

Die Standardabweichung

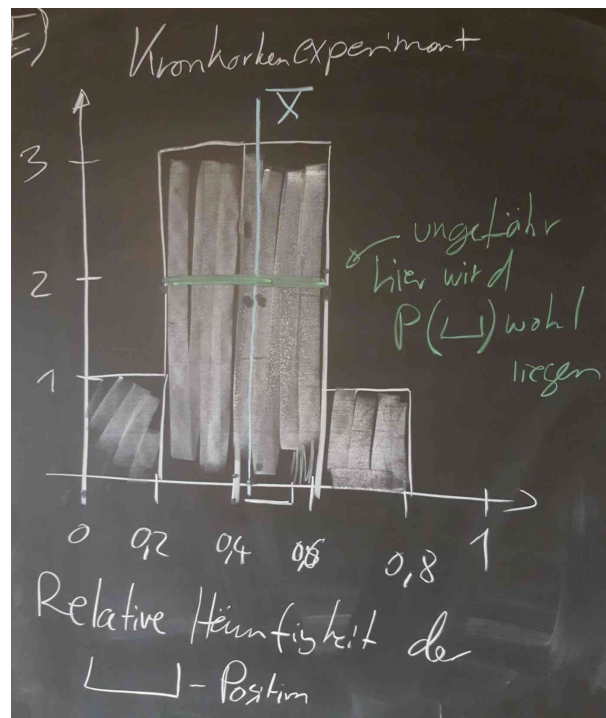
Heute ging es um die Frage: können wir die Breite einer Verteilung am sinnvollsten angeben?

Hintergrund: Unser Kronkorkenexperiment wollte die Wahrscheinlichkeit messen, mit der ein Kronkorken in einer der beiden möglichen Stellungen landet.

Wir bekommen 8 recht unterschiedliche Werte. Deren Mittelwert ist eine etwas genauere Angabe. Das ist aber noch lange nicht „die“ Wahrscheinlichkeit, um diese herausbekommen zu können, müssten wir sehr sehr (sehr) häufig werfen.

Wir würden also gerne angeben, wie breit unsere Daten streuen, wie gut wir ungefähr sagen können, wo die Wahrscheinlichkeit liegen könnte.

Unsere Technik, Histogramme zu zeichnen, hilft schon ein bisschen weiter. Wir können eine Vermutung eintragen. Dies ist hier der grüne Balken:



Im Vorbeigehen lernen wir die *Spannbreite* kennen.

Das einfachste Maß, die Breite einer Verteilung anzugeben, ist die Spannbreite:
$$\text{Maximum} - \text{Minimum} = 0,72 - 0,16 = 0,56$$

Wächst leider mit der Datenzahl.

Die nächste Idee, die man haben kann, ist der Mittelwert der Abweichungen. Wenn man den berechnet, stellt man leider fest, dass sich immer Null ergibt: Das ist ja der Sinn des arithmetischen Mittels: Einen Punkt zu finden, der genau in der Mitte aller Punkte liegt.

Welche Rechenoperation beseitigt aber alle Minusse? Richtig, das Quadrieren! Wenn wir nun den Mittelwert der quadratischen Abweichung berechnen, kommen wir leider auf etwas, das viel zu klein scheint, um die Breite der Verteilung zu beschreiben (0.028575).

E) Die Standardabweichung

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
0,56	$0,56 - 0,435 = 0,125$	0,015625
0,16	-0,275	0,075625
0,24	-0,195	0,038025
0,4	-0,035	0,001225
0,56	0,125	0,015625
0,4	-0,035	0,001225
0,72	0,285	0,081225
0,44	0,005	0,000025

