Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2006

Section: D

Branche: Mathématiques I

Nom et prénom du candidat				

Question I (14)

Résoudre dans C l'équation : $z^3 - (1+8i)z^2 - (19-15i)z + 34 + 2i = 0$, sachant qu'elle admet une solution réelle.

Question II (12+4)

On donne les nombres complexes $z_1 = \frac{\left(-9\sqrt{3} - 13\right) + \left(9 - 13\sqrt{3}\right)i}{9 + 13i}$ et $z_2 = \frac{7 + 3i}{5 - 2i}$.

- 1. Ecrire z_1 , z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique et trigonométrique.
- 2. En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

Question III (8+5)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1. Déterminer les inverses des matrices A et B si possible.
- 2. Calculer: $A^{-1} \cdot B \cdot {}^{t}A$

Question IV (7+10)

 Résoudre par la méthode de Gauss ou de l'échelonnement le système suivant et donner une interprétation géométrique de la solution :

$$\begin{cases} y+3z=1\\ 2x-y+z=3\\ x-y+2z=-1 \end{cases}$$

 Résoudre, discuter et interpréter géométriquement selon le paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} x + my - z = 1 \\ mx + y + z = m \end{cases}$$