## 7. Zweistichprobentests

- Gauß-Test (Normalverteilung mit bekannten Varianzen)
- t-Test (Normalverteilungen mit unbekannter Varianz)
- Welch-Test
- Approximativer Gauß-Test
- t-Test bei verbundenen Stichproben
- Wilcoxon-Rangsummentest

## Zweistichprobentests

- $\hookrightarrow$  Ziehung zweier Stichproben, Analyse möglicher Unterschiede
- $\hookrightarrow \ \mathsf{Herkunft} \ \mathsf{der} \ \mathsf{zwei} \ \mathsf{Stichproben}$ 
  - □ aus verschiedenen Grundgesamtheiten, unabh. Stichproben
    - z.B. Vergleich des Durchschnittseinkommens von Ärzten und Anwälten
  - □ zwei unabh. Stichproben aus einer Grundgesamtheit
    - z.B. Aufteilung von *n* Studenten zufällig auf zwei Gruppen mit verschiedenem Übungskonzept, Vergleich der Leistungen beider Gruppen
  - □ zwei gebundene Stichproben aus einer Grundgesamtheit
    - z.B. WI-Studierende: Abiturnote vs. Bachelornote

Grundsätzliche Vorgehensweise bei Mittelwerttests:

- $\hookrightarrow$  Ziehen zweier Stichproben der Umfänge  $n_1$  und  $n_2$  mit  $\bar{x}_1$  und  $\bar{x}_2$
- $\hookrightarrow$  Uberprüfung von Hypothesen bzgl. der Differenz  $\mu_1 \mu_2$  anhand von  $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$

a) 
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) = \delta_0$$
 vs.  $H_1: (\mu_1 - \mu_2) \neq \delta_0$ 

b) 
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) \ge \delta_0$$
 vs.  $H_1: (\mu_1 - \mu_2) < \delta_0$ 

c) 
$$H_0: (\mu_1 - \mu_2) \le \delta_0$$
 vs.  $H_1: (\mu_1 - \mu_2) > \delta_0$ 

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022

3

# 7.1 Gauß-Test (Normalverteilung mit bekannten Varianzen)

Annahme:  $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_i^2$  bekannt.

### 1. Hypothesen

- a)  $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta_0$
- b)  $H_0: \mu_1 \mu_2 \ge \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 < \delta_0$
- c)  $H_0: \mu_1 \mu_2 \le \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 > \delta_0$

### 2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung $F_V$

$$V = rac{ar{X_1} - ar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

### 3. Entscheidungsregel – Gauß-Test

$$\frac{\text{Ablehnung von } H_0\text{, falls} \quad \text{a)} \quad |v| > z_{1-\alpha/2} \quad \text{b)} \quad v < z_\alpha \quad \text{c)} \quad v > z_{1-\alpha}}{p\text{-Wert } p^* = \qquad 2(1-\Phi(|v|)) \qquad \Phi(v) \qquad 1-\Phi(v)}$$

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022

#### Durchschnittseinkommen von Praktikanten

Stichproben von  $n_1 = 35$  Studenten in Stadt A,  $\bar{x_1} = 600$ 

$$\textit{n}_{2}=$$
 40 Studenten in Stadt  $\textit{B}$ ,  $\bar{\textit{x}_{2}}=$  520

Annahme: 
$$X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1^2 = 8000, \sigma_2^2 = 5000$$
 (bekannt).

Kann man aus den Daten folgern, dass die Einkommen von Praktikanten in Stadt A höher als in Stadt B sind ( $\alpha=0.01$ )?

$$\hookrightarrow \mbox{ Hypothesen } H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \ \mbox{ vs. } H_1: \mu_1 > \mu_2 \ \mbox{ (Fall c) mit } \delta_0 = 0)$$

$$\hookrightarrow \text{ Teststatistik } V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{8000/35 + 5000/40}} = \frac{80}{10.177} = 7.86$$

$$\hookrightarrow$$
 Entscheidung:  $v = 7.86 > z_{1-0.01} = z_{0.99} = 2.33$  ( $\alpha = 0.05$ ), also wird  $H_0$  abgelehnt.

$$\rightarrow p^* = (1 - \Phi(7.86)) \approx 0 < 0.01$$

Bemerkung: Die Annahme, dass die Varianz bekannt ist (wenn gleichzeitig der Erwartungswert unbekannt ist), ist eher unrealistisch. Für  $n_1, n_2 > 30$  kann die Varianz durch die Stichprobenvarianz ersetzt werden (approx. Gaußtest)

# 7.2 t-Test (Normalverteilungen mit unbekannter Varianz)

Annahme:  $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2), \sigma^2$  unbekannt.

### 1. Hypothesen

- a)  $H_0: \mu_1 \mu_2 = \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 \neq \delta_0$
- b)  $H_0: \mu_1 \mu_2 \ge \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 < \delta_0$
- c)  $H_0: \mu_1 \mu_2 \le \delta_0$  vs.  $H_1: \mu_1 \mu_2 > \delta_0$

## 2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{(1/n_1 + 1/n_2)\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \sim t(n) \text{ mit } n = n_1 + n_2 - 2$$

### 3. Entscheidungsregel – t-Test

Abl. von 
$$H_0$$
, falls a)  $|v| > t_{1-\alpha/2}(n)$  b)  $v < t_{\alpha}(n)$  c)  $v > t_{1-\alpha}(n)$   $p ext{-Wert } p^* = 2(1-F(|v|))$   $F(v)$   $1-F(v)$ 

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022 5

#### Durchschnittseinkommen von Praktikanten

Stichproben von  $n_1 = 35$  Studenten in Stadt A,  $\bar{x_1} = 600$ ,  $s_1 = 100$ 

 $n_2=40$  Studenten in Stadt B,  $\bar{x_2}=520, s_2=70$ 

Annahme:  $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2), \sigma_1 = \sigma_2$  unbekannt.