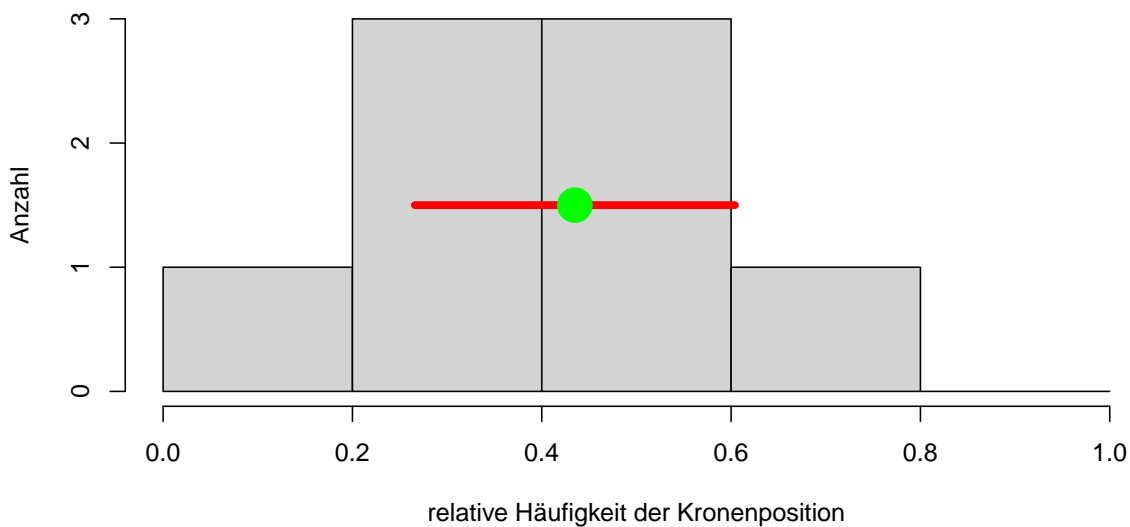
Wir ziehen die Wurzel:
 $\sqrt{0,028575} \approx 0,1690$
 Dies ist die Standardabweichung

die Varianz

① $\bar{X} = 0,435$ (arithmetisches Mittel)
 ② $X - \bar{X}$
 ③ $(X - \bar{X})^2$
 ④ $0,028575$ (arithmetisches Mittel)
 ⑤ $\sqrt{0,028575}$

Wenn wir aus diesem Wert dann wieder die Wurzel ziehen, bekommen wir etwas, das sehr viel besser passt, die **Standardabweichung**. Diese ist also die Wurzel aus dem Mittelwert der quadrierten Abweichungen vom Mittelwert.

Wenn wir diese in unser Histogramm eintragen, so sehen wir, dass die Standardabweichung rechts und links neben dem Mittelwert eine gute Breite der Verteilung gibt:



Zur Zusammenfassung hier noch einmal ein Rezept für die Berechnung der Standardabweichung:

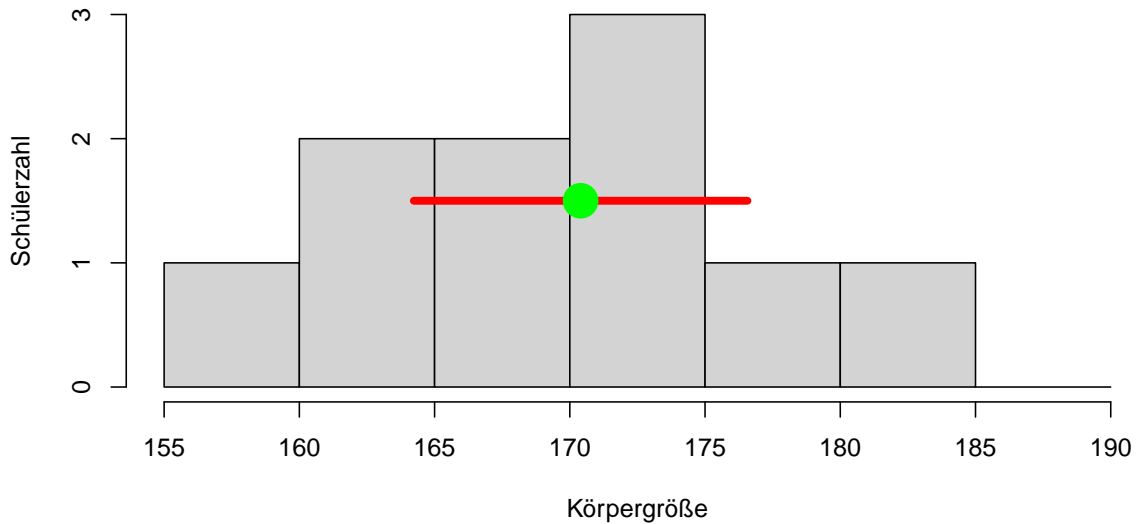
Rezept Standardabweichung

- ① arithmetisches Mittel
- ② Abstände vom arithmetischem Mittel
- ③ Quadrieren
- ④ arithmetisches Mittel davon.
- ⑤ Wurzel ziehen.

Das Körpergrößenbeispiel

Achtung: Heute im Unterricht am Ende fehlte die letzte Zahl.

Für die gemessenen Körpergrößen, nämlich jeweils 171, 176, 174, 169, 182, 165, 160, 167, 165, 175 cm, ergibt sich das folgende Histogramm. Der Mittelwert und, jeweils nach rechts und nach links ist wieder die Standardabweichung eingetragen. Diese beträgt gerundet 6,168 cm.



Wir sehen wieder sehr schön wie die Standardabweichung die Breite der Verteilung beschreibt.