

Fortgeschrittenenpraktikum

V46 Faraday-Effekt

Felix Gläsemann
felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel
tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2021

Abgabe: 27.10.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Elektronische Struktur von Isolatoren, Halbleitern und Metallen	3
2.1.1	Isolator	3
2.1.2	Halbleiter	3
2.1.3	Metall	4
2.2	Definition der effektiven Masse	4
2.3	Zirkulare Doppelbrechung	5
2.4	Bestimmung der effektiven Masse	7
3	Aufbau und Durchführung	8
3.1	Aufbau der Messapparatur	8
3.2	Durchführung	9
4	Auswertung	11
4.1	Messung des Magnetfeldes	11
4.2	Messung mit undotiertem Galliumarsenid	12
4.3	Messung mit dotierten Galliumarsenid-Proben	14
5	Diskussion	17
6	Anhang	18
	Literatur	20

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse von Leitungselektronen in einem Halbleiter, der aus n-dotiertem Galliumarsenid besteht, zu bestimmen.

2 Theorie

Unter dem Faraday-Effekt versteht man die Drehung der Polarisationssebene einer elektromagnetischen Welle in einem Medium durch den Einfluss eines Magnetfeldes, welches parallel zur Ausbreitungsrichtung dieser ist.

Außerdem ist es möglich Rückschlüsse auf die Bandstruktur des Testmediums zu ziehen.

2.1 Elektronische Struktur von Isolatoren, Halbleitern und Metallen

Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt In Abbildung 1 sind die jeweiligen Bandstrukturen von Isolatoren (Nichtleitern), Halbleitern und Metallen (Leitern) dargestellt:

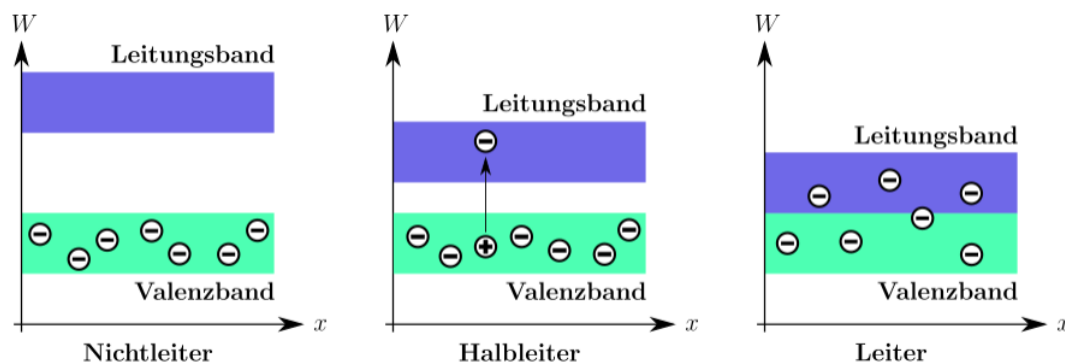


Abbildung 1: Bandstruktur von Isolator, Halbleiter und Metall. [7]

2.1.1 Isolator

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, ist das Leitungsband eines Isolators unbesetzt und die Bandlücke ist sehr groß. Dennoch kann durch Zufuhr von großer Energie es möglich sein, dass Elektronen die Bandlücke überwinden können und vom Valenzband ins Leitungsband gelangen können. Isolatoren zeichnen sich also über einen sehr hohen spezifischen Widerstand aus, der jedoch nicht unendlich ist, das heißt sie können auch leitend werden.

2.1.2 Halbleiter

Ähnlich wie bei den Isolatoren besitzen Halbleiter ein unbesetztes Leitungsband (siehe Abbildung 1), allerdings ist die Bandlücke deutlich kleiner als bei Isolatoren und Elektronen können diese leicht überwinden. Mit Hilfe von Dotierung, das bedeutet das Entfernen

oder Hinzufügen eines Fremdatoms, kann der Halbleiter gezielt manipuliert werden. Unter n-Dotierung versteht man hierbei wenn ein sogenannter Elektronen-Donator, das heißt ein Atom mit zusätzlichem Elektron, in den Halbleiter eingebunden wird. Unter p-Dotierung das Gegenteil, das heißt ein Elektronen-Akzeptor, ein Atom mit mit einem Elektron weniger, wird in den Halbleiter eingebunden.

2.1.3 Metall

In Abbildung 1 erkennt man, dass es bei Metallen keine Bandlücke gibt. Daraus folgt, dass in Metallen Elektronen sich schon bei sehr geringen elektrischen Feldstärken nahezu frei bewegen können. Dies bedeutet, dass ein Metall ein sehr guter elektrischer Leiter ist. Zu beachten ist, dass die durch den Stromfluss induzierte Temperaturerhöhung im Metall den Widerstand erhöht und somit das Metall einen temperaturabhängigen Widerstand besitzt.

