

Fortgeschrittenenpraktikum

V14 Tomographie

Felix Gläsemann
felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel
tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.07.2022

Abgabe: 05.07.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Detektion von Myonen	3
2.2	Lebensdauer der Myonen	4
3	Durchführung und Aufbau	4
3.1	Aufbau	4
3.2	Störeffekte	6
3.3	Durchführung	7
4	Auswertung	7
4.1	Spektrum mit leerem Würfel	7
4.2	Aluminiumwürfel und Bleiwürfel	8
4.3	Würfel aus diversen Materialien	9
5	Diskussion	11
5.1	Wahl der Verzögerungszeit	11
5.2	Untergrund	11
5.3	Lebensdauer kosmischer Myonen	11
	Literatur	11

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Lebensdauer kosmischer Myonen bestimmt werden, außerdem sollen einige Abschnitte der Detektortechnik kennengelernt werden.

2 Theorie

Myonen gehören zusammen mit den Elektronen und Tauonen, sowie ihren dazugehörigen Neutrinos zu den Leptonen. Alle diese Teilchen unterliegen der schwachen Wechselwirkung, außerdem wirkt auf Myonen, Elektronen und Tauonen zusätzlich die elektromagnetische Wechselwirkung. Die Leptonen sind Fermionen und besitzen damit einen Spin von $S = \frac{\hbar}{2}$. Die Myonen, die in diesem Versuch betrachtet werden, sind Leptonen der zweiten Generation und besitzen die 206-fache Masse eines Elektrons. Desweiteren sind sie im Gegensatz zum Elektron instabil und zerfallen damit.

2.1 Detektion von Myonen

Pionen entstehen in etwa 10 km Höhe über der Erde durch Wechselwirkungen zwischen hochenergetischen Protonen und Luftmolekülen. Diese Pionen zerfallen wie folgt schnell in Myonen:

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}$$

Die entstanden Myonen bewegen sich mit annähernd Lichtgeschwindigkeit. Der Myonenzerfall kann wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}$$

Die Myonen können an der Erdoberfläche mithilfe eines Szintillators detektiert werden. Dabei geben die Myonen ihre kinetische Energie an die Moleküle der Szintillatormaterie ab, wodurch diese angeregt werden. Um in den Grundzustand zurückzugelangen, emittieren die Moleküle Photonen. Die Photonen werden durch ein Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) absorbiert und ein Elektron wird abgegeben. Dieses Elektron wird weiter beschleunigt und trifft auf einen Halbleiter oder eine Metallfläche. Dies wird so lange wiederholt, bis eine Verstärkungsleistung von ungefähr 10^5 erreicht wird. Da die Myonen unterschiedliche Energien besitzen und in der Atmosphäre abgeben, können drei unterschiedliche Fälle entstehen:

- Das Myon tritt in den Szintillator ein und zerfällt dort in ein Elektron. Dabei wird beim Eintreffen und beim Zerfall des Myons ein Impuls erzeugt. Somit kann die Lebensdauer des Myons gemessen werden.

- Das Myon ist negativ geladen. Beim Eintreffen füllt das Myon durch Absorption einen leeren Platz in der Atomhülle der Szintillatormaterials auf und ein Myonatom entsteht.
- Die kinetische Energie des Myons ist so hoch, dass es den Szintillator durchquert. Dabei wird ein Startimpuls beim Eintritt erzeugt, allerdings wird durch den fehlenden Zerfall kein dazugehöriger Stoppimpuls erzeugt und die Lebensdauer kann somit nicht bestimmt werden (s. Abschnitt 3.2)