Sind die Durchschnittseinkommen der Studenten beider Städte gleich( $\alpha = 0.05$ )?

Hypothesen 
$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$
 vs.  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 

Teststatistik  $V = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta_0}{\sqrt{(1/n_1 + 1/n_2)\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$ 

$$= \frac{600 - 520 - 0}{\sqrt{(1/35 + 1/40)\frac{34 \cdot 100^2 + 39 \cdot 70^2}{35 + 40 - 2}}} = 4.05$$
Testentscheidung  $|v| = 4.05 > t_{0.975}(35 + 40 - 2) = 1.99$  ( $\alpha = 0.05$ )
$$\Rightarrow H_0 \text{ wird abgelehnt}$$

#### 7.3 Welch-Test

Annahme:  $X_j \sim F_j$ ,  $n_1, n_2 > 30$ , oder  $X_j \sim \mathcal{N}(\mu_j, \sigma_i^2)$ ,  $\sigma_i^2$  unbekannt.

### 1. Hypothesen

a) 
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$$
 vs.  $H_1: \ldots \neq \delta_0$  c)  $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$  vs.  $H_1: \cdots > \delta_0$ 

b) 
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \delta_0$$
 vs.  $H_1: \dots < \delta_0$ 

## 2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = \frac{\bar{X_1} - \bar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \stackrel{appr}{\sim} t(k), \ k = \left| \frac{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2} \right|, \ S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j = 1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X_i})^2$$

### 3. Entscheidungsregel – Welch-Test

$$\frac{\text{Abl. von } H_0\text{, falls} \quad \text{a)} \quad |v| > t_{1-\alpha/2}(k) \quad \text{b)} \quad v < t_\alpha(k) \quad \text{c)} \quad v > t_{1-\alpha}(k)}{p\text{-Wert } p^* = \qquad 2(1-F(|v|)) \qquad F(v) \qquad 1-F(v)}$$

Alternativ für  $n_1, n_2 > 30$ : Gauß-Test mit obigem  $V \stackrel{approx.}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$ 

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse

## 7.4 Approximativer Gauß-Test

Annahme:  $X_{ji} \sim F_j$  für  $i = 1, \dots, n_j$ , j=1, 2. Dabei  $n_1, n_2 > 30$ 

### 1. Hypothesen

a) 
$$H_0: \mu_1-\mu_2=\delta_0$$
 vs.  $H_1:\ldots 
eq \delta_0$  c)  $H_0: \mu_1-\mu_2 \le \delta_0$  vs.  $H_1:\cdots > \delta_0$ 

b) 
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \delta_0$$
 vs.  $H_1: \dots < \delta_0$ 

### 2. Teststatistik V und Stichprobenverteilung F für $\mu_1-\mu_2=\delta_0$

$$V = rac{ar{X_1} - ar{X_2} - \delta_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \stackrel{approx}{\sim} \mathcal{N}(0, 1), \ ext{mit} \ S_i^2 = rac{1}{n_i - 1} \sum_{j = 1}^{n_i} (X_{ij} - ar{X}_i)^2$$

### 3. Entscheidungsregel – approx. Gauß-Test

$$\frac{\text{Ablehnung von } H_0, \text{ falls} \quad \text{a)} \quad |v| > z_{1-\alpha/2} \quad |\text{ b)} \quad v < z_{\alpha} \quad |\text{ c)} \quad v > z_{1-\alpha}}{p\text{-Wert } p^* = 2(1-F(|v|)) \quad F(v) \quad 1-F(v)}$$

Alternativ: Welch-Test, nichtparametrische Verfahren (z.B. Wilcoxon-Test, s.u.)

# 7.5 *t*-Test (verb. Stichpr.) $X_{ij} \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2), \delta = \mu_2 - \mu_1$

- $\hookrightarrow$  Erhebung  $X_{11},\ldots,X_{1n},X_{21},\ldots,X_{2n}$  z.B. an denselben Merkmalsträgern
- $\hookrightarrow$  **Differenzentest**: Einstichproben-*t*-Test auf Differenzen  $D_i = X_{2i} X_{1i}$

### 1. Hypothesen

### 2. Prüfgröße *V*

a) 
$$H_0: \delta = 0$$
 vs.  $H_1: \delta \neq 0$ 

$$V = \sqrt{n}\bar{D}/\hat{\sigma}_D \sim t(n-1)$$
 für  $\delta = 0$ 

b) 
$$H_0: \delta \ge 0$$
 vs.  $H_1: \delta < 0$ 

mit 
$$\sigma_D^2 = var(X_{i2} - X_{i1}),$$
  
 $\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$ 

c) 
$$H_0: \delta \le 0$$
 vs.  $H_1: \delta > 0$ 

$$\hat{\sigma}_D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$$

### 3. Entscheidung: $H_0$ wird abgelehnt, wenn

a) 
$$H_0: \delta = 0: |v| > t_{1-\alpha/2}(n-1)$$

$$p^* = 2(1 - F(|v|))$$

b) 
$$H_0 : \delta \ge 0$$
:  $v < t_{\alpha}(n-1)$ 

$$p^* = F(v)$$

c) 
$$H_0: \delta \leq 0: \quad v > t_{1-\alpha}(n-1)$$

$$p^* = 1 - F(v)$$

- $\hookrightarrow$  Bei beliebig verteilter Grundgesamtheit: approx. Gaußtest ( $V \overset{approx.}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$ )
- $\hookrightarrow \ \mathsf{Auch \ verf\"{u}gbar} : \mathsf{Wilcoxon\text{-}Test \ bei \ gebundenen \ Stichproben}$

### Bearbeitungsdauer zweier Programme P1,P2 auf einem Maschinentyp

Maschine i	1	2	3	4	5	6	7	8
Dauer P1 $(X_{1i})$	5.9	5.1	3.1	6.5	5.6	4.9	4.6	4.2
Dauer P2 $(X_{2i})$	5.0	4.0	5.3	6.2	5.1	4.6	7.7	3.9
$D_i = X_{2i} - X_{1i}$	-0.9	-1.1	2.2	-0.3	-0.5	-0.3	3.1	-0.3

Ist Bearbeitungsdauer bei P1 signifikant höher als bei P2, d.h.  $\mu_1 > \mu_2$  ( $\alpha = 0.05$ )?

