2. Exersice Sheet

von Celina Kortmann, Felix Göke und Erich Wagner

Exersice 3 - Dice

You roll two dice, one red and one blue. What is the probability that

(a) the sum of pips is 9?
Es gibt insgesamt 4 Möglichkeiten, wie die Augenzahl der beiden Würfel 9 ergeben kann. Es gibt die Kombination (3,6) und (4,5) und jeweils andersrum. Da die Wahrscheinlichkeiten unabhängig voneinander sind (der rote Würfel beeinflusst den blauen nicht und andersrum) gilt: $P(A \wedge B) = P(A) \cdot P(B)$. Außerdem verwenden wir das 3. Kolmogorov-Axiom.

$$\begin{aligned}
P(W_r + W_b = 9) &= P(W_r = 3 \wedge W_b = 6) + P(W_r = 6 \wedge W_b = 3) \\
&+ P(W_r = 4 \wedge W_b = 5) + P(W_r = 5 \wedge W_b = 4) \\
&= 2 \cdot P(W_r = 3 \wedge W_b = 6) + 2 \cdot P(W_r = 4 \wedge W_b = 5) \\
&= 2 \cdot P(W_r = 3) \cdot P(W_b = 6) + 2 \cdot P(W_r = 4) \cdot P(W_b = 5) \\
&= 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\
&= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}
\end{aligned}$$

(b) the sum of pips is 9 or larger?
Jetzt müssen wir außerdem die Wahrscheinlichkeit dafür betrachten, dass die Augenzahl 10, 11 oder 12 ist und dann die Summe bilden. Für $W_{ges} = 12$ gibt es 1 Möglichkeit, für $W_{ges} = 11$ gibt es 2 Möglichkeiten. Für $W_{ges} = 10$ gibt es 3 Möglichkeiten.

$$\begin{aligned}
P(W_r + W_b \geq 9) =& P(W_r + W_b = 9) + P(W_r + W_b = 10) + P(W_r + W_b = 11) + P(W_r + W_b = 12) \\
&= \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} \\
&= \frac{10}{36}
\end{aligned}$$

(c) one dice shows 4 and the other 5 pips?

$$\begin{aligned}
P((W_r = 4 \wedge W_b = 5) \vee (W_r = 5 \wedge W_b = 4)) &= P(W_r = 4 \wedge W_b = 5) + P(W_r = 5 \wedge W_b = 4) \\
&= P(W_r = 4) \cdot P(W_b = 5) + P(W_r = 5) \cdot P(W_b = 4) \\
&= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\
&= \frac{2}{36} \\
&= \frac{1}{18}
\end{aligned}$$

(d) the red dice shows 4 and the blue dice 5 pips?

$$\begin{aligned} P(W_r = 4 \wedge W_b = 5) &= P(W_r = 4) \cdot P(W_b = 5) \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{36} \end{aligned}$$

Your roll the dice so that the blue dice rolls behind an object so that you cant see it first. The red dice shows a 4. After you have seen this, what is the prabability that

(e) the sum of pips is nine?
Wenn wir wissen, dass der rote Würfel eine 4 zeigt, dann suchen wir nach der Wahrscheinlichkeit, dass der blaue Würfel eine 5 zeigt, damit die Gesamtaugenzahl 9 ist. Da die Wahrscheinlichkeiten unabhängig voneinander sind, folgt:

$$P(W_b = 5 | W_r = 4) = P(W_b = 5) = \frac{1}{6}$$

(f) the sum of pips is 9 or larger?

$$\begin{aligned} P(W_b \geq 5 | W_r = 4) &= P(W_b \geq 5) \\ &= P(W_b = 5 \vee W_b = 6) \\ &= P(W_b = 5) + P(W_b = 6) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{2}{6} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

(g) the red dice shows 4 and the blue dice 5 pips?
This is the same as (e), weil $W_b = 5$ gleichbedeutend mit einer Gesamtaugenzahl von 9 ist, mit dem Wissen, dass der rote Würfel eine 4 zeigt, was unsere Annahme für die Aufgabenteile (e), (f) und (g) ist.