2.2 Lebensdauer der Myonen

Der Zerfall von Myonen ist ein statistischer Prozess, somit wird, um die Lebensdauer der Myonen zu definieren, ein Erwartungswert τ bestimmt der als die mittlere Lebensdauer der Myonen bezeichnet wird. Für einen Teil dN der Gesamtteilchenzahl N ergibt sich in einer Zeit dt unter der Annahme, dass eine lineare Proportionalität zwischen Zerfallswahrscheinlichkeit und Beobachtungszeit besteht, der folgende Zusammenhang

$$dN = -NdW = -N\lambda dt \quad (1)$$

Dabei ist λ die Zerfallskonstante der Myonen und damit der Proportionalitätsfaktor zwischen Wahrscheinlichkeit und Zeit. Wird der Ausdruck in Gleichung (1) integriert ergibt sich:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \exp(-\lambda t) \quad (2)$$

N_0 ist hierbei die Gesamtteilchenzahl und $N(t)$ die Teilchenzahl zur Beobachtungszeit t . Daraus folgt für die Lebensdauer eine exponentielle Verteilung auf dem Intervall t bis $t+dt$ mit:

$$dN(t) = N_0\lambda \exp(-\lambda t)dt \quad (3)$$

Der Erwartungswert der Lebensdauer der Myonen τ ergibt sich dadurch zum inversen der Zerfallskonstante λ :

$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda t \exp(-\lambda t) dt \quad (4)$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (5)$$

3 Durchführung und Aufbau

3.1 Aufbau

In Abbildung (1) ist der Aufbau der Schaltung die zur Bestimmung der Lebensdauer verwendet wird dargestellt.

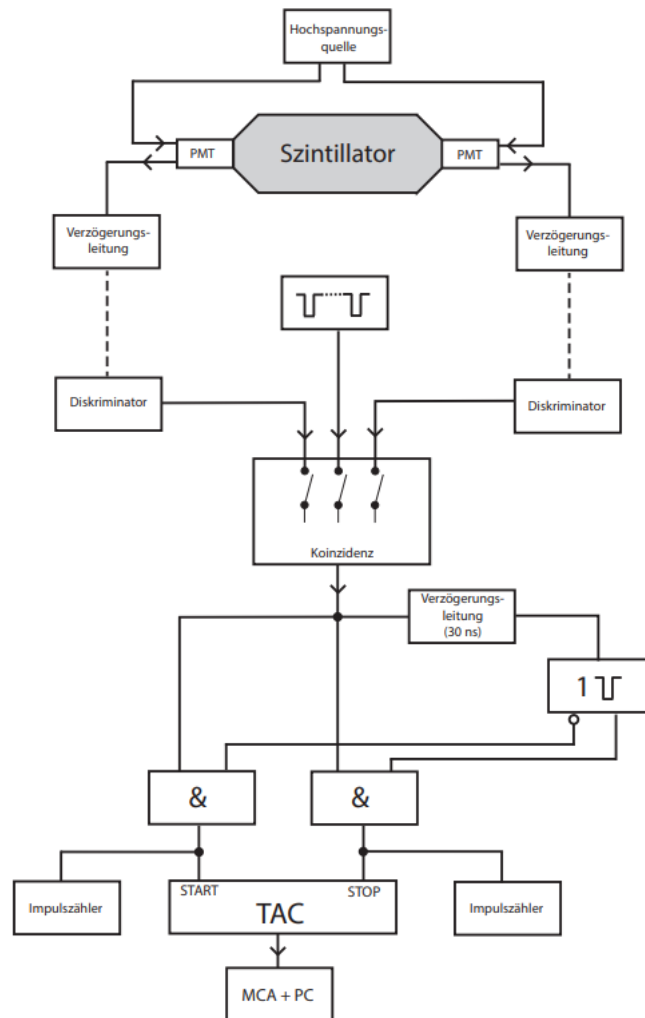


Abbildung 1: Blockschaltbild des Versuchaufbaus [1, S. 3].

Im Szintillator treffen die Myonen ein und werden dort, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, detektiert. Der Szintillator, der verwendet wird, ist organisch, da eine geringe Abklingzeit in diesem Versuch benötigt wird und die Energieauflösung vernachlässigbar ist.

