Fortgeschrittenenpraktikum

V46 Faraday-Effekt

Felix Gläsemann
felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel
tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2021 Abgabe: 27.10.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse von Leitungselektronen in einem Halbleiter, der aus n-dotiertem Galliumarsenid besteht, zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Brechungsindex und Reflexion

Beim Auftreffen von Röntgenstrahlung vom Vakuum auf ein Medium, dessen Brechungsindex von eins abweicht, ist gegeben durch:

$$n = 1 - \delta + i \cdot \beta \tag{1}$$

 ist dabei die Absorption und ist ein Korektur. Bei Röntgenstrahlung ist bei diesem Übergang eine Totalreflexion möglich, da der Brechungsindex in Materie kleiner als eins ist. Im allgemeinen Fall trifft die elektromagnetische Welle in einem Winkel a_e auf eine unendlich dicke, gomogenen, glatte Materialschicht.Ein Teil wird dann im Winkel $a_\mathrm{e} = a_\mathrm{r}$ reflektiert. Der restliche Teil wird unter dem Winkel a_t gebrochen und transmitiert. Die Totalreflexion tritt hierbei unter dem kritischen Winkel a_c auf. Dies bedeutet, dass keine Transmission auftritt. Dieser Kritische Winkel ist gegeben durch: Beim Auftreffen von Röntgenstrahlung vom Vakuum auf ein Medium, dessen Brechungsindex von eins abweicht, ist gegeben durch:

$$a_\mathrm{c} = \sqrt{2\sigma} \tag{2}$$

$$a_\mathrm{c} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{r_\mathrm{e} \cdot \rho}{\pi}} \tag{3}$$

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Aufbau und die Einstellung der verwendeten Messapparatur beschrieben und anschließend die Durchführung des Experimentes dokumentiert.

3.1 Aufbau der Messapparatur

Die verwendete Messapparatur ist in Abbildung 1 zu sehen. In diesem Experiment dient eine Halogenlampe mit Emissionsspektrum im Infrarotbereich als Lichtquelle. Das dort emittierte Licht gelangt mit Hilfe einer Kondensorlinse parallel in den nächsten Teil des Aufbaus. Von einem Lichtzerhacker aus wird das gesammelte Licht in ein aus Kalkspat bestehendes Glan-Thompson-Prisma (siehe Abbildung 2) weitergeleitet. In diesem wird das linear polarisierte Licht erzeugt, das in diesem Versuch untersucht werden soll.
Die zu untersuchende Probe befindet sich in einem konstanten Magnetfeld, das von einem Elektromagneten erzeugt wird. Dabei ist es notwendig, dass, wie in Abschnitt 2

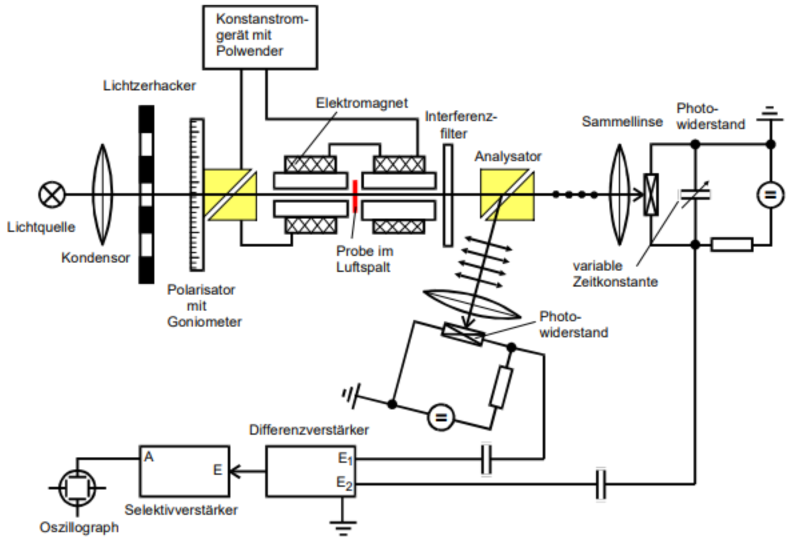

Abbildung 1: Der schematische Aufbau des Versuches. [2, S. 2]

