

Fortgeschrittenenpraktikum

V21 Optisches Pumpen

Felix Gläsemann

felix.glaesemann@tu-dortmund.de

Tobias Brützel

tobias.bruetzel@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.11.2021

Abgabe: 02.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Das magnetische Moment und der Landéfaktor	3
2.2	Hyperfeinstruktur	4
2.3	Optisches Pumpen	4
2.4	Hochfrequenzspektronomie	5
2.5	Quadratischer Zeeman-Effekt	6
3	Aufbau und Durchführung	6
3.1	Aufbau der Messapparatur	6
3.2	Durchführung	7
4	Auswertung	8
4.1	Landé-Faktoren und Kernspins	8
4.2	Isotopenverhältnis	10
4.3	Quadratischer Zeeman-Effekt	10
5	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist es, den Landé-Faktor und den Kernspin von Rb87 und Rb85 durch Hochfrequenzspektronomie zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Das magnetische Moment und der Landéfaktor

Der Gesamtdrehimpuls einer Elektronenhülle kann mit dem magnetischen Moment beschrieben werden:

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (1)$$

Dabei ist g_J der Landéfaktor und $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ das bohrsche Magneton. Der Betrag ergibt sich zu:

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2)$$

Desweiteren gelten für Bahndrehimpuls bzw. Spin die folgenden Zusammenhänge:

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad (3)$$

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad (5)$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (6)$$

Dabei ist g_S der Landé-Faktor des freien Elektrons. Dieser ist mit $g_S = 2.00232$ gegeben. Der Landé-Faktor g_J beschreibt die Zusammensetzung des Gesamtdrehimpulses aus Bahndrehimpuls und Spin. Es wirkt nur noch $\vec{\mu}_J$ als magnetisches Moment, da durch die Präzessionsbeweg um \vec{J} nur die parallelen Komponenten $\vec{\mu}_J$ verbleiben. Damit folgt für den Landé-Faktor g_J :

$$g_J = \frac{3.0023J(J+1) + 1.0023[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)} \quad (7)$$

Durch den Zeemann-Effekt werden bei angelegtem Magnetfeld \vec{B} die Energieniveaus in $2J+1$ Unterniveaus aufgespalten. Durch die Richtungsquantelung $U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}$ folgt, dass U_{mag} nur ganzzahlige Vielfache von $g_J \mu_B B$ annehmen kann also:

$$U_{\text{mag}} = M_J g_J \mu_B B \quad (8)$$

Dabei ist $M_J \in [-J, \dots, J]$.

2.2 Hyperfeinstruktur

Für das betrachtete Rubidium ist der Kernspin $\vec{I} \neq 0$. Dadurch bildet sich die sogenannte Hyperfeinstruktur. Durch die Kopplung des Bahndrehimpulses der Elektronenhülle \vec{J} an den Spin des Kerns \vec{I} verändert sich damit die Zeemannaufspaltung. Es ergibt sich der Gesamtdrehimpuls \vec{F} :

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad (9)$$

Durch die Beeinflussung des magnetischen Momentes des Kerns durch das von der Elektronenhülle induzierte B-Feld wird die neue Quantenzahl F eingeführt. Dabei ist $F \in [|I - J|, \dots, |I + J|]$. F gibt die Anzahl der Hyperfeinstrukturaufspaltungen an. In Abschnitt 2.1 wurde die Quantenzahl M_J eingeführt, diese wird nun durch M_F mit $M_F \in [-F, \dots, F]$ ersetzt, damit wird Gleichung (8) für die Energien der Aufspaltungen angepasst zu:

$$U_{\text{HF}} = M_F g_F \mu_B B \quad (10)$$

Der neu eingeführte Landé-Faktor g_F kann wie folgt angegeben werden:

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (11)$$

2.3 Optisches Pumpen

Es werden zwei Zustände auf der Atomschale betrachtet mit den jeweiligen Energien E_1 und E_2 für die gilt $E_2 > E_1$. Die Besetzung der Zustände im thermischen Gleichgewicht ist gegeben durch:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) \quad (12)$$