Die Photomultiplier (PM) an den Ausgängen des Szintillators sind für die Umwandlung der Lichtimpulse in elektrische Impulse zuständig. Die daraufhin folgende Koinzidenzschaltung ist deswegen eingebaut, da die PMs zur spontanen Emission neigen und somit Ursache von Messfehlern sein können. Die Koinzidenzschaltung sorgt dafür, dass nur bei nahezu gleichzeitiger Impulsaussendung in einem kleinen Intervall der beiden PMs das Signal weitergeleitet wird. Die Verzögerungsleitungen werden so angepasst, dass die Signale aus beiden PMs zeitgleich an der Koinzidenz ankommen. Die Diskriminatoren, die ebenfalls zwischen Koinzidenzschaltung und PMs verbaut sind, sorgen für Rauschunterdrückung.

Die Lebensdauer der Myonen wird mit einer elektronischen Stoppuhr gemessen, die startet sobald ein Myon in den Szintillator eintritt und den Startimpuls auslöst und stoppt wenn das Myon zerfällt. Dies wird technisch mit einem Time-Amplitude-Converter (TAC) realisiert, der einen Spannungsimpuls ausgibt, dessen Amplitude proportional zur Zeitdifferenz ist. Als letztes werden die Spannungsimpulse des TAC von einem Multichannel-Analyzer (MCA) histogrammiert. Um diesen MCA zu kalibrieren werden mittels eines Doppelimpulsgenerators die Kanäle auf eine Zeitachse skaliert.

3.2 Störeffekte

Zusätzlich zu den Störeffekten durch die MPs, die durch die Koinzidenzschaltung verhindert werden sollen, existiert ein weiteres Problem. Die meisten Myonen besitzen eine zu hohe Energie und liefern daher keinen Zerfallsimpuls. Damit keine Messfehler entstehen ist eine Logikschaltung zwischen Koinzidenz und MCA verbaut (s. Abbildung 1). Diese besteht aus zwei AND-Gattern, einem Univibrator und einer Verzögerungsleitung von etwa $t_{VZ} = 30 \text{ ns}$. Ziel dieser Schaltung ist es, dass nach einer einstellbaren Suchzeit t_s die Gesamtschaltung in den Ausgangszustand versetzt wird. Damit soll gewährleistet werden, dass ein neuer Startimpuls aufgenommen werden kann.

Zu Beginn der Messung liegt am invertierten Ausgang des Univibrator ein H-Signal an, dass es dem Signal der Koinzidenzschaltung ermöglicht, das erste AND-Gatter zu nutzen und somit die Zeitmessung des TAC beginnen zu lassen. Die Suchzeit t_s wird gestartet sobald, dass Signal der Koinzidenzschaltung die Verzögerungsleitung überwunden hat und am Univibrator ankommt. Dann liegt am nicht invertierten Ausgang des Univibrator ein H-Signal an, sodass nur noch das zweite AND-Gatter vom Singal der Koinzidenzschaltung passiert werden kann. Dadurch kommt das Stoppsignal beim TAC an und die Messung ist beendet. Trifft allerdings während der Suchzeit kein Signal am TAC ein, wird der Univibrator in seinen Ausgangszustand zurückversetzt und die Schaltung ist wieder bereit ein neues Startsignal aufzunehmen.

Trotz der Elimination diverser Fehlerquellen ist dennoch ein Untergrundsignal übrig, da es möglich ist, dass innerhalb der Suchzeit ein weiteres Myon in den Szintillator eintritt. Die Zeitdifferenz der beiden Eintritte wird dann als Lebensdauer gemessen und verfälscht

die Messung, da die Myonen nicht zerfallen sind. Dieser Untergrund wird später in der Auswertung berücksichtigt und wird durch zwei verschiedene Methoden bestimmt.

