

Fortgeschrittenenpraktikum

V48 Dipolrelaxation von Ionenkristallen

Felix Gläsemann

`felix.glaesemann@tu-dortmund.de`

Tobias Brützel

`tobias.bruetzel@tu-dortmund.de`

Durchführung: 12.01.2022

Abgabe: 15.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Dipole in Ionenkristallen	3
2.2 Messverfahren	4
2.3 Aktivierungsenergie	5
2.3.1 Polarisationsansatz	5
3 Aufbau und Durchführung	6
3.1 Aufbau der Messapparatur	6
3.2 Durchführung	7
3.2.1 Justierung des He-Ne-Lasers	7
3.2.2 Überprüfung der Stabilitätsbedingung	7
3.2.3 TEM-Moden	7
3.2.4 Polarisation des Lasers	7
3.2.5 Wellenlänge des Lasers	7
4 Auswertung	8
4.1 Stabilitätsbedingung	8
4.2 Moden	9
4.2.1 TEM ₀₀ -Mode	9
4.2.2 TEM ₀₁ -Mode	10
4.3 Polarisation	12
4.4 Wellenlänge	14
5 Diskussion	14
Literatur	15

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist es mithilfe der Relaxationszeit die Dipolrelaxation in Kaliumbromid zu untersuchen. Dafür werden in diesem Versuch Aktivierungsenergie W und charakteristische Relaxationszeit τ_0 bestimmt.

2 Theorie

Um die Dipolrelaxation in einem Ionenkristall zu charakterisieren, müssen die spezifische Aktivierungsenergie W sowie die Relaxationszeit τ_0 bestimmt werden, in diesem Abschnitt wird darauf im Folgenden näher eingegangen.

2.1 Dipole in Ionenkristallen

Ein Ionenkristall ist nach außen neutral geladen, dies liegt daran, dass im Inneren abwechselnd negativ und positiv geladene Ionen vorhanden sind. Durch Dotierung derartiger Kristalle mit doppelt geladenen Ionen ist es möglich, dass ein Dipol entsteht. Dies geschieht dadurch, dass um die Ladungsneutralität nach außen zu erhalten Kationen-Leerstellen im Kristall entstehen. In Abbildung (1) ist dies schematisch dargestellt. Wie

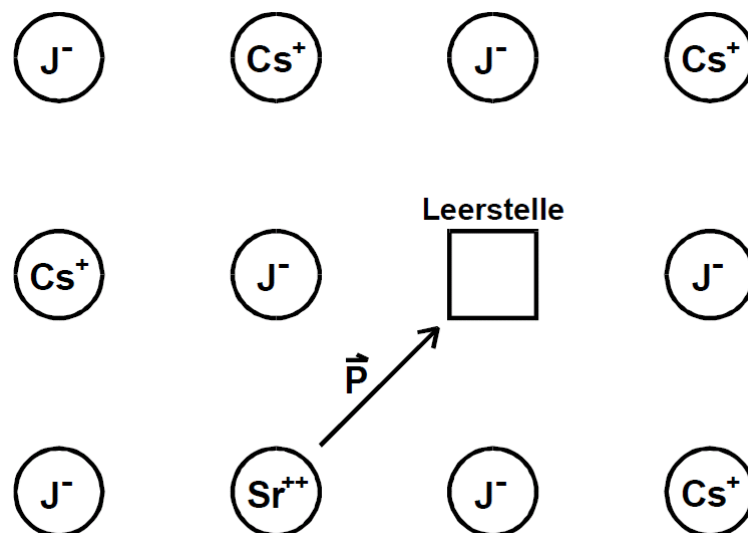


Abbildung 1: Dipolbildung innerhalb eines Cäsiumkristalls.

in Abbildung (1) zu sehen, wird in diesem Beispiel ein zweifach geladenes Strontium genutzt um die Leerstelle zu bilden, dabei ist \vec{P} das Dipolmoment. Der Abstand zwischen Ion und Leerstelle gibt somit die Richtung des Dipols an. Daraus folgt, dass aufgrund der Gitterstruktur nur bestimmte Dipolrichtungen im Kristall erlaubt sind.