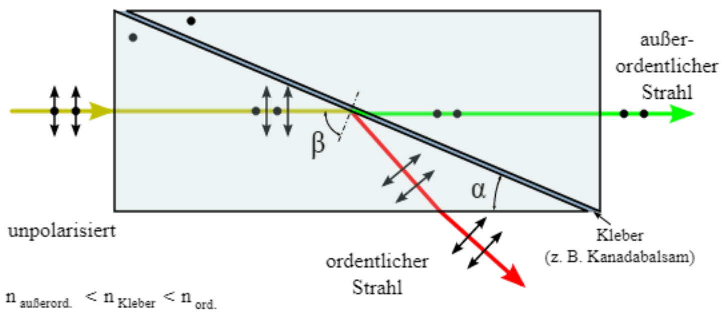

Abbildung 2: Der schematische Aufbau eines Glan-Thompson-Prisma. [8]

beschrieben, der Magnetfeldvektor parallel zum Vektor der einfallenden Lichtwelle ist. Das Magnetfeld wird dabei von einem Konstantstrom gerät gespeist, damit es zeitlich konstant ist. Sobald die Welle aus der Probe austritt wird das Wellenlängenspektrum mit Hilfe eines Interferenzfilters (siehe Abbildung 3) auf eine Wellenlänge reduziert und trifft anschließend auf das zweite Glan-Thompson-Prisma. Über die Schichtdicke des Dielektrikums des Interferenzfilter wird die transmittierte Wellenlänge festgelegt. Aus dem zweiten Glan-Thompson-Prisma treten nun zwei Strahlenbündel aus, deren Intensität von der Polarisation des eingehenden Lichtstrahls abhängt und die orthogonal zueinander polarisiert sind, dies dient einer hohen Winkelauflösung.
Anschließend werden diese jeweils mit einer Sammellinse gebündelt und mit Hilfe einer Photodiode wird die Intensität des Lichtes in einen Strom ungewandelt. Dieses Signal wird an die beiden Eingänge eines Differenzverstärkers angeschlossen und dieser liefert einer zur Differenz der Eingangsspannungen proportionale Ausgangsspannung. Der daran

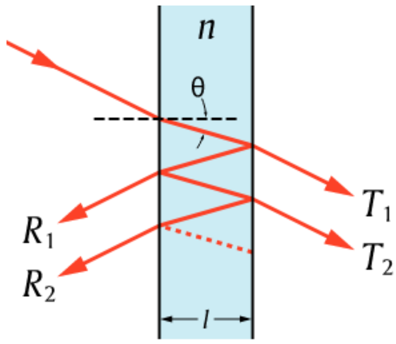

Abbildung 3: Der schematische Aufbau eines Interferenzfilters. [9]

angeschlossene Selektivverstärker wird auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt um das entstehende Rauschen deutlich zu verringern. Als letztes wird auf einem Oszilloskop das endgültige Signal sichtbar gemacht.

3.2 Durchführung

Vor der Messung wird zunächst die Messapparatur kalibriert, das bedeutet es wird überprüft ob die Sammellinse die Strahlen vernünftig auf die Photodioden leitet. Um den Selektivverstärker einzustellen wird dieser auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt. Anschließend wird das Signal einer Photodiode auf die Licht fällt auf den Eingang "Input" des Selektivverstärkers gegeben und das Oszilloskop wird an den Augang "Resonance" angecschlossen. Nun wird mit Hilfe der Frequenzstellknöpfe am Selektivverstärker solange justiert bis sich ein maximales Ausgangssignal ergibt, das heißt die Signalamplitude auf dem Oszilloskop maximal groß ist.
Das Magnetfeld im Inneren der Spule wird mit einer Hallsonde vermessen, um den Ort des maximalen Magnetfeldes zu bestimmen.
Jetzt beginnt die Messung um den Polarisationswinkel ϑ zu bestimmen, dafür wird das Goniometer am ersten Glan-Thompson-Prisma verwendet. Eine Probe sowie Interferenzfilter werden eingesetzt und das Goniometer wird anschließend variiert bis das Signal am Oszilloskop minimal wird. Dann wird der erste Polarisationswinkel ϑ_1 notiert und das Magnetfeld wird mit Hilfe des Konstantstromgerätes umgepolt. Dann wird der Vorgang wiederholt und der zweite Polarisationswinkel ϑ_2 wird notiert. Der Drehwinkel der Polarisationsebene lässt sich über den folgenden Zusammenhang berechnen:

$$\vartheta = \frac{1}{2}(\vartheta_1 - \vartheta_2) \tag{4}$$

Man wiederholt die Messungen nun mit verschiedenen Interferenzfiltern und den daraus resultierenden unterschiedlich gefilterten Wellenlängen.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden die aufgenommenen Messdaten in Grafiken sowie Tabellen dargestellt und ausgewertet. Grafiken sowie dazugehörige Rechnungen sind mit Python [5] erstellt bzw. berechnet worden.

4.1 Messung des Magnetfeldes

Als erstes wird das Magnetfeld am Ort der Probe bestimmt, dazu werden die Messdaten aus Tabelle 1 in Abbildung 4 visualisiert. Dafür wird die Magnetfeldstärke gegen den Ort aufgetragen. Der maximale Wert B_{max} mit dem die weiteren Rechnungen durchgeführt werden ist gegeben durch:

$$B_{\text{max}} = 433\,\text{mT} \tag{5}$$

Dieser legt damit das Magnetfeld am Ort Z der Probe fest.

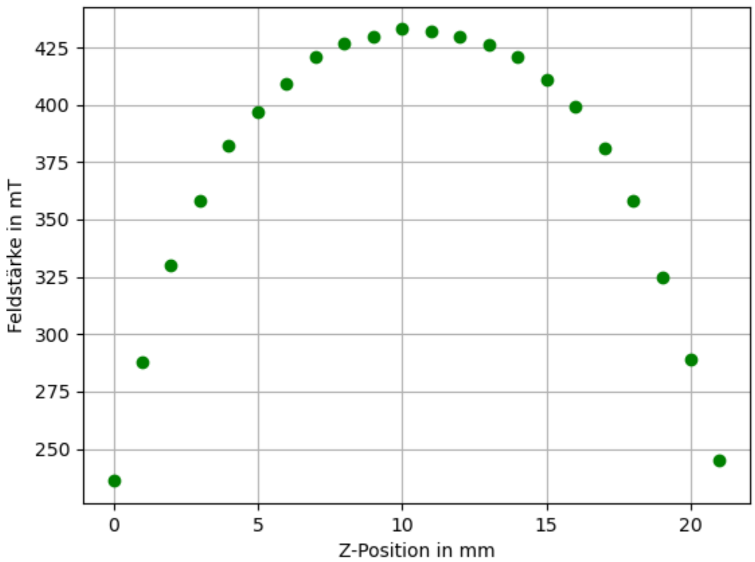

Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Magnetfeldstärke und Ort im Magnetfeld.

Tabelle 1: Messdaten der Messung mit der Hallsonde.

Position in mm	Magnetfeldstärke in mT
0.0	236.0
1.0	288.0
2.0	330.0
3.0	358.0
4.0	382.0
5.0	397.0
6.0	409.0
7.0	421.0
8.0	427.0
9.0	430.0
10.0	433.0
11.0	432.0
12.0	430.0
13.0	426.0
14.0	421.0
15.0	411.0
16.0	399.0
17.0	381.0
18.0	358.0
19.0	325.0
20.0	289.0
21.0	245.0

4.2 Messung mit undotiertem Galliumarsenid

In diesem Auswertungsabschnitt wird die undotierte Galliumarsenid-Probe betrachtet. Mit der Dicke der Probe $L_{\text{undotiert}} = 5{,}11\,\text{mm}$ und den gemessenen Werten wird ein normierter Wert der Faradayrotation bestimmt. Dazu wird zunächst die Formel (4) benutzt um den Differenzwinkel ϑ zu bestimmen, anschließend wird dieser Wert in [rad/mm] umgerechnet. Mit Hilfe von Gleichung (6) wird der normierte Wert $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ erhalten. Die Formel für die Umrechnung lautet:

$$\vartheta_{\text{norm}} = \frac{2\pi}{360} \frac{\vartheta}{L_{\text{undotiert}}} \tag{6}$$

In der Tabelle 2 sind die Messdaten für die verschiedenen Wellenlängen λ sowie den dazugehörigen Winkeln $\vartheta_{+\text{B}}$ und $\vartheta_{-\text{B}}$, als auch den normierten Rotationswinkel $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ zu finden. In Abbildung 5 sind die normierten Rotationswinkel $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ gegen die Quadrate der Wellenlängen λ^2 aufgetragen.