3.3 Durchführung

Als erstes werden die Bauteile wie in Abbildung (1) verkabelt bis zu Koinzidenzschaltung verkabelt. Weiter werden nun verschiedene Verzögerungszeiten eingestellt, bei drei verschiedenen Pulsbreiten von $t_1 = 20$ ns, $t_2 = 15$ ns und $t_3 = 10$ ns. Nun wird die Suchzeit t_s eingestellt, dazu wird ein Oszilloskop an den Univibrator angeschlossen. Die gewählte Suchzeit beträgt $t = 10$ ns.

Im zweiten Teil wird jetzt die restliche Schaltung bis zum TCA aufgebaut und überprüft. Statt den PMs wird ein Doppelimpulsgenerator an die Koinzidenzschaltung angeschlossen, der Messbereich des TAC wird an die Suchzeit angepasst und der MCA wird angeschlossen. Um den MCA zu kalibrieren werden vom Doppelimpulsgenerator Impulse mit verschiedenen Zeitdifferenz erzeugt. Es wird überprüft bei welchen Zeiten welche Kanäle gefüllt werden. Daraus wird später in der Auswertung eine Ausgleichsgerade berechnet, die den Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Zeit beschreibt.

Die eigentliche Messung zur Bestimmung der Lebensdauer der kosmischen Myonen kann nun beginnen. Dabei werden über $t_{\text{Messung}} = 272\,190$ s Impulse aufgenommen.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden nun die Messungen der verschiedenen Würfel ausgewertet und die linearen Abschwächungskoeffizienten bestimmt. Alle erstellten Grafiken und Rechnungen werden mit Python [2] durchgeführt. Um zu Gewährleisten, dass der statistische Poissonfehler unterhalb von 3% liegt, wird folgende Formel benutzt:

$$\frac{1}{\sqrt{N}} < 0,03 \quad (6)$$

Daraus folgt, dass ab einer Countzahl $N > 1112$ der Fehler vernachlässigt werden kann.

4.1 Spektrum mit leerem Würfel

Zunächst wird eine Messung durchgeführt, in der sich ein leerer Aluminiumwürfel im Strahlengang befindet. Dabei ergibt sich das Spektrum in Abbildung (2).

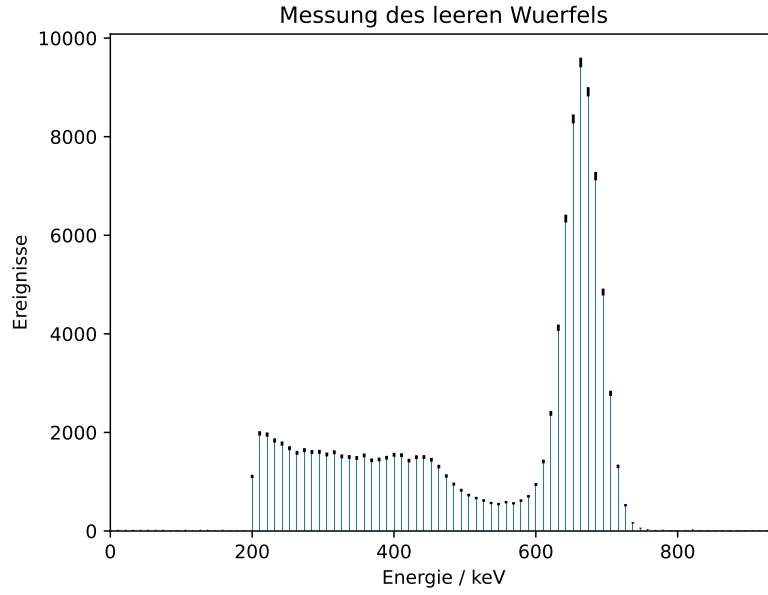


Abbildung 2: Aufgenommenes Spektrum mit der Aluminiumhülle.

Ebenfalls wird aus dieser Messung die für die anderen Würfel verwendete Zählrate I_0 bestimmt. In $t_{\text{mess}} = 300 \text{ s}$ werden dabei $N = 49361$ Impulse aufgezeichnet. Daraus ergibt sich die Zählrate zu $I_0 = 164,5 \pm 0,7 \frac{\text{Counts}}{\text{s}}$.