2.2 Definition der effektiven Masse

Mit Hilfe der effektiven Masse ist es möglich die physikalischen Effekte der Bandstruktur eines Halbleiters approximiert zu beschreiben. In Abbildung 2 ist die Bandstruktur von Leitungs- bzw. Valenzband dargestellt. Um das Minimum herum wird die Energie des

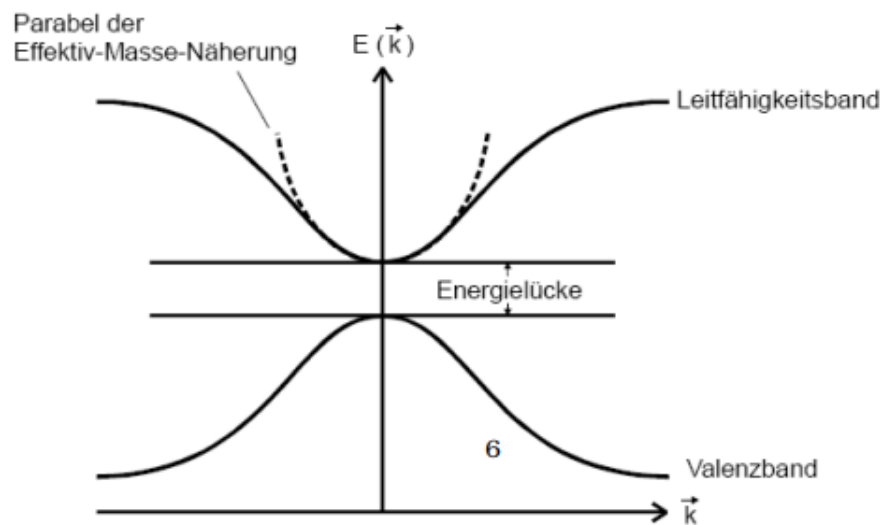


Abbildung 2: Vereinfachte Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers. [6, S. 6]

Bandes ε in Abhängigkeit des Wellenzahlvektors \vec{k} genähert. Dies geschieht mit Hilfe einer Taylorreihe:

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right|_{\vec{k}=0} k_i^2 + \mathcal{O}(k^3) \quad (1)$$

Als nächstes vergleicht man analog zu Newtons zweitem Axiom die Beschleunigung in einem elektrischen Feld E . Dafür ergibt sich quantenmechanisch betrachtet für ein Kristall-Elektron (2) und für ein freies Teilchen im Vakuum (3):

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \cdot qE \quad (2)$$

$$a = \frac{1}{m_e} \cdot qE \quad (3)$$

Dabei ist k die Wellenzahl, \hbar das reduzierte plancksche Wirkungsquantum, q die Ladung des Elektrons und $\varepsilon(k)$ die Energie in Abhängigkeit von k . Damit wird die effektive Masse wie folgt definiert:

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_{i2}} \right|_{k=0}} \quad (4)$$

Dank der Berücksichtigung der Periodizität des Kristallpotentials $V(\vec{r})$ in dem Ausdruck für die effektive Masse siehe Gleichung (4) ist es unter Anderem möglich den Hamilton-Operator \hat{H} der Kristallelektronen in den eines freien Teilchens umzuschreiben. Aus

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V(\vec{r})$$

wird mit Gleichung (4)

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2.$$

2.3 Zirkulare Doppelbrechung

In diesem Abschnitt der Theorie geht es um zirkulare Doppelbrechung. Darunter versteht man die Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht $E(z)$ bei Transmission durch einen Kristall. Dies lässt sich durch die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten im Kristall für rechts- bzw. linkszirkulares polarisiertes Licht E_R , E_L erklären. Mathematisch bedeutet das für die Zusammensetzung des Lichtstrahls als Linearkombination von E_R und E_L :

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{2}(\vec{E}_R(z) + \vec{E}_L(z)) \text{ mit } k_L \neq k_R \quad (5)$$

Die rechts- bzw. linkszirkularen Anteile sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \vec{E}_R(z) &= (E_0 \vec{x}_0 - iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_R z) \\ \vec{E}_L(z) &= (E_0 \vec{x}_0 + iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_L z). \end{aligned} \quad (6)$$

Um nun das austretende Licht zu beschreiben werden zunächst zwei Winkel Ψ und ϑ eingeführt:

$$\begin{aligned} \Psi &:= \frac{L}{2}(k_R + k_L) \\ \vartheta &:= \frac{L}{2}(k_R - k_L) = \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) \end{aligned} \quad (7)$$

Dies folgt aus der folgenden Beziehung:

$$k_i = \frac{n_i \omega}{c}$$

Dabei sind n_R und n_L die jeweiligen Brechungsindizes und c die Lichtgeschwindigkeit. Setzt man nun Gleichung (6) in Gleichung (5) ein ergibt sich für das austretende Licht der folgende Ausdruck:

$$\vec{E}(L) = E_0 \exp(i\Psi) (\cos(\vartheta) \vec{x}_0 + \sin(\vartheta) \vec{y}_0)$$

Der Effekt ist schematisch in Abbildung 3 dargestellt. Die Entstehung dieses Effektes

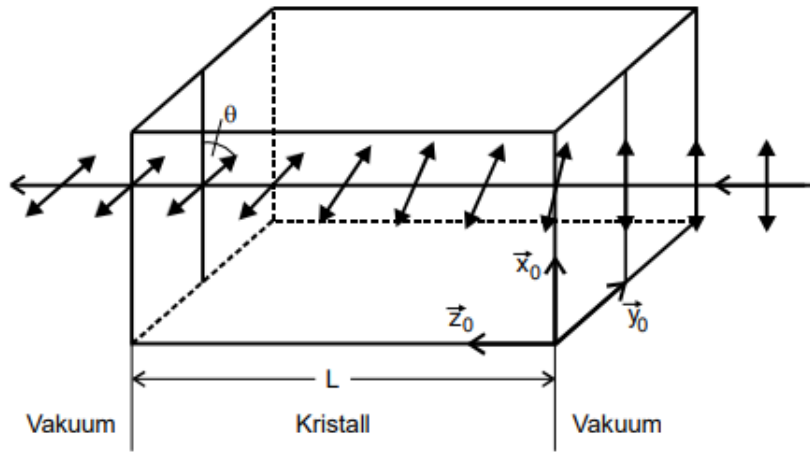


Abbildung 3: Darstellung von zirkularer Doppelbrechung bei Transmission eines Kristalls. [1, S. 1]

beruht auf den elektrischen Dipolmomenten die im Kristall erzeugt werden können. Diese induzierten Dipole erzeugen die Polarisation \vec{P} des Kristalles. Diese ist unter der Voraussetzung eines kleinen elektrischen Feldes \vec{E} proportional zu diesem. Es gilt die Beziehung:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (8)$$

