1. Wir betrachten unsere Urne (=Glasschälchen) aus dem Unterricht. Sie enthält 5 weiße (2) Büroklammern, 3 blaue (b) und 1 gelbe (g). Wir ziehen 2 mal aus dieser Urne und legen die Büroklammer jeweils wieder zurück. Den Baum dafür haben wir gezeichnet.

   Was ist jeweils die Menge, die die folgenden Ereignisse beschreibt? Was ist ihre Wahrscheinlichkeit?

   (a) E_1: Genau 1 blaue Büroklammer wird gezogen.

   Lösung:

   $$E_1 = \{(w,b), (g,b), (b,w), (b,g)\}; \qquad P(E_1) = \frac{15+3+15+3}{81} = \frac{\cancel{36}^{4}}{\cancel{81}^{9}}$$

   (b) E_2: Genau 1 weiße Büroklammer wird gezogen.

   Lösung:

   $$E_2 = \{(w,b), (w,g), (b,w), (g,w)\}; \qquad P(E_2) = \frac{15+5+15+5}{81} = \frac{40}{81}$$

   (c) E_3: Genau 1 gelbe Büroklammer wird gezogen.

   Lösung:

   $$E_3 = \{(w,g), (g,w), (b,g), (g,b)\}; \qquad P(E_3) = \frac{5+5+3+3}{81} = \frac{16}{81}$$

   (d) E_4: Es werden 2 blaue Büroklammern gezogen.

   Lösung:

   $$E_4 = \{(b,b)\}; \qquad P(E_4) = \frac{\cancel{9}}{\cancel{81}^{9}}$$

   (e) E_5: Es werden 2 weiße Büroklammern gezogen.

   Lösung:

   $$E_5 = \{(w,w)\}; \qquad P(E_5) = \frac{25}{81}$$

   (f) E_6: Es werden 2 gelbe Büroklammern gezogen.

   Lösung:

   $$E_6 = \{(g,g)\}; \qquad P(E_6) = \frac{1}{81}$$

(g) E_7: Es wird *mindestens* 1 weiße Büroklammer gezogen. Hier könnt ihr entweder neu rechnen, oder die Ergebnisse aus 1b und 1e verwenden.

Lösung:
Wir rechnen nicht neu, sondern verwenden, dass wir genau dann mindestens 1 weiße Büroklammer bekommen, wenn wir entweder genau 1 oder genau 2 davon ziehen. Also:

$$P(E_7) = P(E_2) + P(E_5) = \frac{40 + 25}{81} = \frac{65}{81}$$

Entsprechend sind in E_7 die Ergebnisse aus E_2 und E_5 vereinigt: $E_7 = \{(w,b), (w,g), (b,w), (g,w)\},(w,w)\}$

(h) E_8: Es wird *mindestens* 1 gelbe Büroklammer gezogen. Hier könnt ihr entweder neu rechnen, oder die Ergebnisse aus 1c und 1f verwenden.

Lösung:

$$P(E_8) = P(E_3) + P(E_6) = \frac{16 + 1}{81} = \frac{17}{81}$$

(i) E_9: Es wird *mindestens* 1 blaue Büroklammer gezogen. Hier könnt ihr entweder neu rechnen, oder die Ergebnisse aus 1a und 1d verwenden.

Lösung:

$$P(E_9) = P(E_3) + P(E_6) = \frac{4 + 1}{9} = \frac{5}{9}$$

(j) E_{10}: Es wird *keine* weiße Büroklammer gezogen. Hier könnt ihr entweder neu rechnen, oder verwenden, dass dieses Ereignis genau dann eintritt, wenn E_7 *nicht* eintritt.

Lösung:

$$P(E_{10}) = 1 - P(E_7) = \frac{81 - 65}{81} = \frac{16}{81}$$

(k) E_{11}: Es wird *keine* blaue Büroklammer gezogen. Das ist das Gegenteil von welchem Ereignis, das ihr schon kennt? Das kann Euch die Rechnung stark vereinfachen.

Lösung:

$$P(E_{11}) = 1 - P(E_9) = \frac{9 - 5}{9} = \frac{4}{9}$$

(l) E_{12}: Es wird *keine* gelbe Büroklammer gezogen. Was ist die einfachste Möglichkeit, diese Frage zu beantworten, ohne, dass wir wirklich etwas neues rechnen müssen?

Lösung:

$$P(E_{12}) = 1 - P(E_8) = \frac{81 - 17}{81} = \frac{64}{81}$$

(m) E_{13}: Es wird *höchstens eine* gelbe Büroklammer gezogen. Was ist die einfachste Möglichkeit, diese Frage zu beantworten, ohne, dass wir wirklich etwas neues rechnen müssen? Wenn wir die Wahrscheinlichkeit aus 1f verwenden, ist diese Rechnung sehr einfach.

Lösung:

$$P(E_{13}) = 1 - P(E_6) = \frac{81 - 1}{81} = \frac{80}{81}$$

(n) E_{14}: Es wird *höchstens eine* blaue Büroklammer gezogen. Verwende die Wahrscheinlichkeit aus 1d um diese Aufgabe möglichst einfach zu lösen.

Lösung:

$$P(E_{14}) = 1 - P(E_4) = \frac{9 - 1}{9} = \frac{8}{9}$$

(o) E_{15}: Es wird *höchstens eine* weiße Büroklammer gezogen. Löse auch diese Aufgabe möglichst faul, ohne neu zu rechnen.

Lösung:

$$P(E_{15}) = 1 - P(E_5) = \frac{81 - 25}{81} = \frac{56}{81}$$