4.2 Aluminiumwürfel und Bleiwürfel

Für die Würfel aus einheitlichem Material werden vier verschiedene Weglängen gemessen, da mehr Projektionen nicht benötigt werden. Es werden die Projektionen I_2 , I_9 , I_{10} und I_{11} verwendet. Da der Würfel nur aus einem Material besteht können die Werte der verschiedenen Projektionen für \vec{l} für gleiche Weglängen verwendet werden.

Weiter kann die Geometriematrix A aufgrund des einheitlichen Materials durch einen Vektor dargestellt werden, in dem die einzelnen Komponenten für gleiche Wegstrecken aufsummiert werden. Damit folgt für die Würfel:

$$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 3\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Für den Aluminiumwürfel ergibt sich \vec{I}_{Alu} und $\vec{\tilde{I}}_{\text{Alu}}$ zu:

$$\vec{I}_{\text{Alu}} = \begin{pmatrix} 140,9 \pm 0,7 \\ 136,4 \pm 0,7 \\ 143,8 \pm 0,7 \\ 152,8 \pm 0,7 \end{pmatrix} \frac{\text{Counts}}{\text{s}} \quad \vec{\tilde{I}}_{\text{Alu}} = \begin{pmatrix} 0,16 \pm 0,08 \\ 0,19 \pm 0,08 \\ 0,14 \pm 0,08 \\ 0,07 \pm 0,08 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Für den Bleiwürfel ergibt sich \vec{I}_{Blei} und $\vec{\tilde{I}}_{\text{Blei}}$ zu:

$$\vec{I}_{\text{Blei}} = \begin{pmatrix} 5,1 \pm 0,1 \\ 2,21 \pm 0,09 \\ 8,9 \pm 0,2 \\ 49,7 \pm 0,4 \end{pmatrix} \frac{\text{Counts}}{\text{s}} \quad \vec{\tilde{I}}_{\text{Blei}} = \begin{pmatrix} 3,5 \pm 0,4 \\ 4,3 \pm 0,7 \\ 2,9 \pm 0,3 \\ 1,2 \pm 0,1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert zusammen mit Gleichung (??) die Absorptionskoeffizienten für die jeweiligen Materialien. In Tabelle 1 sind die Ergebnisse für beide Würfel angegeben.

Tabelle 1: Ergebnisse für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten von den Würfeln 2 & 3.

Würfelnummer	$\mu / 1/\text{cm}$	Material
2	$0,04 \pm 0,01$	Aluminium
3	$0,98 \pm 0,06$	Blei

4.3 Würfel aus diversen Materialien

In diesem Teil wird nun der Würfel, der aus verschiedenen Materialien zusammengesetzt ist untersucht. Im Gegensatz zu den Würfeln aus einheitlichem Material werden hier zwölf Projektionen zur Vermessung verwendet. Damit ergibt sich für die Geometriematrix A_2 :

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Weiter gilt für den Projektionsvektor \vec{I}_{div} und sowie für $\vec{\tilde{I}}_{\text{div}}$:

$$\vec{I}_{\text{div}} = \begin{pmatrix} 49,3 \pm 0,4 \\ 46,5 \pm 0,4 \\ 44,4 \pm 0,4 \\ 115,7 \pm 0,6 \\ 5,9 \pm 0,1 \\ 128,3 \pm 0,7 \\ 32,8 \pm 0,3 \\ 27,6 \pm 0,3 \\ 39,7 \pm 0,4 \\ 40,3 \pm 0,4 \\ 28,8 \pm 0,7 \\ 49,8 \pm 0,4 \end{pmatrix} \frac{\text{Counts}}{\text{s}} \quad \vec{\tilde{I}}_{\text{div}} = \begin{pmatrix} 1,2 \pm 0,1 \\ 1,3 \pm 0,1 \\ 1,3 \pm 0,2 \\ 0,35 \pm 0,09 \\ 3,3 \pm 0,4 \\ 0,25 \pm 0,09 \\ 1,6 \pm 0,2 \\ 1,8 \pm 0,2 \\ 1,4 \pm 0,2 \\ 1,4 \pm 0,2 \\ 1,7 \pm 0,2 \\ 1,2 \pm 0,1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert für die Absorptionskoeffizienten die Ergebnisse in Tabelle 2:

Tabelle 2: Ergebnisse für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten des unbekannten Würfel.