Mit der elektrischen Feldkonstante ε_0 und der dielektrischen Suszeptibilität χ . Im Vergleich zu isotroper Materie ist die Suszeptibilität in den hier betrachteten anisotropen Kristallen eine Tensorgröße $\overline{\overline{\chi}}$. Materie ist genau dann doppelbrechend wenn für die Suszeptibilität $\overline{\overline{\chi}}$ gilt [1, S. 3-5]:

$$\overline{\overline{\chi}} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{yx} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Um die Drehung der Polarisationsebene ϑ zu bestimmen wird die Änderung \vec{D} eines Feldes \vec{E} , das sich in Materie ausbreitet betrachtet:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 + \overline{\overline{\chi}}\right) \vec{E}. \quad (10)$$

Setzt man die beiden Ausdrücke in (9) und (10) in die homogene Wellengleichung

$$\square \vec{D} = 0$$

ein errechnet sich die Drehung ϑ [1, S. 3–5] zu:

$$\vartheta \approx \frac{L\omega}{2c} \frac{1}{\sqrt{1 + \chi_{xx}}} \chi_{xy} \approx \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}. \quad (11)$$

Dabei ist L die Länge des Kristalls, ω die Frequenz und n der Brechungsindex.

2.4 Bestimmung der effektiven Masse

In diesem Abschnitt wird beschrieben wie sich mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse bestimmen lässt. Dazu wird die Bewegungsgleichung eines gebundenen Teilchens in einem Magnetfeld \vec{B} unter dem Einfluss des einfallenden Lichtstrahls und dessen elektrischen Feldes \vec{E} betrachtet:

$$m \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} + K\vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \times \vec{B} \quad (12)$$

Dabei ist \vec{r} die Auslenkung des Elektrons aus der Gleichgewichtslage, K die Konstante, die die Bindung des Elektrons an seine Umgebung bezeichnet und \vec{E} die Feldstärke des einfallenden Lichtstrahls. Nimmt man nun an, dass sowohl die Messfrequenz wesentlich höher als die Zyklotronfrequenz ist und quasifreie Ladungsträger kann der folgende Ausdruck hergeleitet werden [1, S. 5–8]:

$$\vartheta \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (13)$$

Damit die Gleichung 13 auch für die Kristallelektronen gültig bleibt setzen wir für m die effektive Masse m^* aus Abschnitt 2.2 ein. Wir definieren zusätzlich die neue Größe $\vartheta_{\text{norm}} = \frac{\vartheta}{L}$, die die Faraday-Rotation pro Einheitslänge in [rad/m] angibt. Damit ergibt sich schlussendlich der folgende Ausdruck:

$$\vartheta_{\text{norm}} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{(m^*)^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (14)$$

Dabei ist e_0 die Elementarladung, ε_0 die elektrische Feldkonstante, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, N die Donatorenkonzentration, B ist die magnetische Feldstärke, L die Dicke der Probe und n der Brechungsindex. Aus dieser kann die effektive Masse der Elektronen im Kristall bestimmt werden in dem man Gleichung (14) nach m^* umstellt:

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{\vartheta_{\text{frei}}} \lambda^2 \frac{NB}{n}} \quad (15)$$

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Aufbau und die Einstellung der verwendeten Messapparatur beschrieben und anschließend die Durchführung des Experimentes dokumentiert.

3.1 Aufbau der Messapparatur

Die verwendete Messapparatur ist in Abbildung 4 zu sehen. In diesem Experiment dient

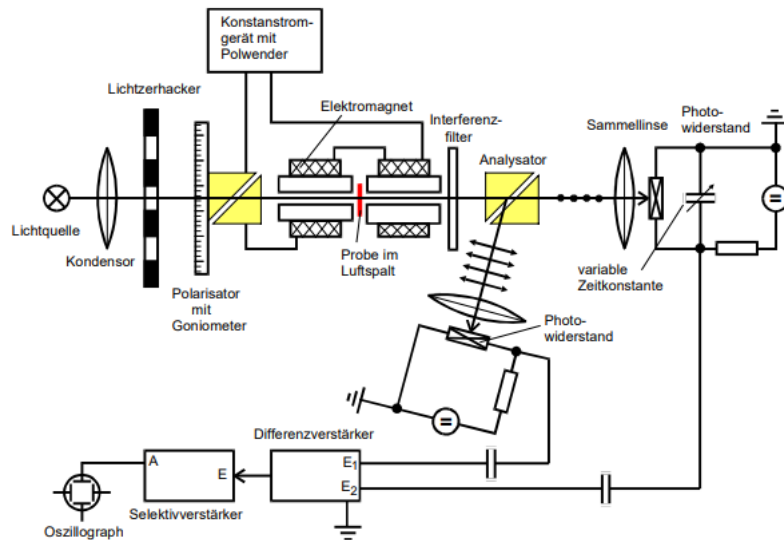


Abbildung 4: Der schematische Aufbau des Versuches. [2, S. 2]

eine Halogenlampe mit Emissionsspektrum im Infrarotbereich als Lichtquelle. Das dort emittierte Licht gelangt mit Hilfe einer Kondensorlinse parallel in den nächsten Teil des Aufbaus. Von einem Lichtzerhacker aus wird das gesammelte Licht in ein aus Kalkspat bestehendes Glan-Thompson-Prisma (siehe Abbildung 5) weitergeleitet. In diesem wird

