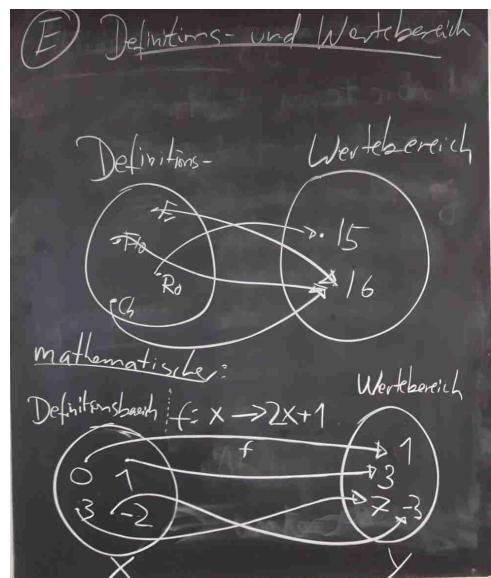


# Lineare Gleichungssysteme – und ihre Lösung

## Definitions- und Wertebereich

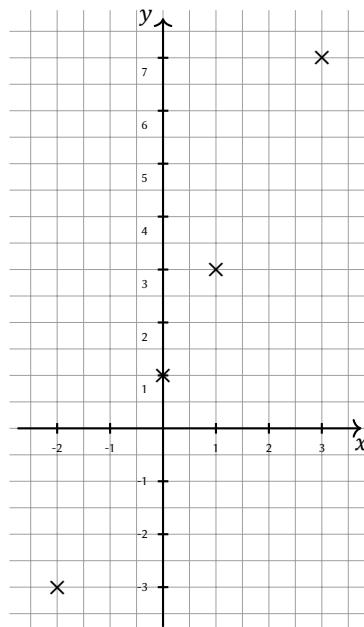
Weil es dem einen oder der anderen noch Probleme bereitete, was genau Definitions- und Wertebereich sind, haben wir das noch einmal an 2 kleinen Beispielen demonstriert. Das erste, obere ist eine sehr simple Funktion, die kein Rechnen beinhaltet. Wir bilden jeden Schüler auf sein/ihr Alter ab:



Wir sehen die grundlegende Eigenschaft von Funktionen: Sie sind eindeutige Abbildungen, dh. jedem Wert des Definitionsbereichs (Schüler) wird genau ein Alterswert zugeordnet. Von jedem Element der linken Menge geht genau ein Pfeil aus. Verschiedene Schüler können dasselbe Alter haben, daher gilt dies umgekehrt nicht: Bei Elementen der rechten Seite können beliebig viele Pfeile zusammenlaufen.

Die untere Hälfte des obigen Tafelbildes zeigt eine ganz normale (lineare) Funktion ( $y = 2x + 1$ ) mit einem etwas ungewöhnlichen Definitionsbereich: Nur 4 Zahlen. Diese werden auf 4 y-Werte abgebildet, die den Wertebereich bilden.

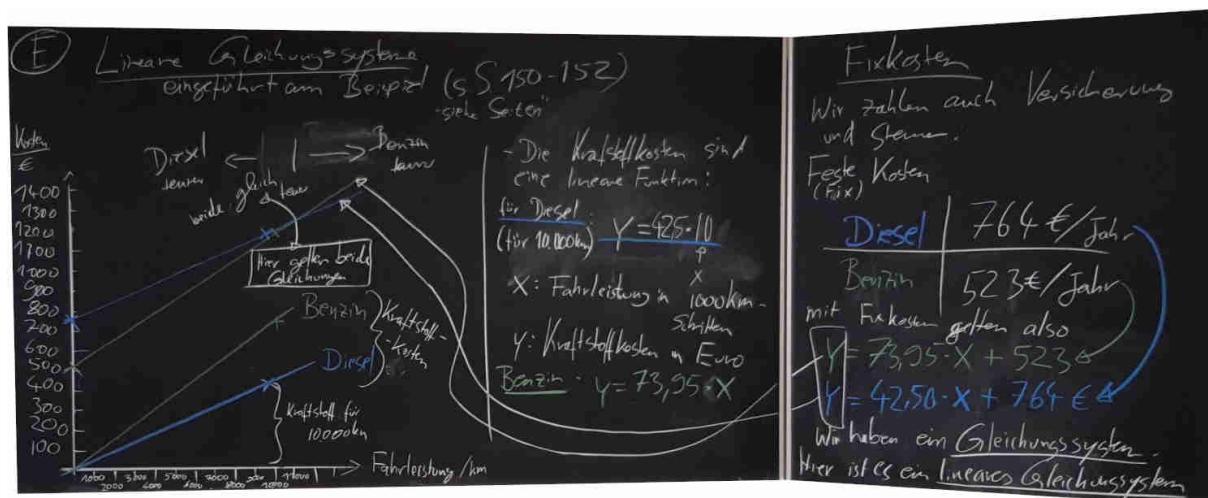
Diese 4  $x$  und  $y$ -Wertepaare bilden zusammen den *Graphen* der Funktion. Man kann sie als die Koordinaten von Punkten auffassen und zeichnen. Diese Darstellung des Funktionsgraphen sieht dann also so aus:



Weil Definitionsbereich und Wertebereich jeweils nur 4 Werte haben, ist der gesamte Graph der Funktion zeichnerisch darstellbar. Meist ist der Definitionsbereich gleich  $\mathbb{Q}$ , dann kann man nur einen Ausschnitt zeichnen.

# Lineare Gleichungssysteme lösen

## Das Gleichsetzungsverfahren



Wir halten fest: Wenn man mehrere Gleichungen gleichzeitig betrachtet, spricht man von einem Gleichungssystem. Hier haben wir den grundlegenden Fall des *linearen Gleichungssystems*.

- Im Schnittpunkt gelten beide Gleichungen
- Hier sind die  $y$ 's gleich.  
 $\Rightarrow$  Wir setzen gleich
 
$$73,95 \cdot x + 523 = 42,50 \cdot x + 764$$

$$73,95 \cdot x - 42,50 \cdot x = 764 - 523$$

$$31,45 \cdot x = 241 \quad | : 31,45$$

$$x = \frac{241}{31,45} = 7,662$$

$$\Rightarrow$$
 Bei 7662 km pro Jahr kost beide Autos dasselbe.  
 Einsetzen in beide Gleichungen gibt 1089 €

Dieses Verfahren funktioniert immer, wenn es gilt lineare Gleichungen zu lösen:

1. Beide linearen Funktionen gleichsetzen.
2. Auflösen nach  $x$ .
3. Das gefundene  $x$  in eine (oder zur Kontrolle besser beide) lineare Funktionen einsetzen.

Die ermittelten Werte für  $x$  und  $y$  sind die Koordinaten des Schnittpunktes.

Dies ist das sogenannte Gleichsetzungsverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme.