

Die Satzgruppe des Pythagoras

Eine Erinnerung an die Wurzelrechnung

F Erinnerung Wurzelrechnung

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b}$$
$$\sqrt{b} \cdot \sqrt{b \cdot a} = \sqrt{b \cdot b \cdot a} \\ = \sqrt{b^2 \cdot a} = b \sqrt{a}$$
$$\sqrt{(a+b)^2} = a+b$$
$$\sqrt{a^2 - b^2} = \text{kann nicht vereinfacht werden!}$$
$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$$

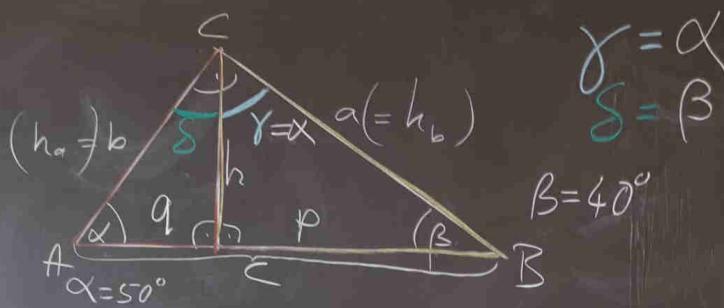
Es gibt keine allgemeine Regel, die es erlaubt die Wurzel aus Summen und Differenzen aufzuteilen oder zu vereinfachen.

Bei Aufgaben: Achtet darauf Rechnungen korrekt auf einzelne Zeilen zu verteilen und die Einheiten korrekt mitzunehmen.

S. 67. 15

$$V = 50,27 \text{ m}$$
$$h = 15 \text{ m}$$
$$r^2 + h^2 = c^2 \quad | \sqrt{}$$
$$c = \sqrt{r^2 + h^2}$$
$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \quad | : (2\pi)$$
$$\frac{U}{2\pi} = r$$
$$= 8 \text{ m}$$
$$c = \sqrt{(8 \text{ m})^2 + (15 \text{ m})^2}$$
$$= \sqrt{289 \text{ m}^2}$$
$$= 17 \text{ m}$$

(E) In Richtung Höhen- und Kathetensatz



Wenn $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann gilt außerdem:

$$\begin{aligned} b^2 &= c \cdot q \\ a^2 &= c \cdot p \\ h^2 &= p \cdot q \end{aligned}$$

Kathetensatz
Höhensatz

bisher
nur eine
Vermutung

Eine Vermutung sind die beiden Sätze an dieser Stelle, weil wir sie nur aus 4 Beispielen hergeleitet haben.

Die konkreten Werte für die Winkel $\beta = 40^\circ$ und $\alpha = 50^\circ$ sind reine Schätzungen um es etwas anschaulicher zu machen.

Die Gleichheit $\gamma = \alpha$ und $\delta = \beta$ gilt, da die Innenwinkelsumme im Dreieck immer gleich 180° ist. Aus diesen Winkelgleichheiten können wir sehr schnell einen Beweis für den Höhensatz ableiten:

(E) Beweis des Höhensatzes

Alle 3 Dreiecke sind ähnl. (Jeweils gleiche Winkel)
(linkes Dreieck, rechtes Dreieck und das große)
 \Rightarrow Seitenverhältnisse gleich!

$$\frac{q}{h} = \frac{h}{p} \quad | \cdot h$$

$$q = \frac{h^2}{p} \quad | \cdot p$$

$$p \cdot q = h^2$$

Der Höhensatz ist schnell nach p und q aufgelöst:

$$\begin{aligned} h^2 &= p \cdot q \quad | : q \\ \frac{h^2}{q} &= p \\ \frac{h^2}{p} &= q \end{aligned}$$