Eine Richtungsänderung der Dipole zu erzwingen ist für $T < 500^\circ\text{C}$ nur per Leerstellendiffusion möglich. Diese tritt bei der spezifischen Aktivierungsenergie W auf. Auf diese

wird in Abschnitt (2.3) näher eingegangen. Mithilfe der Boltzmannstatistik, die den Anteil der Dipole angibt, der die nötige Energie aufbringen kann, ist es nun möglich eine Gleichung für die Relaxationszeit eines Dipols anzugeben:

$$\tau(T) = \tau_0 \exp\left(\frac{W}{k_B T}\right) \quad (1)$$

Dabei ist τ_0 die charakteristische Relaxationszeit, also der Wert für $T \rightarrow \infty$, k_B ist die Boltzmannkonstante, diese ist gegeben durch $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ [3].

2.2 Messverfahren

In diesem Abschnitt wird der Messvorgang näher beschrieben und die darauffolgenden Berechnungen vorgestellt. Die verwendete Probe fungiert als Dielektrikum in einem Plattenkondensator und hat in etwa eine Dicke von $d = 3 \text{ mm}$ bis 5 mm . Zunächst wird die Probe polarisiert, dies geschieht durch das Anlegen eines elektrischen Feldes E über einen Zeitraum der wesentlich größer als die Relaxationszeit ist, also $t_{\text{pol}} \gg \tau(T)$. Der Anteil der Dipole γ der in Feldrichtung weist, kann für $pE \ll k_B T$ wie folgt genähert werden:

$$\gamma(T) = \frac{pE}{3k_B T} \quad (2)$$

Nun wird die Probe mithilfe von flüssigem Stickstoff auf eine Temperatur T_0 abgekühlt. Durch Kurzschließen des Kondensators kann die verbleibende Ladung abfließen, anschließend wird die Probe mit konstanter Heizrate a erhitzt.

$$a := \frac{dT}{dt} = \text{const.} \quad (3)$$

Der Relaxationsvorgang beginnt, das statistische Gleichgewicht stellt sich langsam ein. Ein Depolarisationsstrom $I(T)$ wird dadurch induziert. Dieser wird wie folgt beschrieben:

$$I(T) = \gamma(T_p) p \frac{dN}{dt} \quad (4)$$

Dabei gibt $\gamma(T_p)$ den Anteil der Dipole an bei der Polarisationsstemperatur T_0 an, der Differenzquotient $\frac{dN}{dt}$ gibt die Anzahl der pro Zeit und Volumen relaxierenden Dipole an und p das Dipolmoment. In Abbildung (2) ist der Verlauf des Polarisationsstrom dargestellt. Mit Gleichung (2) lässt sich der erste Teil Gleichung für den Strom wie folgt ausdrücken:

$$\gamma(T_p) p = \frac{p^2 E}{3k_B T_p} \quad (5)$$

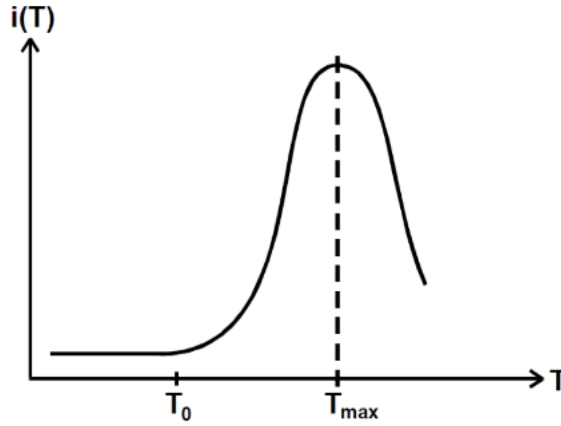


Abbildung 2: Der Polarisationsstrom aufgetragen gegen die Temperatur.

Betrachtet man nun den Differenzquotienten $\frac{dN}{dt}$ so ist dieser proportional zu N mit dem Faktor $\frac{1}{\tau}$. Über Integration lässt sich N bestimmen:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -\frac{N}{\tau(T)} \\ \Leftrightarrow N &= N_0 \exp \left(-\frac{1}{a} \int_{T_0}^T \frac{dT'}{\tau(T')} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Dabei gibt N_0 die Anzahl der Dipole pro Volumeneinheit die beim Beginn des Heizvorgangs bereits orientiert sind. Setzt man dies in Gleichung (??) ein ergibt sich insgesamt für den Strom $I(T)$:

$$I(T) = \frac{p^2 E}{3k_B T_P} \frac{N_0}{\tau_0} \exp \left(-\frac{1}{a\tau_0} \int_{T_0}^T \exp \left(-\frac{W}{k_B T'} \right) dT' \right) \exp \left(-\frac{W}{k_B T} \right) \quad (7)$$

2.3 Aktivierungsenergie

In diesem Abschnitt werden zwei Verfahren zur Berechnung der Aktivierungsenergie W vorgestellt.