Tabelle 2: Messdaten der undotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

$\lambda/\mu m$	$\vartheta_{+B}/°$	$\vartheta_{-B}/°$	$\vartheta_{norm,undotiert}$/rad/mm
1.060	276.65	253.00	0.040
1.290	273.00	256.33	0.028
1.450	273.00	260.50	0.021
1.720	270.00	262.17	0.013
1.960	264.03	257.45	0.011
2.156	262.00	257.08	0.008
2.340	236.50	231.15	0.009
2.510	215.08	211.67	0.006
2.650	161.41	156.15	0.009

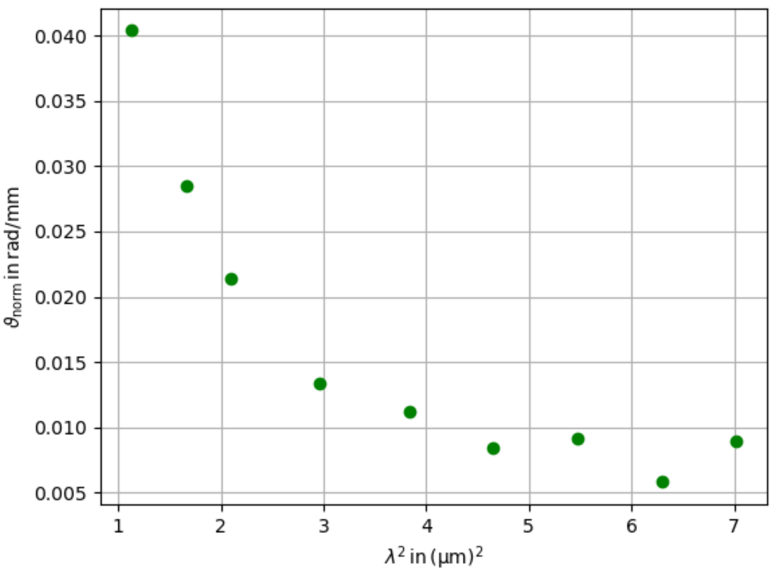

Abbildung 5: Grafische Darstellung der Messdaten der undotierten Probe.

4.3 Messung mit dotierten Galliumarsenid-Proben

In dieser Messung werden nun die dotierten Galliumarsenid-Proben verwendet. Die zu untersuchenden Proben haben jeweils die Dicken $L_{\text{leicht}} = 1{,}296\,\text{mm}$ bzw. $L_{\text{hoch}} = 1{,}36\,\text{mm}$ und eine Donatorenkonzentration von $N_{\text{leicht}} = 1{,}2 \cdot 10^{18}\,1/\text{cm}^3$ bzw. $N_{\text{hoch}} = 2{,}8 \cdot 10^{18}\,1/\text{cm}^3$. In den Tabellen 3 und 4 sind die erhaltenen Messdaten aufgelistet. Als erstes wird wieder die Differenz mit Gleichung (4) errechnet, daraus werden dann die normierten Rotationswinkel wieder mit Gleichung (6) berechnet, allerdings jeweils mit den Längen L_{leicht} bzw. L_{hoch}. Von den erhaltenen Werten werden für alle Wellenlängen die normierte Faradayrotation der undotierten Probe $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ abgezogen. So kann die differenzierte Faradayrotation $\Delta\vartheta_{\text{norm}}$, die durch Leitungselektronen bedingt ist, untersucht werden. Die Formel ist dann:

$$\vartheta_{\text{norm}} = \frac{2\pi}{360}\frac{\vartheta}{L_{\text{Probe}}} - \vartheta_{\text{norm,undotiert}} \tag{7}$$

