Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: E, F, G

Branche: Mathématiques

Numéro d'ordre du candidat

Question I

(8 + 7 = 15 points)

1. Dans un repère de l'espace, on donne les points A(-1;3;3) et B(1;6;2) et le plan π vérifiant les

équations paramétriques $\begin{cases} x = -2 + \alpha - \beta \\ y = 3\alpha \\ z = 5 + 2\beta \end{cases} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$

- (a) Etablir un système d'équations paramétriques de la droite d passant par A et B.
- (b) Etablir une équation cartésienne du plan π .
- (c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de d et π .
- 2. Résoudre et interpréter géométriquement le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x + 5y - 8z = 4 \\ -3x - 8y + 13z = -7 \end{cases}$$

Question II

(6+4 = 10 points)

1. Pour former une équipe de 5 joueurs, un professeur d'éducation physique et sportive peut choisir parmi les 15 élèves de la classe A et les 12 élèves de la classe B.

De combien de manières peut-il former son équipe s'il choisit :

- (a) au moins A élève de la classe A?
- (b) 5 élèves de la même classe?
- 2. Dans une urne contenant 6 boules blanches discernables, 5 boules rouges discernables et 10 boules vertes discernables, on tire successivement et sans remise 4 boules. Combien de tirages comportent exactement une boule verte ?

Examen de fin d'études secondaires 2013

Section: E, F, G

Branche: Mathématiques

Numéro d'ordre du candidat

Question III

$$(8+3+8=19 points)$$

- 1. Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{x}{4} + \ln\left(\frac{4+x}{2x-1}\right)$.
 - (a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f.
 - (b) Déterminer une équation de la tangente t à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.
- 2. Résoudre l'équation suivante : $\left(e^{3-x}\right)^5 = \sqrt{e} \cdot \frac{1}{e^{4x-7}}$.
- 3. Résoudre l'inéquation suivante : $2 \ln (1-x) \ln x > \ln (2-3x)$.

Question IV

$$(3+5=8 points)$$

Calculer les primitives suivantes :

$$1. \int \frac{3e^{2x}}{e^{2x}+7} dx$$

2.
$$\int 5x\sqrt{x-3} \ dx \qquad \text{sur }]3; +\infty[$$

Question V

$$(3+5=8 points)$$

Soient C_f et C_g les paraboles représentant les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 2$ et $g(x) = -x^2 - 2x + 6$.

- 1. Vérifier par un calcul que les paraboles C_f et C_g se coupent aux points d'abscisses -2 et 1.
- 2. Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les paraboles C_f et $C_{\rm g}$.