2.3.1 Polarisationsansatz

Es wird angenommen, dass die Aktivierungsenergie W groß im Vergleich zur thermischen Energie $k_B T$ ist. Für eine kleine Temperaturdifferenz $T - T_0$ wird das Integral in Gleichung (7) zu:

$$\int_{T_0}^T \exp \left(-\frac{W}{k_B T'} \right) dT' \approx 0$$

Damit folgt für den Strom $I(T)$:

$$I(T) \approx \frac{p^2 E}{3k_B T_P} \frac{N_0}{\tau_0} \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) \quad (8)$$

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Aufbau und die Einstellung der verwendeten Messapparatur beschrieben und anschließend die Durchführung des Experimentes dokumentiert.

3.1 Aufbau der Messapparatur

In Abbildung 3 ist der Versuchsaufbau zu sehen: Der Versuchsaufbau besteht wie in

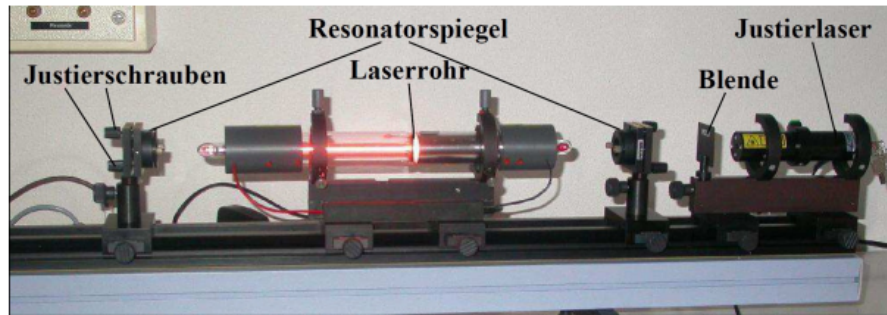


Abbildung 3: Der verwendete Versuchsaufbau [1]

Abbildung (3) zu sehen aus einer optischen Schiene auf der ein Laserrohr, zwei Spiegel, Blenden sowie ein Laser zum Justieren der Apparatur befestigt sind. Die geometrischen Daten des mit einem Helium-Neon-Gasgemisch gefüllten Laserrohr sind gegeben durch die Länge $L = 408 \text{ mm}$ sowie den Durchmesser $d_{\text{HeNe}} = 1,1 \text{ mm}$. Das Laserrohr ist außerdem mit Elektroden versehen die durch Entladung die Besetzungsinversion auslösen. Desweiteren ist das Laserrohr mit den in Abschnitt (??) beschriebenen Brewsterfenstern abgeschlossen. In Tabelle (1) sind die verfügbaren Spiegel aufgelistet. Damit der HeNe-

Tabelle 1: Die Daten der verfügbaren Spiegel

Spiegel	Bezeichnung	Oberflächenbeschaffenheit
plan	flat/flat	HR (high reflectivity) $R \geq 99\%$
konkav	$r = 1000 \text{ mm}/\text{flat}$	HR (high reflectivity) $R \geq 99\%$
konkav	$r = 1400 \text{ mm}/\text{flat}$	HR (high reflectivity) $R \geq 99\%$
konkav	$r = 1400 \text{ mm}/\text{flat}$	OC (out coupling) $T = 1.5 - 1.8\%$

Laser justiert werden kann befindet sich der Justier-Laser auf der optischen Schiene mit

der Wellenlänge $\lambda = 532 \text{ nm}$, der maximalen Leistung $P_{\text{max}} = 1 \text{ mW}$ sowie der für die Justage verwendeten reduzierten Leistung $P_{\text{grün}} = 0,2 \text{ mW}$.

