Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

septembre

Question I (2+3+3+8+2+1+3+4=26 points)

Soit f la fonction définie par
$$f(x) = \begin{cases} (2+x) \cdot e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x + 2x \ln(x^2) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Déterminer les domaines de définition et de continuité de f. Etudier plus particulièrement la continuité de f en $x_0 = 0$.
- 2) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition et étudier l'existence d'asymptotes.
- 3) Etudier la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. En déduire le domaine de dérivabilité de f.
- 4) Calculer la dérivée première et la dérivée seconde de f. Dresser le tableau des variations de f.
- 5) Déterminer les coordonnées des extremums et des points d'inflexion éventuels du graphe cartésien de f.
- 6) Etablir l'équation de la tangente au graphe cartésien de f au point d'abscisse −2.
- 7) Faire la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (unité : 2 cm).
- 8) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par le graphe cartésien de f, l'axe des x et les droites d'équations respectives x = 1 et x = 2.

Question II (3 points)

Calculer la limite suivante :
$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{1-x^2}$$
.

Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: B

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

Question III (2+5 = 7 points)

1) Résoudre l'équation suivante dans $\mathbb R$:

$$2 \cdot \left(5^{2x} - 5^{-x+1}\right) = 3$$

2) Résoudre l'inéquation suivante dans R:

$$\log_{x} \left| \ x - 1 \right| \leq \log_{\sqrt{x}} \left(x + 1 \right) + \log_{\frac{1}{x}} \left(2 - x \right)$$

Question IV (5+4 = 9 points)

Calculer les intégrales suivantes :

1)
$$I_1 = \int_a^b (1+x)^2 \cdot \sin[\ln(1+x)] dx$$
 où $a = 0$ et $b = e^{\frac{\pi}{2}} - 1$

2)
$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{3 + \cos x} dx$$