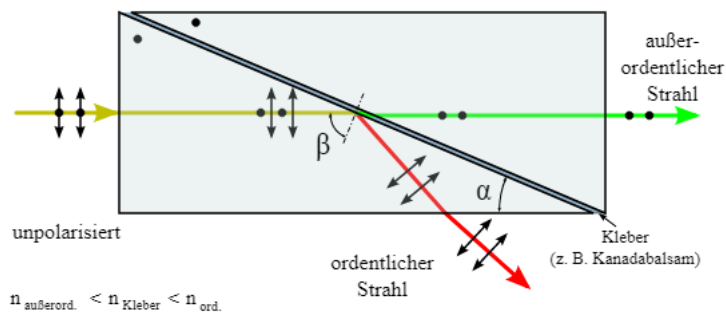


Abbildung 5: Der schematische Aufbau eines Glan-Thompson-Prisma. [8]

das linear polarisierte Licht erzeugt, das in diesem Versuch untersucht werden soll. Die zu untersuchende Probe befindet sich in einem konstanten Magnetfeld, das von einem Elektromagneten erzeugt wird. Dabei ist es notwendig, dass, wie in Abschnitt 2 beschrieben, der Magnetfeldvektor parallel zum Vektor der einfallenden Lichtwelle ist. Das Magnetfeld wird dabei von einem Konstantstrom gerät gespeist, damit es zeitlich konstant ist. Sobald die Welle aus der Probe austritt wird das Wellenlängenspektrum mit Hilfe eines Interferenzfilters (siehe Abbildung 6) auf eine Wellenlänge reduziert und trifft anschließend auf das zweite Glan-Thompson-Prisma. Über die Schichtdicke des

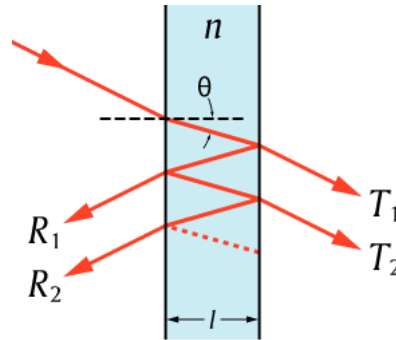


Abbildung 6: Der schematische Aufbau eines Interferenzfilters. [9]

Dielektrikums des Interferenzfilter wird die transmittierte Wellenlänge festgelegt. Aus dem zweiten Glan-Thompson-Prisma treten nun zwei Strahlenbündel aus, deren Intensität von der Polarisierung des eingehenden Lichtstrahls abhängt und die orthogonal zueinander polarisiert sind, dies dient einer hohen Winkelauflösung.

Anschließend werden diese jeweils mit einer Sammellinse gebündelt und mit Hilfe einer Photodiode wird die Intensität des Lichtes in einen Strom umgewandelt. Dieses Signal wird an die beiden Eingänge eines Differenzverstärkers angeschlossen und dieser liefert einer zur Differenz der Eingangsspannungen proportionale Ausgangsspannung. Der daran angeschlossene Selektivverstärker wird auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt um das entstehende Rauschen deutlich zu verringern. Als letztes wird auf einem Oszilloskop das endgültige Signal sichtbar gemacht.

3.2 Durchführung

Vor der Messung wird zunächst die Messapparatur kalibriert, das bedeutet es wird überprüft ob die Sammellinse die Strahlen vernünftig auf die Photodioden leitet. Um den Selektivverstärker einzustellen wird dieser auf die Frequenz des Lichtzerhackers eingestellt. Anschließend wird das Signal einer Photodiode auf die Licht fällt auf den Eingang "Input" des Selektivverstärkers gegeben und das Oszilloskop wird an den Ausgang "Resonance" angeschlossen. Nun wird mit Hilfe der Frequenzstellknöpfe am Selektivverstärker solange justiert bis sich ein maximales Ausgangssignal ergibt, das heißt die Signalamplitude auf dem Oszilloskop maximal groß ist.

Das Magnetfeld im Inneren der Spule wird mit einer Hallsonde vermessen, um den Ort

des maximalen Magnetfeldes zu bestimmen.

Jetzt beginnt die Messung um den Polarisationswinkel ϑ zu bestimmen, dafür wird das Goniometer am ersten Glan-Thompson-Prisma verwendet. Eine Probe sowie Interferenzfilter werden eingesetzt und das Goniometer wird anschließend variiert bis das Signal am Oszilloskop minimal wird. Dann wird der erste Polarisationswinkel ϑ_1 notiert und das Magnetfeld wird mit Hilfe des Konstantstromgerätes umgepolt. Dann wird der Vorgang wiederholt und der zweite Polarisationswinkel ϑ_2 wird notiert. Der Drehwinkel der Polarisationssebene lässt sich über den folgenden Zusammenhang berechnen:

$$\vartheta = \frac{1}{2}(\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad (16)$$

Man wiederholt die Messungen nun mit verschiedenen Interferenzfiltern und den daraus resultierenden unterschiedlich gefilterten Wellenlängen.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden die aufgenommenen Messdaten in Grafiken sowie Tabellen dargestellt und ausgewertet. Grafiken sowie dazugehörige Rechnungen sind mit Python [5] erstellt bzw. berechnet worden.