3.2 Durchführung

Die Messungen wurden in der folgenden Reihenfolge durchgeführt. Für die Messungen der TEM-Moden, der Polarisation des Lasers und der Bestimmung der Wellenlänge wurden die Spiegel 3 und 4 aus Tabelle (1) benutzt. Dies entspricht Anordnung 1 aus Abbildung (4). Die Spiegel befanden sich dabei im Abstand von $L = 72 \text{ cm}$, da so die Intensitätsschwankungen am Geringsten waren.

3.2.1 Justierung des He-Ne-Lasers

Für die Justage des He-Ne-Lasers werden mithilfe des Justierungslasers die Resonatorspiegel und das Laserrohr so eingestellt, dass der Laserstrahl mittig auf die Justierblende fällt, dafür wird ein Fadenkreuz verwendet. Nach dieser Justage kann der Versuch beginnen. Während des eigentlichen Experimentes ist der Justierungslaser ausgeschaltet.

3.2.2 Überprüfung der Stabilitätsbedingung

Nach der Justage wird nun als erstes die Stabilitätsbedingung überprüft, dafür wird zunächst der Laser auf maximale Leistung eingestellt und anschließend wird eine Messreihe der Intensität des Laserstrahls in Abhängigkeit von der Resonatorlänge aufgenommen. Dabei ist eine Nachjustierung der Leistung bei Verschiebung der Resonatorspiegel notwendig. Die Messung wird für einen konkav-konkav und einen plan-konkav Resonator durchgeführt.

3.2.3 TEM-Moden

Zur Untersuchung der transversalen Moden TEM_{00} und TEM_{01} wird mithilfe einer Streulinse der Laserstrahl aufgefächert und anschließend auf eine Photodiode geleitet. Die Intensitätsverteilung wird direkt von dieser mit einer Skala versehenen Diode abgelesen. Da die Grundmode TEM_{00} wie in Abschnitt (??) beschrieben den größten Anteil am Modenspektrum besitzt kann diese ohne weiteres Justieren der Apparatur vermessen werden. Damit die Mode TEM_{01} sichtbar wird, wird das Laserrohr leicht justiert.

3.2.4 Polarisation des Lasers

Um die Polarisation des Lasers zu bestimmen wird eine Messreihe mit einem Polarisationsfilter aufgenommen. Dafür wird dieser von 0° bis 180° im Strahlengang variiert und die Intensität in Abhängigkeit von der Polarisation des Filter wieder mithilfe einer Photodiode gemessen.

3.2.5 Wellenlänge des Lasers

Im letzten Teil der Durchführung soll nun mithilfe eines Gitters die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden. Dafür wird ein Schirm auf den der Laserstrahl projiziert wird in einem hinreichend großen Abstand hinter das Gitter gestellt, sodass nulltes und die beiden ersten Maxima zu sehen sind. Dann werden die Abstände zwischen nulltem und ersten Maxima, Gitterkonstante sowie der Abstand zwischen Gitter und Schirm aufgeschrieben.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden die aufgenommenen Messdaten in Grafiken sowie Tabellen dargestellt und ausgewertet. Grafiken sowie dazugehörige Rechnungen sind mit Python [2] erstellt bzw. berechnet worden.

4.1 Stabilitätsbedingung

Der Laser ist stabil, wenn Gleichung (??) mit den Stabilitätsparametern aus Gleichung (??) erfüllt ist. Die theoretischen Kurven für die drei möglichen Spiegelanordnungen sind graphisch in Abbildung (4) dargestellt. Experimentell konnte nur die Stabilitätsbedingung für Anordnung 1 und Anordnung 3 überprüft werden. Der maximal gemessene Abstand der Resonatorspiegel beträgt für Anordnung 1 $L_1 = 126$ cm und für Anordnung 3 $L_3 = 123$ cm. Für Anordnung 3 gilt, da der zweite Spiegel flach ist und somit der Krümmungsradius $R_2 \rightarrow \infty$ geht, mit der maximalen Länge $L_3 = 123$ cm für die Stabilitätsbedingung:

$$0 \leq 1 - \frac{L}{R_1} \leq 1$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$1 - \frac{L}{R_1} = 0.486$$

Dies liegt im erlaubten Bereich der Stabilitätsbedingung. Wie in Abschnitt (3.2) beschrieben, wurden die folgenden Messungen mit Anordnung 1 und $L = 72$ cm durchgeführt damit ergibt sich für die Stabilitätsbedingung:

$$g_1 g_2 = 1 - L \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{L}{R_1 R_2} \right)$$
$$g_1 g_2 = 0.236$$

Damit liegt der Wert innerhalb des durch die Stabilitätsbedingung erlaubtem Bereich von $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$.

