

**Fortgeschrittenenpraktikum**

## **V46 Faraday-Effekt**

Felix Gläsemann  
felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel  
tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2021

Abgabe: 10.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Definition der effektiven Masse . . . . .	3
2.2	Zirkulare Doppelbrechung . . . . .	4
2.3	Bestimmung der effektiven Masse . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>7</b>
	<b>Literatur</b>	<b>7</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse von Leitungselektronen in einem Halbleiter, der aus n-dotiertem Galliumarsenid besteht, zu bestimmen.

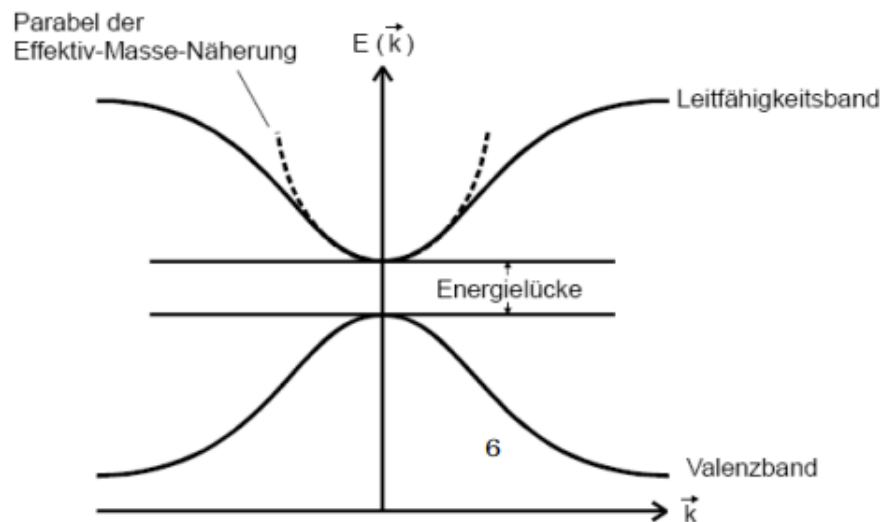
## 2 Theorie

Unter dem Faraday-Effekt versteht man die Drehung der Polarisationssebene einer elektromagnetischen Welle in einem Medium durch den Einfluss eines Magnetfeldes, welches parallel zur Ausbreitungsrichtung dieser ist.

Außerdem ist es möglich Rückschlüsse auf die Bandstruktur des Testmediums zu ziehen.

### 2.1 Definition der effektiven Masse

Mit Hilfe der effektiven Masse ist es möglich die physikalischen Effekte der Bandstruktur eines Halbleiters approximiert zu beschreiben. In Abbildung 1 ist die Bandstruktur von Leitungs- bzw. Valenzband dargestellt. Um das Minimum herum wird die Energie des



**Abbildung 1:** Vereinfachte Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers. [2, S. 6]

Bandes  $\varepsilon$  in Abhängigkeit des Wellenzahlvektors  $\vec{k}$  genähert. Dies geschieht mit Hilfe einer Taylorreihe:

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} \right|_{k=0} k_i^2 + \mathcal{O}(k^3) \quad (1)$$

Als nächstes vergleicht man analog zu Newtons zweitem Axiom die Beschleunigung in einem elektrischen Feld  $E$ . Dafür ergibt sich quantenmechanisch betrachtet für ein Kristall-Elektron (2) und für ein freies Teilchen im Vakuum (3):

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \cdot qE \quad (2)$$

$$a = \frac{1}{m_e} \cdot qE \quad (3)$$

Dabei ist  $k$  die Wellenzahl,  $\hbar$  das reduzierte plancksche Wirkungsquantum,  $q$  die Ladung des Elektrons und  $\varepsilon(k)$  die Energie in Abhängigkeit von  $k$ . Damit wird die effektive Masse wie folgt definiert:

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_{i2}} \right|_{k=0}} \quad (4)$$