4.1 Messung des Magnetfeldes

Als erstes wird das Magnetfeld am Ort der Probe bestimmt, dazu werden die Messdaten aus Tabelle 1 in Abbildung 7 visualisiert. Dafür wird die Magnetfeldstärke gegen den Ort aufgetragen. Der maximale Wert B_{\max} mit dem die weiteren Rechnungen durchgeführt werden ist gegeben durch:

$$B_{\max} = 433 \text{ mT} \quad (17)$$

Dieser legt damit das Magnetfeld am Ort Z der Probe fest.

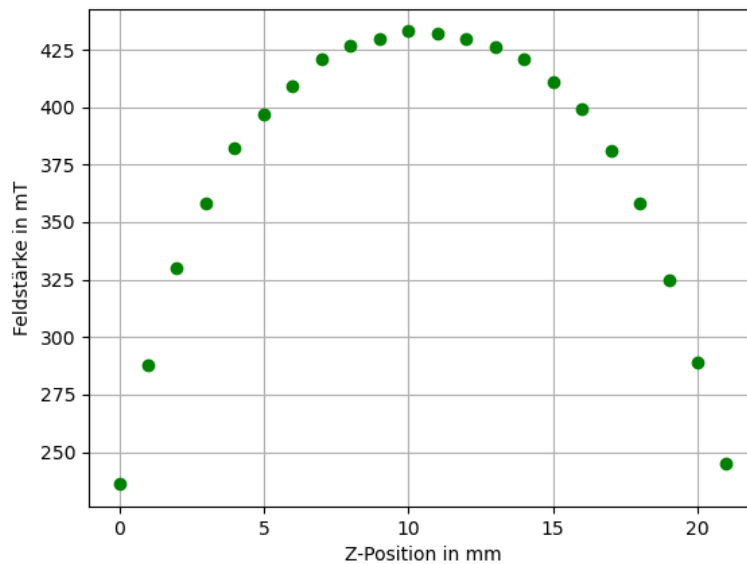


Abbildung 7: Zusammenhang zwischen Magnetfeldstärke und Ort im Magnetfeld.

Tabelle 1: Messdaten der Messung mit der Hallsonde.

Position in mm	Magnetfeldstärke in mT
0.0	236.0
1.0	288.0
2.0	330.0
3.0	358.0
4.0	382.0
5.0	397.0
6.0	409.0
7.0	421.0
8.0	427.0
9.0	430.0
10.0	433.0
11.0	432.0
12.0	430.0
13.0	426.0
14.0	421.0
15.0	411.0
16.0	399.0
17.0	381.0
18.0	358.0
19.0	325.0
20.0	289.0
21.0	245.0

4.2 Messung mit undotiertem Galliumarsenid

In diesem Auswertungsabschnitt wird die undotierte Galliumarsenid-Probe betrachtet. Mit der Dicke der Probe $L_{\text{undotiert}} = 5,11 \text{ mm}$ und den gemessenen Werten wird ein normierter Wert der Faradayrotation bestimmt. Dazu wird zunächst die Formel (16) benutzt um den Differenzwinkel ϑ zu bestimmen, anschließend wird dieser Wert in $[\text{rad/mm}]$ umgerechnet. Mit Hilfe von Gleichung (18) wird der normierte Wert $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ erhalten. Die Formel für die Umrechnung lautet:

$$\vartheta_{\text{norm}} = \frac{2\pi}{360} \frac{\vartheta}{L_{\text{undotiert}}} \quad (18)$$

In der Tabelle 2 sind die Messdaten für die verschiedenen Wellenlängen λ sowie den dazugehörigen Winkeln $\vartheta_{+\text{B}}$ und $\vartheta_{-\text{B}}$, als auch den normierten Rotationswinkel $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ zu finden. In Abbildung 8 sind die normierten Rotationswinkel $\vartheta_{\text{norm,undotiert}}$ gegen die Quadrate der Wellenlängen λ^2 aufgetragen.

Tabelle 2: Messdaten der undotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\vartheta_{+B}/^\circ$	$\vartheta_{-B}/^\circ$	$\vartheta_{\text{norm,undotiert}}/\text{rad/mm}$
1.060	276.65	253.00	0.040
1.290	273.00	256.33	0.028
1.450	273.00	260.50	0.021
1.720	270.00	262.17	0.013
1.960	264.03	257.45	0.011
2.156	262.00	257.08	0.008
2.340	236.50	231.15	0.009
2.510	215.08	211.67	0.006
2.650	161.41	156.15	0.009

