Bist du fit für dieses Kapitel?

Eingangstest
S. 202

Wir untersuchen Glücksräder

Reicht 50-mal Drehen für die Erprobung aus?

1 Die Schülerinnen und Schüler wollen das von ihnen gebaute Glücksrad ausprobieren.

Dazu wird das Glücksrad zunächst 50-mal gedreht.
Moritz hat die Ergebnisse in einer Strichliste festgehalten.

Strichliste

1	𝍸 ||||
2	||||
3	𝍸 ||
4	𝍸 |
5	|||
6	𝍸 𝍸
7	𝍸
8	𝍸 |

Anna trägt die absolute Häufigkeit für das Ergebnis „Der Zeiger zeigt auf die 1" in eine Häufigkeitstabelle ein.
Sie berechnet auch die relative Häufigkeit.

Ergebnis:	1
absolute Häufigkeit:	9
Gesamtzahl der Versuche:	50
relative Häufigkeit:	$\frac{9}{50} = 0{,}18$

relative Häufigkeit:
$\frac{9}{50} = 0{,}18$
relative Häufigkeit in Prozent:
18 %

a) Lege eine vollständige Häufigkeitstabelle an. Bestimme die relativen Häufigkeiten.
b) Berechne auch die Summe der relativen Häufigkeiten. Was stellst du fest?

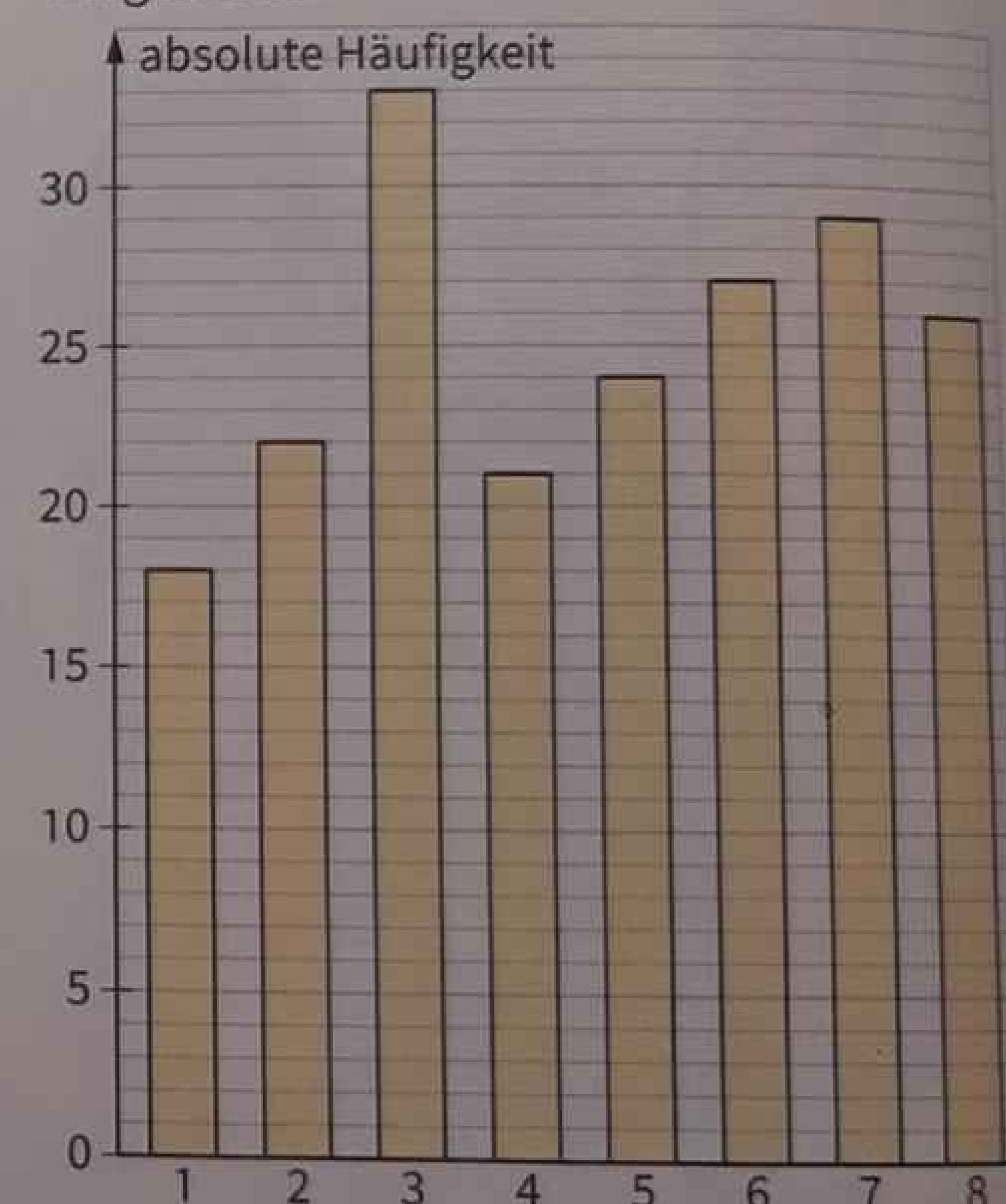
Häufigkeitstabelle

Ergebnis	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
1	9	0,18
2	■	■
3	■	■

2 Lena hat das Glücksrad 50-mal gedreht und dabei nur die Farben der einzelnen Kreisausschnitte festgehalten. Lege eine Häufigkeitstabelle an und trage die zugehörigen absoluten und relativen Häufigkeiten ein. Bestimme auch die Summen.

grün	𝍸 𝍸 ||
gelb	𝍸 𝍸 𝍸 |
blau	𝍸 𝍸
rot	𝍸 𝍸 ||

3 Das Glücksrad wurde insgesamt 200-mal gedreht. Johannes hat die absoluten Häufigkeiten der einzelnen Ergebnisse in einem Säulendiagramm dargestellt.



a) Lege eine Häufigkeitstabelle an. Berechne auch die relativen Häufigkeiten.
b) Gib die relativen Häufigkeiten auch in Prozent an.

4 Bei den 200 Drehungen des Glücksrades zeigte der Zeiger 27-mal auf den blauen Kreisausschnitt, 47-mal auf einen grünen, 51-mal auf einen roten und 75-mal auf einen gelben Kreisausschnitt.
a) Gib die relativen Häufigkeiten der einzelnen Ergebnisse als Bruch, Dezimalzahl und in Prozent an.
b) Stelle die relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

6 In einer Lostrommel befinden sich 180 Nieten, 19 Gewinne und ein Hauptgewinn.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Ergebnisse.

7 In der Klasse 8 b wird ausgelost, welche Schülerin oder welcher Schüler sich an der Reinigung des Schulgebäudes beteiligt. Unter den 28 Schülerinnen und Schülern befinden sich 13 Mädchen.
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Tobias aus der 8 b ausgelost wird?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Junge (ein Mädchen) an dieser Reinigungsaktion teilnimmt? Gib die Wahrscheinlichkeit als Bruch und als Dezimalzahl an. Runde auf zwei Nachkommastellen.

8 In der Klasse 8 a kommen 12 Schülerinnen und Schüler mit dem Fahrrad zur Schule, 11 benutzen öffentliche Verkehrsmittel, 6 gehen zu Fuß.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Mitglied der Klasse mit dem Fahrrad kommt (zu Fuß geht, öffentliche Verkehrsmittel benutzt)? Gib die Wahrscheinlichkeit als Bruch und als Dezimalzahl an. Runde auf zwei Nachkommastellen.

9 Berechne bei den folgenden Zufallsexperimenten die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis. Gib die Wahrscheinlichkeit auch in Prozent an. Runde auf zwei Nachkommastellen.
a) In einer Urne befinden sich 49 gleichartige Kugeln, die die Zahlen von 1 bis 49 tragen. Es wird einmal gezogen.
b) Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten wird eine Karte gezogen.
c) Aus einer Klasse mit 14 Mädchen und 13 Jungen wird eine Person zufällig ausgewählt.
d) Ein Glücksrad mit 16 gleichgroßen Feldern, die die Zahlen von 1 bis 16 tragen, wird einmal gedreht.
e) Ein Würfel mit drei roten, zwei blauen und einer grünen Seitenfläche wird einmal geworfen.
f) Aus einer Lostrommel mit 190 Nieten und 10 Gewinnen wird ein Los gezogen.

Sind bei einem Zufallsexperiment alle Ergebnisse gleichwahrscheinlich, so beträgt die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis:

$$\textbf{P (Ergebnis)} = \frac{1}{\text{Anzahl aller Ergebnisse}}$$

Solche Zufallsexperimente werden **Laplace-Experimente** genannt.

10 In einer Urne befinden sich 50 gleichartige Kugeln, die gelb, blau oder rot gefärbt sind. Für die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Kugel bestimmter Farbe gezogen wird, soll gelten: P (gelb) = 0,24, P (blau) = 0,64 und P (rot) = 0,12. Wie viele blaue (rote) Kugeln sind in der Urne?

P (gelb) = 0,24

Anteil der gelben Kugeln: 0,24

0,24 von 50 Kugeln: $0{,}24 \cdot 50 = 12$

Es sind 12 gelbe Kugeln in der Urne.

Zufallsexperiment

Ziehen einer Kugel

Ergebnisse:
1; 2; 3; 4; 5

Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis:

P (1) = P (2) = P (3) = P (4) = P (5) $= \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\,\%$

Pierre Simon Laplace (1749–1827): französischer Mathematiker und Astronom

Recherchiere im Internet über Laplace.

1 Jasmin will feststellen, wie viele Ergebnisse folgendes Zufallsexperiment hat: Sie nimmt mit geschlossenen Augen nacheinander zwei Kugeln aus dem Gefäß und schreibt die zugehörigen Ziffern auf. Dann legt sie beide Kugeln zurück, mischt alles gut durch und nimmt erneut zwei Kugeln.

1. Ziehung: 3, 2

2. Ziehung: 2, 2

Welche anderen möglichen Ergebnisse kann Jasmin bei weiteren Ziehungen erhalten?

2 Gib alle möglichen Ergebnisse des Zufallsexperiments an.

a) Eine Münze wird zweimal geworfen.
b) Die erste Lottozahl wird gezogen.
c) Ein Glücksrad (10 Ziffern) wird einmal gedreht.
d) Die Blutgruppe einer zufällig ausgewählten Person wird bestimmt.
e) Eine zufällig ausgewählte Person wird nach ihrem Lebensalter (in Jahren) gefragt.
f) Aus einer Urne mit roten, blauen und schwarzen Kugeln werden nacheinander zwei Kugeln gezogen.

3 Aus einem Spiel mit 32 Karten wird eine Karte gezogen.

Das Ereignis E „Die gezogene Karte ist ein Bube" tritt ein, wenn der Karo-Bube, der Herz-Bube, der Pik-Bube oder der Kreuz-Bube gezogen wird.

E: Die gezogene Karte ist ein Bube.

Das Ereignis E lässt sich auch als Menge von Ergebnissen schreiben:

E = {Karo-Bube, Herz-Bube, Pik-Bube, Kreuz-Bube}

Gib das folgende Ereignis als Menge an:
Die gezogene Karte ist
a) ein rotes Bild,
b) eine Pik-Karte,
c) eine schwarze Acht,
d) das Kreuz-As,
e) eine Dame oder ein Bube,
f) kein Bild.

Zufallsexperiment: Ziehen einer Kugel

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

E_1: Die gezogene Zahl ist durch 4 teilbar. E_1 = {4, 8, 12}
E_2: Die gezogene Zahl ist durch 7 teilbar. E_2 = {7}

Die **Menge aller möglichen Ergebnisse** eines Zufallsexperiments heißt **Ergebnismenge S.**

Ein **Ereignis** ist eine **Teilmenge** der Ergebnismenge S.

4 Aus der abgebildeten Urne wird eine Kugel gezogen.

Gib wie im Beispiel jedes Ereignis als Menge von Ergebnissen an.

E_1: Die gezogene Zahl ist ungerade.
$E_1 = \{1, 3, 5, 7\}$

E_2: Die gezogene Zahl ist gerade.
E_3: Die gezogene Zahl ist größer als 4.
E_4: Die gezogene Zahl ist kleiner als 5.
E_5: Die gezogene Zahl ist größer als 5.
E_6: Die gezogene Zahl ist größer als 2 und kleiner als 6.

5 Ein Würfel wird einmal geworfen. Dabei kann es nicht passieren, dass die gewürfelte Augenzahl größer ist als 6. Das bedeutet, dass das Ereignis „E1: Die Augenzahl ist größer als 6." nicht eintreten kann. Die zugehörige Menge ist die leere Menge.
Gib das folgende Ereignis als Menge an.
E_4: Die Augenzahl ist höchstens 5.
E_5: Die Augenzahl ist mindestens 3.
E_6: Die Augenzahl ist durch 2 teilbar.
E_7: Die Augenzahl ist durch 7 teilbar.
E_8: Die Augenzahl ist kleiner als 10.
E_9: Die Augenzahl ist mindestens 1.
E_{10}: Die Augenzahl ist durch 3 teilbar.
E_{11}: Die Augenzahl ist mindestens 6.

E1: Die Augenzahl ist größer als 6.
$E_1 = \{\ \}$

E_2: Die Augenzahl ist höchstens 4.
$E_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

E_3: Die Augenzahl ist mindestens 4.
$E_3 = \{4, 5, 6\}$

Ein Ereignis E, das nie eintreten kann, ist gleich der leeren Menge.
Es wird daher **unmögliches Ereignis** genannt. **$E = \{\ \}$**

Ein Ereignis E, das immer eintrifft, ist gleich der Ergebnismenge S.
Es wird daher **sicheres Ereignis** genannt. **$E = S$**

6 In einer Urne befinden sich dreißig gleichartige Kugeln, die die Zahlen von 1 bis 30 tragen. Eine Kugel wird gezogen. Gib das Ereignis als Menge an.
E_1: Die Zahl ist durch 3 teilbar.
E_2: Die Zahl ist durch 5 teilbar.
E_3: Die Zahl ist durch 27 teilbar.
E_4: Die Zahl ist durch 39 teilbar.
E_5: Die Zahl ist durch 3 oder 5 teilbar.
E_6: Die Zahl ist durch 3 und 5 teilbar.
E_7: Die Zahl ist nicht durch 77 teilbar.
E_8: Die Zahl ist eine Primzahl.

