Epreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section: C/D

Branche: Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

fun

I) Résoudre dans $\mathbb R$ l'inéquation et l'équation suivantes et donner l'ensemble des solutions :

1)
$$3 + 2 \cdot 5^{1-x} \ge 5^{x}$$

2)
$$\log_{\sqrt{2}} (1-2x) + \log_{\frac{1}{2}} (x+7) = 0$$

(3+5=8 pts)

II) Calculer les limites suivantes :

1)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{-1-x}{1-x} \right)^{1-x}$$

2)
$$\lim_{x \to -\infty} \left(10^{x-1} \cdot \log(1-x) \right)$$

(5 + 3 = 8 pts)

III) Soit f la fonction définie par : $f(x) = (2x-1) \cdot e^{x-1} + 4$ et G_f la courbe représentative de f.

1) Déterminer le domaine de définition de f et étudier les limites de f aux bords du domaine. En déduire l'existence de toutes les asymptotes à G_f .

2) Etablir un tableau de variations de f.

3) Construire Gf.

4) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par G_f , la droite d'équation y = 4 et les droites d'équation x = 0 et x = -1.

(5+3+2+4=14 pts)

IV) Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - \ln(1-x)$ et G_f la courbe représentative de f.

1) Déterminer une équation de la tangente à G_f au point d'abscisse -1.

2) Etudier la concavité de G_f sur le domaine de définition de f.

(3+2=5 pts)

V) 1) Calculer les primitives suivantes :

a)
$$\int_{1}^{e} (2x^2 - 1) \cdot \ln x \, dx$$

b)
$$\int \frac{1-x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{(1 - \ln x)^3}{x}$.

Déterminer la primitive de f sur \mathbb{R}_+^* qui s'annule en e^2 .

(7 + 3 = 10 pts)



Épreuve écrite

Examen de fin d'études secondaires 2012

Section:

C, D

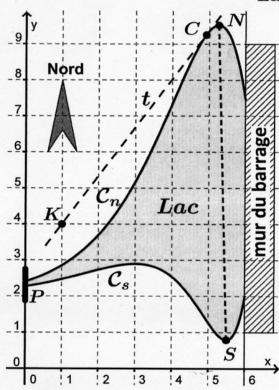
Branche:

Mathématiques II

Numéro d'ordre du candidat

frum

Lac artificiel



La carte montre un lac artificiel délimité par le pont P, par un bord nord C_n , un bord sud C_s et par le mur du barrage d'équation x = 6. Une unité de longueur sur la carte correspond à $100 \,\mathrm{m}$ en réalité.

Le bord du nord du lac est décrit par la

function
$$n: x \mapsto 2 + (4x^2 - 68x + 273) e^{x - \frac{13}{2}}$$
,
avec $x \in [0; 6]$

Le bord du sud du lac est décrit par la

function
$$s: x \mapsto 2 + 2(2x^2 - 21x + 54) e^{x-6}$$
,
avec $x \in [0; 6]$

Indication pour les calculs : passer en mode "APPROXIMATE".

- 1. Déterminer la superficie \mathcal{A} du lac en m². Déterminer la profondeur moyenne m du lac, sachant que le volume V contenu dans le lac vaut environ $3.5 \cdot 10^5 \,\mathrm{m}^3$.
- 2. a) Déterminer les coordonnées du point S le plus au sud du lac et du point N le plus au nord du lac.
 - b) Déterminer la distance d entre les deux points S et N.

 Rappel: soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, on $a : \overline{AB} = \sqrt{(x_B x_A)^2 + (y_B y_A)^2}$.
 - c) Un bâteau naviguant à 9 km/h relie en ligne droite les points S et N. Déterminer la durée T d'un tel parcours en minutes, secondes.
 - d) Un coureur à pied part au même moment du point S que le bâteau en courant le long du lac, en passant par le mur du barrage. Qui arrivera en premier au point N, sachant que le coureur se déplace avec une vitesse de $10\,\mathrm{km/h}$.

Rappel: pour une fonction dérivable sur [a;b], la formule permettant de calculer la longueur ℓ de la partie du graphe de la fonction f allant de M(m;f(m)) à N(n;f(n)) est donnée par : $\ell = \int_{-\infty}^{n} \sqrt{1+[f'(x)]^2} \ dx$.

On veut réaliser une piste cyclable t en ligne droite passant par le point K(1;4) et qui est tangente en un point C de la partie nord du bord du lac. Déterminer les coordonnées du point C et donner l'équation de la droite t.



3.