Datenanalyse Sommersemester 2022

### 7.6 Wilcoxon-Rangsummentest

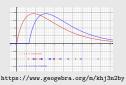
- hinreichend großen Stichprobenumfang voraus
- → nichtparametrische Alternative basierend auf Rängen
- $\hookrightarrow$  In R: wilcox test (...)

#### Annahmen:

$$X = X_1, \dots, X_{n_1} \stackrel{u.i.v.}{\sim} F$$
, (stetig)

$$Y = Y_1, \dots, Y_{n_2} \overset{u.i.v.}{\sim} G$$
 (stetig)

X und Y sind st.u., 
$$F_Y(x) = F_X(x-a)$$



#### Idee:

- → Verteilungsfunktionen von der Form her gleich, u.U. Verschiebung einer VF
- → Gleichheit der Mediane entspricht Gleichheit der Verteilungen. Keine Existenz von Erwartungswerten vorausgesetzt.

### 1. Hypothese: $H_0$

a) 
$$med(X) = med(Y)$$

b) 
$$med(X) \ge med(Y)$$

c) 
$$med(X) \leq med(Y)$$

Unter der Annahme  $F_Y(x) = F_X(x - a)$  ist dies gleichwertig zu

a) 
$$a = 0$$

b) 
$$a \le 0$$

c) 
$$a \ge 0$$

#### 2. Teststatistik:

$$W=\sum_{i=1}^{n_1} rg(X_i),$$

in R: 
$$V = \sum_{i,j} 1_{\{X_i \le Y_j\}} \stackrel{!}{=} W - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

- $\hookrightarrow$  Teststatistik basiert auf X-Rängen der gepoolten Stichprobe Z = (X, Y).
- ⇔ Bei Gleichheit der Gruppenmediane wird eine gute Durchmischung von Z erwartet. Nullverteilung von W ist dann:
  - $\square$  für  $n_i \leq 25$ : Wilcoxon-Verteilung (Quantile  $w_{\alpha}$ ) vertafelt bzw. mit R
  - $\square$  für max $(n_1, n_2) > 25$  approximativ:  $\overset{approx.}{\sim} \mathcal{N}\left(\frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2}, \frac{n_1 \cdot n_2(n_1+n_2+1)}{12}\right)$
- → Wichtig bei der Anwendung: Bindungsfreie Daten (Stetige Verteilungen!)

### 3. Testentscheidung: $H_0$ wird abgelehnt, falls

- a)  $H_0: med(X) = med(Y): w > w_{1-\alpha/2}(n_1, n_2) \text{ oder } w < w_{\alpha/2}(n_1, n_2)$
- b)  $H_0 : med(X) \ge med(Y) : w < w_{\alpha}(n_1, n_2)$
- c)  $H_0 : med(X) \leq med(Y) : w > w_{1-\alpha}(n_1, n_2)$

*p*-values für max $(n_1, n_2) \le 25$  (Berechnung von F z.B. mit R, pwilcox (...)):

- a)  $p^* = 2 \min(F(w), 1 F(w 1))$
- b)  $p^* = F(w)$
- c)  $p^* = 1 F(w 1)$

p-values für max $(n_1,n_2)>25$  mit Normalapproximation:  $\tilde{w}=rac{w-rac{n_1(n_1+n_2+1)}{2}}{\sqrt{rac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$ 

- a)  $p^* = 2(1 \Phi(|\tilde{w}|)$
- b)  $p^* = \Phi(\tilde{w})$
- c)  $p^* = 1 \Phi(\tilde{w})$