Die berechneten Werte sind in Abbildung 6 grafisch dargestellt. Die Daten werden mit der folgenden Funktion gefittet:

$$\Delta\vartheta_{\text{norm}} = A\lambda^2 \tag{8}$$

Daraus ergeben sich für die beiden Proben die Parameter:

$$A_{\text{leicht}} = (0{,}014\,424\,8 \pm 0{,}000\,004\,2)\,\frac{\text{rad}}{\text{fm}^3}$$
$$A_{\text{hoch}} = (0{,}024\,891\,0 \pm 0{,}000\,007\,4)\,\frac{\text{rad}}{\text{fm}^3}$$

Mit Hilfe der Gleichung (**??**) und den jeweiligen Parametern A_{leicht} bzw. A_{hoch} ist es nun möglich die effektive Masse zu bestimmen. Für den Brechungsindex von Galliumarsenid wird $n \approx 3.4$ [4] genutzt. Mit der Formel:

$$m^* = \sqrt{\frac{e^3 \cdot N \cdot B}{A \cdot 8\pi^2\varepsilon_0 c^3 \cdot n}} \tag{9}$$

ergeben sich die für die effektive Masse mit $m_{\text{e}} = 9{,}109\,383\,56 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$ als Elektronenmasse folgende Werte:

$$m^*_{\text{leicht}} = (6{,}8018 \pm 0{,}0005) \cdot 10^{-32}\,\text{kg}$$
$$\frac{m^*_{\text{leicht}}}{m_{\text{e}}} = 0.074668 \pm 0.000005$$
$$m^*_{\text{hoch}} = (7{,}9094 \pm 0{,}0006) \cdot 10^{-32}\,\text{kg}$$
$$\frac{m^*_{\text{hoch}}}{m_{\text{e}}} = 0.086827 \pm 0.000006$$

Tabelle 3: Messdaten der leicht dotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

λ/µm	$\vartheta_{+\mathrm{B}}/°$	$\vartheta_{-\mathrm{B}}/°$	$\vartheta_{\mathrm{norm}}$/rad/mm
1.060	153.17	143.37	0.022
1.290	151.35	144.60	0.015
1.450	150.33	143.03	0.025
1.720	150.67	145.00	0.023
1.960	155.17	148.08	0.034
2.156	156.48	150.00	0.033
2.340	182.00	175.00	0.036
2.510	213.50	209.23	0.022
2.650	258.70	250.00	0.047

Tabelle 4: Messdaten der hoch dotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

λ/µm	$\vartheta_{+\mathrm{B}}/°$	$\vartheta_{-\mathrm{B}}/°$	$\vartheta_{\mathrm{norm}}$/rad/mm
1.060	270.00	258.00	0.040
1.290	268.28	259.60	0.030
1.450	270.00	261.08	0.039
1.720	268.00	259.43	0.044
1.960	265.25	255.00	0.058
2.156	265.00	253.00	0.072
2.340	240.17	228.17	0.072
2.510	206.33	199.00	0.044
2.650	163.33	149.00	0.088

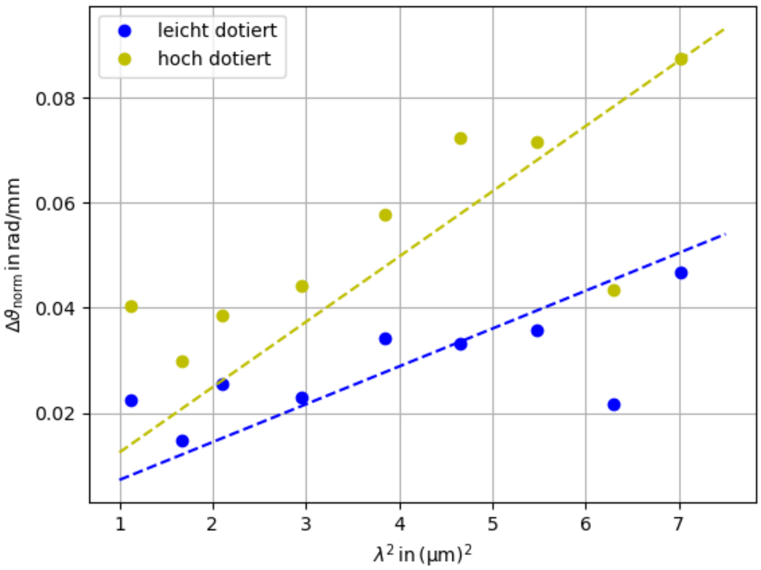

Abbildung 6: Grafische Darstellung der Messdaten aus den Tabellen 3 und 4.

