{y^2} \lambda^2 \frac{1}{y} e^{-\lambda/y} \mathbb{1}_{]0;\infty[}(\frac{1}{y}) \mathbb{1}_{]0;\infty[}(y) = \frac{\lambda^2}{y^3} e^{-\frac{\lambda}{y}} \mathbb{1}_{]0;\infty]}(y)$

Zweiter Lösungsweg:

Erst $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ berechnen und die Dichte durch Ableiten nach y bestimmen. Dabei nur den Fall $y > 0$ behandeln.

$P(Y \leq y) = P(\frac{1}{X} \leq y) = P(X \geq \frac{1}{y}) = \int_{\frac{1}{y}}^{\infty} \lambda^2 x e^{-\lambda x} dx = \left[-\frac{\lambda x + 1}{e^{\lambda x}}\right]_{\frac{1}{y}}^{\infty} = (\frac{\lambda}{y} + 1) e^{-\frac{\lambda}{y}}$

Dabei partiell integrieren mit $u(x) = \lambda x$, $v'(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ und $u'(x) = \lambda$, $v(x) = -e^{-\lambda x}$.

$f_Y(y) = F'_Y(y) = (-\frac{\lambda}{y^2}) e^{-\frac{\lambda}{y}} + (1 + \frac{\lambda}{y}) e^{-\frac{\lambda}{y}} \frac{\lambda}{y^2} = (-\frac{\lambda}{y^2} + \frac{\lambda}{y^2} + \frac{\lambda^2}{y^3}) e^{-\frac{\lambda}{y}} = \frac{\lambda^2}{y^3} e^{-\frac{\lambda}{y}}$

Lösung zu Aufgabe 2

Die Lösung finden Sie mit den Lösungen zu den anderen R-Aufgaben im Learnweb.

Lösung zu Aufgabe 3

Die Lösungen als R-Code finden Sie im Learnweb. Wir würden uns sehr darüber freuen, wenn Sie Ihre Lösungen im Tutorium mit uns und den anderen teilen würden!