Nun lässt sich mit der Methode des optischen Pumpen eine Inversion der Energieverteilung nach Gleichung (12) erzeugen. Um diese Inversion aufrecht zu erhalten muss dem betrachteten System ständig Energie zugeführt werden, dies geschieht durch das optische Pumpen. Bei der Inversion werden nun nur noch Photonen der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ erzeugt. In Abbildung (1) sind die Übergänge für ein Alkali-Atom dargestellt: Polarisierte Licht sorgt

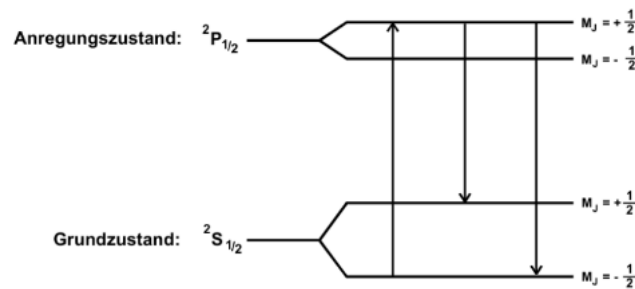


Abbildung 1: Aufspaltung eines Alkaliatoms mit den dazugehörigen Übergängen.

für ein Übergang eines Elektrons zum Zustand $\Delta M = \pm 1$. Rechtszirkular-polarisiertes

Licht sorgt dabei für $\Delta M = +1$, linkszirkular-polarisiertes Licht für $\Delta M = -1$. Bei der Nutzung nur rechtszirkular-polarisiertes Licht, wird nur der niedrige Zustand $S_{1/2}$ mit $M = -\frac{1}{2}$ angeregt, da der höhere Zustand $S_{1/2}$ mit $M = \frac{1}{2}$ keinen angeregten Zustand besitzt, der die Auswahlregeln $\Delta M = +1$, erfüllt. Die Elektronen im angeregten Zustand $P_{1/2}$ mit $M = \frac{1}{2}$ gehen durch spontane Emissionen mit gleicher Wahrscheinlichkeit in die beiden Grundzustände über. Dadurch wird das untere Energieniveau leer „gepumpt“ und es entsteht eine Besetzungszahlinversion zu $S_{1/2}$ mit $M = \frac{1}{2}$. Dies ist in Abbildung (2) dargestellt:

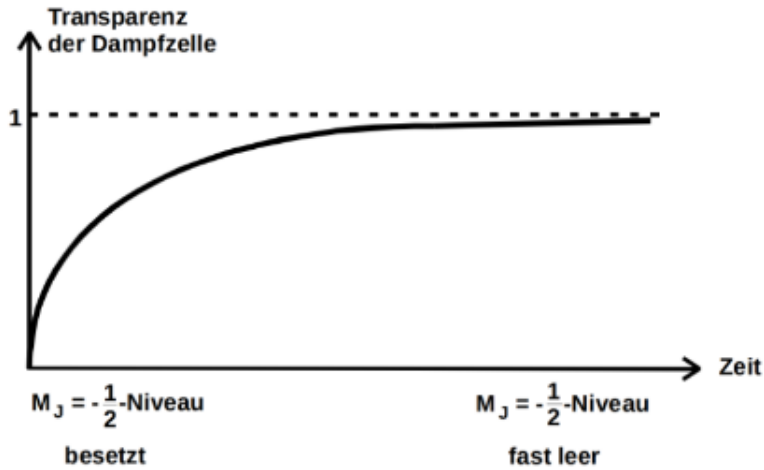


Abbildung 2: Transparenz der Apparatur aufgetragen gegen die Zeit.

2.4 Hochfrequenzspektronomie

Das Verfahren des Optischen Pumpen kann zur Messung des Abstandes zweier Energieniveaus genutzt werden. Es gibt zwei Möglichkeiten, die nach einer Besetzungszahlinversion eintreten können: die spontane Emission und die induzierte Emission. Dabei wird im Hochfrequenzfeld ein Photon erzeugt. Das Elektron geht dann in den Grundzustand über, indem es ein Photon mit gleicher Frequenz, Polarisation und Energie emittiert. Das Photon benötigt dafür die Energie aus Gleichung (10).