Dank der Berücksichtigung der Periodizität des Kristallpotentials  $V(\vec{r})$  in dem Ausdruck für die effektive Masse siehe Gleichung 4 ist es möglich den Hamilton-Operator  $\hat{H}$  der Kristallelektronen in den eines freien Teilchens umzuschreiben. Aus

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + V(\vec{r})$$

wird mit Gleichung (4)

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2.$$

## 2.2 Zirkulare Doppelbrechung

In diesem Abschnitt der Theorie geht es um zirkulare Doppelbrechung. Darunter versteht man die Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht  $E(z)$  bei Transmission durch einen Kristall. Dies lässt sich durch die unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten der Phasengeschwindigkeiten im Kristall für rechts- bzw. linkszirkulares polarisiertes Licht  $E_R$ ,  $E_L$  erklären. Mathematisch bedeutet das für die Zusammensetzung des Lichtstrahls als Linearkombination:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{2}(\vec{E}_R(z) + \vec{E}_L(z)) \text{ mit } k_L \neq k_R \quad (5)$$

Die rechts- bzw. linkszirkularen Anteile sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \vec{E}_R(z) &= (E_0 \vec{x}_0 - iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_R z) \\ \vec{E}_L(z) &= (E_0 \vec{x}_0 + iE_0 \vec{y}_0) \exp(ik_L z). \end{aligned} \quad (6)$$

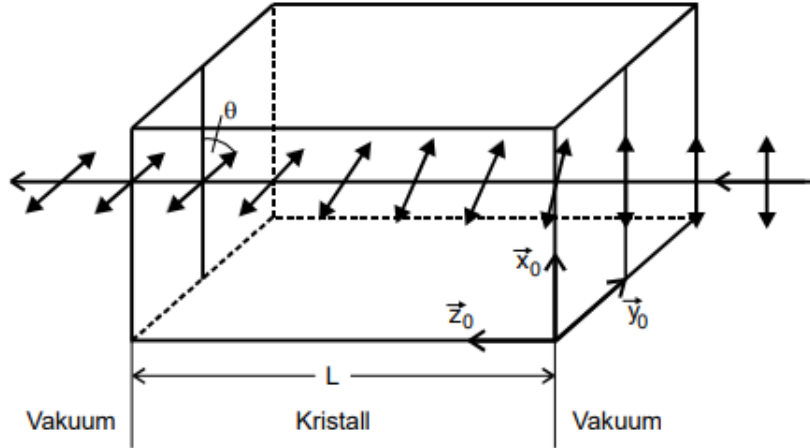
Um nun das austretende Licht zu beschreiben werden zunächst zwei Winkel  $\Psi$  und  $\vartheta$  eingeführt:

$$\begin{aligned} \Psi &:= \frac{L}{2}(k_R + k_L) \\ \vartheta &:= \frac{L}{2}(k_R - k_L) \stackrel{k_i = \frac{n_i \omega}{c}}{=} \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) \end{aligned} \quad (7)$$

Dabei sind  $n_R$  und  $n_L$  die jeweiligen Brechungsindizes und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit. Setzt man nun Gleichung (6) in Gleichung (5) ein ergibt sich für das austretende Licht der folgende Ausdruck:

$$\vec{E}(L) = E_0 \exp(i\Psi) (\cos(\vartheta) \vec{x}_0 + \sin(\vartheta) \vec{y}_0)$$

Der Effekt ist schematisch in Abbildung (2) dargestellt. Die Entstehung dieses Effektes



**Abbildung 2:** Darstellung von zirkularer Doppelbrechung bei Transmission eines Kristalls. [1, S. 1]

beruht auf den elektrischen Dipolmomenten die im Kristall erzeugt werden können. Diese induzierten Dipole erzeugen die Polarisation  $\vec{P}$  des Kristalles. Diese ist unter der Voraussetzung eines kleinen elektrischen Feldes  $\vec{E}$  proportional zu diesem. Es gilt die Beziehung:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad (8)$$