5 Diskussion

In Abbildung 6 ist der normierte Rotationswinkel ϑ_{norm} gegen das Quadrat der Wellenlänge λ^2. Der Theorie nach sollte sich zwischen diesen beiden Größen ein linearer Zusammenhang zeigen, dies bestätigt Abbildung 6. Allerdings weichen die einzelnen Messwerte oft von der Ausgleichsgerade ab, dennoch ist damit die Vermutung aus der Theorie im Experiment bestätigt worden. Das Prinzip der klassischen Betrachtung mit Hilfe der Einführung der effektiven Masse aus Abschnitt **??** ist ergo möglich und eignet sich dafür die Leitungselektronen in Halbleitern zu beschreiben.
Für die effektive Masse m^* im Verhältnis zu Elektronenmasse m_{e} ergab sich für die verschieden dotierten Proben der jeweilige Wert zu:

$$\frac{m^*_{\text{leicht}}}{m_{\text{e}}} = 0.074668 \pm 0.000005$$
$$\frac{m^*_{\text{hoch}}}{m_{\text{e}}} = 0.086827 \pm 0.000006$$

Im Vergleich dazu ist der Literaturwert [3, S. 1] gegeben durch:

$$\frac{m^*_{\text{Lit}}}{m_{\text{e}}} = 0.067$$

Daraus ergibt sich eine Abweichung von etwa 11.4% für die leichtdotierte Probe und bei der hochdotierten Probe eine Abweichung von etwa 29.6%. Daraus folgt, dass die Messung mit der leichtdotierten Probe die effektive Masse genauer bestimmen konnte, als die mit der hochdotierten Probe. Zu der relativ großen Abweichung kommt es vermutlich durch das fehleranfällige Messverfahren. Unter Anderem war es schwer möglich ein exakt genaues Spannungsminimum am Oszilloskop zu finden, sodass die Winkel nicht immer genau bestimmt werden konnten und eher aus einem Bereich von einigen Grad bzw. Minuten stammen. Eine weitere Fehlerquelle könnte das nicht ganz homogene Magnetfeld sein, denn dieses wird durch die strominduzierte Wärme in den Spulen beeinflusst. Desweiteren gibt es trotz des Selektivverstärkers Rauscheffekte, wenn diese in der Größenordnung der jeweils betrachteten Frequenzen liegen.
Zusammenfassend lässt sich sagen, dass trotz der etwas fehleranfälligen Apparatur der verwendete Versuchsaufbau dafür geeignet ist die effekive Masse von Leitungselektronen zu bestimmen.