7 Die Teilnehmer an einer internationalen Tagung kommen aus Italien, Frankreich, Großbritannien, der Bundesrepublik Deutschland, den USA, der Türkei, Spanien, Ägypten, Brasilien, Polen und China. Ein Teilnehmer wird zufällig ausgewählt. Gib das folgende Ereignis als Menge an.
E_1: Der Teilnehmer ist Europäer.
E_2: Der Teilnehmer kommt aus Afrika.
E_3: Der Teilnehmer kommt aus Asien.
E_4: Der Teilnehmer kommt aus der EU.
E_5: Der Teilnehmer ist kein Europäer.

8 In einer Urne befinden sich zwanzig gleichartige Kugeln, die die Zahlen von 1 bis 20 tragen. Eine Kugel wird gezogen. Beschreibe das angegebene Ereignis wie im Beispiel durch eine Aussage. Es sind mehrere Aussagen möglich.

$E_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

E_1: Die gezogene Zahl ist höchstens 5.
E_1: Die gezogene Zahl ist kleiner als 6.

$E_2 = \{4, 12, 16, 20\}$
$E_3 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
$E_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$E_5 = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
$E_6 = \{\ \}$
$E_7 = \{15\}$
$E_8 = \{14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

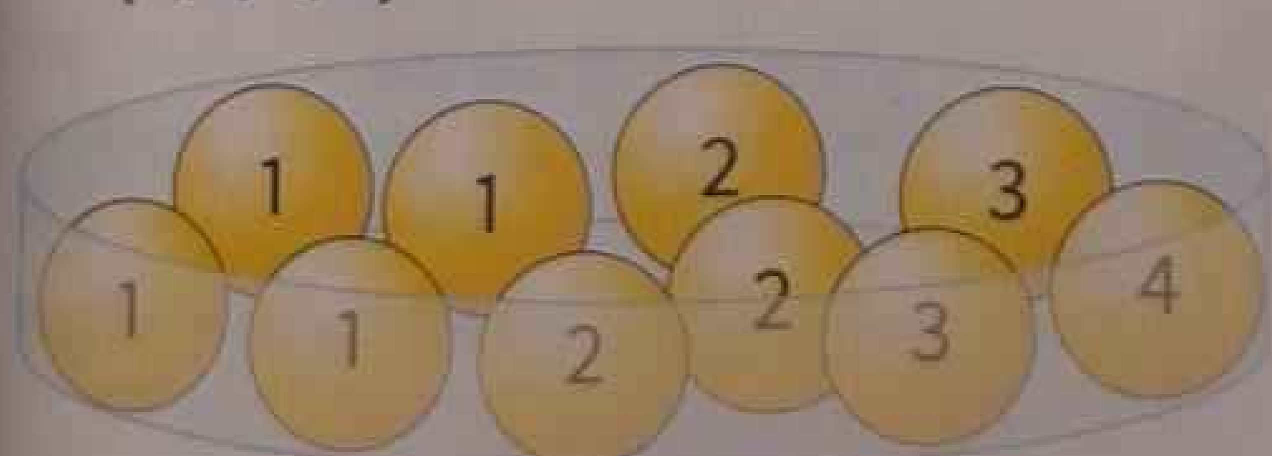
Bei wie vielen zweistelligen Zahlen ist die Zehnerziffer größer als die Einerziffer?

1 In der Schule werden 250 zufällig ausgewählte Schülerinnen und Schüler nach der Anzahl ihrer Geschwister befragt. Das Ergebnis der Befragung wurde in der abgebildeten Häufigkeitstabelle zusammengefasst.

Anzahl der Geschwister	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
0	103	0,412
1	128	0,512
2	12	0,048
3	5	0,020
4 und mehr	2	0,008
Summe	250	1,000

a) Wie viele der befragten Schülerinnen und Schüler haben zwei oder weniger Geschwister?
b) Berechne die relative Häufigkeit für zwei oder weniger Geschwister. Es gibt zwei Lösungswege.
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Schülerin oder ein zufällig ausgewählter Schüler zwei oder weniger Geschwister hat?

2 Aus der abgebildeten Urne wird eine Kugel gezogen. Dabei sind vier unterschiedliche Ergebnisse möglich:
$S = \{1, 2, 3, 4\}$.



E_1: Die gezogene Zahl ist gerade.
$E_1 = \{2, 4\}$

$P(E_1) = P(2) + P(4)$

$P(E_1) = \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = 0{,}4 = 40\,\%$

Berechne die Wahrscheinlichkeit des folgenden Ereignisses.
E_2: Die gezogene Zahl ist ungerade.
E_3: Die gezogene Zahl ist größer als 1.
E_4: Die gezogene Zahl ist höchstens 3.
E_5: Die gezogene Zahl ist mindestens 4.

Zufallsexperiment: Das Glücksrad wird einmal gedreht.

E: Die Gewinnzahl ist kleiner als 4.

$E = \{1, 2, 3\}$

$P(E) = P(1) + P(2) + P(3)$

$P(E) = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8}$

$P(E) = \frac{7}{8} = 0{,}875 = 87{,}5\,\%$

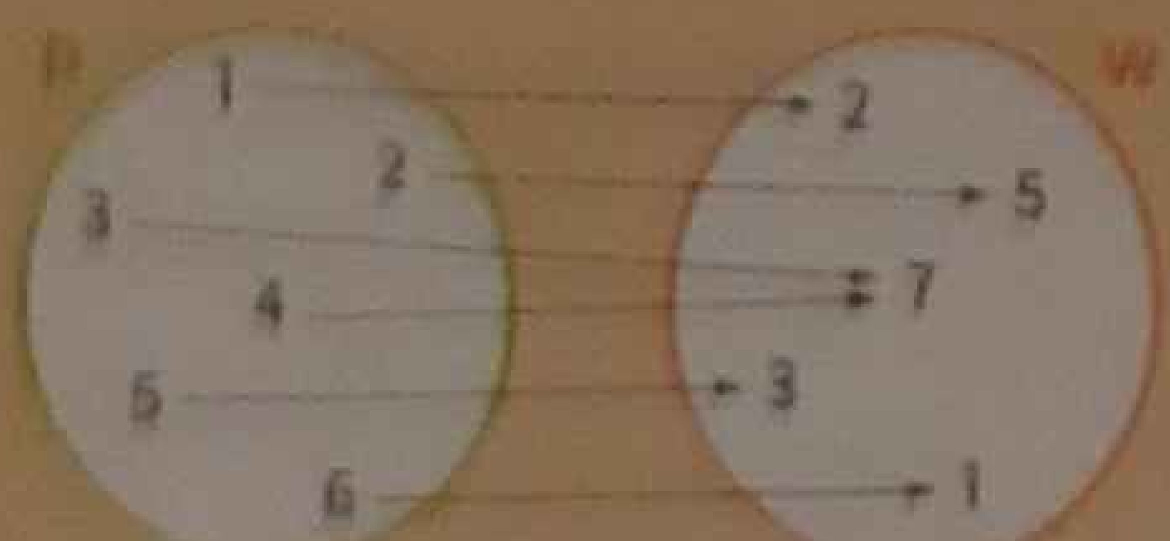
$S = \{1, 2, 3, 4\}$

Du berechnest die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, indem du die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse addierst.

3 In einer Urne befinden sich 27 gleichartige Kugeln, auf denen je ein Buchstabe des Wortes „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ steht. Eine Kugel wird gezogen.
a) Gib die Ergebnismenge S an und berechne die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis.
b) Gib das Ereignis „Der gezogene Buchstabe ist ein Vokal.“ als Menge von Ergebnissen an und berechne seine Wahrscheinlichkeit.

4 Bei einem Angelspiel können Fische oder Gegenstände geangelt werden. In dem Kasten, der den Teich darstellt, befinden sich Plastikfiguren für fünf Karpfen, drei Forellen, zwei Hechte, zwei Schuhe und einen Regenschirm. Es soll einmal geangelt werden.
a) Gib die Ergebnismenge S an und berechne die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis.
b) Gib das Ereignis „Es wird ein Fisch geangelt.“ als Teilmenge von S an und berechne seine Wahrscheinlichkeit.
c) Gib das Ereignis „Es wird kein Fisch geangelt.“ als Teilmenge von S an und berechne seine Wahrscheinlichkeit.
d) Vergleiche die berechneten Wahrscheinlichkeiten. Was fällt dir auf?

Note ⟶ Anzahl der Arbeiten



Graph der Funktion

Bei der Darstellung von Funktionen im Koordinatensystem ist es üblich, die Elemente des Definitionsbereichs ($x \in D$) auf der x-Achse und die Elemente des Wertebereichs ($y \in W$) auf der y-Achse einzutragen.
Für die Darstellung einer Funktion im Koordinatensystem gilt: Auf jeder Parallelen zur y-Achse liegt höchstens ein Punkt.

1 Zeichne den Graphen der Funktion.

a) **Stückzahl ⟶ Preis**

Stückzahl	1	2	3	4	5
Preis (€)	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00

Stückzahl	6	7	8	9	10
Preis (€)	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00

(x-Achse: 1 cm ≙ 1; y-Achse: 1 cm ≙ 1 €)

b) **Tageszeit ⟶ Temperatur**

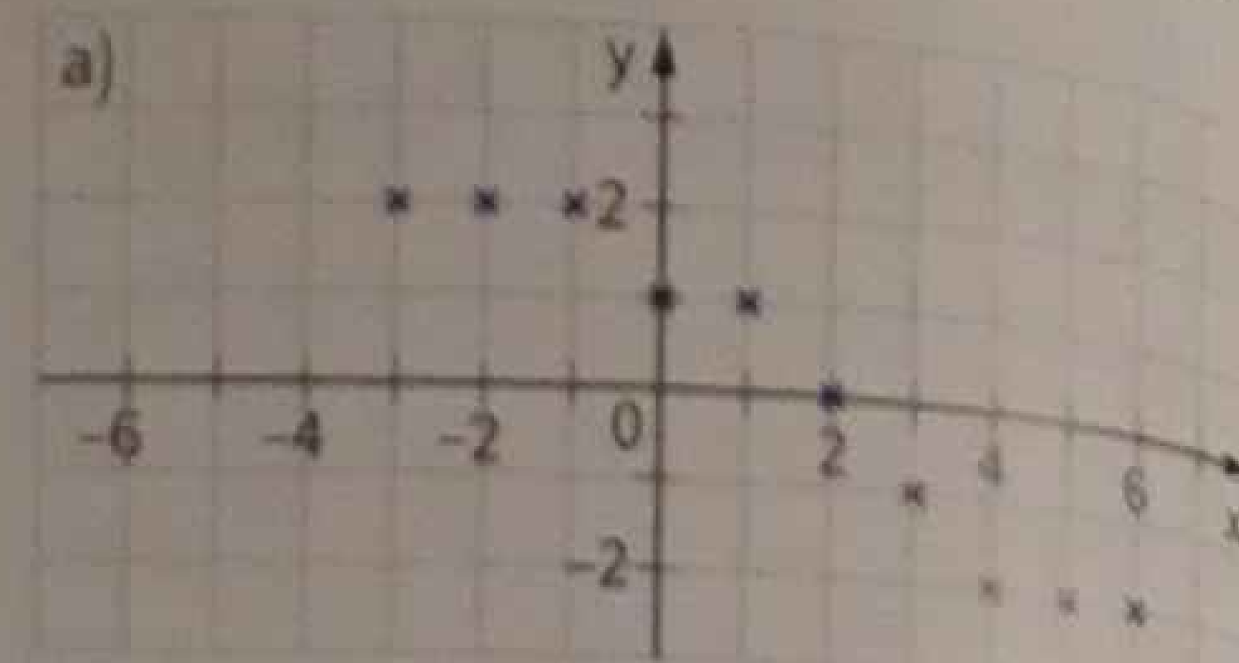
Zeit (h)	2	4	6	8	10	12
Temperatur (°C)	-4	-6	-6	-4	0	4

Zeit (h)	14	16	18	20	22	24
Temperatur (°C)	8	6	2	0	-2	-3

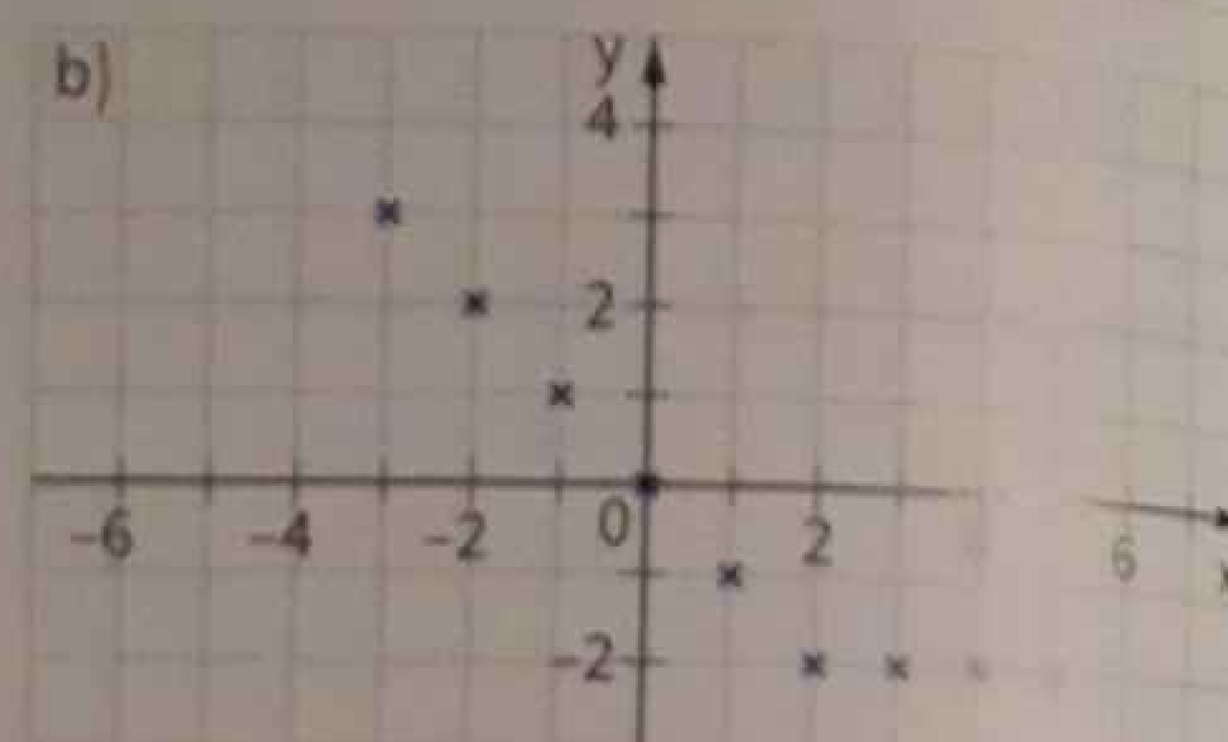
(x-Achse: 1 cm ≙ 2 h; y-Achse: 1 cm ≙ 2°)

