

Fortgeschrittenenpraktikum

V46 Faraday-Effekt

Felix Gläsemann
felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel
tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2021

Abgabe: 10.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Definition der effektiven Masse	3
2.2 Zirkulare Doppelbrechung	4
2.3 Bestimmung der effektiven Masse	6
3 Aufbau und Durchführung	7
3.1 Aufbau der Messapparatur	7
3.2 Durchführung	8
4 Auswertung	9
5 Diskussion	9
Literatur	9

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse von Leitungselektronen in einem Halbleiter, der aus n-dotiertem Galliumarsenid besteht, zu bestimmen.

2 Theorie

Unter dem Faraday-Effekt versteht man die Drehung der Polarisationssebene einer elektromagnetischen Welle in einem Medium durch den Einfluss eines Magnetfeldes, welches parallel zur Ausbreitungsrichtung dieser ist.

Außerdem ist es möglich Rückschlüsse auf die Bandstruktur des Testmediums zu ziehen.

2.1 Definition der effektiven Masse

Mit Hilfe der effektiven Masse ist es möglich die physikalischen Effekte der Bandstruktur eines Halbleiters approximiert zu beschreiben. In Abbildung 1 ist die Bandstruktur von Leitungs- bzw. Valenzband dargestellt. Um das Minimum herum wird die Energie des

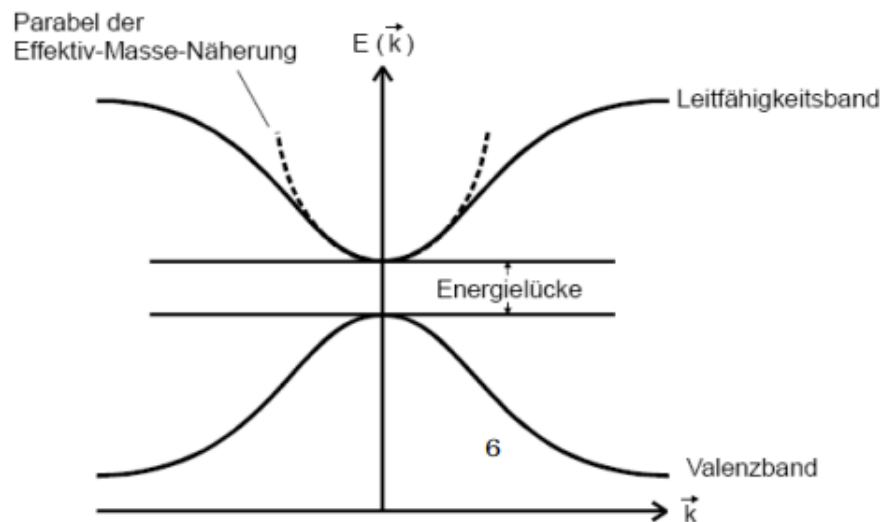


Abbildung 1: Vereinfachte Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers. [3, S. 6]

Bandes ε in Abhängigkeit des Wellenzahlvektors \vec{k} genähert. Dies geschieht mit Hilfe einer Taylorreihe:

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right|_{k=0} k_i^2 + \mathcal{O}(k^3) \quad (1)$$

Als nächstes vergleicht man analog zu Newtons zweitem Axiom die Beschleunigung in einem elektrischen Feld E . Dafür ergibt sich quantenmechanisch betrachtet für ein Kristall-Elektron (2) und für ein freies Teilchen im Vakuum (3):

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \cdot qE \quad (2)$$

$$a = \frac{1}{m_e} \cdot qE \quad (3)$$

Dabei ist k die Wellenzahl, \hbar das reduzierte plancksche Wirkungsquantum, q die Ladung des Elektrons und $\varepsilon(k)$ die Energie in Abhängigkeit von k . Damit wird die effektive Masse wie folgt definiert:

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_{i2}} \right|_{k=0}} \quad (4)$$

Dank der Berücksichtigung der Periodizität des Kristallpotentials $V(\vec{r})$ in dem Ausdruck für die effektive Masse siehe Gleichung 4 ist es möglich den Hamilton-Operator \hat{H} der Kristallelektronen in den eines freien Teilchens umzuschreiben. Aus

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V(\vec{r})$$

wird mit Gleichung (4)

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2.$$

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

In diesem Abschnitt der Theorie geht es um zirkulare Doppelbrechung. Darunter versteht man die Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht $E(z)$ bei Transmission durch einen Kristall. Dies lässt sich durch die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten der Phasengeschwindigkeiten im Kristall für rechts- bzw. linkszirkulares polarisiertes Licht E_R , E_L erklären. Mathematisch bedeutet das für die Zusammensetzung des Lichtstrahls als Linearkombination:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{2}(\vec{E}_R(z) + \vec{E}_L(z)) \text{ mit } k_L \neq k_R \quad (5)$$