Position des Würfel	$\mu [1/\text{cm}]$	Vermutetes Material
1	$0,08 \pm 0,09$	Delrin
2	$1,04 \pm 0,08$	Blei
3	$0,03 \pm 0,09$	Delrin
4	$0,04 \pm 0,07$	Delrin
5	$1,06 \pm 0,08$	Blei
6	$0,07 \pm 0,07$	Delrin
7	$0,22 \pm 0,09$	Aluminium
8	$0,88 \pm 0,07$	Messing
9	$0,14 \pm 0,09$	Delrin

5 Diskussion

5.1 Wahl der Verzögerungszeit

In allen drei durchgeführten Messungen zur Bestimmung der Auflösung, lag das Maximum an Counts sowie die Mitte des Plateau im Bereich zwischen $t = 2 \text{ ns}$ und $t = 5 \text{ ns}$, daher scheint unabhängig von der Pulsbreite die ideal einzustellende Verzögerungszeit in diesem Bereich zu liegen.

5.2 Untergrund

In diesem Abschnitt sollen kurz die beiden Untergrundraten verglichen werden, diese ergaben sich zu:

$$U_{\text{Fit}} = 3.4 \pm 0.8 \frac{\text{Counts}}{\text{Kanal}}$$
$$U_{\text{Theo}} = 0.867 \pm 0.001 \frac{\text{Counts}}{\text{Kanal}}$$

Die theoretisch mithilfe der Poissonverteilung berechnete Untergrundrate ist wesentlich niedriger als die aus der Ausgleichsrechnung. Damit weicht die theoretisch berechnete um ca 75% von der aus dem Fit ab. Allerdings sind beide Werte im Vergleich zur Gesamtanzahl der festgestellten Impulse relativ niedrig und es ist von keiner zu großen Verfälschung der Messung durch den Untergrund auszugehen.

5.3 Lebensdauer kosmischer Myonen

Die Lebensdauer der Myonen wurde zu $\tau = (2,06 \pm 0,03) \mu\text{s}$ bestimmt. Der Literaturwert ist gegeben durch $\tau_{\text{Lit}} = (2,197\,03 \pm 0,000\,04) \mu\text{s}$ [3, S. 152]. Damit ergibt sich eine Abweichung von 6.23% zum Literaturwert. Wie schon vorher erwähnt gab es einige Fehlerquellen bei dem Experiment, die so weit wie möglich vermieden werden sollten. Zu sehen ist dies beispielsweise im Vergleich zwischen der realen Suchzeit $t_{\text{s,real}} = (10,24 \pm 0,01) \mu\text{s}$ und der eingestellten Suchzeit $t_{\text{s}} = 10 \mu\text{s}$. Die Abweichung kann daher am ehesten durch eine nicht optimale Einstellung der Verzögerungszeit bzw. der gesamten Kalibrierung der Apparatur erklärt werden. Allerdings unterscheidet sich der Wert für die Lebensdauer der Myonen absolut nur um $\Delta\tau = 0,137\,03 \mu\text{s}$ und ist somit trotzdem relativ gut bestimmt worden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V01 - Lebensdauer kosmischer Myonen*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1929915/mod_resource/content/5/V01.pdf (besucht am 23.06.2022).
- [2] Python. URL: <https://www.python.org> (besucht am 23.06.2022).
- [3] Bogdan Povh; Klaus Rith; Christoph Scholz; Frank Zetsche. *Teilchen und Kerne - Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*.