2 Bestimme anhand des Funktionsgraphen den Definitions- und den Wertebereich.

a)

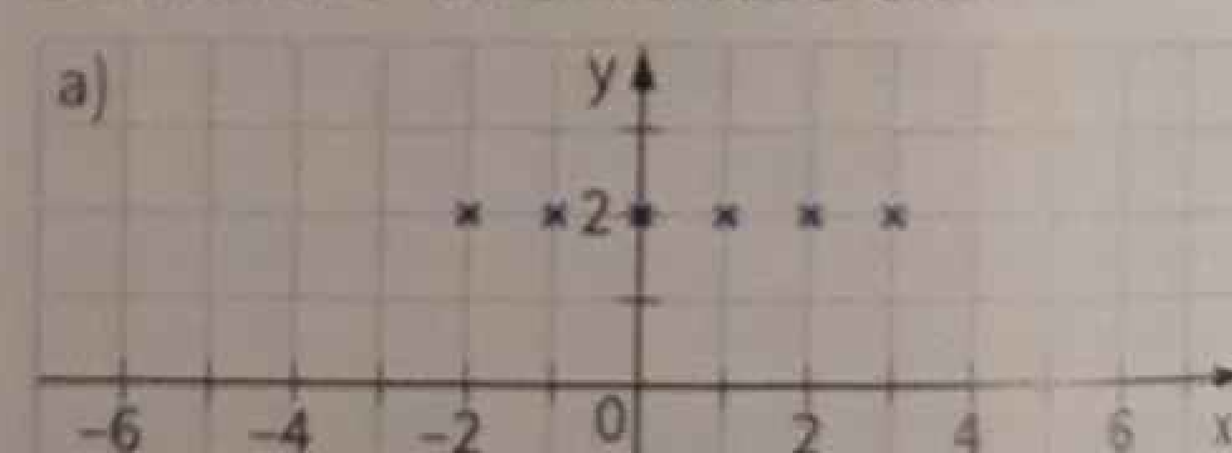


b)

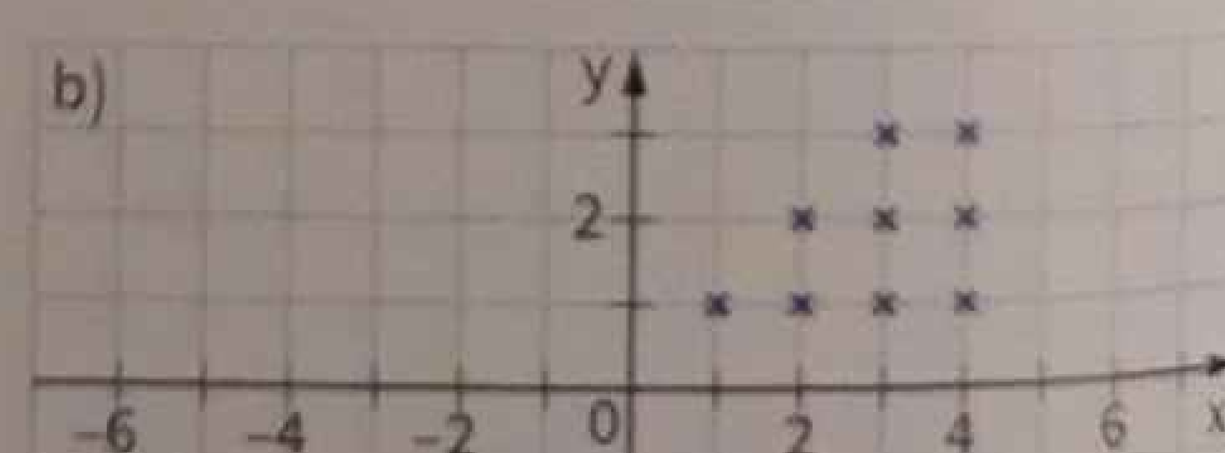


3 Handelt es sich bei dem Graphen um einen Funktionsgraphen? Begründe. Gib im Falle eines Funktionsgraphen den Definitions- und Wertebereich an.

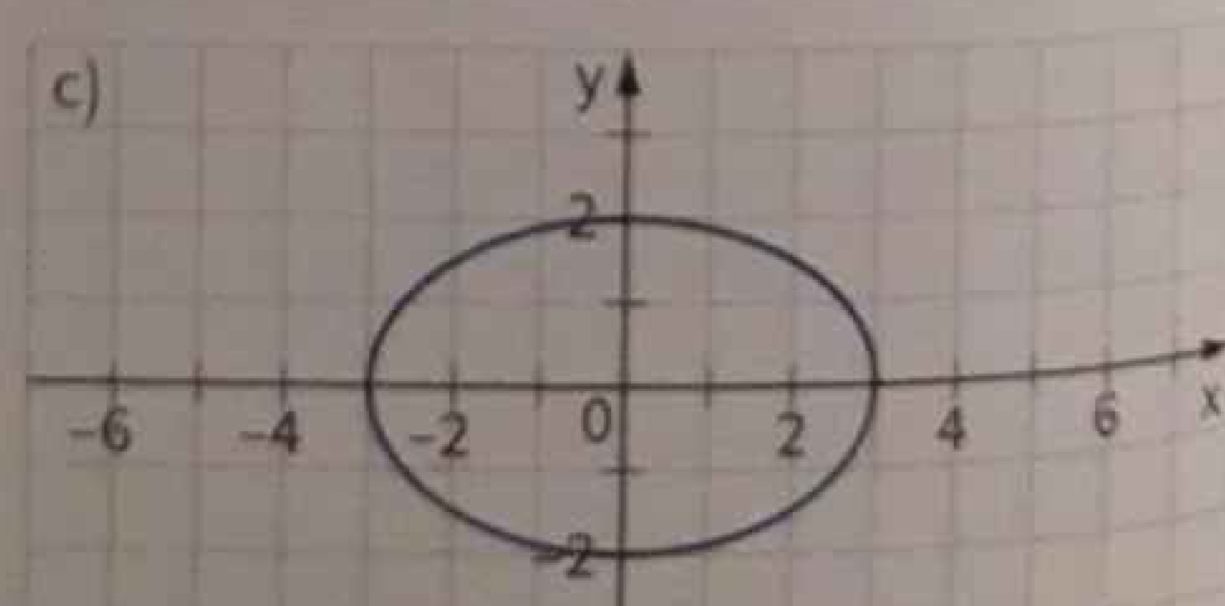
a)



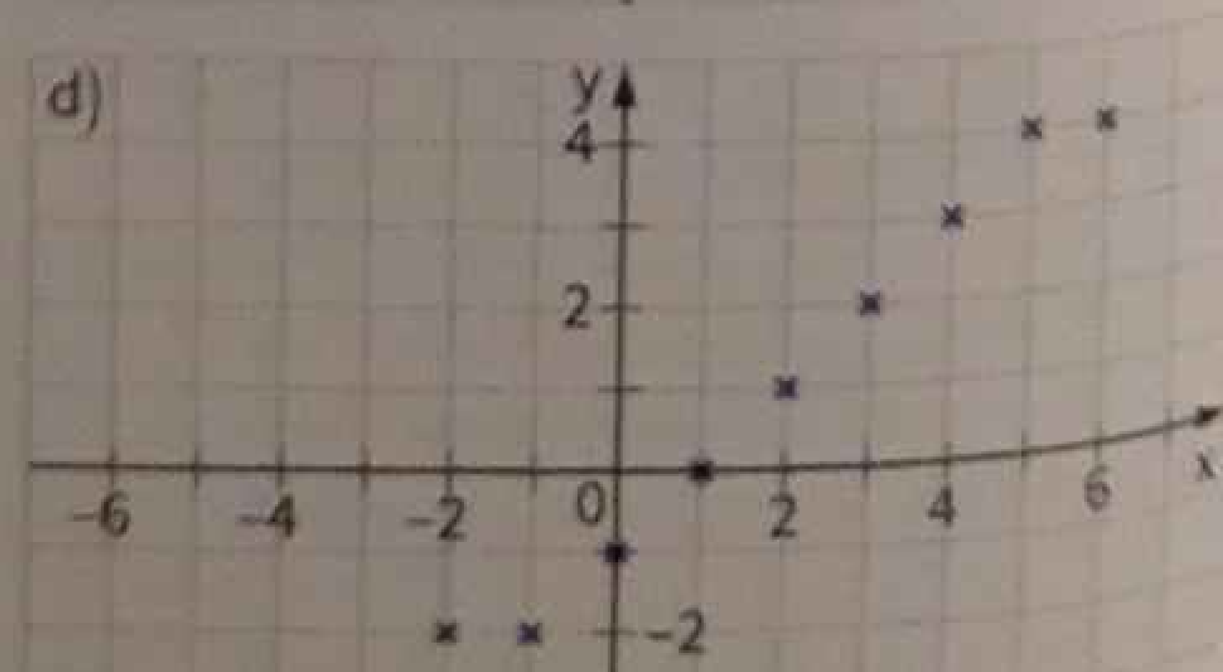
b)



c)



d)



1 Im Beispiel wird die Vorschrift, nach der einem Element x des Definitionsbereichs ein Element y des Wertebereichs zugeordnet wird, mit Worten (einem Term) beschrieben.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Jeder Zahl wird das Dreifache zugeordnet: $x \longrightarrow 3x$

Gib zu der angegebenen Wertetabelle die Zordnungsvorschrift in Worten (mit einem Term) an.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

2 Gib die Zuordnungsvorschrift mithilfe des Funktionsterms an.

Jeder Zahl wird das Sechsfache, vermindert um 5, zugeordnet:

das Sechsfache der Zahl:	$6x$
vermindert um 5:	-5
Funktionsterm:	$6x-5$
Zuordnungsvorschrift:	$x \longrightarrow 6x-5$

a) Jeder Zahl wird das Siebenfache (Zwölffache) zugeordnet.
b) Jeder Zahl wird das Vierfache, vermindert um 2 (das Siebenfache, vermindert um 9) zugeordnet.

3 Durch die Wertetabelle ist eine Funktion gegeben. Die Zuordnungsvorschrift kann auch mithilfe einer Funktionsgleichung angegeben werden.

x	1	2	3	4	5	6
y	3	5	7	9	11	13

$x \longrightarrow 2x+1$

Funktionsgleichung: $y = 2x + 1$

Gib die Funktionsgleichung an.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	7	10	13	16	19	22

Zuordnungsvorschriften für Funktionen lassen sich häufig mithilfe von **Funktionsgleichungen** angeben. Um Funktionen unterscheiden zu können, werden sie mit kleinen Buchstaben bezeichnet.

Funktionsgleichungen:

f: $y = 2{,}5x$
oder $f(x) = 2{,}5x$ (lies: f von x gleich 2,5x)

g: $y = 2x - 4$
oder $g(x) = 2x - 4$

Die Funktion f ordnet der Zahl 4 die Zahl 10 zu. Der **Funktionswert** an der Stelle 4 ist 10.

Funktionswert:
$f(4) = 10$ lies: f von 4 gleich 10

4 Berechne die Funktionswerte.
a) $f(x) = 5x - 7$; $f(2), f(4), f(-5), f(-110)$
b) g: $y = 5{,}9x$; $g(3), g(6), g(-12), g(0{,}5)$
c) $f(x) = -x$; $f(0), f(-4), f(0{,}7), f(-1{,}4)$
d) g: $y = x^2$; $g(-8), g(0{,}4), g(2{,}1), g(1{,}5)$
e) $f(x) = 0{,}5x - 4$; $f(0), f(-2), f(3{,}5), f(-1)$

5 Gib für die folgenden Zuordnungen die Funktionsgleichung an. Vervollständige anschließend die abgebildete Wertetabelle in deinem Heft.