# Tabelle der $\alpha$ -Quantile $w_{\alpha}$ für $n_1, n_2 \le 25$ (mit R berechnet, qwilcox(...)):

2 3 3 3 4 4	4 4 5 5 5	5 6 6 6 7	7 7 8 8 8	9 9 9 10 10	2 3 3 3 3	3 3 4 4 4	4 5 5 5 5	5 6 6 6 6	7 7 7 7 7
3 6 6 7 8 9	9 10 10 11	12 12 13 14 14	15 16 16 17 18	18 19 20 20 21	3 6 6 6 7	8 8 9 9 10	10 11 11 12 12	13 13 14 14 15	15 16 16 17 17
4 10 11 12 13 14	1 15 16 17 18	19 20 21 22 23	25 26 27 28 29	30 31 32 33 34	4 10 10 11 12	13 14 15 15 16	17 18 19 20 21	22 22 23 24 25	26 27 28 28 29
5 16 17 18 20 21	1 22 24 25 27	28 29 31 32 34	35 36 38 39 41	42 44 45 46 48	5 15 16 17 18	19 21 22 23 24	25 27 28 29 30	31 33 34 35 36	38 39 40 41 43
	9 30 32 34 36	38 39 41 43 45	47 48 50 52 54	56 58 59 61 63	6 21 23 24 25	27 28 30 32 33	35 36 38 39 41	43 44 46 47 49	51 52 54 55 57
	7 40 42 44 46	48 50 53 55 57	59 62 64 66 68	70 73 75 77 79	7 28 30 32 34	35 37 39 41 43	45 47 49 51 53	55 57 59 61 63	65 67 69 71 73
	7 50 52 55 57	60 63 65 68 70	73 76 78 81 84	86 89 91 94 97	8 37 39 41 43	45 47 50 52 54	56 59 61 63 66	68 71 73 75 78	80 82 85 87 90
	3 61 64 67 70	73 76 79 82 85	88 91 94 97 100	103 106 109 112 115	9 46 48 50 53	56 58 61 63 66	69 72 74 77 80	83 85 88 91 94	96 99 102 105 108
	73 76 80 83	87 90 93 97 100	104 107 111 114 118	121 124 128 131 135		67 70 73 76 79	82 85 89 92 95	98 101 104 108 111	114 117 120 123 127
		101 105 109 113 117	121 124 128 132 136	140 144 148 152 156	11 67 70 73 76	80 83 86 90 93	97 100 104 107 111	114 118 122 125 129	132 136 140 143 147
		117 121 126 130 134	139 143 147 151 156	160 164 169 173 177		93 97 101 105 108	112 116 120 124 128	132 136 140 144 148	152 156 160 164 168
		134 139 143 148 153	157 162 167 172 176	181 186 190 195 200	13 93 96 100 104	108 112 116 120 125	129 133 137 142 146	151 155 159 164 168	172 177 181 186 190
		152 157 162 167 172	177 183 188 193 198	203 208 213 219 224		123 128 132 137 142	146 151 156 161 165	170 175 180 184 189	194 199 204 208 213
		171 176 182 187 193	198 204 209 215 221	226 232 237 243 249	15 122 126 131 135	140 145 150 155 160	165 170 175 180 185	191 196 201 206 211	217 222 227 232 238
		191 197 202 208 214	220 226 232 238 244	250 256 262 268 274	16 138 143 148 152	158 163 168 174 179	184 190 196 201 207	212 218 223 229 235	240 246 252 257 263
17 157 163 169 174   180	187 193 199 205	211 218 224 231 237	243 250 256 263 269	275 282 288 295 301	17 156 160 165 171	176 182 188 193 199	205 211 217 223 229	235 241 247 253 259	265 271 277 283 289
18 176 181 188 194 200	207 213 220 227	233 240 247 254 260	267 274 281 288 295	302 308 315 322 329	18 174 179 184 190	196 202 208 214 220	227 233 239 246 252	258 265 271 278 284	291 297 304 310 317
19 195 201 208 214 221	1 228 235 242 249	256 263 271 278 285	292 300 307 314 321	329 336 343 351 358	19 193 198 204 210	216 223 229 236 243	249 256 263 269 276	283 290 297 304 310	317 324 331 338 345
20 215 222 229 236 243	3 250 258 265 273	280 288 295 303 311	318 326 334 341 349	357 365 372 380 388	20 213 219 225 231	238 245 252 259 266	273 280 287 294 301	309 316 323 330 338	345 352 360 367 374
21 237 243 251 258 266	5 273 281 289 297	305 313 321 329 337	345 353 362 370 378	386 394 402 411 419	21 235 240 247 254	261 268 275 282 290	297 305 312 320 328	335 343 351 358 366	374 382 389 397 405
22 259 266 274 282 290	298 306 314 322	331 339 348 356 365	373 382 390 399 408	416 425 433 442 451	22 257 263 270 277	284 292 299 307 315	323 331 339 347 355	363 371 379 387 395	404 412 420 428 436
		358 367 375 384 393	402 411 420 429 438	447 456 466 475 484	23 280 286 294 301	309 317 325 333 341	350 358 366 375 383	392 400 409 417 426	434 443 452 460 469
		386 395 404 414 423	432 442 451 461 470	480 489 499 508 518	24 304 311 318 326	334 343 351 360 368	377 386 395 403 412	421 430 439 448 457	466 475 484 493 502
		415 424 434 444 454	463 473 483 493 503	513 523 533 543 553	25 329 336 344 353	361 370 379 388 397	406 415 424 433 443	452 461 471 480 489	499 508 518 527 537
.01 2 3 4 5 6	5 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25	005 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3					6 7 8 9 10	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4	21 22 23 24 25 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12
.01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5	005 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33 8 36 37 39 41 43	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33 8 36 37 39 41 43 9 45 47 49 51 53	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 77 75 77 79 82	4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33 8 36 37 39 41 43 9 45 47 49 51 53 10 55 57 59 62 64	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40 3 44 46 48 50 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98	4 4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 11 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 25 3 8 36 37 39 41 43 9 45 47 49 51 53 10 55 57 59 62 64 74 11 66 68 71 74 76	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 5 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 45 46 48 50 3 45 66 69 72 75 5 79 82 85 89	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97100	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115	4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 11 12 5 15 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 23 8 36 37 39 41 43 9 45 47 49 51 53 10 55 57 59 62 41 166 68 71 74 76 12 78 81 84 87 90	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75 5 79 82 85 89 93 96 100 103	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 10 104 107 110 114 117 121	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 98 28 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 5 15 15 15 15 6 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 67 7 12 78 80 82 85	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133	4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 43 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130 137 140 143 147 150