Mit der Influenzkonstante  $\varepsilon_0$  und der dielektrischen Suszeptibilität  $\chi$ . Im Vergleich zu isotroper Materie ist die Suszeptibilität in den hier betrachteten anisotropen Kristallen eine Tensorgröße  $\overline{\overline{\chi}}$ . Materie ist genau dann doppeltbrechend wenn für die Suszeptibilität  $\overline{\overline{\chi}}$  gilt [1, S. 3–5]:

$$\overline{\overline{\chi}} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{yx} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Um die Drehung der Polarisationssebene  $\vartheta$  zu bestimmen wird die Änderung  $\vec{D}$  eines Feldes  $\vec{E}$ , das sich in Materie ausbreitet ist betrachtet:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 + \overline{\overline{\chi}}\right) \vec{E}. \quad (10)$$

Setzt man die beiden Ausdrücke in (9) und (10) in die homogene Wellengleichung

$$\square \vec{D} = 0$$

errechnet sich die Drehung  $\vartheta$  [1, S. 3–5] zu:

$$\vartheta \approx \frac{L\omega}{2c} \frac{1}{\sqrt{1 + \chi_{xx}}} \chi_{xy} \approx \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}. \quad (11)$$

Dabei ist  $L$  die Länge des Kristalls,  $\omega$  die Frequenz und  $n$  der Brechungsindex.

### 2.3 Bestimmung der effektiven Masse

In diesem Abschnitt wird beschrieben wie sich mit Hilfe der Faraday-Rotation die effektive Masse bestimmen lässt. Dazu wird die Bewegungsgleichung eines gebundenen Teilchens in einem Magnetfeld  $\vec{B}$  unter dem Einfluss des einfallenden Lichtstrahls und dessen elektrischen Feldes  $\vec{E}$  betrachtet:

$$m \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} + K\vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \times \vec{B} \quad (12)$$

Dabei ist  $\vec{r}$  die Auslenkung des Elektrons aus der Gleichgewichtslage,  $K$  die Konstante, die die Bindung des Elektrons an seine Umgebung bezeichnet und  $\vec{E}$  die Feldstärke des einfallenden Lichtstrahls. Nimmt man nun an, dass sowohl die Messfrequenz wesentlich höher als die Zyklotronfrequenz ist und quasifreie Ladungsträger kann der folgende Ausdruck hergeleitet werden [1, S. 5–8]:

$$\vartheta \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{m^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n} \quad (13)$$

Damit die Gleichung 13 auch für die Kristallelektronen gültig bleibt setzen wir für  $m$  die effektive Masse  $m^*$  aus Abschnitt 2.1 ein. Wir definieren zusätzlich die neue Größe  $\vartheta_{\text{frei}} = \frac{\vartheta}{L}$ , die die Faraday-Rotation pro Einheitslänge in [rad/m] angibt. Damit ergibt sich schlussendlich der folgende Ausdruck:

$$\vartheta_{\text{frei}} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{(m^*)^2} \lambda^2 \frac{NB}{n} \quad (14)$$

Dabei ist  $e_0$  die Elementarladung,  $\varepsilon_0$  die Influenzkonstante,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $\lambda$  die Wellenlänge des einfallenden Lichtes,  $N$  die Donatorenkonzentration,  $B$  ist die magnetische Feldstärke,  $L$  die Dicke der Probe und  $n$  der Brechungsindex. Aus dieser kann die effektive Masse der Elektronen im Kristall bestimmt werden in dem man Gleichung (14) nach  $m^*$  umstellt:

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{1}{\vartheta_{\text{frei}}} \lambda^2 \frac{NB}{n}} \quad (15)$$

### **3 Durchführung**

### **4 Auswertung**

### **5 Diskussion**

### **Literatur**

- [1] TU Dortmund. *Versuchanleitung V46 Faraday-Effekt*. URL: [https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod\\_folder/content/0/V46\\_Anhang.pdf](https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732527/mod_folder/content/0/V46_Anhang.pdf).
- [2] Sebastian Rollke. *Versuch 46: Faraday-Effekt an Halbleitern*. URL: <http://www.rollke.com/physik/46.pdf>.