Die rechts- bzw. linkszirkularen Anteile sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \vec{E}_R(z) &= (E_0 \vec{x}_0 - iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_R z) \\ \vec{E}_L(z) &= (E_0 \vec{x}_0 + iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_L z). \end{aligned} \quad (6)$$

Um nun das austretende Licht zu beschreiben werden zunächst zwei Winkel Ψ und ϑ eingeführt:

$$\begin{aligned} \Psi &:= \frac{L}{2}(k_R + k_L) \\ \vartheta &:= \frac{L}{2}(k_R - k_L) = \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) \end{aligned} \quad (7)$$

Dies folgt aus der folgenden Beziehung:

$$k_i = \frac{n_i \omega}{c}$$

Dabei sind n_R und n_L die jeweiligen Brechungsindizes und c die Lichtgeschwindigkeit. Setzt man nun Gleichung (6) in Gleichung (5) ein ergibt sich für das austretende Licht der folgende Ausdruck:

$$\vec{E}(L) = E_0 \exp(i\Psi) (\cos(\vartheta) \vec{x}_0 + \sin(\vartheta) \vec{y}_0)$$

Der Effekt ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt. Die Entstehung dieses Effektes

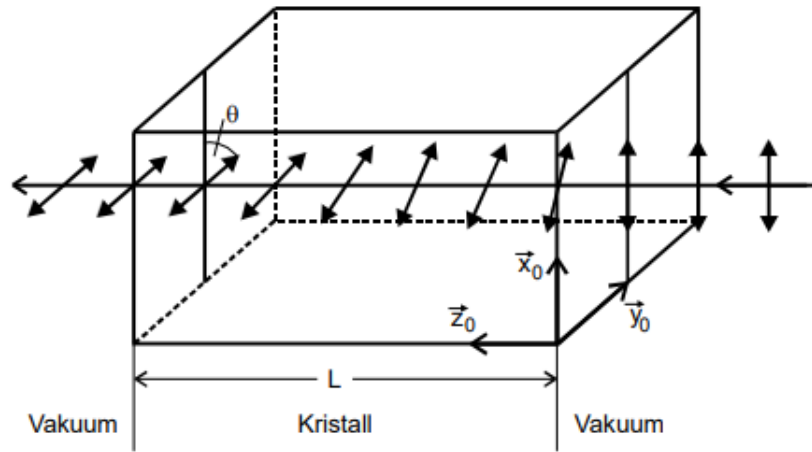


Abbildung 2: Darstellung von zirkularer Doppelbrechung bei Transmission eines Kristalls. [1, S. 1]

beruht auf den elektrischen Dipolmomenten die im Kristall erzeugt werden können. Diese induzierten Dipole erzeugen die Polarisation \vec{P} des Kristalles. Diese ist unter der Voraussetzung eines kleinen elektrischen Feldes \vec{E} proportional zu diesem. Es gilt die Beziehung:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (8)$$

Mit der Influenzkonstante ε_0 und der dielektrischen Suszeptibilität χ . Im Vergleich zu isotroper Materie ist die Suszeptibilität in den hier betrachteten anisotropen Kristallen eine Tensorgröße $\overline{\overline{\chi}}$. Materie ist genau dann doppelbrechend wenn für die Suszeptibilität $\overline{\overline{\chi}}$ gilt [1, S. 3–5]:

$$\overline{\overline{\chi}} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{yx} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Um die Drehung der Polarisationssebene ϑ zu bestimmen wird die Änderung \vec{D} eines Feldes \vec{E} , das sich in Materie ausbreitet betrachtet:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 + \overline{\overline{\chi}}\right) \vec{E}. \quad (10)$$

Setzt man die beiden Ausdrücke in (9) und (10) in die homogene Wellengleichung

$$\square \vec{D} = 0$$

errechnet sich die Drehung ϑ [1, S. 3–5] zu:

$$\vartheta \approx \frac{L\omega}{2c} \frac{1}{\sqrt{1 + \chi_{xx}}} \chi_{xy} \approx \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}. \quad (11)$$

Dabei ist L die Länge des Kristalls, ω die Frequenz und n der Brechungsindex.