Welche der beiden Emissionsarten überwiegt ist frequenzabhängig. Im Bereich der Zeemann-Aufspaltung kann die spontane Emission vernachlässigt werden. Dadurch, dass das Erdmagnetfeld als Nullfeld wirkt ist das optische Pumpen jedoch unmöglich. Zu dessen Kompensation wird ein einstellbares Hochfrequenzfeld angelegt und damit das Erdmagnetfeld gemessen um dieses als Störfaktor zu entfernen. Damit lässt sich nun die Inversion aus Abschnitt (2.3) herbeiführen. Dafür wird die Transparenz der Apparatur maximal. Erhöht man das Magnetfeld lässt sich die induzierte Emission auslösen. Dies

passiert genau dann wenn gilt:

$$h\nu = \Delta M_J g_J \mu_B B_m \quad (13)$$

In Abbildung (3) ist dies schematisch dargestellt:

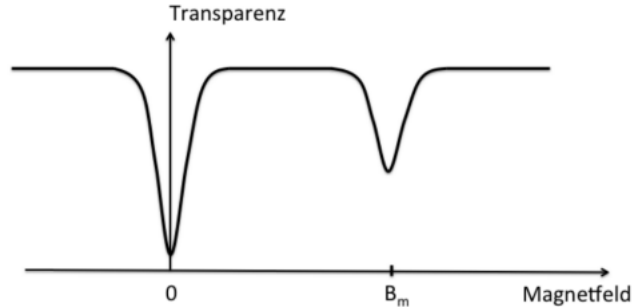


Abbildung 3: Transparenz der Apparatur aufgetragen gegen das Magnetfeld.

2.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

Wird das Magnetfeld größer müssen für die Übergangsenergie auch Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden, die Energie aus Gleichung (10) wird dann zu:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{HF}}} \quad (14)$$

Dabei ist ΔE_{HF} die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur der Niveaus F und $F + 1$

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird zunächst der Aufbau und die Einstellung der verwendeten Messapparatur beschrieben und anschließend die Durchführung des Experimentes dokumentiert.

3.1 Aufbau der Messapparatur

In Abbildung 4 ist der Versuchsaufbau zu sehen: Der Versuchsaufbau besteht wie oben gezeigt aus einer Rubidium-Spektrallampe, einem D1-Filter, der nur die Wellenlänge $\lambda = 794,9 \text{ nm}$ durchlässt. Daraufhin wird das Licht mithilfe eines Linearpolarisators und einer $\frac{\lambda}{4}$ Platte polarisiert. Das polarisierte Licht trifft auf eine Dampfzelle, welche sich innerhalb von drei Helmholtzspulen befindet. Zwei davon erzeugen horizontale Magnetfelder. Am Ende fällt das Licht auf einen Detektor. Zwischen der Spektrallampe und dem Detektor stehen zwei Sammellinsen.

