

Übungen zur Vorlesung
Datenanalyse - Dr. Terveer, Vogt, Pohl
Sommersemester 2022 Blatt 2 26.04.2022

Aufgabe 4 (Klausur Datenanalyse und Simulation, Sommersemester 2016)

X, Y seien gemeinsam stetig verteilt mit WS-Dichte $f_{X,Y}(x, y) = (2 - x - y) \cdot \mathbf{1}_{[0;1]^2}(x, y)$

Berechnen Sie eine WS-Dichte der Zufallsvariable $Z = X + Y$.

Hinweis: Unterscheiden Sie bei der Berechnung die drei Fälle $0 \leq z < 1$, $1 \leq z \leq 2$ und $z \notin [0; 2]$. Nutzen Sie $\mathbf{1}_{[0;1]}(z - x) = \mathbf{1}_{[z-1; z]}(x)$.

Aufgabe 5 (Champignons und bivariate Verteilungen) Bauer N. Schlau lässt von seinen Erntehelfern auf seinen Wiesen Champignons sammeln und verkauft sie korbweise auf dem Wochenmarkt.

Da die angebotene Menge - variiert, hat er aus lang-jähriger Erfahrung folgende gemeinsame Verteilung $\mathbb{P}^{(X,Y)}$ für die Anzahl der verkauften Körbe X und den pro Korb erzielten Preis Y in Euro ermittelt.

Menge X	Preis Y	2	3	4	5
25		0	0	0,05	0,1
50		0,05	0,05	0,1	0,05
75		0,1	0,1	0,1	0,05
100		0,1	0,1	0,05	0

Hinweis: Die kursiv dargestellten Aufgabenteile sind eine Wiederholung von Themen aus DuW und werden nur bei Bedarf Ihrerseits besprochen. Auch zu diesen werden Lösungen nach der Übung bereitgestellt.

- Bestimmen Sie die Randverteilungen $\mathbb{P}^X, \mathbb{P}^Y$ sowie Erwartungswerte und Varianzen von X und Y . Sind X, Y stochastisch unabhängig?
- Berechnen Sie den erwarteten Erlös sowie die Pearson-Korrelation von X und Y .
- Zum Markttag hat der Bauer 100 Körbe Champignons gesammelt. Er zahlt seiner Verkaufshilfe als Arbeitslohn 1,75 Euro je verkauftem Korb Pilze und überlegt, ob er $i = 25, 50, 75, 100$ Körbe auf dem Markt anbieten soll. Dabei geht er davon aus, dass sich der Preis auf dem Markt, zu dem er i angebotenen Körbe verkaufen kann, anhand der bedingten Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(Y = j | X = i)$ beschreiben lässt. Bei welchem Preis erzielt Bauer N. Schlau den größten erwarteten Deckungsbeitrag?

Aufgabe 6 Der FC Stenkelfeld hat in der Saison 2019 insgesamt 4000 Vereinsmitglieder. Bei einem bestimmten Heimspiel gibt die Zufallsvariable X_i an, ob das i -te der Vereinsmitglieder das Spiel besucht ($X_i = 1$) oder nicht ($X_i = 0$). Die X_i werden als st.u. angenommen mit $p = P(X_i = 1) = 0,7$. Ein Eisverkäufer im Stadion bietet in der Halbzeitpause Frucht-Wassereis zu 0,80€ und Schokoladeneis zu 1,50€ je Portion an. Jedes Vereinsmitglied im Stadion kauft – unabhängig von allen anderen Besuchern – während der Pause mit Wahrscheinlichkeit 0,35 kein Eis, mit Wahrscheinlichkeit 0,25 ein Wassereis und mit Wahrscheinlichkeit 0,4 ein Schokoladeneis. Es bezeichne $R_i \in \{0, 0,8, 1,5\}$ die Eis-Ausgaben des i -ten Vereinsmitglieds in der Halbzeit (natürlich gilt $P(R_i = 0 | X_i = 0) = 1$) und $Y = R_1 + \dots + R_{4000}$ die gesamten Einnahmen des Eisverkäufers.

- Berechnen Sie die (bedingten) erwarteten Einnahmen $E(Y | N = k)$, wenn k Vereinsmitglieder im Stadion sind.
- Berechnen Sie mit Hilfe des gerade berechneten bedingten Erwartungswertes und totaler Wahrscheinlichkeit die erwarteten Einnahmen $E(Y)$ des Eisverkäufers.