| BRANCHE | SECTION(S) | ÉPREUVE ÉCRITE | |
|------------------|------------|----------------------|------------|
| MATHÉMATIQUES II | C, D | Durée de l'épreuve : | 2h45 |
| | | Date de l'épreuve : | 20.09.2018 |

Théorie: (4 points)

Démontrez le théorème suivant :

Soit f une fonction continue sur $[a, b] \subset \mathbb{R}$.

Soit F une primitive de f sur [a,b], alors pour tout $x \in [a,b]$, $\boxed{\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a)}$ en particulier : $\boxed{\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)}$, noté $[F(t)]_a^b$.

Exercice 1: (4+5=9 points)

Résolvez les inéquations suivantes :

1)
$$\frac{-1-e^{-1-x}}{4+e^x} + \frac{1}{4} \le 0$$

2)
$$\log_{0.5}(4x^2 - 14) + 1 \ge 2 \cdot \log_{0.5}(x - 1)$$

Exercice 2: (4 points)

Calculez
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x+3} \right)^{x+1}$$
.

Exercice 3: (0.5+5+4+4.5+3=17 points)

On donne
$$f: x \mapsto \frac{e^{2x}}{\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2}$$
.

- 1) Déterminez le domaine de définition.
- 2) Déterminez les limites aux bornes du domaine de définition et étudiez l'existence d'asymptotes éventuelles.
- 3) Calculez la dérivée première, étudiez les variations de f et l'existence d'extrema.
- 4) Calculez la dérivée seconde, étudiez la concavité de f et l'existence de points d'inflexion.
- 5) Tracez le graphe de f dans un R.O.N. (unité 1cm) en indiquant tous les éléments importants.

Exercice 4: (5+4+5 = 14 points)

- 1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{12x-2}{(3x^2-x+1)^2}$. Déterminez la primitive F de f sur \mathbb{R} pour laquelle $F(1) = \frac{4}{3}$.
- 2) Calculez $\int_0^{\frac{5}{4}} \frac{5-4x}{25+16x^2} dx$.
- 3) Calculez $\int e^{-2x} \cos(-2x) dx$.

Exercice 5: (2+4=6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2 \ln(x) + 1}{2 \ln(x) - 1}$.

- 1) Déterminez le domaine de définition de f.
- 2) Calculez f'(x) puis une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

Exercice 6: (6 points)

Calculez, dans un repère orthonormé du plan, l'aire \mathcal{A} de la partie du plan délimitée par les graphes des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -2x - 1$$
 et $g(x) = -x^3 + 3x^2 + 8x - 1$.