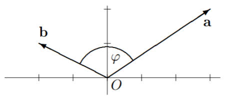
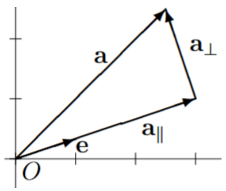
Vektoren

Inneres Produkt / Skalarprodukt

$\mathbb{R}$	$<\vec{a},\vec{b}>=\sum_{i=1}^{n}=a_i b_i$
$\mathbb{C}$	$<\vec{a},\vec{b}>=\sum_{i=1}^{n}=a_i b_i$
Positivität:	$<\vec{a},\vec{b}>\geq 0$
	a = 0 oder b = 0 $\rightarrow <\vec{a},\vec{b}>=0$
Symmetrie:	$<\vec{a},\vec{b}>=<\vec{b},\vec{a}>$ für $\mathbb{R}$
	$<\vec{a},\vec{b}>=\overline{<\vec{b},\vec{a}>}$ für $\mathbb{C}$
Linearität:	$<\vec{a},k\vec{b}+h\vec{c}>=k<\vec{a},\vec{b}>+h<\vec{a},\vec{c}$
Normalisierung:	$<\vec{a},\vec{a}>=\|\|\vec{a}\|\|^2$



Matrix $\mathbb{R}$	$<\vec{a},A\vec{b}>=<A^T\vec{a},\vec{b}>$
Matrix $\mathbb{C}$	$<\vec{a},A\vec{b}>=<\overline{A^T}\vec{a},\vec{b}>$
Orthogonalität:	$<\vec{a},\vec{b}>=0$ man schreibt $\vec{a}\perp\vec{b}$
Parallelität:	$\vec{a}=k\vec{b}$ oder $\vec{b}=k\vec{a}$
Winkel:	$<\vec{a},\vec{b}>=\|\|\vec{a}\|\|\,\|\|\vec{b}\|\|\cos(\alpha)$
	$\cos(\alpha)=0$ $\alpha=90$ für $\vec{a}\perp\vec{b}$
Pythagoras:	$\|\|\vec{a}\|\|^2+\|\|\vec{b}\|\|^2=\|\|\vec{a}+\vec{b}\|\|^2$ für $\vec{a}\perp\vec{b}$
Zerlegung	$\vec{a}=\vec{a}_\perp+\vec{a}_\parallel$



Einheitsvektor	$\vec{a}_\parallel=<\vec{e},\vec{a}>\vec{e}$
	$\vec{a}_\perp=\vec{a}-<\vec{e},\vec{a}>\vec{e}$
Cauchy-Schwarz:	$\|\|\vec{a}\|\|\,\|\|\vec{b}\|\|\geq<\vec{a},\vec{b}>$
	gleich wenn $\vec{a}\perp\vec{b}$
Einheitsnormalvektor	$\|\|\vec{n_0}\|\|=\frac{\vec{n}}{\|\|\vec{n}\|\|}$

Normalvektor

$\vec{n}=\begin{pmatrix}n_1\\n_2\end{pmatrix}$...Normalvektor, $a=(a_1,a_2)$...Punkt

$$n_1x+n_2y=c$$
$$c=a_1n_1+a_2n_2$$

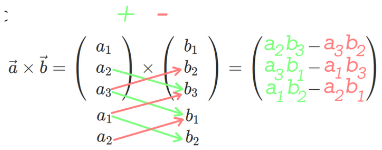
Hsse'sche Normalform

Normalvektor zum Einheitsnormalvektor mit der Länge 1 gemacht wird, dann ist $|c|$ der Anstand der Geraden vom Ursprung

Kreuzprodukt

Wenn $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhaengig (nicht parallel)
$<(\vec{a}\times\vec{b}),\vec{a}>=0$ bzw. $(\vec{a}\times\vec{b})\perp\vec{b}$
Wenn linear abhängig (parallel)
$\vec{a}=k\vec{b}$ oder $\vec{b}=k\vec{a}$ $\vec{a}\times\vec{b}=0$

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}$$



Orthogonale Projektion

$$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{<\vec{a},\vec{b}>}{||\vec{b}||^2}\vec{b}$$

Wenn $||b||=1$, dann ist das Ergebnis

$$<\vec{a},\vec{b}>=<\vec{a},\vec{b}>\vec{b}$$

$$<\vec{a}_\perp,\vec{b}>=0$$

Matrix

Lineare Abbildungen von Matritzen

m x n - Matrix -¿ m Zeilen n Spalten V,W...Vektorräume über $\mathbb{R}$ bzw. $\mathbb{C}$ F:V $\rightarrow$ W heißt linear, wenn

$$f(a\vec{v}+b\vec{u})=af\vec{v}+bf(\vec{u}),\forall\vec{v},\vec{u}\in V,\forall a,b\in\mathbb{R}$$

F:$\mathbb{R}^n\rightarrow\mathbb{R}^m$ kann dargestellt werden in der Form:

$$f(\vec{x})=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n\\\vdots\\\vdots\\a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}$$

$$f(\vec{x})=A\vec{x}$$

jede Abbildungen $\vec{x}\rightarrow A\vec{x}$ heißt lineare Abbildung

Matrix transformieren

Um eine Matrix zu transformieren

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix}$$

Einheitsmatrix

$$\mathbb{1}=E=\begin{pmatrix}1&0&\cdots&0\\0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&\cdots&1\end{pmatrix}$$

$$\mathbb{1}A=A\mathbb{1}=A$$

$$AA^{-1}=A^{-1}A=\mathbb{1}$$

Quadratische Gleichungen

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Felix Erlacher, http://erlacher.org/