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33 8 36 37 39 41 43 9 45 47 49 51 53 10 55 57 59 62 64 11 66 68 71 74 76 12 78 81 84 87 90 13 9 29 49 710 1 104	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 8 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75 5 79 82 85 89 9 36 100 103 14 108 112 115 119	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 213 127 131 133 139	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 77 79 82 84 86 29 24 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 43 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152	4 4 4 4 4 4 4 4 10 11 11 12 12 19 20 20 21 21 30 30 31 32 33 41 44 45 46 54 56 58 59 61 69 71 72 74 76 84 86 89 91 93 100 103 106 108 111 118 121 124 127 130 137 140 143 147 150 156 160 164 167 171
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 40 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75 5 79 82 85 89 0 93 96 100 103 9 123 128 132 136	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 140 144 149 153 157	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 11 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 45 50 52 53 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 125 128 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 142 166 171 175 179	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 99 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 101 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 144 188 193 197 201	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 8 36 36 38 39 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 85 13 91 93 95 99	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 23 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 12 12 23 23 24 29 31 32 33 24 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 136 440 144 448 152	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 37 37 57 77 9 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 112 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 146 169 173	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 8 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 35 36 38 45 50 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75 5 79 82 85 89 9 39 96 100 103 4 108 112 115 119 9 123 128 132 136	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 133 139 140 144 149 153 157 158 163 168 172 177	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 18 19 20 20 21 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 162 166 171 175 179 162 166 171 175 179	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 43 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 184 188 193 197 201 184 188 193 197 201 196 121 125 220 225	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 5 15 15 15 15 16 6 21 21 22 23 7 28 28 29 30 9 45 46 47 49 10 55 56 58 60 11 66 67 69 72 12 78 80 82 82 13 91 93 95 99 14 105 107 110 113	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 23 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 50 52 54 55 57 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 136 140 144 148 152 54 185 185 187 172	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 20 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 96 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 4 67 69 72 75 5 79 82 85 89 0 93 96 100 103 4 108 112 115 119 9 123 128 132 136 5 140 145 149 154 3 158 163 168 173	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 158 163 168 172 177 178 183 188 193 198	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 11 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 45 50 52 53 66 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 182 187 191 196 201 182 187 191 196 201 182 187 191 196 201	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 99 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 144 188 193 197 201 206 211 215 220 225 229 234 239 245 250	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 23 33 53 63 88 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 24 50 52 54 55 57 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 154 158 163 167 172 173 178 182 187 192	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194	4 4 4 4 4 4 1 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 18 6 21 21 23 24 25 7 28 29 30 32 33 9 45 47 49 51 53 10 55 75 9 62 64 11 65 68 71 74 76 10 10 10 10 11 21 16 11 10 10 11 21 16 11 10 10 11 21 16 11 12 12 12 13 16 13 17 40 144 149 13 16 13 17 40 144 149 13 17 145 18 18 12 16	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 2 12 13 14 14 8 19 20 21 2 5 26 28 29 30 3 5 36 38 40 3 5 5 7 60 62 3 5 5 7 60 62 5 7 9 8 2 85 89 9 3 9 6 100 12 115 119 9 123 128 132 136 1 10 145 149 154 1 158 163 163 173 1 158 163 163 173	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 31 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 213 127 131 135 139 140 144 149 153 157 178 183 188 193 198 180 203 209 214 220	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 18 19 20 20 21 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 48 68 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 126 132 135 139 162 166 171 175 179 162 166 171 175 179 163 175 175 175 175 163 175 175 175 175 175 175 175 175 175	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 43 33 34 35 36 37 45 46 48 49 51 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 139 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 184 188 193 197 201 184 188 193 197 201 196 211 215 220 225 229 234 239 245 250	005 2 3 4 5 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 23 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 65 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 117 121 124 128 132 133 137 141 145 150 150 155 159 164 168 169 173 