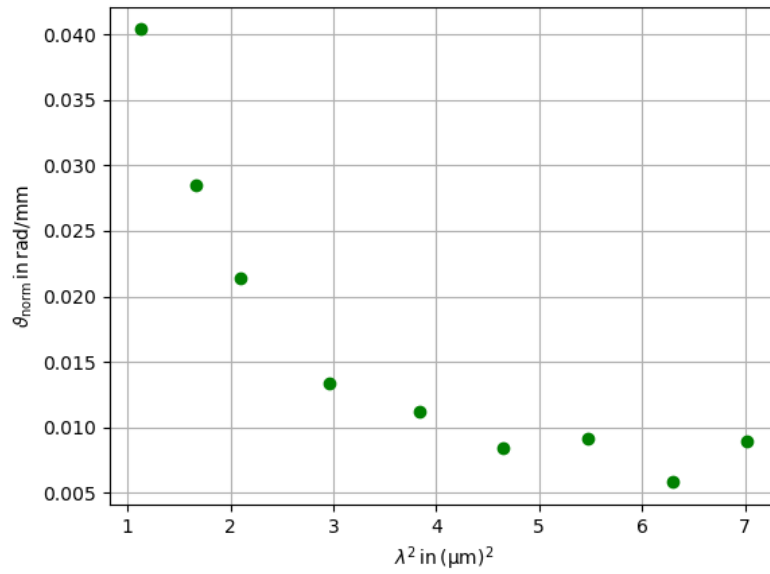


Abbildung 8: Grafische Darstellung der Messdaten der undotierten Probe.

4.3 Messung mit dotierten Galliumarsenid-Proben

In dieser Messung werden nun die dotierten Galliumarsenid-Proben verwendet. Die zu untersuchenden Proben haben jeweils die Dicken $L_{\text{leicht}} = 1,296 \text{ mm}$ bzw. $L_{\text{hoch}} = 1,36 \text{ mm}$ und eine Donatorenkonzentration von $N_{\text{leicht}} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ 1/cm}^3$ bzw. $N_{\text{hoch}} = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ 1/cm}^3$. In den Tabellen 3 und 4 sind die erhaltenen Messdaten aufgelistet. Als erstes wird wieder die Differenz mit Gleichung (16) errechnet, daraus werden dann die normierten Rotationswinkel wieder mit Gleichung (18) berechnet, allerdings jeweils mit den Längen L_{leicht} bzw. L_{hoch} . Von den erhaltenen Werten werden für alle Wellenlängen die normierte Faradayrotation der undotierten Probe $\vartheta_{\text{norm, undotiert}}$ abgezogen. So kann die differenzierte Faradayrotation $\Delta\vartheta_{\text{norm}}$, die durch Leitungselektronen bedingt ist, untersucht werden. Die Formel ist dann:

$$\vartheta_{\text{norm}} = \frac{2\pi}{360} \frac{\vartheta}{L_{\text{Probe}}} - \vartheta_{\text{norm, undotiert}} \quad (19)$$

Die berechneten Werte sind in Abbildung 9 grafisch dargestellt. Die Daten werden mit der folgenden Funktion gefittet:

$$\Delta\vartheta_{\text{norm}} = A\lambda^2 \quad (20)$$

Daraus ergeben sich für die beiden Proben die Parameter:

$$A_{\text{leicht}} = (0,014\,424\,8 \pm 0,000\,004\,2) \frac{\text{rad}}{\text{fm}^3}$$

$$A_{\text{hoch}} = (0,024\,891\,0 \pm 0,000\,007\,4) \frac{\text{rad}}{\text{fm}^3}$$

Mit Hilfe der Gleichung (14) und den jeweiligen Parametern A_{leicht} bzw. A_{hoch} ist es nun möglich die effektive Masse zu bestimmen. Für den Brechungsindex von Galliumarsenid wird $n \approx 3.4$ [4] genutzt. Mit der Formel:

$$m^* = \sqrt{\frac{e^3 \cdot N \cdot B}{A \cdot 8\pi^2 \varepsilon_0 c^3 \cdot n}} \quad (21)$$

ergeben sich die für die effektive Masse mit $m_e = 9,109\,383\,56 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ als Elektronenmasse folgende Werte:

$$m_{\text{leicht}}^* = (6,8018 \pm 0,0005) \cdot 10^{-32} \text{ kg}$$

$$\frac{m_{\text{leicht}}^*}{m_e} = 0.074668 \pm 0.000005$$

$$m_{\text{hoch}}^* = (7,9094 \pm 0,0006) \cdot 10^{-32} \text{ kg}$$

$$\frac{m_{\text{hoch}}^*}{m_e} = 0.086827 \pm 0.000006$$

Tabelle 3: Messdaten der leicht dotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\vartheta_{+B}/^\circ$	$\vartheta_{-B}/^\circ$	$\vartheta_{\text{norm}}/\text{rad/mm}$
1.060	153.17	143.37	0.022
1.290	151.35	144.60	0.015
1.450	150.33	143.03	0.025
1.720	150.67	145.00	0.023
1.960	155.17	148.08	0.034
2.156	156.48	150.00	0.033
2.340	182.00	175.00	0.036
2.510	213.50	209.23	0.022
2.650	258.70	250.00	0.047

Tabelle 4: Messdaten der hoch dotierten Galliumarsenid-Probe und normierte Rotationswinkel in rad/mm.