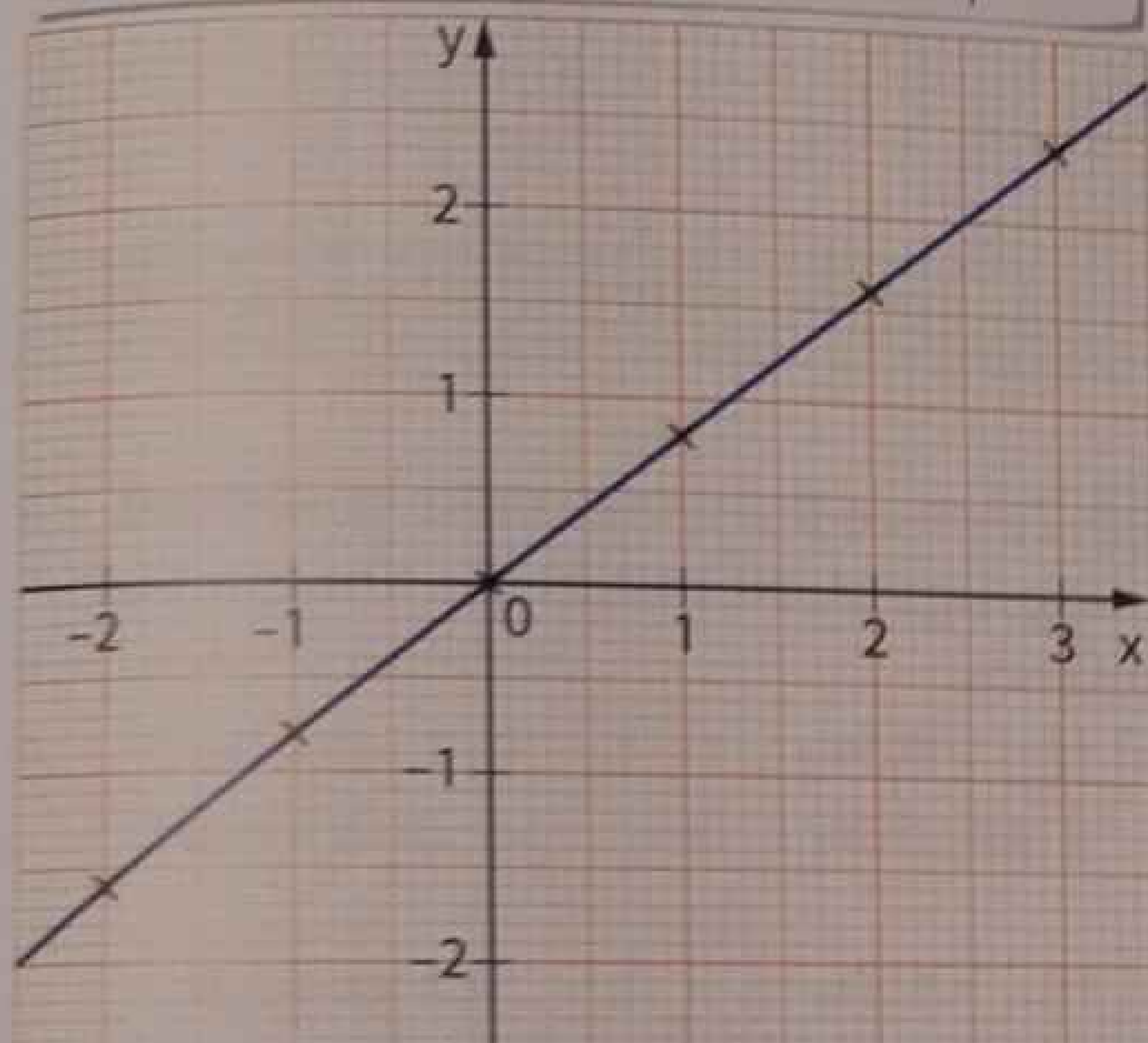
x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

a) Jeder Zahl wird das Achtfache (Dreizehnfache) zugeordnet.
b) Jeder Zahl wird das Sechsfache, vermindert um 3 (das Vierfache, vermindert um 11), zugeordnet.
c) Jeder Zahl wird das Doppelte, vermehrt um 1,8 (Neunfache, vermehrt um 4,2), zugeordnet.
d) Jeder Zahl wird ihr Quadrat, vermehrt um 1, zugeordnet.
e) Jeder Zahl wird ihre Hälfte, vermehrt um 6, zugeordnet.

1 a) Im Koordinatensystem siehst du einen Ausschnitt des Graphen der Funktion f mit dem Definitionsbereich D = ℚ. Auch dieser Ausschnitt wird als Funktionsgraph bezeichnet.
Warum kannst du den Funktionsgraphen nicht vollständig zeichnen?

f: y = 0,8x

x	−2	−1	0	1	2	3
y	−1,6	−0,8	0	0,8	1,6	2,4



b) Zeichne die Graphen folgender Funktionen in ein Koordinatensystem:
g: y = 2x; D = ℚ h: y = 3x; D = ℚ.
Gibt es bei g und h gemeinsame Wertepaare?

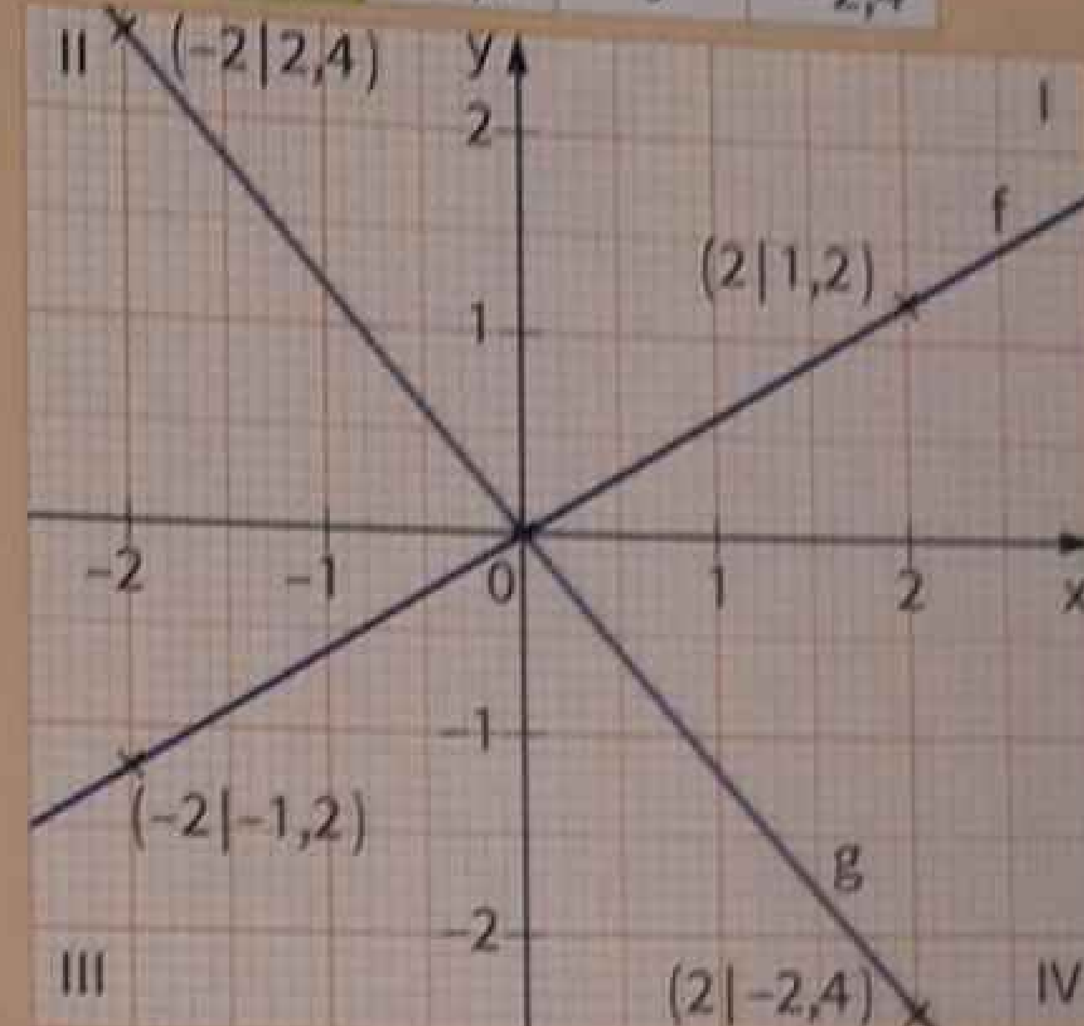
2 Die Funktion f hat die Funktionsgleichung y = 2,5 x (D = ℚ).
Zeichne den Funktionsgraphen. Überlege zunächst, wie viele Wertepaare du brauchst, um den Graphen von f zeichnen zu können.

3 Die folgenden Funktionen haben eine Funktionsgleichung der Form y = mx.
f: y = 0,5x; g: y = −0,5x;
h: y = 1,5x; k: y = −1,5x;
D = ℚ
a) Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem.
b) Wie verläuft der Funktionsgraph, wenn der Faktor m vor x größer (kleiner) als Null ist?

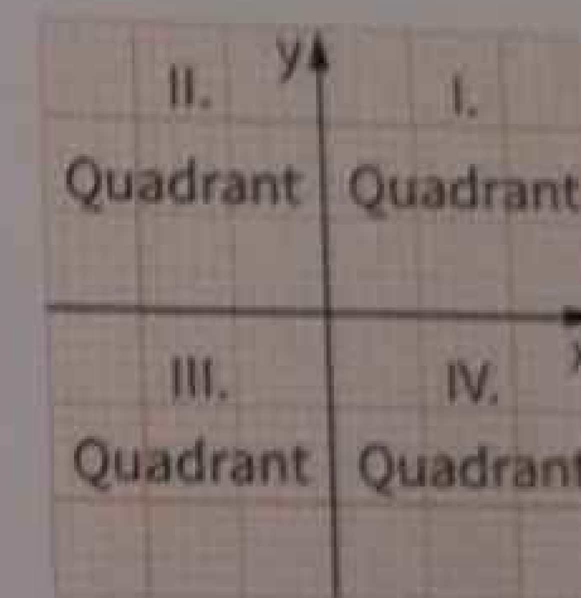
Funktionen mit der Funktionsgleichung y = mx

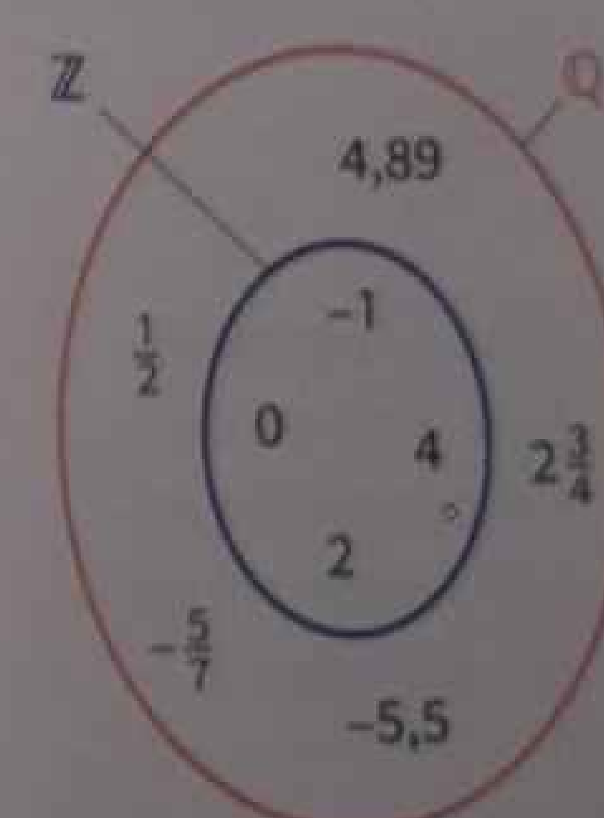
f: y = 0,6x; m = 0,6
g: y = −1,2x; m = −1,2

x	−2	0	2
f(x)	−1,2	0	1,2
g(x)	2,4	0	−2,4



Für die Funktionen mit der Funktionsgleichung y = mx und dem Definitionsbereich D = ℚ gilt:
Die Funktionsgraphen sind **Geraden** durch den **Ursprung.** Für **m > 0** verläuft die Gerade durch den **I. und III. Quadranten,** für **m < 0** durch den **II. und IV. Quadranten.**
Wird der Definitionsbereich einer Funktion nicht angegeben, so vereinbaren wir: **D = ℚ.**





4 Zeichne die Graphen der zugehörigen Funktionen in dasselbe Koordinatensystem. Zeichne die Graphen so, dass sie jeweils in zwei Quadranten zu sehen sind.
a) f: y = 4x b) g: y = −2x
c) h: y = 1,8x d) k: y = −x

5 a) Betrachte die Wertetabelle der Funktion f mit der Gleichung y = 3x.
Vergleiche: f(2) mit f(3), f(3) mit f(4), f(−4) mit f(−3), f(−2) mit f(−1). Was fällt dir auf?

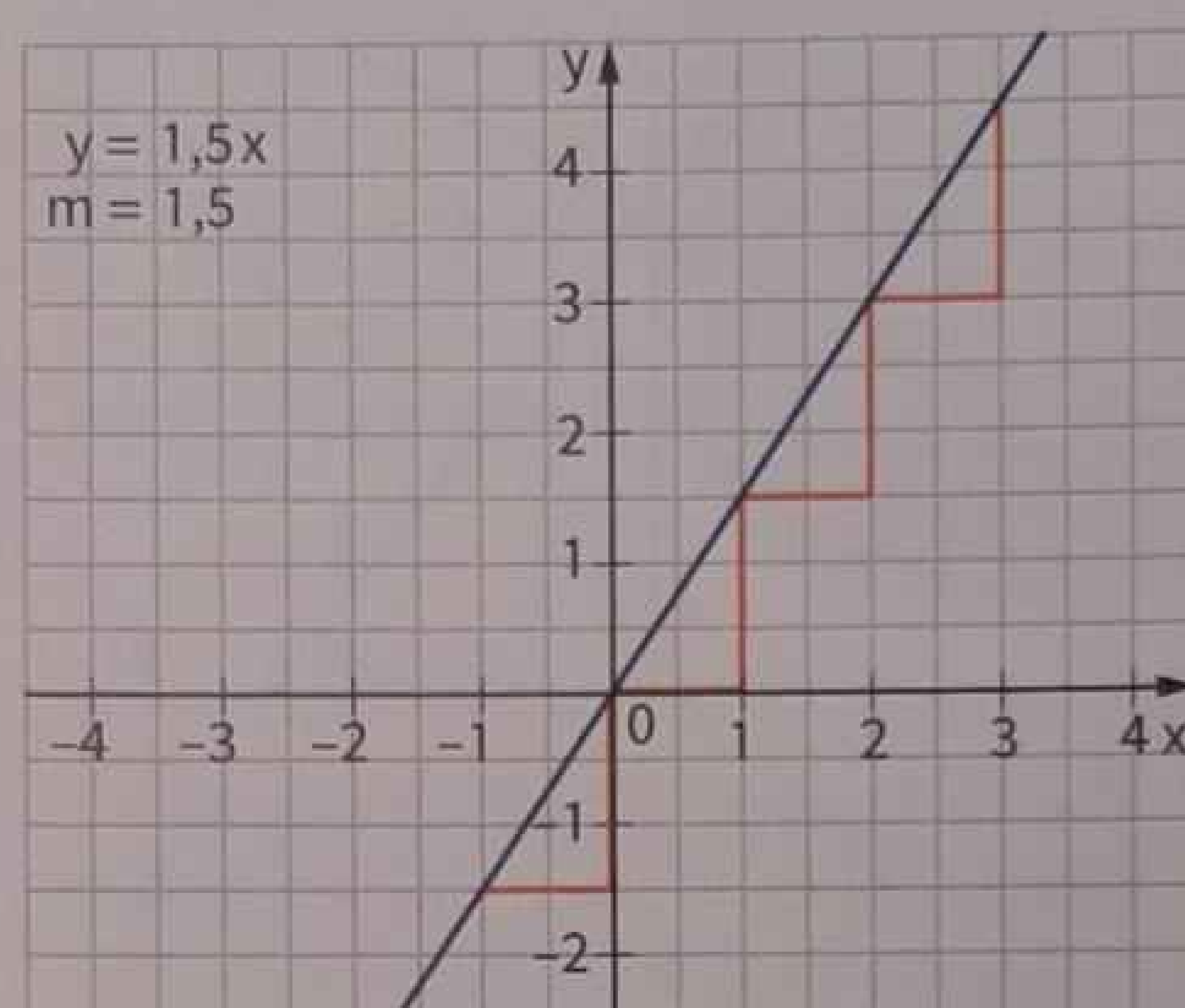
x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9	12

b) Vergleiche f(15,4) mit f(16,4).