178 183 188	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 13 14 14 15 21 22 23 23 24 29 31 32 33 24 29 31 32 33 34 50 52 54 55 57 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 136 140 144 148 152 154 158 163 167 172 173 178 182 187 192	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 96 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 164 169 173 176 181 185 190 194 197 202 207 21 216 197 202 207 21 216	4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 5 15 15 16 17 38 6 21 21 23 24 25 7 26 29 30 32 33 10 55 57 59 62 46 11 66 68 71 74 76 12 78 81 84 87 90 11 16 10 11 21 16 11 11 16 10 11 21 16 11 11 13 13 14 15 15 11 13 13 14 18 18 12 16 11 18 112 115 118 118 118	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 8 8 2 12 13 14 14 3 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 3 3 36 36 38 40 3 44 46 48 50 3 44 46 48 50 3 45 57 69 72 75 5 79 82 85 89 9 3 93 96 100 103 108 112 115 119 1123 128 123 126 140 145 149 154 115 149 1	11 12 13 14 15 3 3 9 4 9 4 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 11 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 123 127 131 135 139 108 108 108 172 177 178 183 188 193 198 198 203 209 214 220 199 252 531 237 242	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 63 65 67 69 71 77 79 82 84 86 29 29 49 7100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 143 147 151 155 159 162 167 171 175 179 162 187 191 196 201 163 208 213 219 224 225 231 236 242 247 248 254 260 266 272	21 22 23 24 25 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 163 167 171 175 179 164 188 193 197 201 205 211 215 220 225 225 228 24 239 245 250 253 259 264 270 276 278 284 290 296 302	005 2 3 4 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 3 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 41 43 44 46 48 51 53 55 57 59 62 55 67 69 72 74 77 80 83 85 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 88 91 94 97 100 102 105 109 112 116 105 155 159 164 168 169 173 178 183 188 188 193 198 203 209	11 12 13 14 15 3 3 8 8 8 3 8 8 8 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 29 31 32 33 34 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 103 106 110 113 116 119 123 126 130 134 136 140 144 148 152 154 158 163 167 172 173 178 182 187 192 193 198 203 208 214 214 219 225 230 236	16 17 18 19 20 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 99 61 63 65 67 73 75 77 79 82 87 90 93 95 98 103 106 109 112 115 120 123 126 130 133 137 141 145 149 152 156 160 146 149 173 176 181 185 190 194 197 202 207 221 1216 219 224 229 235 240	4 4 4 4 4 4 1 4 1 1 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 54 54 55 58 59 61 69 71 72 74 76 34 86 89 91 30 103 106 106 111 118 121 124 127 130 156 160 164 167 171 71 811 85 181 91 39 203 208 212 217 226 221 326 241 245 250 256 261 266 270 276 281 287 293
01 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 11 12 5 15 15 15 17 7 7 26 20 3 2 3 8 36 37 39 41 43 10 55 57 59 62 4 11 15 65 67 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 2 12 13 14 14 9 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 44 46 48 50 3 45 46 48 50 9 19 79 72 75 9 10 10 103 108 112 115 119 123 128 132 136 1 108 112 115 119 1 123 128 132 136 1 108 112 117 118 119 124 1 108 121 117 118 119 119 125 1 108 120 208 213	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 11 33 34 35 37 41 43 45 46 48 52 54 57 59 61 64 67 69 72 74 78 80 83 86 89 92 95 98 101 104 107 110 114 117 121 124 127 131 135 131 125 133 188 193 198 198 203 292 14 220 219 225 231 237 242 211 247 244 260 266	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 38 40 41 42 44 50 52 53 55 57 67 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 128 132 135 139 142 46 151 155 139 142 146 131 155 139 142 147 147 147 147 147 147 147 147 147 147	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 23 34 35 36 37 59 60 62 64 65 73 75 77 79 82 89 91 94 96 99 106 109 111 114 117 124 127 130 133 137 143 146 150 154 157 163 167 171 175 179 164 168 193 195 2025 279 248 289 242 272 276 278 284 290 296 302 278 284 290 296 302 304 311 317 324 330	005 2 3 4 5 2 3 3 4 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	6 7 8 9 10 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 31 35 36 38 51 53 55 57 59 52 55 57 59 53 55 57 59 53 55 57 59 50 57 59 50 57 57 59 50 57 57 58 50 57 57 58 50 57 58 50 57 58 50 57 59 50 57 58 50 50 58 50 57 58	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 13 14 14 15 16 21 22 23 23 24 39 41 42 44 45 50 52 54 55 57 62 64 66 68 70 74 77 80 82 85 88 91 94 97 100 103 106 110 113 116 119 12 12 13 18 21 18 19 12 15 15 15 16 16 16 17 17 173 178 182 187 192 173 178 182 187 192 174 178 182 187 192 175 178 182 187 192 174 178 182 187 192 175 178 182 187 192 174 179 198 203 208 214 214 219 225 230 236	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 67 73 75 77 79 82 103 106 109 112 115 101 123 126 130 133 137 140 140 140 140 140 14	4 4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45
31 2 3 4 5 6 2 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 4 10 10 10 11 12 6 21 21 33 24 25 6 27 21 21 33 24 25 8 26 37 39 41 33 24 8 26 37 39 41 33 24 10 55 47 90 62 64 11 66 68 71 74 76 12 76 81 84 87 90 13 25 94 97 101 106 11 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1	5 7 8 9 10 7 3 7 3 3 5 7 7 3 3 5 7 7 3 3 5 7 7 3 3 6 7 7 8 9 10 7 7 8 9 10 12 12 13 14 14 8 19 20 21 22 5 26 28 29 30 8 3 5 3 6 38 40 8 44 64 84 67 69 72 6 8 6 7 69 72 8 6 8 7 8 8 8 9 9 9 9 6 10 0 10 12 12 15 119 19 12 12 18 119 12 13 12 18 12 115 119 19 12 12 18 13 15 149 154 10 6 20 20 20 21 13 12 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 18 17 192 10 6 20 20 20 21 13 21 17 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12	11 12 13 14 15 13 14 15 13 14 15 13 14 15 15 15 16 16 17 18 12 13 14 15 15 16 16 17 18 12 13 14 15 15 16 16 17 18 12 13 14 15 15 16 16 17 18 13 13 13 14 15 15 15 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 21 28 29 30 31 32 21 28 29 30 31 32 21 28 29 30 31 32 27 77 77 98 22 84 86 29 24 97 100 11 14 11 17 120 21 25 128 132 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138	22 22 24 24 25 24 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25	005 2 3 4 5 3 4 5 2 2 6 6 6 6 6 6 6 6 6 9 6 9 12 2 2 3 4 6 7 8 6 9 6 6 6 6 6 12 2 1 2 2 23 7 2 8 2 8 2 9 3 0 9 45 4 6 47 7 4 7 8 1 7	6 7 8 9 10 6 3 3 3 3 13 6 3 3 3 3 13 6 3 3 3 3 3 13 1 11 12 12 13 11 17 17 18 19 20 24 25 26 27 23 23 32 35 36 38 41 14 34 44 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45	11 12 13 14 13 3	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 6 17 17 18 19 9 5 9 10 10 16 17 17 18 19 15 25 26 27 28 29 15 37 38 39 51 57 37 38 9 10 17 37 57 7 79 82 17 37 57 7 79 82 103 106 109 112 113 137 141 145 149 152 156 160 164 167 113 137 141 145 149 152 156 160 164 167 117 176 181 185 190 194 197 202 207 217 217 176 22 22 22 25 25 240 242 247 253 253 240 265 272 278 284 280	4 4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 69 71 72 74 76 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81 81
12   3   4   5   6     2   3   3   3   3     3   6   6   6   6   6     2   3   3   3   3     3   6   6   6   6   6     4   10   10   11     5   15   15   16   17     7   22   23   23     7   22   23   23     8   9   37   39   41     43   9   45   47   9   51     53   6   7   7   7   7     7   7   7   7     7   7	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 3 3 3 1 3 3 9 2 12 13 14 14 9 19 20 21 22 5 26 28 29 30 3 5 36 38 40 3 44 46 48 50 4 67 69 72 75 5 79 82 85 96 100 103 140 112 115 119 123 123 132 136 140 145 149 154 150	11 12 13 14 14 14 18 9 9 9 10 10 15 16 16 17 18 12 3 24 25 26 27 14 1 43 4 5 4 6 48 19 12 14 14 14 15 14 15 16 16 17 18 12 14 15 15 16 16 17 18 18 15 15 16 16 17 18 18 16 16 17 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18 18	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 53 40 41 42 44 50 52 53 55 57 77 79 82 84 86 36 56 76 97 100 103 108 111 114 117 120 108 111 114 117 120 120 21 120	22 22 23 24 25 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 23 33 34 55 36 37 59 60 62 64 65 59 60 62 64 65 59 60 60 62 64 65 60 60 911 11 10 15 124 127 130 133 137 137 17 77 98 22 39 91 94 96 99 106 109 111 11 10 15 138 165 170 171 175 170 138 165 171 175 170 138 165 170 175 175 188 165 170 175 175 189 189 189 185 25 257 247 248 25 257 258 25 257 258 258 258 258 257 258 258 258 257 258 258 258 257 258 258 257 258 258 258 257 258 258 257 258 258 257 258 258 258 258	005 2 3 4 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 51 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45	11 12 13 14 15 15 13 14 15 15 15 13 14 15 16 12 12 22 33 23 24 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 35 37 38 39 40 47 48 50 51 53 59 61 63 65 55 59 61 63 65 57 77 3 75 77 79 82 103 105 105 105 113 113 137 141 145 149 157 107 187 187 187 187 187 187 187 187 187 18	4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 30 30 31 31 32 33 41 43 44 45 46 45 46 69 41 45 46 69 41 45 46 69 41 45 46 69 41 45 46 69 41 45 46 69 41 47 11 18 121 124 127 130 137 140 143 147 150 156 160 164 167 171 171 181 185 189 193 199 203 208 212 217 177 181 185 193 208 212 227 237 237 25 201 46 27 227 237 237 237 24 24 25 237 237 25 24 24 25 237 237 25 24 25 24 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 24 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25
12   3   4   5   6   2   3   3   3   3   3   6   6   6   6   6   2   3   3   3   3   3   6   6   6   6   4   10   10   10   11   3   21   21   22   5   21   21   23   24   7   22   20   30   32   8   36   37   39   41   8   36   37   39   41   8   36   37   39   41   8   36   37   39   41   8   36   37   39   41   8   36   37   39   41   8   46   37   49   11   47   47   47   11   47   48   47   11   48   47   11   49   41   41   11   41   41   41   11   41   4	5 7 8 9 10 5 7 8 9 10 5 7 7 8 9 10 6 7 7 8 9 10 6 1 7 8 1 8 1 9 10 7 8 1 9 10 8 1 9 10	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 41 43 45 65 46 67 80 81 85 65 67 67 80 81 85 86 67 80 81 86 80 67 80 81 81 819 67 81 81 81 81 819 67 81 81 81 81 819 67 81 81 81 81 81 81 67 81 81 81 81 81 67 81 81 81 81 81 67 81 81 81 67 81 81 81 67 81 81 81 81 67 81 81 81	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 88 40 41 42 44 50 52 53 55 57 67 50 67 69 67 69 67 90 94 97 100 103 108 111 14 117 120 125 128 132 133 193 108 111 114 117 120 125 128 132 133 193 108 117 118 155 159 102 166 171 175 175 102 166 171 175 175 103 17	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 59 60 62 64 68 95 15 59 60 62 64 68 95 15 59 60 62 64 68 19 15 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1	005 2 3 4 5 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	6 7 8 9 10 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 3 3 5 36 38 3 3 3 3 36 38 3 3 8 36 38 31 35 36 38 38 31 35 36 38 38 31 34 34 34 46 48 39 25 35 36 37 69 27 47 77 60 33 25 88 91 94 97 100 102 105 109 112 41 28 132 133 137 141 145 138 131 317 141 145 138 131 317 141 145 138 131 137 141 145 138 132 134 134 134 135 135 136 138 136 137 137 138 138 137 137 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138	11 12 13 14 15 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 7 8 8 8 9 9 3 7 8 8 8 9 9 9 13 14 14 15 16 21 22 23 32 32 44 15 16 21 22 23 32 32 45 24 16 25 16	16 17 18 19 20 3 3 3 3 4 4 4 9 9 9 10 10 10 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	4 4 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
12   3   4   5   6   2   3   3   3   3   3   3   6   6   6   6   6   6   2   3   3   3   3   3   6   6   6   6   6   4   10   10   11   11   6   21   21   23   24   7   22   20   32   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   26   37   39   41   8   27   28   28   8   28   37   39   41   8   28   37   39   41   8   38   37   39   8   37   39   41   8   48   47   30   9   11   12   13   9   12   13   13   9   13   14   14   9   13   14   15   9   13   14   15   9   15   15   15   9   17   17   17   9   18   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   18   18   9   9   18   9   9   18   9   9   18   9   9   18   9   9   9   9   9   9   9   9   9   9	5 7 8 9 10 3 3 3 3 3 5 7 7 8 8 5 7 7 8 8 5 7 7 8 8 8 19 20 21 22 21 21 31 41 48 3 19 20 21 22 5 26 28 29 23 3 35 36 38 40 3 44 46 48 50 3 55 57 60 62 5 79 82 85 89 3 93 96 100 121 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 5 16 16 17 18 23 24 25 26 27 44 24 35 35 37 44 24 46 75 59 61 47 8 90 83 86 89 67 67 97 27 14 67	16 17 18 19 50 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 88 40 41 42 44 93 66 77 69 71 77 79 82 84 86 92 94 97 100 103 108 111 114 117 120 125 126 132 135 139 134 134 134 135 139 135 136 137 137 137 138 137 137 138 138 138 138 137 138	71 22 23 24 25 5 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 97 60 67 64 68 97 51 97 60 67 64 68 19 51 97 91 94 99 106 109 111 114 117 117 134 127 130 131 137 143 146 150 154 157 143 146 127 137 147 147 147 147 147 147 147 147 147 14	005 2 3 4 5 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	6 7 8 9 10 3 3 3 3 3 6 6 6 7 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 23 23 33 34 56 33 24 25 26 27 28 25 26 27 28 26 26 56 7 69 72 47 77 80 83 85 88 91 94 97 100 27 27 27 27 28 28 29 29 20 20 21 21 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12	11 12 13 14 15 3 7 8 8 8 9 9 14 15 15 16 17 17 17 18 17 18 18 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 10 10 16 17 17 18 19 25 26 27 28 29 37 37 38 39 40 49 40 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 50 60 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4 4 4 4 4 1 10 11 11 12 19 20 20 21 21 11 11 12 19 20 20 21 21 21 11 12 12 12 12 12 12 12 12 12
31   2   3   4   5   6   2   3   3   3   3   3   3   6   6   6   6   6   2   3   3   3   3   3   3   6   6   6   6   6   4   10   10   11   12   5   15   15   12   7   20   20   3   3   8   36   37   39   41   8   37   39   41   8   37   39   41   8   48   47   51   8   58   57   59   64   8   7   7   8   7   8   8   7   8   7   8   8   8   7   8   8   8   8   7   7   8   8   7   7   8   8   8   7   8   9   9   4   7   8   7   8   8   8   7   8   8   8   7   8   8   8   8   7   8   8   8   8   7   8   9   9   9   8   9   9   9   8   10   10   10   8   10   10   10   8   10   10   10   8   10   10   10   8   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   10   10   9   10   9   10   10   9   10   9   10   10   9	5 7 8 9 10 5 7 8 9 10 5 7 7 8 8 5 7 7 7 8 8 5 7 7 8 8 5 9 20 21 22 12 13 14 14 5 19 20 21 22 23 3 35 3 3 3 3 3 4 36 48 40 3 4 36 38 40 3 4 36 38 40 3 5 5 60 60 5 60 60 5 60 60 5 60 60 5 7 7 62 2 8 8 5 7 7 62 2 8 8 5 100 108 112 115 119 123 126 132 136 136 140 145 149 154 13 151 168 173 13 151 168 173 13 151 17 162 187 192 13 15 17 22 25 25 25 3 26 2 26 27 9 307 3 310 317 325 332 3 36 34 35 135 135	11 12 13 14 15 3 3 4 4 4 8 9 9 9 10 15 16 16 17 18 23 24 25 26 27 41 43 45 65 46 67 80 81 85 65 67 67 80 81 85 86 67 80 81 86 80 67 80 81 81 819 67 81 81 81 81 819 67 81 81 81 81 819 67 81 81 81 81 81 81 67 81 81 81 81 81 67 81 81 81 81 81 67 81 81 81 67 81 81 81 67 81 81 81 81 67 81 81 81	16 17 18 19 20 4 4 4 5 5 10 11 11 11 12 18 19 20 20 21 28 29 30 31 32 88 40 41 42 44 50 52 53 55 57 67 50 67 69 67 69 67 90 94 97 100 103 108 111 14 117 120 125 128 132 133 193 108 111 114 117 120 125 128 132 133 193 108 117 118 155 159 102 166 171 175 175 102 166 171 175 175 103 17	21 22 23 24 25 5 5 5 5 5 12 12 13 13 14 12 22 22 23 24 24 33 34 35 36 37 59 60 62 64 68 99 51 59 60 62 64 68 99 51 59 60 62 64 68 19 51 59 60 62 64 68 19 51 50 64 68 19 51	005 2 3 4 5 3 3 3 3 3 3 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	6 7 8 9 10 3 3 3 3 6 6 6 7 7 11 11 12 12 13 17 17 18 19 20 24 25 26 27 28 32 33 35 36 38 3 3 5 36 38 3 3 3 3 36 38 3 3 8 36 38 31 35 36 38 38 31 35 36 38 38 31 34 34 34 46 48 39 25 35 36 37 69 27 47 77 60 33 25 88 91 94 97 100 102 105 109 112 41 28 132 133 137 141 145 138 131 317 141 145 138 131 317 141 145 138 131 137 141 145 138 132 134 134 134 135 135 136 138 136 137 137 138 138 137 137 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138 138	11 12 13 14 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13	16 17 18 19 20 3 3 3 4 4 9 9 9 10 10 10 17 17 18 19 21 39 30 10 10 17 17 18 19 22 39 37 38 39 30 59 61 63 65 67 79 82 87 40 50 51 53 59 61 63 65 67 79 82 87 40 50 51 53 59 61 63 65 67 79 82 87 40 50 15 53 13 75 77 79 82 87 40 50 15 53 13 75 17 79 82 15 16 160 164 169 173 176 181 185 100 194 176 181 185 100 194 20 20 27 30 30 310 316 242 247 253 259 264 255 272 272 83 30 310 316 255 272 272 83 313 37 344 317 137 385 394 40 40 68 416 424 422	4 4 4 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

#### Durchschnittsgehälter von Praktikanten in Stadt 1 und Stadt 2:

$$X = (387, 426, 446, 448, 536, 545, 549, 563, 706)$$

$$Y = (350, 440, 447, 520, 540, 548, 560, 700, 750)$$

Unterscheiden sich die Gehälter ( $\alpha = 0,05$ )?

$$rg(X) = (2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17),$$
  $rg(Y) = (1, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)$ 

$$H_0: med(X) = med(Y)$$

$$w = \sum_{i=1}^{9} rg(X_i) = 82$$

$$w_{0.025}(9,9) = 63, w_{1-0.025}(9,9) = 9 \cdot (9+9+1) - 63 = 108$$

 $\Rightarrow$   $H_0$  kann nicht abgelehnt werden ( $\alpha = 0.05$ ).

### Durchschnittsgehälter von Praktikanten in Stadt 1 und Stadt 2:

$$X = (325, 350, 380, 448, 536, 545, 559, 620, 806)$$

$$Y = (450, 470, 547, 550, 640, 648, 760, 800, 830)$$

Sind Absolventengehälter in Stadt 1 geringer als in Stadt 2 ( $\alpha = 0,05$ )?

Dr. Ingolf Terveer Datenanalyse Sommersemester 2022