2.3 Bestimmung der effektiven Masse

In diesem Abschnitt wird beschrieben wie sich mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse bestimmen lässt. Dazu wird die Bewegungsgleichung eines gebundenen Teilchens in einem Magnetfeld \vec{B} unter dem Einfluss des einfallenden Lichtstrahls und dessen elektrischen Feldes \vec{E} betrachtet:

$$m \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} + K\vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \times \vec{B} \quad (12)$$

Dabei ist \vec{r} die Auslenkung des Elektrons aus der Gleichgewichtslage, K die Konstante, die die Bindung des Elektrons an seine Umgebung bezeichnet und \vec{E} die Feldstärke des einfallenden Lichtstrahls. Nimmt man nun an, dass sowohl die Messfrequenz wesentlich höher als die Zyklotronfrequenz ist und quasifreie Ladungsträger kann der folgende Ausdruck hergeleitet werden [1, S. 5–8]:

$$\vartheta \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n} \quad (13)$$

Damit die Gleichung 13 auch für die Kristallelektronen gültig bleibt setzen wir für m die effektive Masse m^* aus Abschnitt 2.1 ein. Wir definieren zusätzlich die neue Größe $\vartheta_{\text{frei}} = \frac{\vartheta}{L}$, die die Faraday-Rotation pro Einheitslänge in [rad/m] angibt. Damit ergibt sich schlussendlich der folgende Ausdruck:

$$\vartheta_{\text{frei}} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{(m^*)^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (14)$$

Dabei ist e_0 die Elementarladung, ε_0 die Influenzkonstante, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, N die Donatorenkonzentration, B ist die magnetische Feldstärke, L die Dicke der Probe und n der Brechungsindex. Aus dieser kann die effektive Masse der Elektronen im Kristall bestimmt werden in dem man Gleichung (14) nach m^* umstellt:

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{\vartheta_{\text{frei}}} \lambda^2 \frac{NB}{n}} \quad (15)$$

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Aufbau und die Einstellung der verwendeten Messapparatur beschrieben und anschließend die Durchführung des Experimentes dokumentiert.

3.1 Aufbau der Messapparatur

Die verwendete Messapparatur ist in Abbildung 3 zu sehen. In diesem Experiment dient

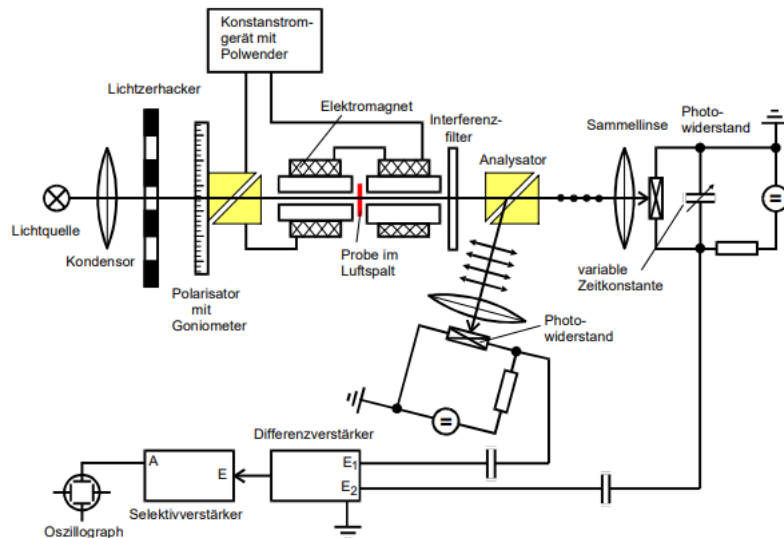


Abbildung 3: Der schematische Aufbau des Versuches. [2, S. 2]

eine Halogenlampe mit Emissionsspektrum im Infrarotbereich als Lichtquelle. Das dort emittierte Licht gelangt mit Hilfe einer Kondensorlinse parallel in den nächsten Teil des Aufbaus. Von einem Lichtzerhacker aus wird das gesammelte Licht in ein aus Kalkspat bestehendes Glan-Thompson-Prisma (siehe Abbildung 4) weitergeleitet. In diesem wird

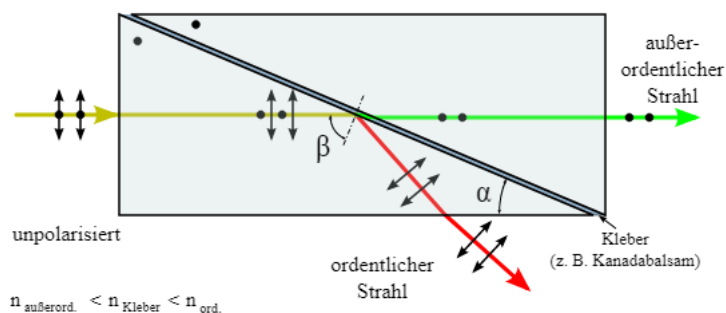


Abbildung 4: Der schematische Aufbau eines Glan-Thompson-Prisma. [4]

