

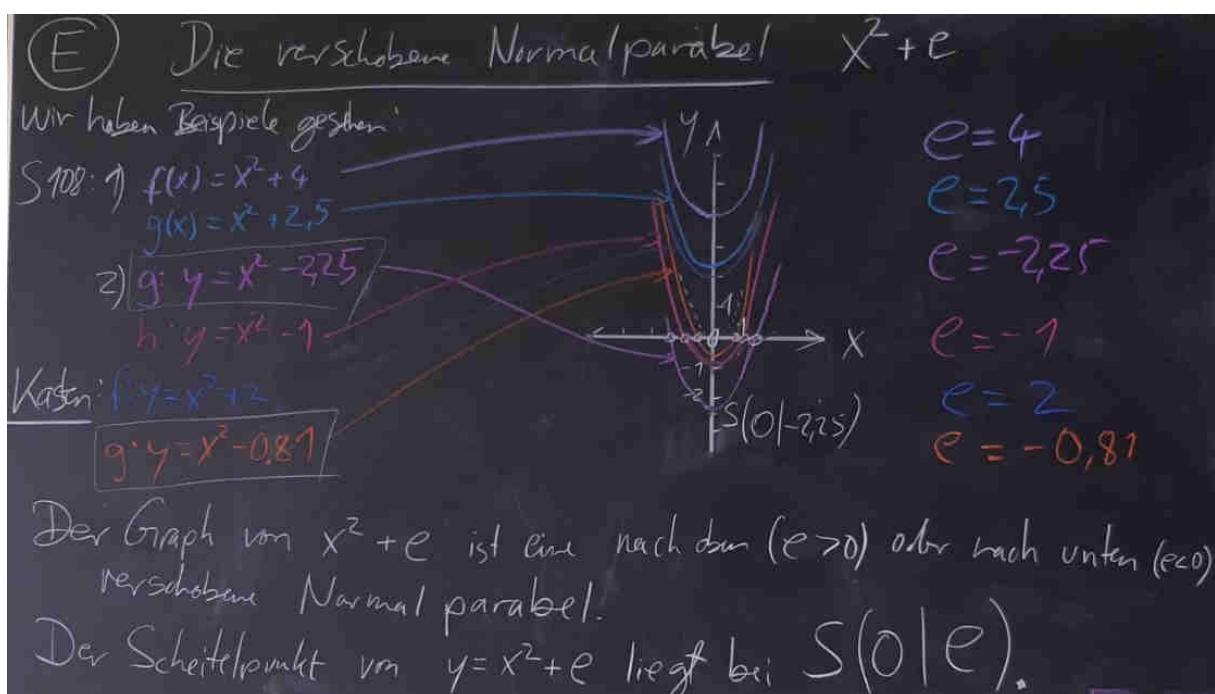
Die vertikal verschobene Normalparabel

vorab

Funktionen können auf unterschiedliche Art geschrieben werden:

verschiedene Schreibweisen	
$f(x) = x^2$	alles
$f: y = x^2$	gleichwertig
$f: x \rightarrow x^2$	

Wir betrachten nun Funktionen der Art $y = x^2 + e$ genauer. Dabei gehen wir von den Beispielen aus, die wir im Unterricht, in den Hausaufgaben und im Buch schon gesehen haben:



Aus diesen Bildern kann man auch die Zahl der Nullstellen schnell ablesen: Sie hängt vom Wert von e ab:

(E) Zahl der Nullstellen	
wieder $x^2 + e$	Zahl d. Nst
$e > 0$	0, keine Nullstelle
$e = 0$	1 Nullstelle (Normalparabel)
$e < 0$	2 Nullstellen

Doch wo genau liegen die Nullstellen?

Nun berechnen wir ganz allgemein: Was sind die Nullstellen von $x^2 + e$?

Was muss für eine Nullstelle gelten

$$f(x) = 0$$

für $g(x) = x^2 - 2,25$ heißt das

$$g(x) = 0$$

$$x^2 - 2,25 = 0 \quad |+2,25$$

$$x^2 = 2,25 \quad |\sqrt{}$$

$$x_1 = \sqrt{2,25} = 1,5 \quad \text{ist eine Lösung}$$

$$x_2 = -1,5 \quad \text{ist die andere} \\ = -\sqrt{2,25}$$

dasselbe allgemein

$$y = x^2 + e \quad (\text{allgemein})$$

Nullstelle ist bei

$$x^2 + e = 0 \quad |-e$$

$$x^2 = -e = -e \quad |\sqrt{}$$

$$\boxed{x_1 = -\sqrt{-e} \quad \begin{matrix} \text{Bsp:} \\ e = -1 \end{matrix}} \quad x_2 = \sqrt{-e}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-e}$$

Wir sehen also:

- Für $e > 0$ gibt es keine Lösung: Wenn e größer als 0 ist, dann ist $-e$ kleiner als Null. Aus einer negativen Zahl kann man keine Wurzel ziehen. Solche Funktionen haben also keine Nullstellen. Das stimmt mit der Beobachtung von oben überein, dass solche Funktionen eine Graphen haben, der vollständig über der x -Achse verläuft.
- Für $e = 0$ ergibt sich genau eine Nullstelle: Dann steht unter der Wurzel eine Null und die Nullstelle ist damit ebenfalls Null. Dies ist die Normalparabel.
- Für $e < 0$ ergeben sich 2 Nullstellen: Wenn e negativ ist, dann ist $-e$ positiv. Dann kann man die Wurzel aus $-e$ ziehen. Da beim Quadrieren das $-$ wegfällt, ist auch die negative Wurzel eine Lösung.