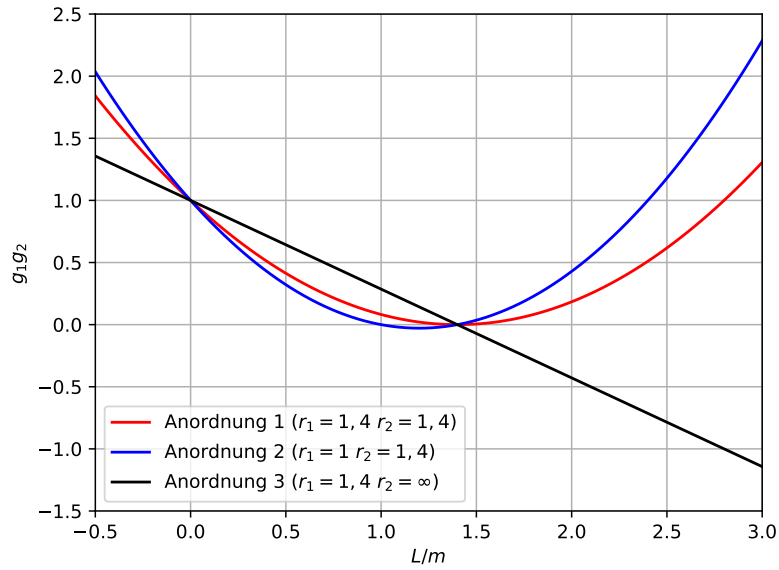


Abbildung 4: Theoretische Stabilitätsbedingungen für die drei Anordnungen.

4.2 Moden

4.2.1 TEM₀₀-Mode

In Tabelle (2) sind die aufgenommenen Messwerte der Grundmode TEM₀₀ zu finden. In Abbildung (5) ist der Verlauf graphisch dargestellt. Es wird aufbauend auf Gleichung (??) eine Ausgleichsrechnung der Form

$$I(x) = I_0 \cdot \exp \left(-2 \frac{(x - x_0)^2}{w^2} \right) \quad (9)$$

durchgeführt. Daraus ergeben sich für die Grundmode die folgenden Werte:

$$I_0 = (0,51 \pm 0,02) \mu\text{A}$$

$$x_0 = (2,89 \pm 0,29) \text{ mm}$$

$$w = (12,5 \pm 0,6) \text{ mm}$$

Tabelle 2: Die gemessenen Stromstärken I und die dazugehörigen Radien r entlang der Horizontalen der TEM₀₀-Mode.

r in mm	$I(r)$ in μA	r in mm	$I(r)$ in μA
-10	0,071	4	0,497
-8	0,101	6	0,391
-6	0,206	8	0,334
-4	0,248	10	0,283
-2	0,308	12	0,209
0	0,510	14	0,108
2	0,549	16	0,054

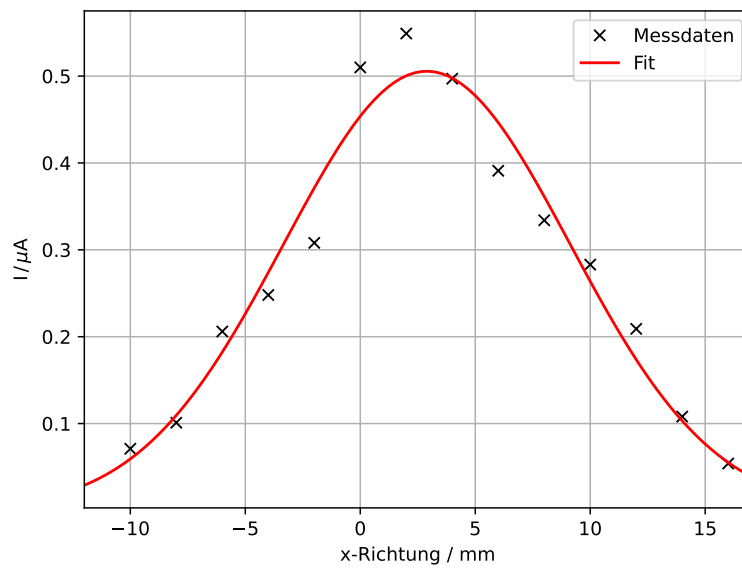


Abbildung 5: Intensitätsverteilung der TEM₀₀-Mode.