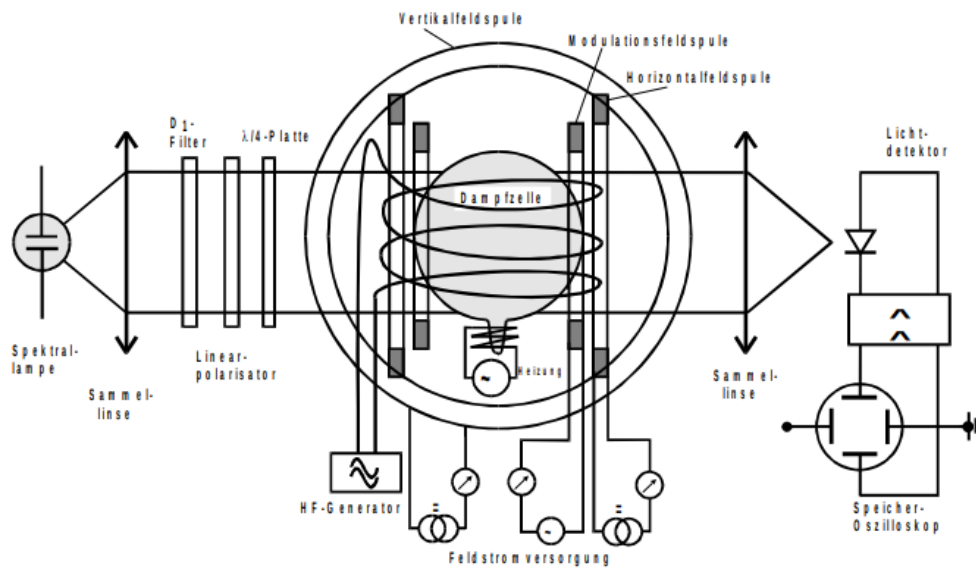


Abbildung 4: Schematische Darstellung der Messapparatur [1]

3.2 Durchführung

Am Anfang werden die optischen Elemente eingesetzt. Dafür werden diese so justiert, dass der Ausschlag auf dem Galvanometer maximal wird. Danach wird der Tisch in Nord-Süd Richtung ausgerichtet, um eine Komponente des Erdmagnetfeldes zu kompensieren. Der Versuch wird mit einer schwarzen Decke abgedeckt, da dieser sehr lichtempfindlich ist. Das Oszilloskop wird auf den X-Y-Modus gestellt. Die Vertikale Helmholtzspule wird so lange variiert, bis der Peak so schmal wie möglich wird, um eine weitere Komponente des Erdmagnetfeldes zu kompensieren. Ein Sinusgenerator wird anschließend an das Kontrollgerät angeschlossen und die Frequenz wird von 100 kHz bis 1 MHz in 100 kHz Schritten erhöht. Die Resonanzen beider Isotope werden dabei für jede Frequenz gemessen. Die Horizontale Spule wird dann eingestellt, wenn die Peaks der Isotope nicht im angezeigten Bereich liegen.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden die aufgenommenen Messdaten in Grafiken sowie Tabellen dargestellt und ausgewertet. Grafiken sowie dazugehörige Rechnungen sind mit Python [4] erstellt bzw. berechnet worden.

4.1 Landé-Faktoren und Kernspins

In Tabelle (1) sind die aufgenommenen Frequenzen sowie Ströme der Horizontalspule und der Sweepspule für die jeweiligen Transparenzminima eingetragen.

Tabelle 1: RF-Frequenzen und Ströme der Horizontalspule und Sweepspule.

ν_{RF}/kHz	$I_{H,87}/\text{A}$	$I_{S,87}/\text{A}$	$I_{H,85}/\text{A}$	$I_{S,85}/\text{A}$
100.0	0.0	0.384	0.0	0.504
200.0	0.0	0.656	0.0	0.893
300.0	0.012	0.467	0.012	0.896
400.0	0.035	0.382	0.035	0.899
500.0	0.076	0.210	0.076	0.823
600.0	0.102	0.134	0.102	0.792
700.0	0.124	0.145	0.168	0.834
800.0	0.128	0.192	0.189	0.495
900.0	0.146	0.220	0.197	0.401
1000.0	0.169	0.200	0.231	0.262

Aus den oben stehenden Strömen wird mit Gleichung (15) das Magnetfeld berechnet:

$$B = \mu_0 \frac{8 \cdot IN}{\sqrt{125} \cdot R} \quad (15)$$

Dabei ist I der Spulenstrom und μ_0 die magnetische Feldkonstante. Für die Horizontalspule gilt $N = 154$ und $R = 15,69 \text{ cm}$, für die Sweepspule gilt $N = 11$ und $R = 16,39 \text{ cm}$. Eine lineare Regression des Magnetfeldes der Form $B = a\nu + b$ gegen die eingestellte Frequenz liefert

$$B_{87} = (0,156 \pm 0,007) \frac{\mu\text{T}}{\text{kHz}} \cdot \nu + (1 \pm 4) \mu\text{T}$$

$$B_{85} = (0,225 \pm 0,016) \frac{\mu\text{T}}{\text{kHz}} \cdot \nu + (6 \pm 10) \mu\text{T}$$

Die Daten mit den zugehörigen oben genannten Geraden sind in Abbildung 5 zu finden:

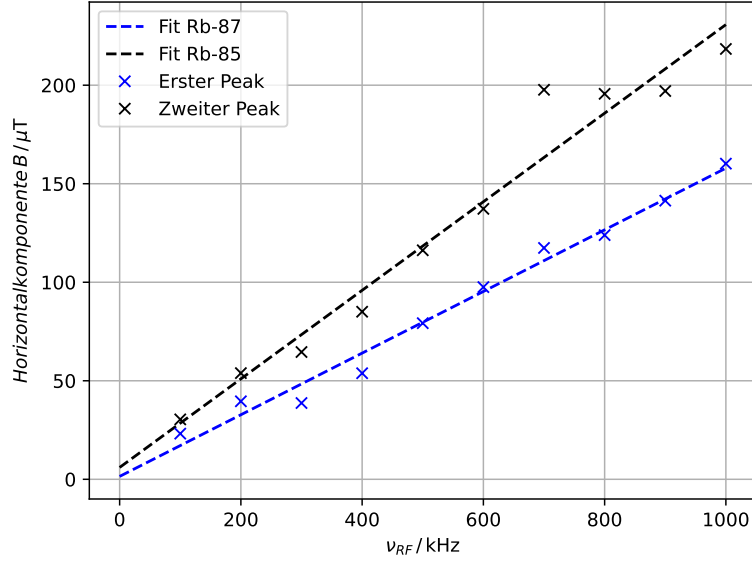


Abbildung 5: Horizontales Magnetfeld gegen die Frequenz.

Um die Landé-Faktoren zu berechnen wird die Gleichung (10) wie folgt umgestellt:

$$\begin{aligned}
 h\nu_0 &= g_F \mu_B B_0 \\
 \Leftrightarrow \nu_0 &= \frac{g_F \mu_B B_0}{h} \\
 \Rightarrow a &= \frac{h}{g_F \mu_B} \\
 \Leftrightarrow g_F &= \frac{h}{a \mu_B}
 \end{aligned}$$

Mit h als Planckschem Wirkungsquantum und a als Steigung der Geraden aus Abbildung (5). Damit ergibt sich für die Landé-Faktoren:

$$g_{F,85} = 0.457 \pm 0.021$$

$$g_{F,87} = 0.318 \pm 0.023$$

Mit Gleichung 7 wird g_J berechnet. Mit $S = \frac{1}{2}$, $L = 0$ und $J = \frac{1}{2}$ folgt $g_J = 2.0023$. Für die Kernspins gilt

$$I = \frac{g_J}{2g_F - \frac{1}{2}} \quad (16)$$

Damit folgen

$$I_{87} = 1.69 \pm 0.10$$

$$I_{85} = 2.65 \pm 0.23$$

4.2 Isotopenverhältnis

In Abbildung (6) ist das Signalbild für $\nu = 100 \text{ kHz}$ dargestellt. Aus dem Amplitudenverhältnis der beiden beobachteten Transparenzminima wird das Isotopenverhältnis der untersuchten Probe bestimmt. Aus diesem Bild werden die Amplituden mit Hilfe von