6 Anhang

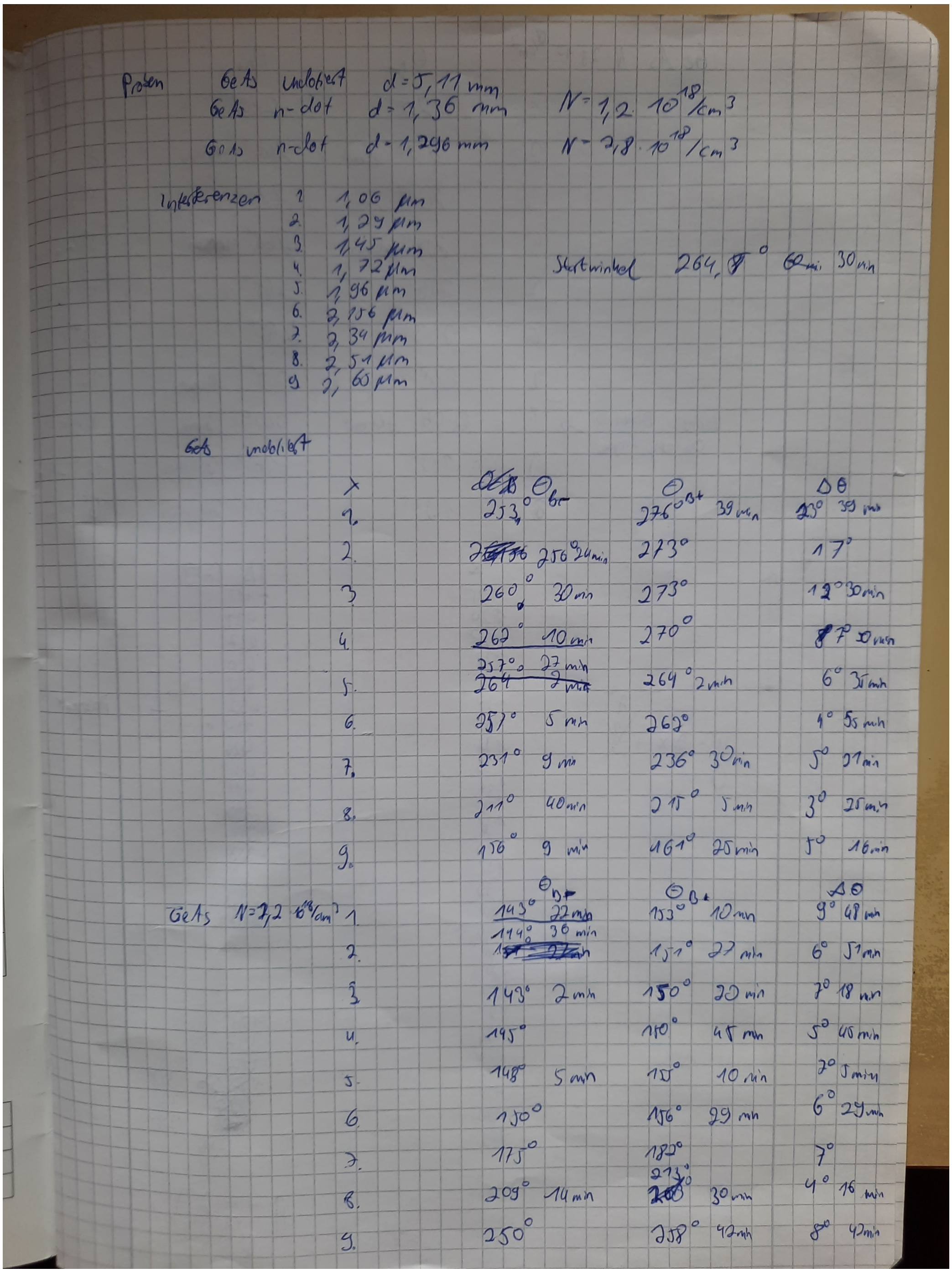

Abbildung 7: Messdaten I

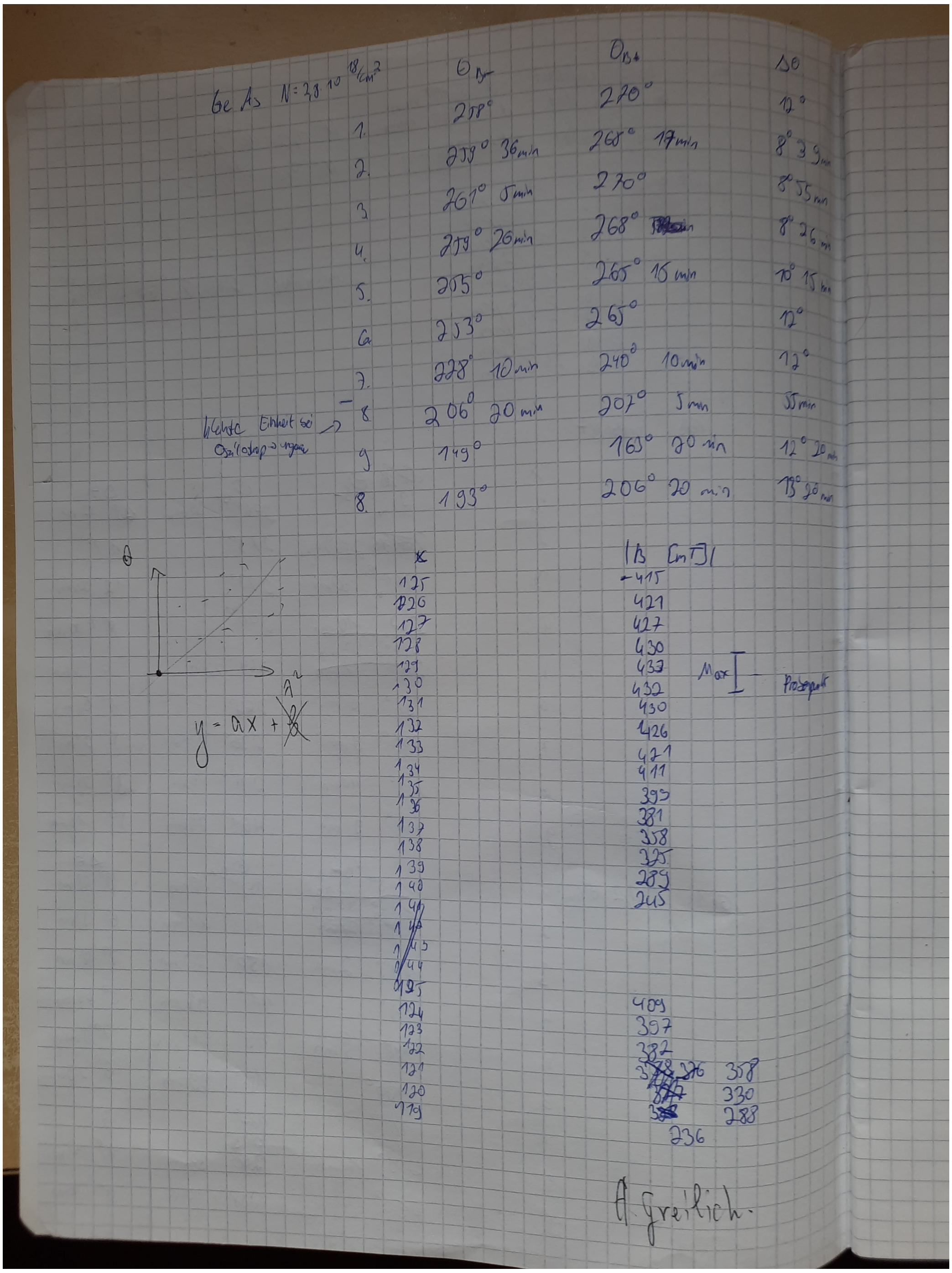

Abbildung 8: Messdaten II

Literatur

[1] TU Dortmund. *Anhang 1, V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern.* URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46_Anhang.pdf (besucht am 27. 10. 2021).

[2] TU Dortmund. *V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern.* URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46.pdf (besucht am 27. 10. 2021).

[3] *Effektive Masse.* URL: https://link.springer.com/content/pdf/bbm%3A978-3-662-07579-1%2F1.pdf (besucht am 27. 10. 2021).

[4] filmetrics. *Brechungsindex GaAs.* URL: https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide (besucht am 27. 10. 2021).

[5] Python. URL: https://www.python.org (besucht am 27. 10. 2021).

[6] Sebastian Rollke. *Versuch 46: Faraday-Effekt an Halbleitern.* URL: http://www.rollke.com/physik/46.pdf (besucht am 27. 10. 2021).

[7] Wikipedia. *Bändermodell.* URL: https://de.wikipedia.org/wiki/B%C3%A4ndermodell (besucht am 27. 10. 2021).

[8] Wikipedia. *Glan-Thompson-Prisma.* URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6b/Glan-Thompson_prism_DE.svg (besucht am 27. 10. 2021).

[9] Wikipedia. *Interferenzfilter.* URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/db/Etalon-1.svg (besucht am 27. 10. 2021).