4.2.2 TEM₀₁-Mode

Für die TEM₀₁-Mode wird die Ausgleichsfunktion mit Gleichung (??) wie folgt abgewandelt:

$$I(x) = I_0 \cdot \frac{4(x - x_0)^2}{w^2} \cdot \exp\left(-2\frac{(x - x_0)^2}{w^2}\right) \quad (10)$$

Die aufgenommenen Messdaten sind in Tabelle (3) aufgelistet. In Abbildung (6) ist die gefittete Funktion zu sehen. Es ergeben sich die Parameter:

$$I_0 = (0,327 \pm 0,009) \mu\text{A}$$

$$x_0 = (0,705 \pm 0,077) \text{ mm}$$

$$w = (6,22 \pm 0,11) \text{ mm}$$

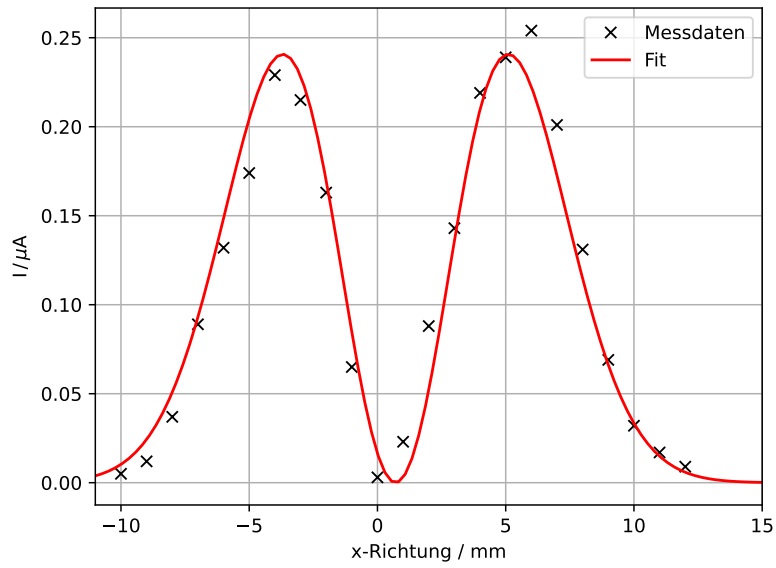


Abbildung 6: Intensitätsverteilung der TEM₀₁-Mode.

Tabelle 3: Die gemessenen Stromstärken I und die dazugehörigen Radien r entlang der Horizontalen der TEM₀₁-Mode.

r in mm	$I(r)$ in μA	r in mm	$I(r)$ in μA
-10	0,005	2	0,088
-9	0,012	3	0,143
-8	0,037	4	0,219
-7	0,089	5	0,239
-6	0,132	6	0,254
-5	0,174	7	0,201
-4	0,229	8	0,131
-3	0,215	9	0,069
-2	0,163	10	0,032
-1	0,065	11	0,017
0	0,003	12	0,009
1	0,023		

4.3 Polarisation

In diesem Abschnitt wird nun die Polarisationsrichtung des Lasers untersucht. Wie in Abschnitt (3.2.4) beschrieben werden die Messdaten aufgenommen. Die Daten sind in der Tabelle (4) angegeben und in Abbildung (7) visualisiert. Die gefittete Funktion hat die Form:

$$I(\varphi) = I_0 \cos^2(\varphi + \varphi_0) \quad (11)$$

durchgeführt. Die dazugehörigen gefitteten Parameter lauten:

$$I_0 = (810,543 \pm 0,176) \text{ nA}$$

$$\varphi_0 = (1,48 \pm 0,19) \text{ rad}$$

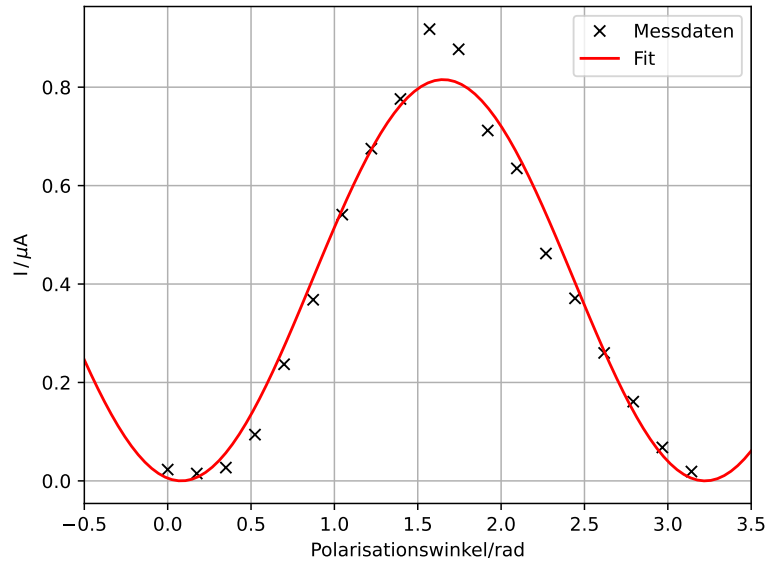


Abbildung 7: Gefittete Funktion zur Bestimmung der Polarisation des Lasers.

Tabelle 4: Polarisationswinkel φ und Stromstärke I .

φ in Grad	$I(\varphi)$ in nA	φ in Grad	$I(\varphi)$ in nA
0	23	100	877
10	15	110	712
20	27	120	635
30	94	130	462
40	237	140	371
50	368	150	260
60	541	160	161
70	675	170	68
80	776	180	19
90	918		

4.4 Wellenlänge

Die Wellenlänge des Lasers kann mithilfe der Formel

$$\lambda = \frac{\sin \left(\tan \left(\frac{d_n}{L} \right) \right)}{g \cdot n} \quad (12)$$

bestimmt werden. Dabei ist d_n der Abstand des n-ten Nebenmaxima vom Hauptmaxima, L der Abstand zwischen Gitter und Schirm und g die Gitterkonstante. Die Messwerte und Ergebnisse sind in Tabelle (5) eingetragen. Für die Wellenlänge ergibt sich so ein Mittelwert von $(633,845 \pm 0,425)$ nm.

Tabelle 5: Messdaten zur Messung der Wellenlänge.

Gitterkonstante g	L in cm	Ordnung	Abstand d_n in cm	Wellenlänge λ in nm
100 Linien/mm	103	1	6,5	631,49
100 Linien/mm	103	1	6,6	641,21
80 Linien/mm	103	1	5,2	631,34
80 Linien/mm	103	1	5,2	631,34

5 Diskussion

Für die beiden Anordnungen ergaben sich die Resonatorlängen zu $L_1 = 126$ cm bzw. $L_3 = 123$ cm. Diese liegt etwas unter der durch die Stabilitätsbedingung (??) gegebenen maximalen Länge von $L_{\text{Theorie}} = 140$ cm. Durch minimale Bewegungen an der Apparatur, wurde der Laserbetrieb erheblich gestört, daher ist nicht sicher ob die tatsächlich möglichen Resonatorlängen richtig festgestellt werden konnten.

Die Intensitätskurven von sowohl TEM_{00} , als auch TEM_{01} sind relativ genau an der erwarteten Theoriekurve. Auch wenn einige Messdaten erhebliche Abweichungen zur Kurve haben, so befindet sich der Großteil der Messdaten leicht neben oder genau auf der Theoriekurve. Die Abweichungen lassen sich hauptsächlich so erklären, dass es teilweise sehr schwierig war aufgrund der schwankenden Intensität einen genauen Wert für diese festzustellen.

Die erwartete 2π Periodizität wird wie in Abbildung (7) zu sehen sehr genau bestätigt. Die theoretische Wellenlänge $\lambda_{\text{Theorie}} = 632,8$ nm liegt innerhalb des Fehlerbereich der gemittelten Wellenlänge $\lambda = (633,845 \pm 0,425)$ nm. Die leichten Abweichungen sind dadurch zu erklären, dass der Abstand d_n zu den Nebenmaxima nicht ganz genau abgelesen werden konnte.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zu V61 - Der HeNe-Laser*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732531/mod_resource/content/2/V61.pdf (besucht am 15.12.2021).
- [2] Python. URL: <https://www.python.org> (besucht am 15.12.2021).
- [3] Wikipedia. *Boltzmannkonstante*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Boltzmann-Konstante> (besucht am 12.01.2022).