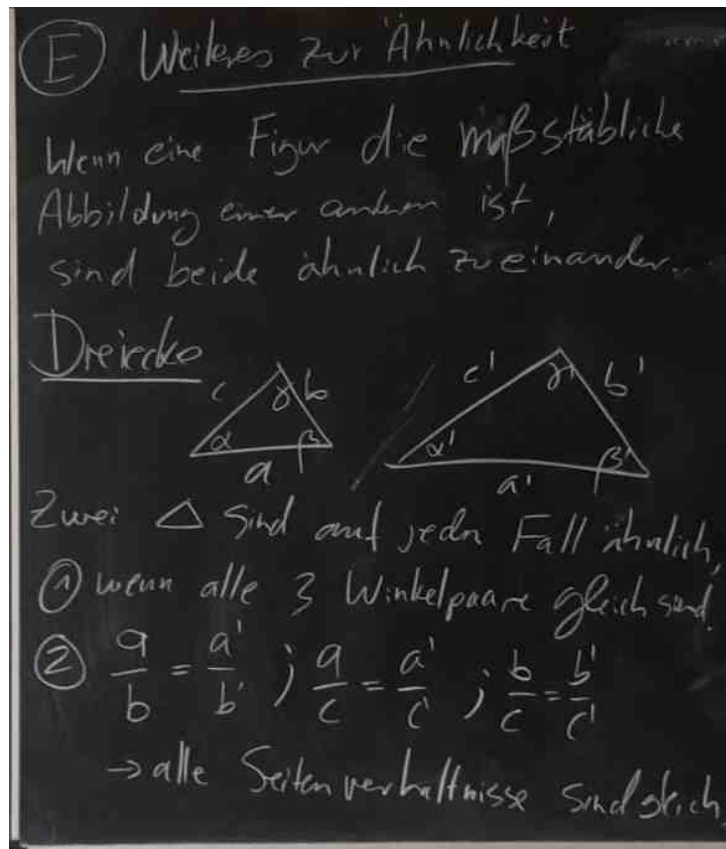


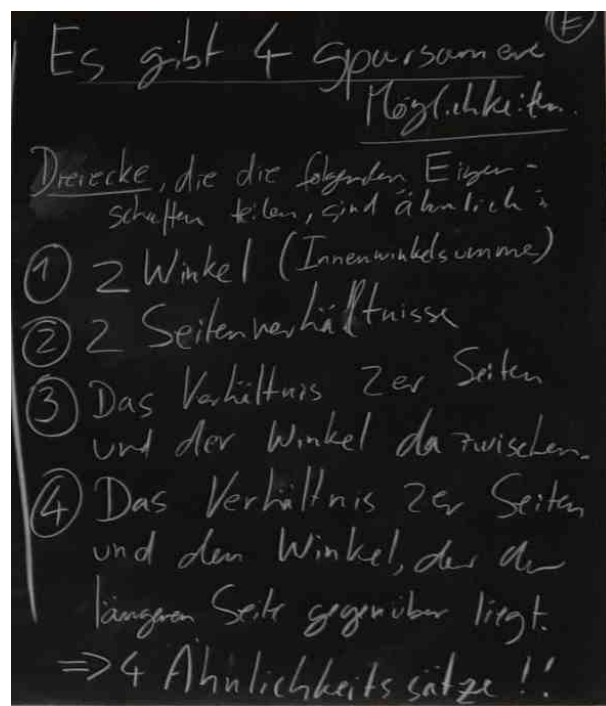
## Die 4 Ähnlichkeitssätze im Dreieck

### Erinnerung: Was heißt Ähnlichkeit?

Wir hatten den Begriff



Drei Winkel oder 3 Seitenverhältnisse zu überprüfen, voll anstrengend. Geht das einfacher? Es geht! Auf 4 Arten sogar.



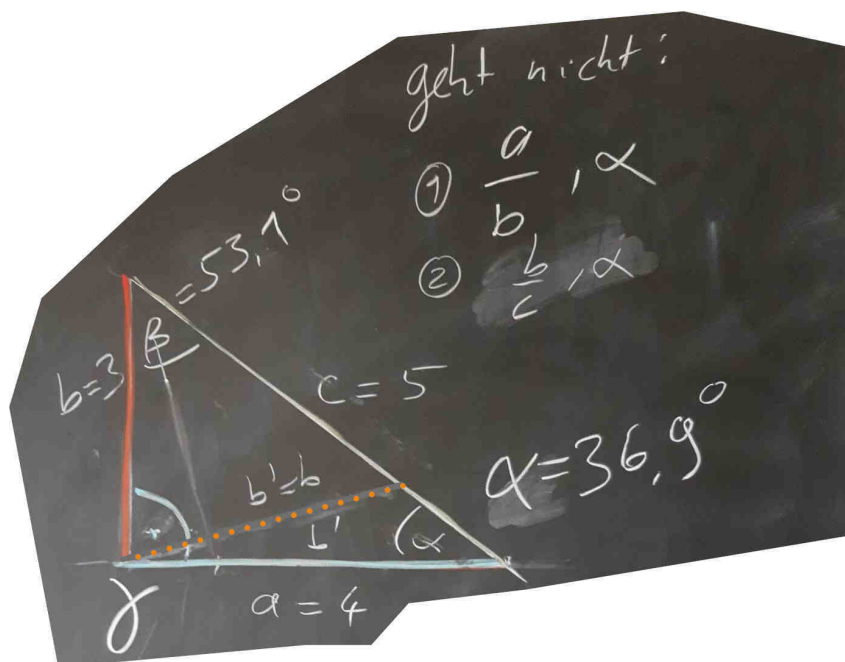
Dies sind also die berühmten 4 Ähnlichkeitssätze im Dreieck.

Wieso reichen zwei Seitenverhältnisse aus? Weil man sich das 3. ausrechnen kann. Im folgenden gehen wir davon aus, dass wir 2 Seitenverhältnisse für 2 Dreiecke bekannt und gleich sind. Wir haben das also so zu lesen, dass  $a$  und  $b$  Seitenlängen in einem Dreieck sind und  $a'$  und  $b'$  Seitenlängen in einem anderen Dreieck.

Handwritten derivation on a chalkboard showing the relationship between two triangles. It starts with two ratios:  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$  and  $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$ . The first ratio is rearranged to  $a = \frac{a'}{b'} \cdot b$ . The second ratio is rearranged to  $b = \frac{b'}{c'} \cdot c$ . These are then substituted into each other to find  $c$ :  $c = \frac{b \cdot c'}{b'}$ . A boxed summary shows  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$  and  $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$  leading to  $\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$ .

Es folgt also rechts unten: Das 3. Seitenverhältnis ist auch gleich.

Dann hatten wir uns überlegt, wieso der 4. Ähnlichkeitssatz so speziell sein muss: Es reicht nicht aus, ein Seitenverhältnis, zum Beispiel  $a/b$  zu haben und im Bild den Winkel  $\alpha$ :



Die gestrichelte Linie hat genau die Länge der ursprünglichen Seite  $b$ .

Das Dreieck, das aus der gestrichelten Seite, der Seite  $a$  und dem Winkel  $\alpha$  entsteht, hat genau dasselbe Seitenverhältnis  $a/b$  und denselben Winkel  $\alpha$ , ist aber offensichtlich ganz und gar nicht ähnlich zum Ausgangsdreieck. Wenn wir aber  $a/b$  und einen der beiden Winkel  $\beta$  oder  $\gamma$  kennen, ist solch eine Konstruktion nicht möglich.