$\lambda/\mu\text{m}$	$\vartheta_{+B}/^\circ$	$\vartheta_{-B}/^\circ$	$\vartheta_{\text{norm}}/\text{rad/mm}$
1.060	270.00	258.00	0.040
1.290	268.28	259.60	0.030
1.450	270.00	261.08	0.039
1.720	268.00	259.43	0.044
1.960	265.25	255.00	0.058
2.156	265.00	253.00	0.072
2.340	240.17	228.17	0.072
2.510	206.33	199.00	0.044
2.650	163.33	149.00	0.088

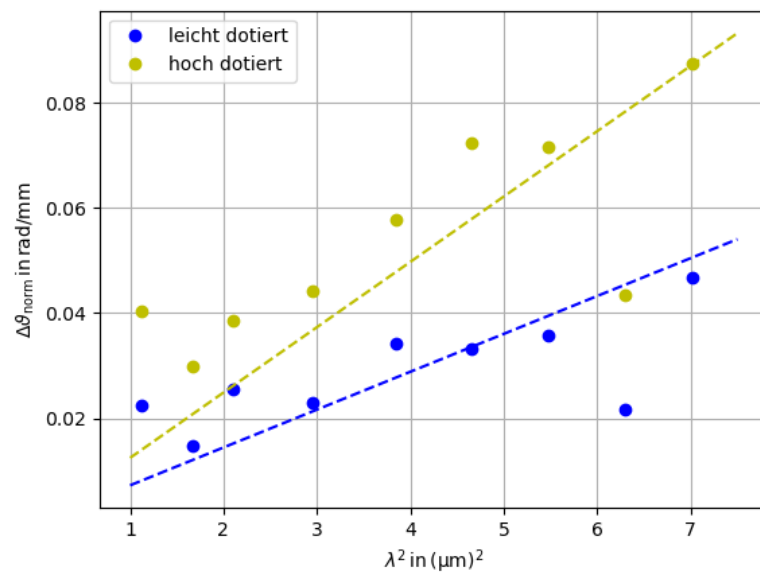


Abbildung 9: Grafische Darstellung der Messdaten aus den Tabellen 3 und 4.

5 Diskussion

In Abbildung 9 ist der normierte Rotationswinkel ϑ_{norm} gegen das Quadrat der Wellenlänge λ^2 . Der Theorie nach sollte sich zwischen diesen beiden Größen ein linearer Zusammenhang zeigen, dies bestätigt Abbildung 9. Allerdings weichen die einzelnen Messwerte oft von der Ausgleichsgerade ab, dennoch ist damit die Vermutung aus der Theorie im Experiment bestätigt worden. Das Prinzip der klassischen Betrachtung mit Hilfe der Einführung der effektiven Masse aus Abschnitt 2.2 ist ergo möglich und eignet sich dafür die Leitungselektronen in Halbleitern zu beschreiben.

Für die effektive Masse m^* im Verhältnis zu Elektronenmasse m_e ergab sich für die verschieden dotierten Proben der jeweilige Wert zu:

$$\frac{m_{\text{leicht}}^*}{m_e} = 0.074668 \pm 0.000005$$

$$\frac{m_{\text{hoch}}^*}{m_e} = 0.086827 \pm 0.000006$$

Im Vergleich dazu ist der Literaturwert [3, S. 1] gegeben durch:

$$\frac{m_{\text{Lit}}^*}{m_e} = 0.067$$

Daraus ergibt sich eine Abweichung von etwa 11.4% für die leichtdotierte Probe und bei der hochdotierten Probe eine Abweichung von etwa 29.6%. Daraus folgt, dass die Messung mit der leichtdotierten Probe die effektive Masse genauer bestimmen konnte, als die mit der hochdotierten Probe. Zu der relativ großen Abweichung kommt es vermutlich durch das fehleranfällige Messverfahren. Unter Anderem war es schwer möglich ein exakt genaues Spannungsminimum am Oszilloskop zu finden, sodass die Winkel nicht immer genau bestimmt werden konnten und eher aus einem Bereich von einigen Grad bzw. Minuten stammen. Eine weitere Fehlerquelle könnte das nicht ganz homogene Magnetfeld sein, denn dieses wird durch die strominduzierte Wärme in den Spulen beeinflusst. Desweiteren gibt es trotz des Selektivverstärkers Rauscheffekte, wenn diese in der Größenordnung der jeweils betrachteten Frequenzen liegen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass trotz der etwas fehleranfälligen Apparatur der verwendete Versuchsaufbau dafür geeignet ist die effektive Masse von Leitungselektronen zu bestimmen.

6 Anhang

Proben	GeAs	Unlopfert	$d = 5,11 \text{ mm}$	$N = 1,2 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$
	GeAs	n-dot	$d = 1,36 \text{ mm}$	$N = 2,8 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$
	GeAs	n-dot	$d = 1,296 \text{ mm}$	
Interferenzen	1	1,06 μm		
	2	1,24 μm		
	3	1,45 μm		
	4	1,72 μm		
	5	1,96 μm		
	6	2,156 μm		
	7	2,34 μm		
	8	2,51 μm		
	9	2,60 μm		
			Startwinkel	$264,8^\circ$ 60 min 30 min
GeAs	mobilität			
	x	$253,8^\circ$ 60 min	$276,5^\circ$ 39 min	23° 39 min
	1	253,8 $256,24$ min	273°	17°
	2	260° 30 min	273°	12° 30 min
	3	262° 10 min	270°	8° 10 min
	4	257° 23 min 264° 2 min	264° 2 min	6° 2 min
	5	251° 5 min	262°	4° 5 min
	6	251° 9 min	236° 30 min	5° 07 min
	7	211° 40 min	211° 5 min	3° 25 min
	8	176° 9 min	161° 25 min	1° 16 min
GeAs	$N = 1,2 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$			
	1	143° 22 min 144° 36 min 151° 2 min	153° 10 min	9° 49 min
	2		151° 27 min	6° 57 min
	3	149° 2 min	150° 20 min	7° 18 min
	4	145°	110° 45 min	5° 48 min
	5	148° 5 min	110° 10 min	7° 5 min
	6	150°	156° 29 min	6° 29 min
	7	175°	180°	7°
	8	209° 14 min	200° 273° 30 min	4° 16 min
	9	250°	258° 42 min	8° 42 min