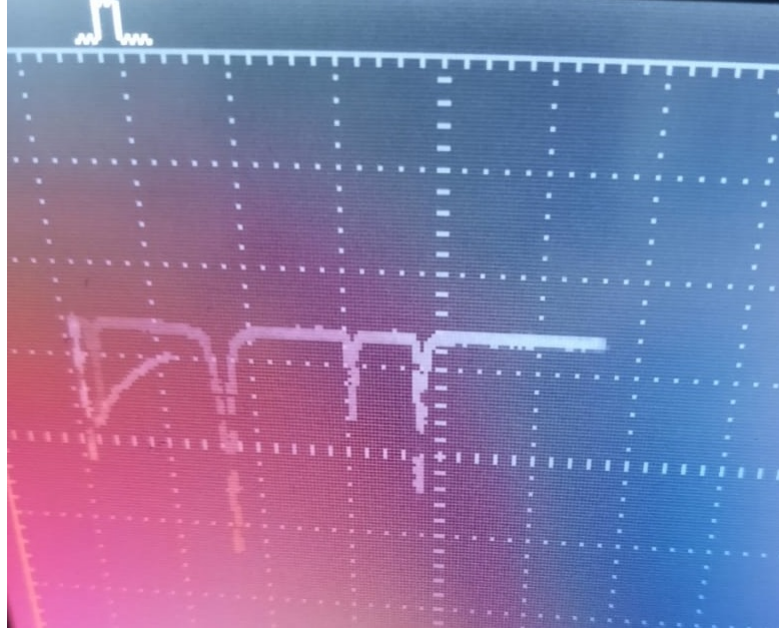


Abbildung 6: Oszilloskopbild bei 100 kHz

Paint [3] abgelesen, es ergibt sich für die jeweilige Amplitude:

$$A_{87} = 77 \text{ px}$$

$$A_{85} = 175 \text{ px}$$

Daraus ergibt sich für die Isotope ein Verhältnis von $^{87}\text{Rb} \approx 31\%$ und $^{85}\text{Rb} \approx 69\%$.

4.3 Quadratischer Zeeman-Effekt

Als letztes wird der Einfluss des quadratischen Zeeman-Effekte ausgewertet. Nach Gleichung (10) für die lineare Näherung und dem quadratischen Teil von Gleichung (14) für die quadratische Näherung folgt für die Seemannenergie jeweils:

$$U_{\text{HF},87,\text{linear}} = (6,79 \pm 0,31) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

$$U_{\text{HF},85,\text{linear}} = (6,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

$$U_{\text{HF},87,\text{quad}} = (2,29 \pm 0,21) \cdot 10^{-31} \text{ J}$$

$$U_{\text{HF},85,\text{quad}} = (9,2 \pm 1,3) \cdot 10^{-32} \text{ J}$$

5 Diskussion

Die in Abschnitt (4.1) berechneten Spins ergaben sich zu:

$$I_{87} = 1.69 \pm 0.10$$

$$I_{85} = 2.65 \pm 0.23$$

Im Vergleich dazu sind die Literaturwerte [2] gegeben durch:

$$I_{87} = 1.5$$

$$I_{85} = 2.5$$

Dies entspricht einer Abweichung für ^{87}Rb von ungefähr 12.7% und für ^{85}Rb von ungefähr 6%. Dieses Ergebnis bestätigt die dem Experiment zu Grunde liegende Theorie relativ gut. Die Abweichungen lassen sich größtenteils dadurch erklären, dass das Ablesen oft nur ungenau möglich war und so einige Messwerte, gerade bei höheren Frequenzen, schwer festzustellen waren.

Das Isotopenverhältnis wurde zu $^{87}\text{Rb} \approx 31\%$ und $^{85}\text{Rb} \approx 69\%$ bestimmt. Die Literaturwerte [2] sind gegeben durch $^{87}\text{Rb} = 27.83\%$ und $^{85}\text{Rb} = 72.17\%$. Dies entspricht einer Abweichung für ^{87}Rb von ungefähr 11.3% und für ^{85}Rb von ungefähr 4.3%. Damit sind in etwa die selben Abweichungen wie bei den Kernspins vorhanden. In diesem Teil war es jedoch noch schwieriger genau vom Oszilloskopbild abzulesen, die kleinen Abweichungen sprechen daher für eine gute Messung und ein gelungenes Experiment.

Wie bei den verwendeten magnetischen Feldstärken zu erwarten spielt der quadratische Zeeman-Effekt eine eher untergeordnete Rolle. Die Energien für diesen sind drei Größenordnungen kleiner als vom linearen Zeeman-Effekt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zu V21 - Optisches Pumpen*. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1732524/mod_resource/content/2/V21.pdf (besucht am 01.12.2021).
- [2] Internetchemie.Info. *Rubidium-Isotope*. URL: <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/rubidium-isotope.php> (besucht am 01.12.2021).
- [3] Microsoft. *Paint*. URL: <https://www.microsoft.com/de-de/p/paint/9pcfs5b6t72h#activetab=pivot:overviewtab> (besucht am 01.12.2021).
- [4] Python. URL: <https://www.python.org> (besucht am 01.12.2021).