1 a) Die Funktion f hat die Funktionsgleichung y = 5x. Vervollständige die Wertetabelle in deinem Heft.

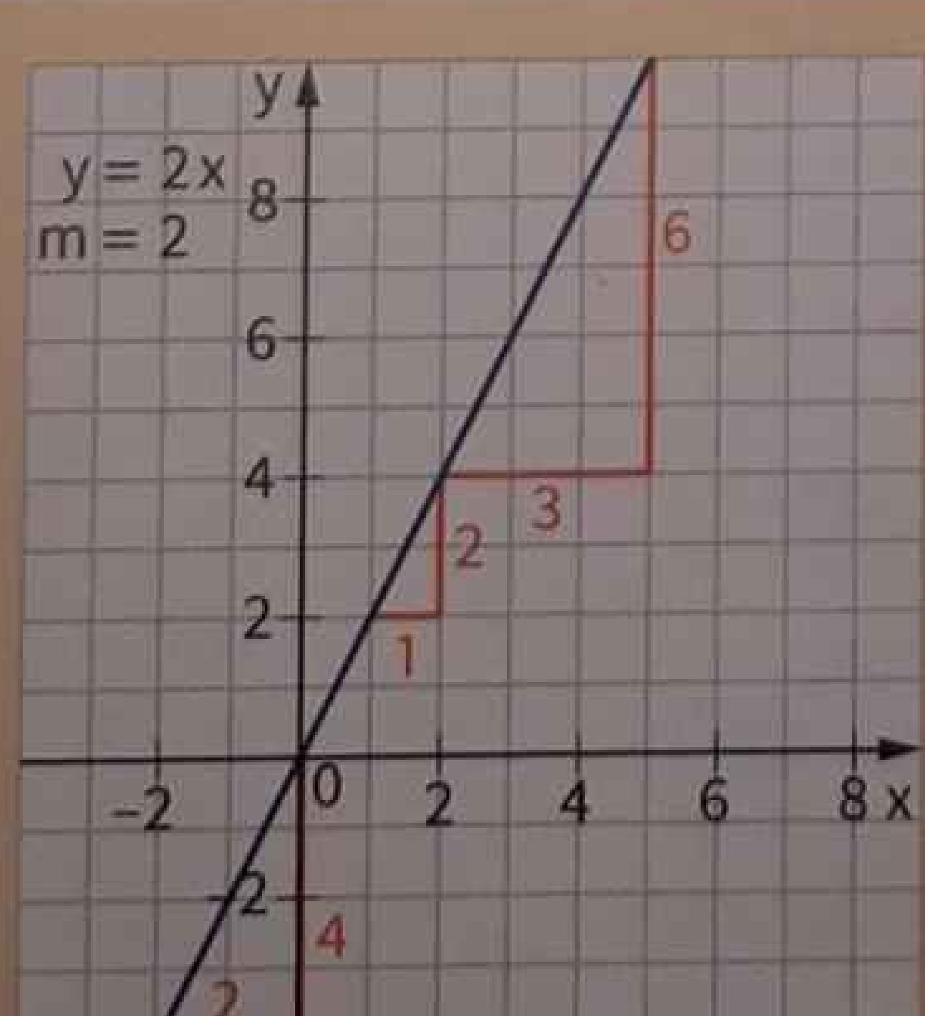
x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

b) Wie verändern sich jeweils die Funktionswerte, wenn der x-Wert um 1 (2, 3, 4) größer wird?



2 a) Die eingezeichneten Dreiecke heißen **Steigungsdreiecke.**
Gib jeweils die Längen der Dreieckseiten in x-Richtung und in y-Richtung an (in Längeneinheiten).
b) Übertrage das Koordinatensystem mit dem Graphen in dein Heft. Zeichne Steigungsdreiecke mit einer Seitenlänge von 2 Längeneinheiten in x-Richtung.
Wie lang ist jeweils die Dreieckseite in y-Richtung?

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem ist der Abstand zwischen 0 und 1.



Steigungsdreiecke
Funktionsgleichung: y = 2x

Längeneinh. in x-Richtung	Längeneinh. in y-Richtung
1	$\boxed{2} \cdot 1 = 2$
2	$\boxed{2} \cdot 2 = 4$
3	$\boxed{2} \cdot 3 = 6$

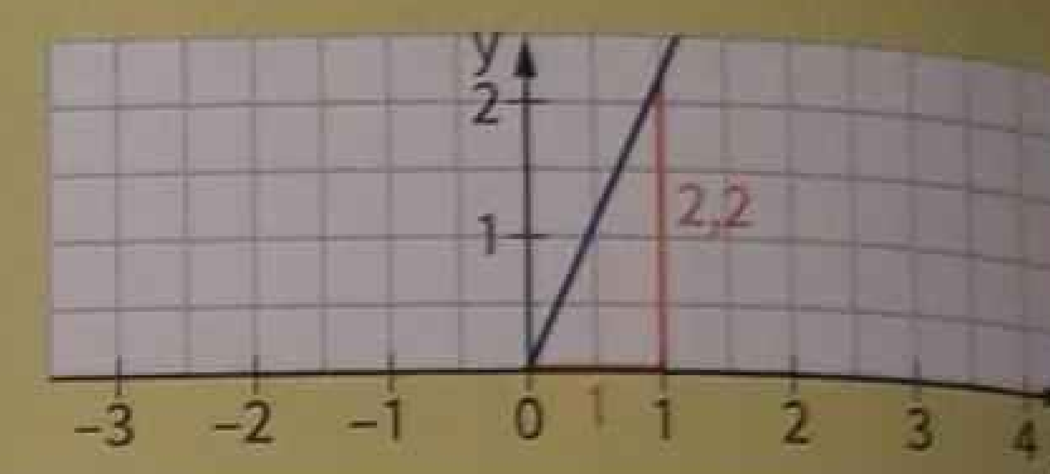
$\boxed{2}$ gibt die **Steigung m** der Geraden an: **m = 2.**

Bei einer Funktion mit dem Funktionsterm mx gibt m die Steigung der Geraden an.

So kannst du bei einer positiven Steigung (m > 0) den Funktionsgraphen mithilfe eines Steigungsdreiecks zeichnen:

y = 2,2x; m = 2,2

Gehe vom Ursprung (0|0) aus 1 Längeneinheit nach rechts, dann 2,2 Längeneinheiten nach oben.



3 Zeichne die Graphen mithilfe von Steigungsdreiecken in ein Koordinatensystem.

a) f(x) = 3,5x
g(x) = 1,8x

b) f: y = 1x
g: y = 4,5x

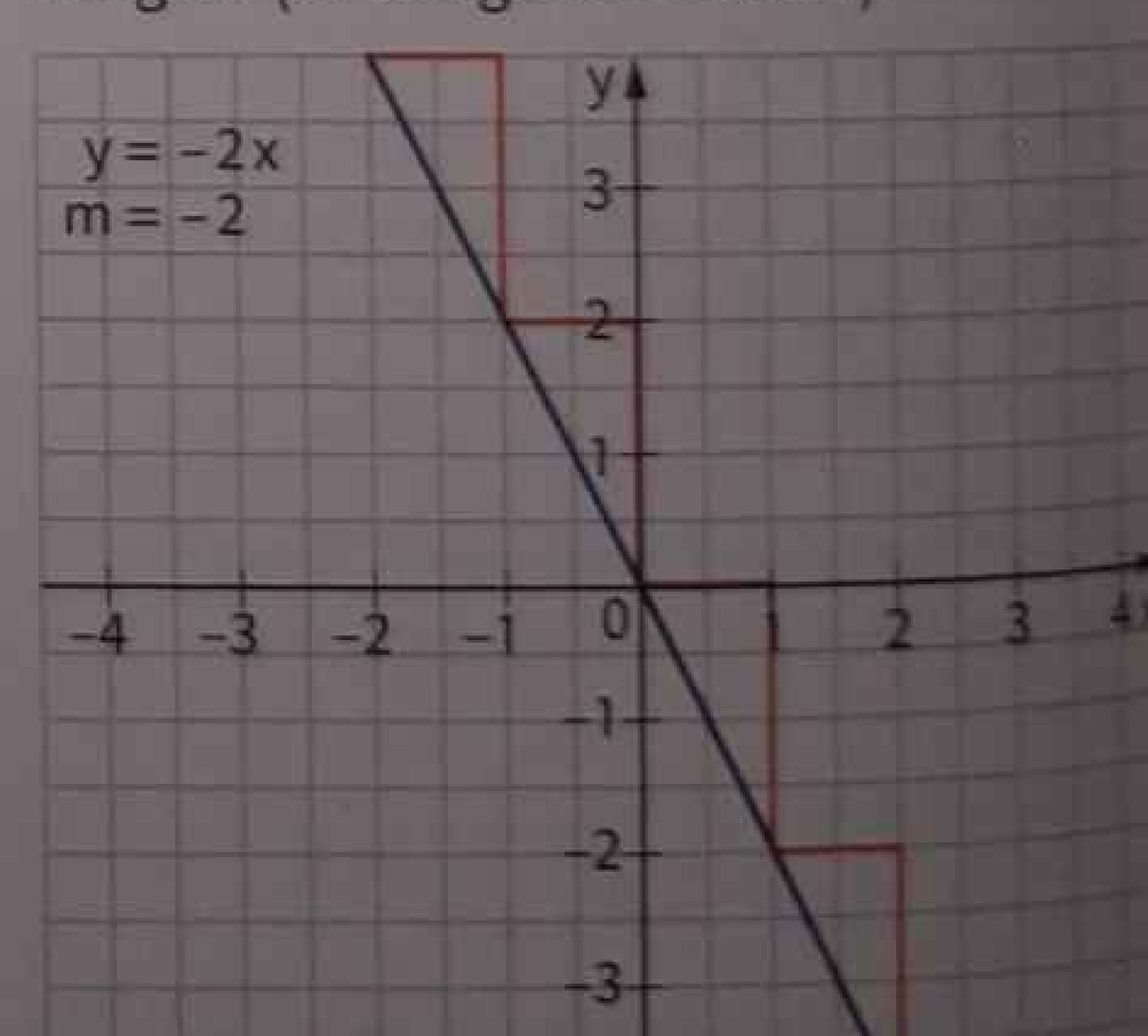
c) f(x) = 1,7x
g(x) = 3,3x

d) f: y = 2,8x
g: y = 4,6x

e) f(x) = 1,3x
g(x) = 4,7x

f) f: y = 0,8x
g: y = 1,3x

4 a) Gib jeweils die Längen der Dreieckseiten in x-Richtung und in y-Richtung an (in Längeneinheiten).

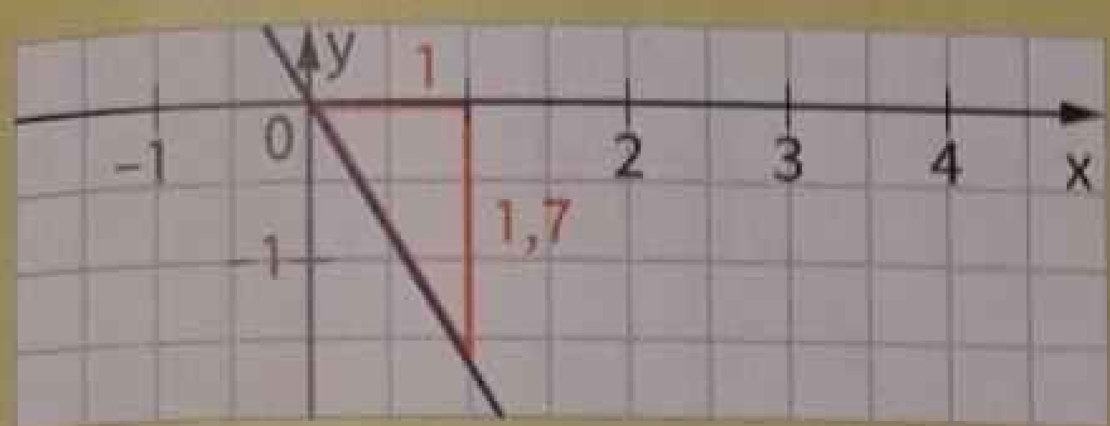


b) Übertrage das Koordinatensystem mit dem Graphen in dein Heft. Zeichne Steigungsdreiecke mit einer Seitenlänge von 2 Längeneinheiten in x-Richtung. Wie lang ist jeweils die Dreieckseite in y-Richtung?

So kannst du bei einer negativen Steigung ($m < 0$) den Funktionsgraphen mithilfe eines Steigungsdreiecks zeichnen:

$$y = -1{,}7x; \quad m = -1{,}7$$

Gehe vom Ursprung (0|0) aus 1 Längeneinheit nach rechts, dann 1,7 Längeneinheiten nach unten.