Abbildung 10: Messdaten I

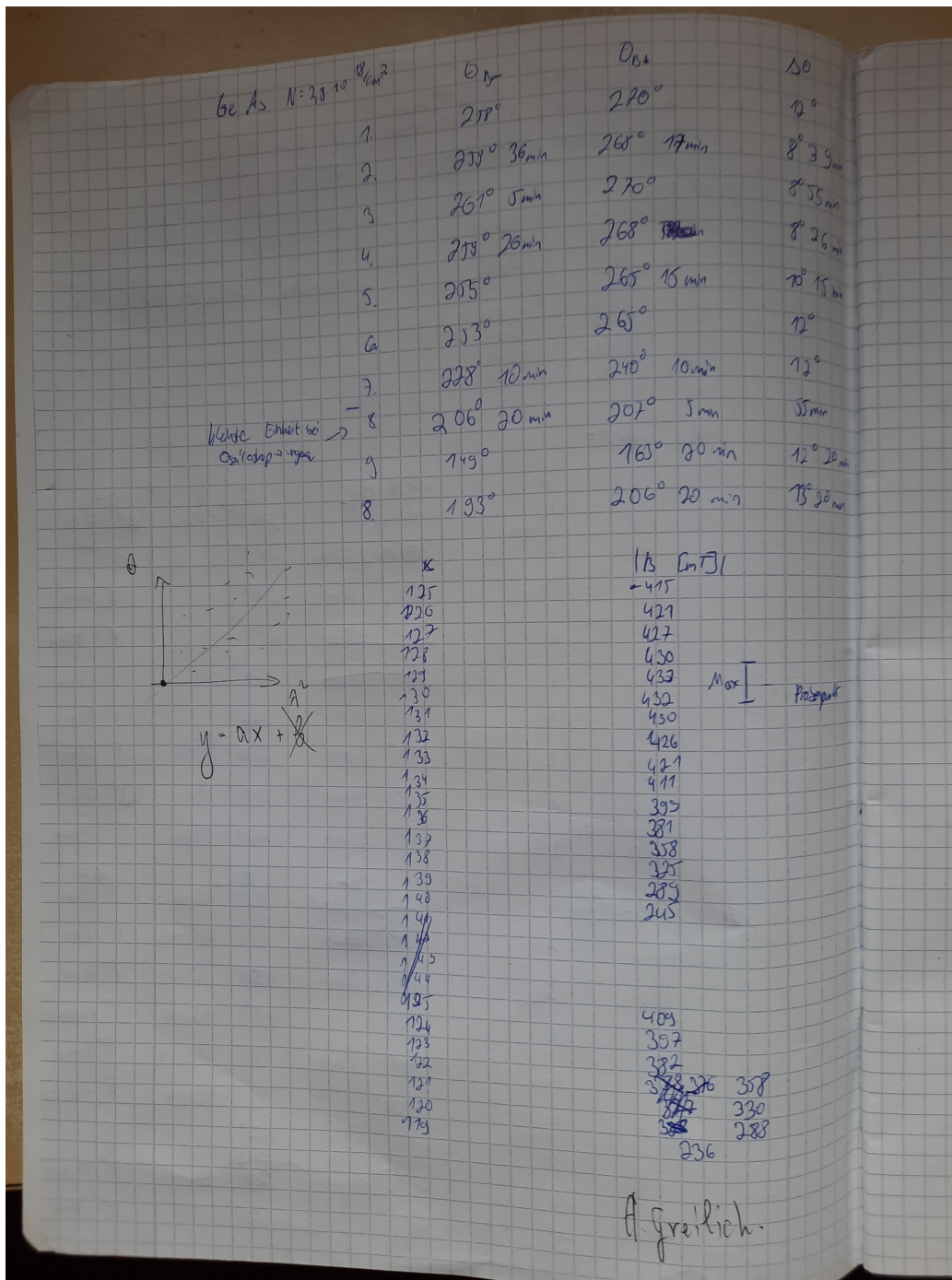


Abbildung 11: Messdaten II

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anhang 1, V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46_Anhang.pdf (besucht am 27.10.2021).
- [2] TU Dortmund. *V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46.pdf (besucht am 27.10.2021).
- [3] *Effektive Masse*. URL: <https://link.springer.com/content/pdf/bbm%3A978-3-662-07579-1%2F1.pdf> (besucht am 27.10.2021).
- [4] filmetrics. *Brechungsindex GaAs*. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide> (besucht am 27.10.2021).
- [5] Python. URL: <https://www.python.org> (besucht am 27.10.2021).
- [6] Sebastian Rollke. *Versuch 46: Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: <http://www.rollke.com/physik/46.pdf> (besucht am 27.10.2021).
- [7] Wikipedia. *Bändermodell*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/B%C3%A4ndermodell> (besucht am 27.10.2021).
- [8] Wikipedia. *Glan-Thompson-Prisma*. URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6b/Glan-Thompson_prism_DE.svg (besucht am 27.10.2021).
- [9] Wikipedia. *Interferenzfilter*. URL: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/db/Etalon-1.svg> (besucht am 27.10.2021).