das linear polarisierte Licht erzeugt, das in diesem Versuch untersucht werden soll. Die zu untersuchende Probe befindet sich in einem Magnetfeld, das von einem Elektromagneten erzeugt wird. Dabei ist es notwendig, dass, wie in 2 beschrieben, der Magnetfeldvektor parallel zum Vektor der einfallenden Lichtwelle ist. Das Magnetfeld wird dabei von einem Konstantstrom gerät gespeist, damit es zeitlich konstant ist. Sobald die Welle aus der Probe austritt wird das Wellenlängenspektrum mit Hilfe eines Interferenzfilters (siehe Abbildung 5) auf eine Wellenlänge reduziert und trifft anschließend auf das zweite Glan-Thompson-Prisma. Über die Schichtdicke des Dielektrikums des Interferenzfilter

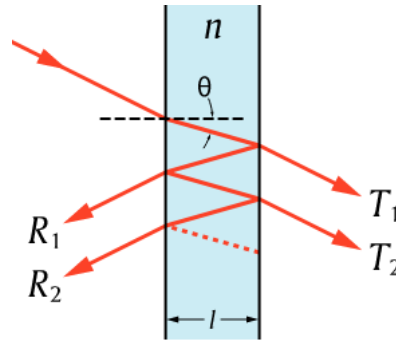


Abbildung 5: Der schematische Aufbau eines Interferenzfilters. [5]

wird die transmittierte Wellenlänge festgelegt. Aus dem zweiten Glan-Thompson-Prisma treten nun zwei Strahlenbündel aus, deren Intensität von der Polarisation des eingehenden Lichtstrahls abhängt und die orthogonal zueinander polarisiert sind, dies dient einer hohen Winkelauflösung.

Anschließend werden diese jeweils mit einer Sammellinse gebündelt und mit Hilfe einer Photodiode wird die Intensität des Lichtes in einen Strom umgewandelt. Dieses Signal wird an die beiden Eingänge eines Differenzverstärkers angeschlossen und dieser liefert einer zur Differenz der Eingangsspannungen proportionale Ausgangsspannung. Der daran angeschlossene Selektivverstärker wird auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt um das entstehende Rauschen deutlich zu verringern. Als letztes wird auf einem Oszilloskop das endgültige Signal sichtbar gemacht.

3.2 Durchführung

Vor der Messung wird zunächst die Messapparatur kalibriert, das bedeutet es wird überprüft ob die Sammellinse die Strahlen vernünftig auf die Photodioden leitet. Um den Selektivverstärker einzustellen wird dieser auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt. Anschließend wird das Signal einer Photodiode auf die Licht fällt auf den "Input" des Selektivverstärkers gegeben und das Oszilloskop wird an den Ausgang "Resonance" angeschlossen. Nun wird mit Hilfe der Frequenzstellknöpfe am Selektivverstärker solange justiert bis sich ein maximales Ausgangssignal ergibt, das heißt die Signalamplitude auf dem Oszilloskop maximal groß ist.

Das Magnetfeld im Inneren der Spule wird mit einer Hallsonde vermessen, um den Ort

des maximalen Magnetfeldes zu bestimmen.

Jetzt beginnt die Messung um den Polarisationswinkel ϑ zu bestimmen, dafür wird das Goniometer am ersten Glan-Thompson-Prisma verwendet. Eine Probe sowie Interferenzfilter werden eingesetzt und das Goniometer wird anschließend variiert bis das Signal am Oszilloskop minimal wird. Dann wird der erste Polarisationswinkel ϑ_1 notiert und das Magnetfeld wird mit Hilfe des Konstantstromgerätes umgepolt. Dann wird der Vorgang wiederholt und der zweite Polarisationswinkel ϑ_2 wird notiert. Der Drehwinkel der Polarisationssebene lässt sich über den folgenden Zusammenhang berechnen:

$$\vartheta = \frac{1}{2}(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (16)$$

Man wiederholt die Messungen nun mit verschiedenen Interferenzfiltern und den daraus resultierenden unterschiedlich gefilterten Wellenlängen.

4 Auswertung

5 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anhang 1, V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46_Anhang.pdf (besucht am 27. 10. 2021).
- [2] TU Dortmund. *V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46.pdf (besucht am 27. 10. 2021).
- [3] Sebastian Rollke. *Versuch 46: Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: <http://www.rollke.com/physik/46.pdf> (besucht am 27. 10. 2021).
- [4] Wikipedia. *Glan-Thompson-Prisma*. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6b/Glan-Thompson_prism_DE.svg (besucht am 27. 10. 2021).
- [5] Wikipedia. *Interferenzfilter*. URL: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/db/Etalon-1.svg> (besucht am 27. 10. 2021).