5 Zeichne die Funktionsgraphen mithilfe von Steigungsdreiecken in ein Koordinatensystem.

a) $f(x) = -3x$
$g(x) = -1{,}5x$

b) f: $y = -4x$
g: $y = -3{,}5x$

c) $f(x) = -2{,}5x$
$g(x) = -4{,}0x$

d) f: $y = -5x$
g: $y = -6{,}5x$

e) $f(x) = 2{,}7x$
$g(x) = -4{,}1x$
$h(x) = -2{,}3x$

f) f: $y = -3{,}1x$
g: $y = 2{,}8x$
h: $y = 1{,}6x$

6 Oft ist es sinnvoll, größere Steigungsdreiecke zu zeichnen.

$f(x) = 0{,}4x; \quad m = 0{,}4$

Steigungsdreiecke der Funktion f:

1 Längeneinheit nach rechts
0,4 Längeneinheiten nach oben

2 Längeneinheiten nach rechts
$2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8$ Längeneinheiten nach oben

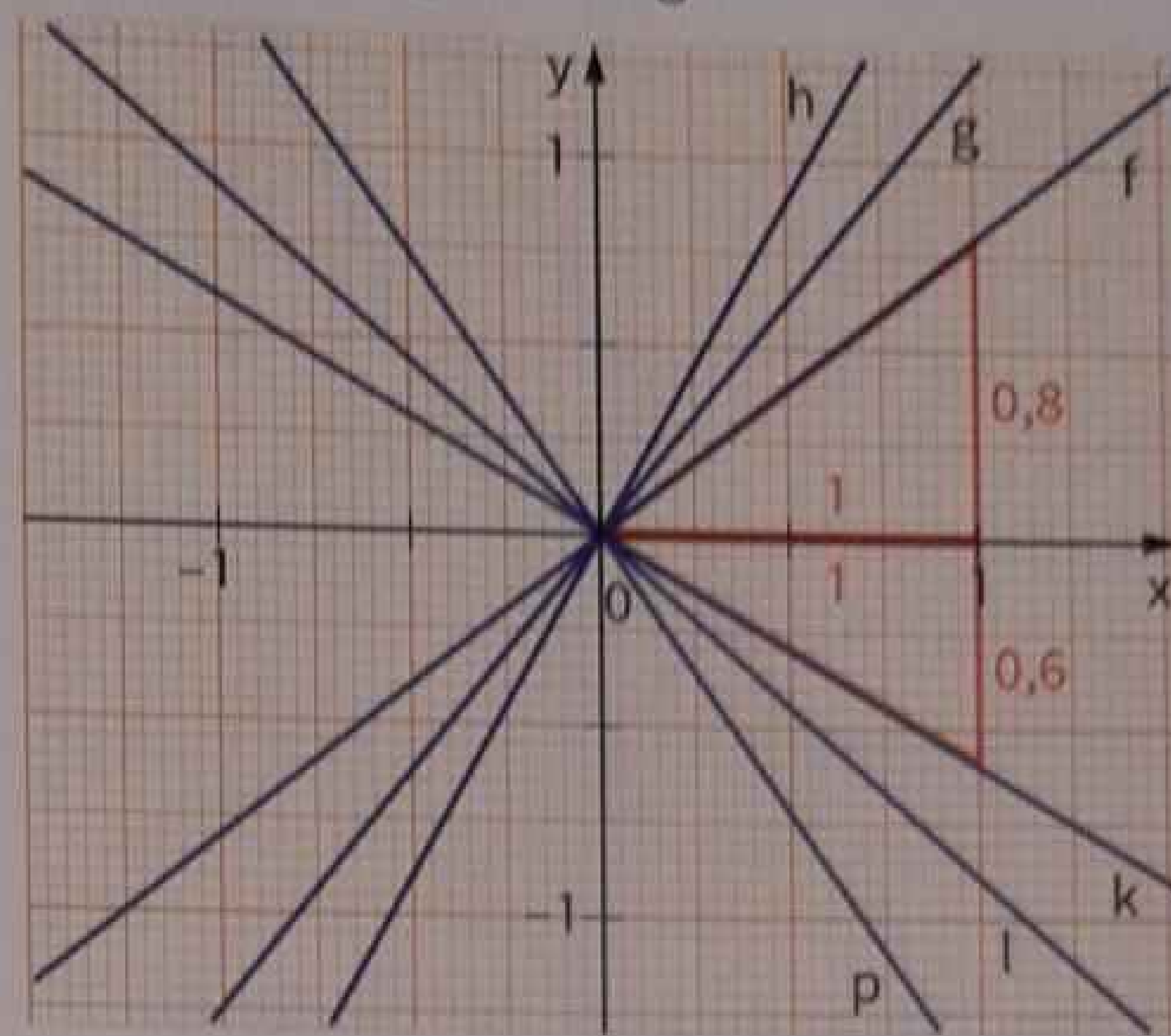
5 Längeneinheiten nach rechts
$5 \cdot 0{,}4 = 2$ Längeneinheiten nach oben

Berechne jeweils die Seitenlängen eines geeigneten Steigungsdreiecks und zeichne mit seiner Hilfe den Funktionsgraphen.

a) $f(x) = 0{,}5x$
$g(x) = -0{,}4x$

b) f: $y = 0{,}25x$
g: $y = -0{,}2x$

7 Lies aus dem Koordinatensystem die Steigungen der Geraden ab. Gib jeweils die Funktionsgleichung an.



Steigungsdreieck der Funktion f:

1 Längeneinheit nach rechts

0,8 Längeneinheiten nach oben ($m > 0$)

$m = 0{,}8$

Funktionsgleichung von f: $y = 0{,}8\,x$

Steigungsdreieck der Funktion k:

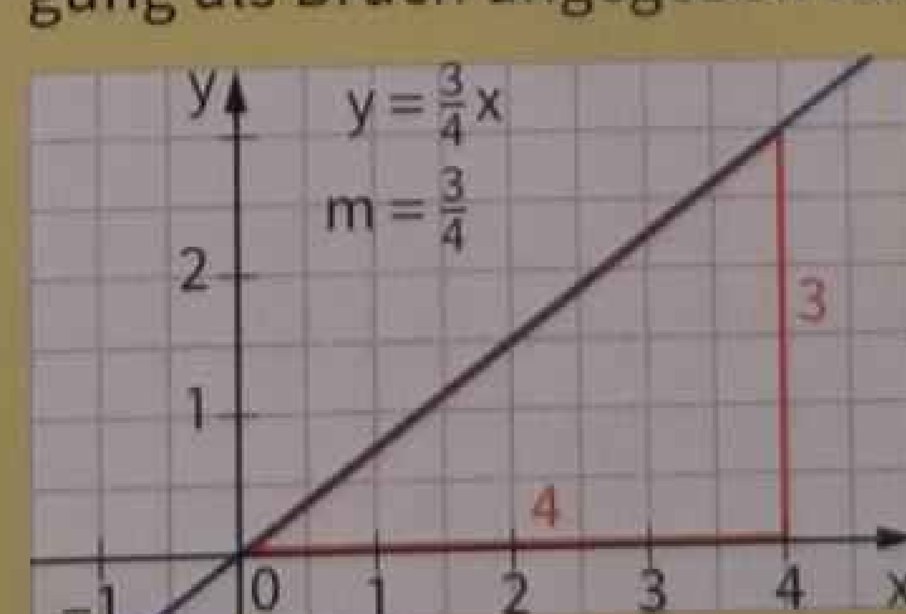
1 Längeneinheit nach rechts

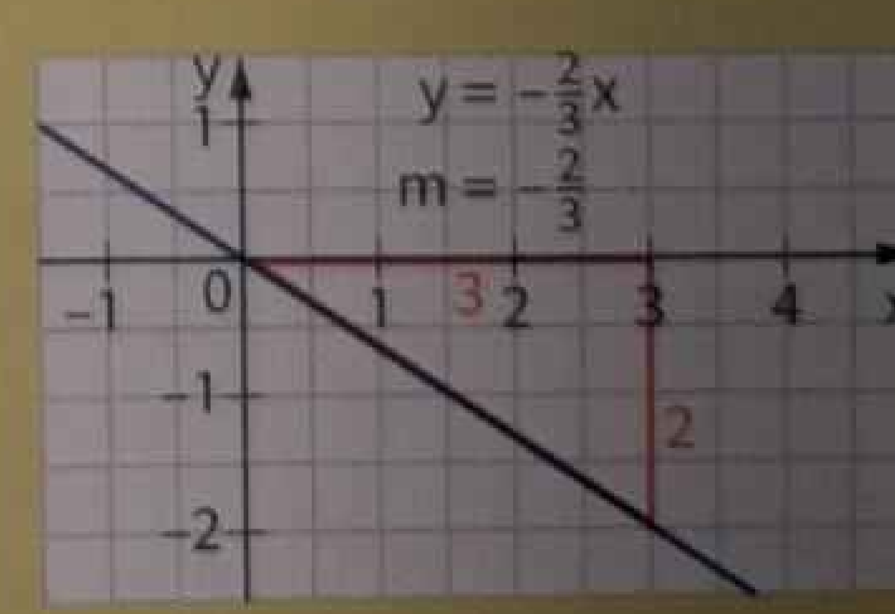
0,6 Längeneinheiten nach unten ($m < 0$)

$m = -0{,}6$

Funktionsgleichung von k: $y = -0{,}6\,x$

So kannst du ein Steigungsdreieck zeichnen, wenn die Steigung als Bruch angegeben ist:



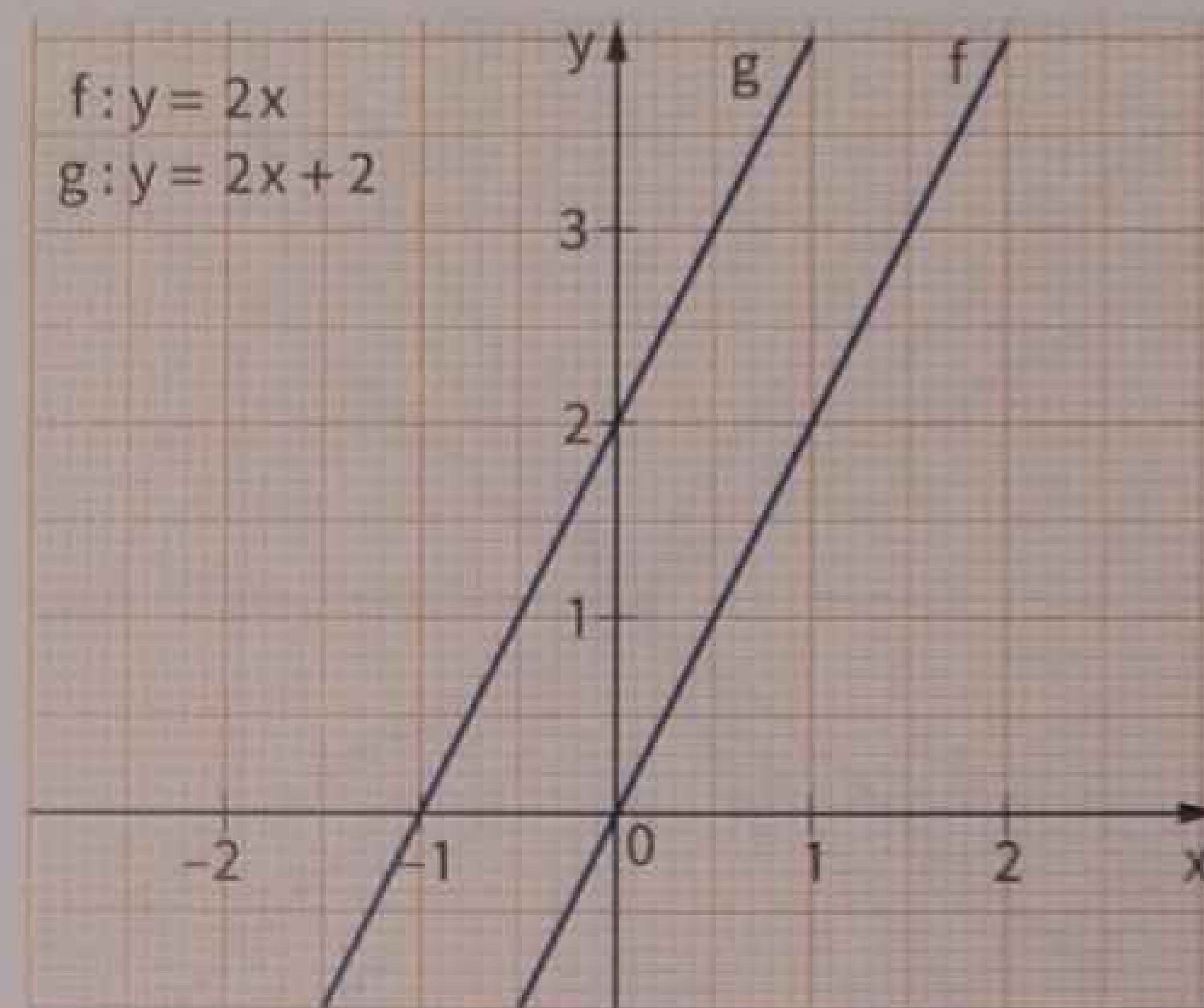


Der Nenner gibt an, wie viele Längeneinheiten du nach rechts gehen musst. Der Zähler gibt an, wie viele Längeneinheiten du bei einer positiven Steigung ($m > 0$) nach oben, bei einer negativen Steigung ($m < 0$) nach unten gehen musst.

8 Zeichne die Funktionsgraphen.

a) $y = \frac{3}{5}x$ b) $y = \frac{4}{7}x$ c) $y = -\frac{3}{2}x$

1 Im Koordinatensystem siehst du die Graphen der Funktionen f und g.



a) Beschreibe die Lage der beiden Graphen zueinander.
b) Übertrage die Graphen in dein Heft und bestimme jeweils die Steigung.

2 Die Funktionen h und k haben die Funktionsgleichungen h (x) = 2,5 x und k (x) = 2,5x − 2.
a) Übertrage die Wertetabelle in dein Heft und vervollständige sie. Berechne dazu zunächst die Funktionswerte von h. Vergleiche die Funktionswerte von h und k miteinander.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
h (x)	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
k (x)	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

b) Zeichne die beiden Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem. Was stellst du fest?

3 a) Zeichne die Graphen folgender Funktionen in ein Koordinatensystem:
f: y = 2x − 4; g: y = 1,5x − 3;
h: y = 2x + 2; k: y = 3x − 3.
b) Wo schneiden die Funktionsgraphen jeweils die y-Achse?

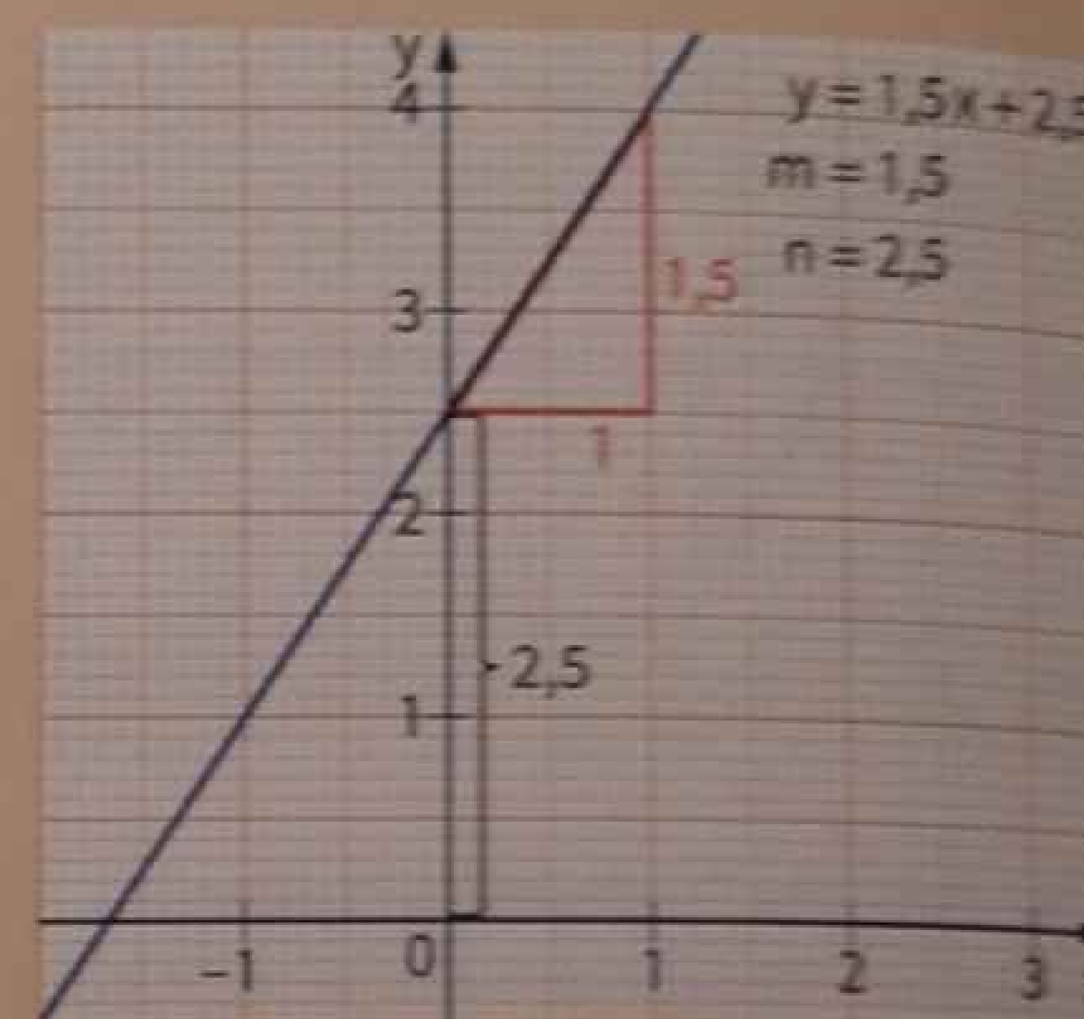
4 Gib die Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden mit der y-Achse an.

a) y = 2x + 3 b) y = x + 2
c) y = 1,5x − 3 d) y = −2x + 3
e) y = −x − 2 f) y = 2x + 0,5
g) y = −2x − 3 h) y = −1,5x − 3
i) y= −x + 2 k) y = −2x + 3

Du erhältst die y-Koordinate des Schnittpunktes mit der y-Achse, wenn du für x den Wert 0 einsetzt.

Funktionsgleichung von f:
y = 1,5x + 2,5

x	−1	0	1
y	1	2,5	4



1,5 gibt die Steigung der Geraden an.
m = 1,5

2,5 ist die Koordinate des Schnittpunktes mit der y-Achse und heißt **y-Achsenabschnitt.**
n = 2,5

Funktionen mit der Funktionsgleichung y = mx + n heißen **lineare Funktionen.** Ihre Funktionsgraphen sind Geraden.
Dabei gibt m die Steigung und n den y-Achsenabschnitt an; m und n können beliebige rationale Zahlen sein (m, n ∈ ℚ).

Für n = 0 ergibt sich die Form y = mx.

5 Prüfe, ob es sich jeweils um die Funktionsgleichung einer linearen Funktion handelt. Gib die Steigung m und den y-Achsenabschnitt n an.

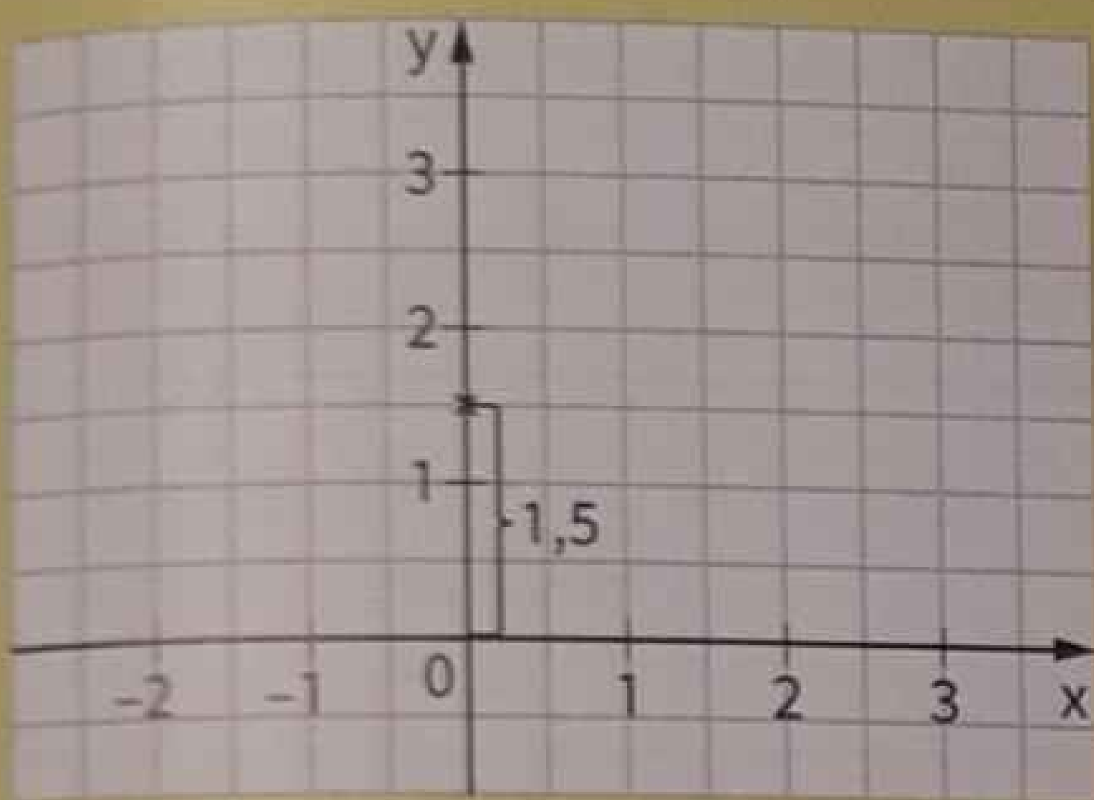
a) f: y = 3x + 4
g: y = 5x + 3
h: y = 4x − 7

b) f: y = −2x + 3
g: y = −3x − 4
h: y = 1,5x − 8

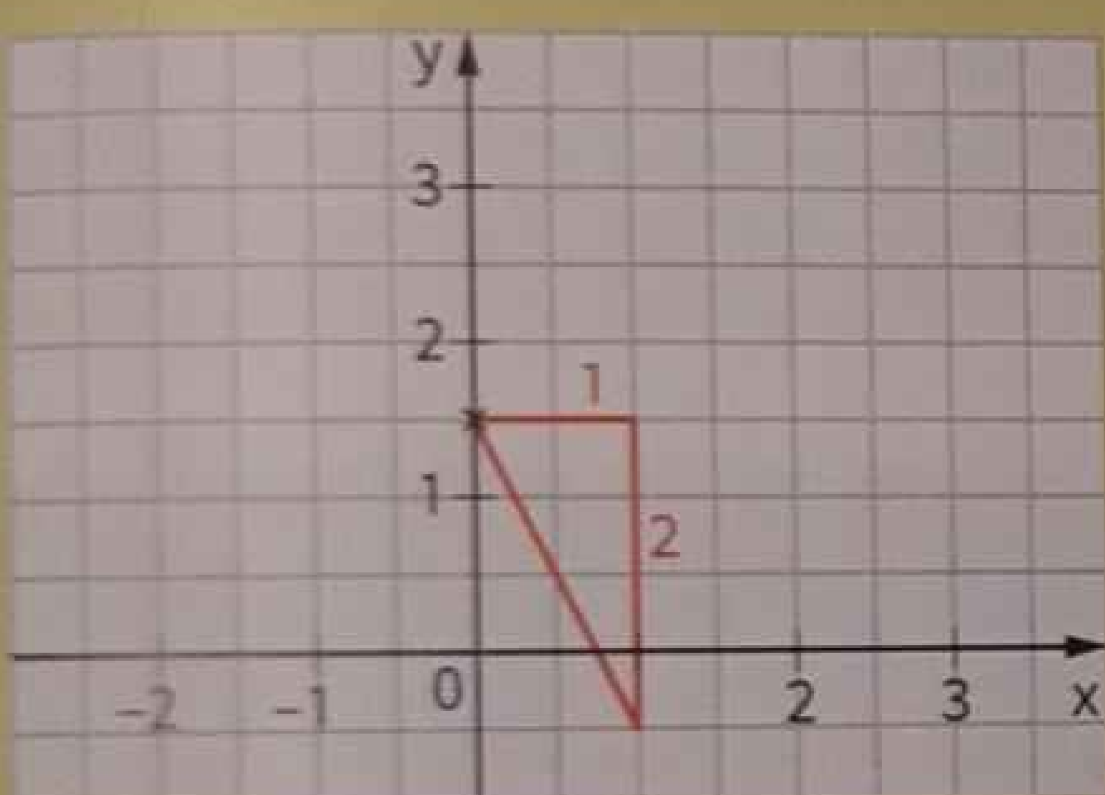
c) f: y = −4,2x
g: y = 0,2x + 1,8
h: y = x

d) f: y = 3
g: $y = -\frac{1}{2}$
h: y = 3x + 4

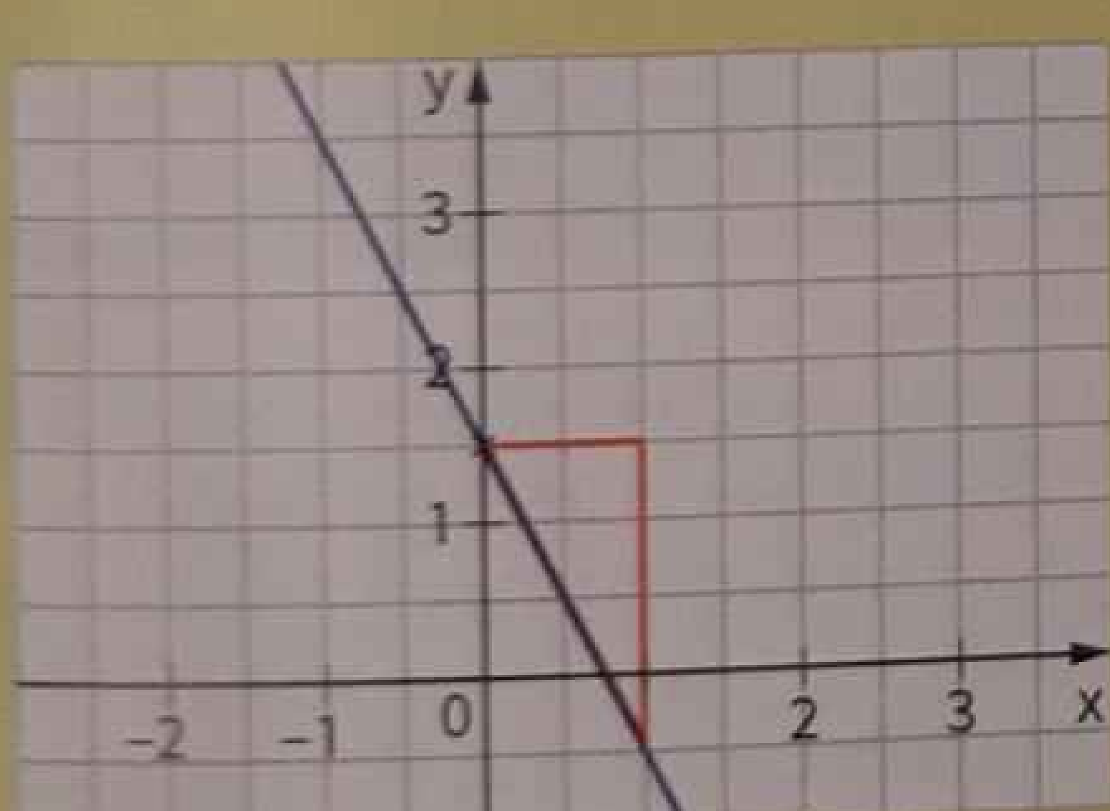
So kannst du den Graphen der linearen Funktion f mithilfe des y-Achsenabschnitts n und der Steigung m zeichnen: $f(x) = -2x + 1{,}5$



1. Markiere den y-Achsenabschnitt $n = 1{,}5$.



2. Zeichne das Steigungsdreieck zu $m = -2$.



3. Zeichne den Funktionsgraphen.

6 Zeichne die Funktionsgraphen wie im Beispiel in ein Koordinatensystem.

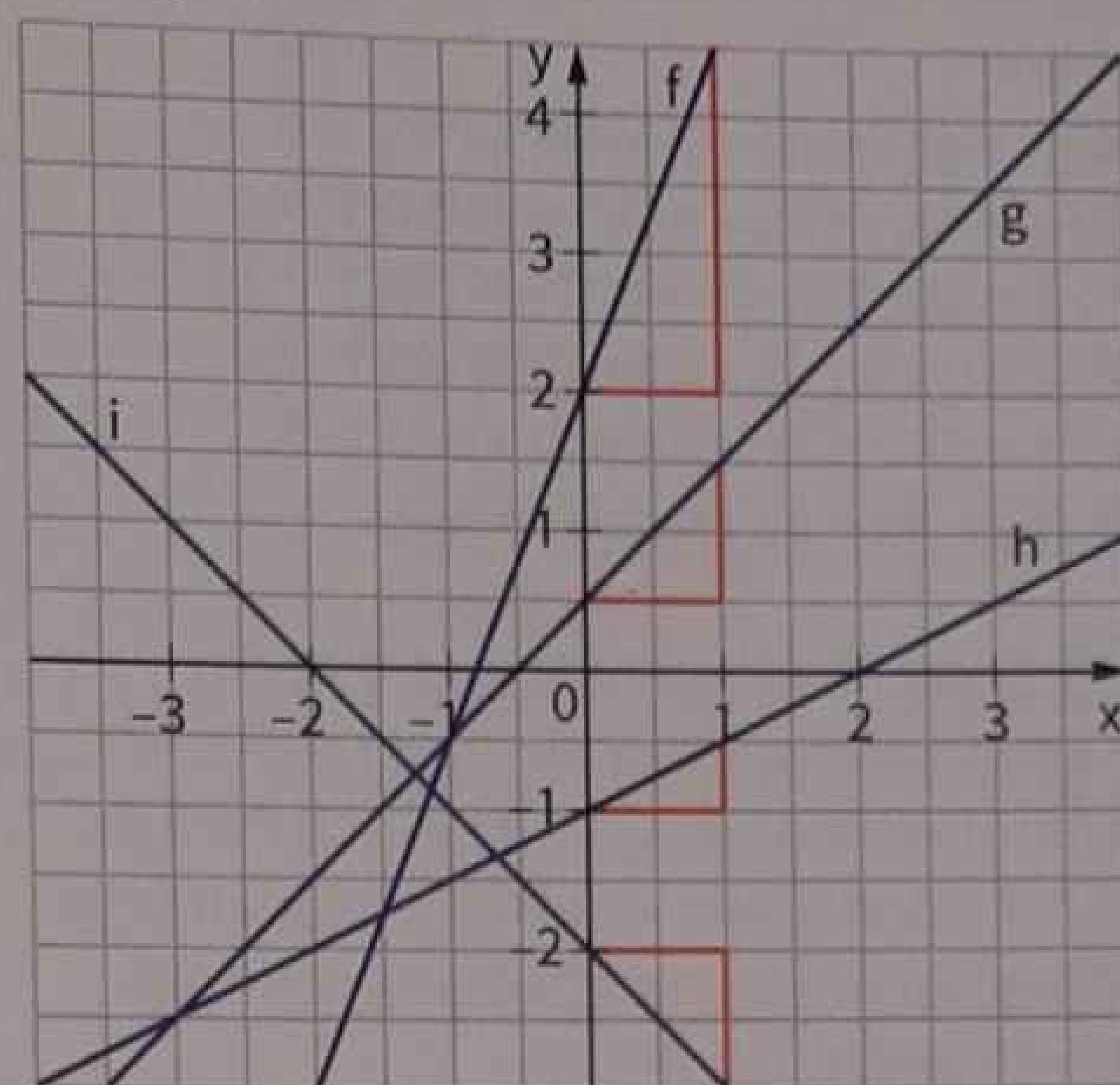
a) f: $y = -2x + 5$
g: $y = -2x + 3$
h: $y = -2x + 1$

b) f: $y = 1{,}5x - 4$
g: $y = 1{,}5x - 1$
h: $y = 1{,}5x + 1$

c) f: $y = 3x - 4$
g: $y = 3x + 1$
h: $y = -1x + 6$

d) f: $y = -1x - 2{,}5$
g: $y = 1x + 4{,}5$
h: $y = 2x - 1$

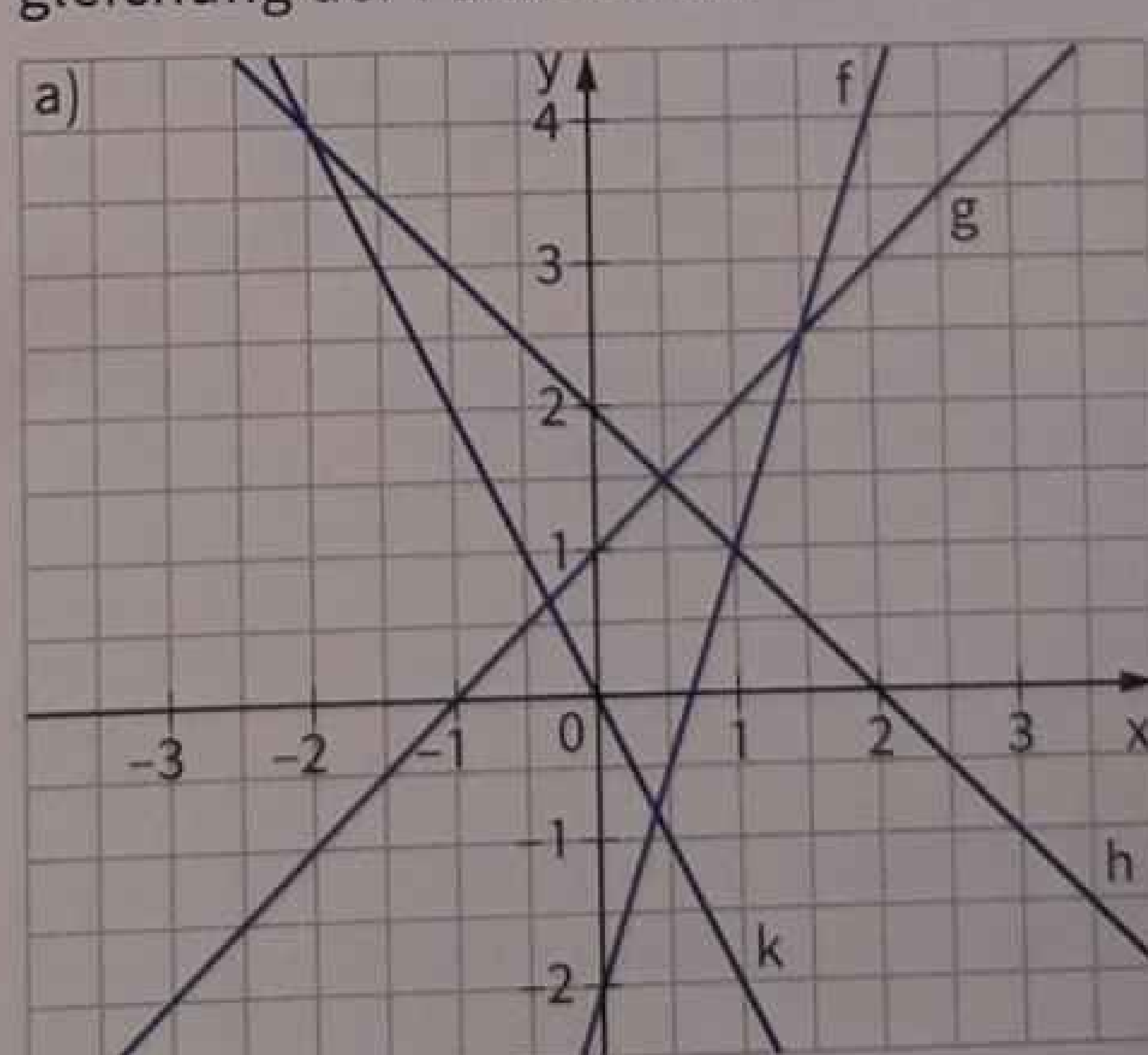
7 Lies aus dem Koordinatensystem jeweils den y-Achsenabschnitt n und die Steigung m ab. Gib die Funktionsgleichung an.



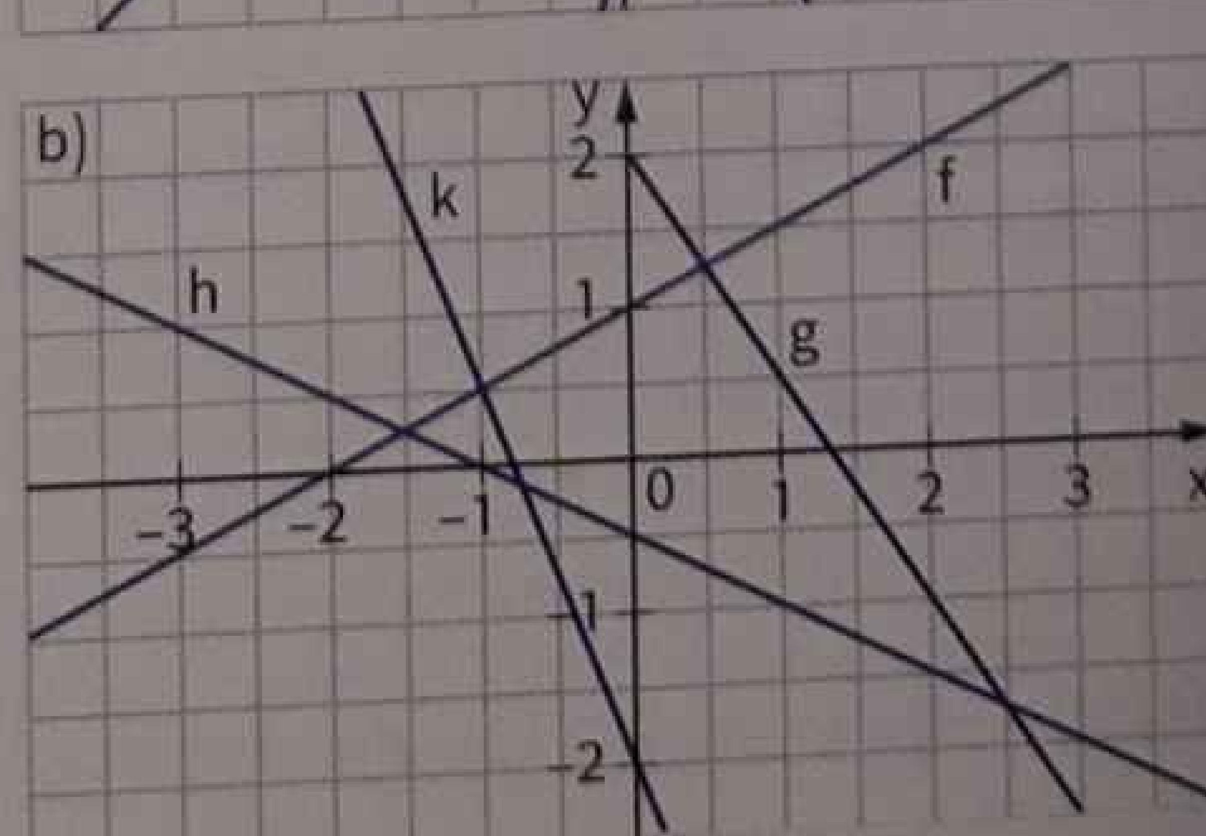
Funktion f
y-Achsenabschnitt: $n = 2$
Steigung: $m = 2{,}5$
Funktionsgleichung von f: $y = 2{,}5x + 2$

8 Lies aus dem Koordinatensystem jeweils den y-Achsenabschnitt n und die Steigung m ab. Gib dann die Funktionsgleichung der Funktion an.

a)



b)



Lineare Funktionen kompakt

Eine **Funktion** ist eine **eindeutige Zuordnung.** Jedem Element des **Definitionsbereichs (D)** wird genau ein Element des **Wertebereichs (W)** zugeordnet. Beide Elemente bilden ein Wertepaar.

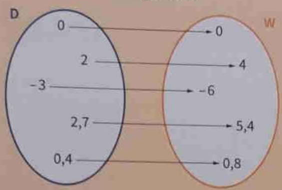
Zuordnungsvorschrift: Jeder Zahl $x \in D$ wird das Doppelte zugeordnet.

Wertetabelle

x	y
0	0
2	4
−3	−6
2,7	5,4
0,4	0,8

Wertepaar (2,7 | 5,4)

Pfeildiagramm



Zuordnungsvorschriften für Funktionen lassen sich häufig mithilfe von **Funktionsgleichungen** angeben.

Zuordnungsvorschrift: Jeder Zahl x wird das Doppelte zugeordnet.

Funktionsgleichung: f: $y = 2x$ oder $f(x) = 2x$

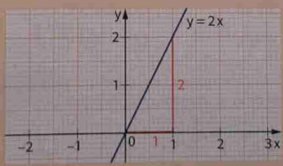
Funktionswert an der Stelle 2,7: $f(2{,}7) = 5{,}4$ lies: f von 2,7 gleich 5,4

Wird der Definitionsbereich einer Funktion nicht angegeben, so gilt $D = \mathbb{Q}$.

Funktionen mit der **Funktionsgleichung $y = mx$** sind besondere lineare Funktionen. Die **Funktionsgraphen** sind **Geraden** durch den **Ursprung. m** gibt die **Steigung** der Geraden an.

Funktionsgleichung: $y = 2x$

Steigung: $m = 2$



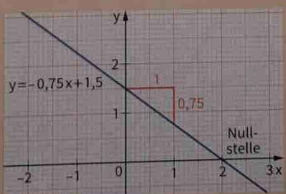
$y = mx$

Funktionen mit der **Funktionsgleichung $y = mx + n$** heißen **lineare Funktionen.** Ihre **Funktionsgraphen** sind **Geraden. m** gibt die **Steigung** der Geraden und **n** den **y-Achsenabschnitt** an.

Funktionsgleichung: $y = -0{,}75x + 1{,}5$

Steigung: $m = -0{,}75$

y-Achsenabschnitt: $n = 1{,}5$



$y = mx + n$