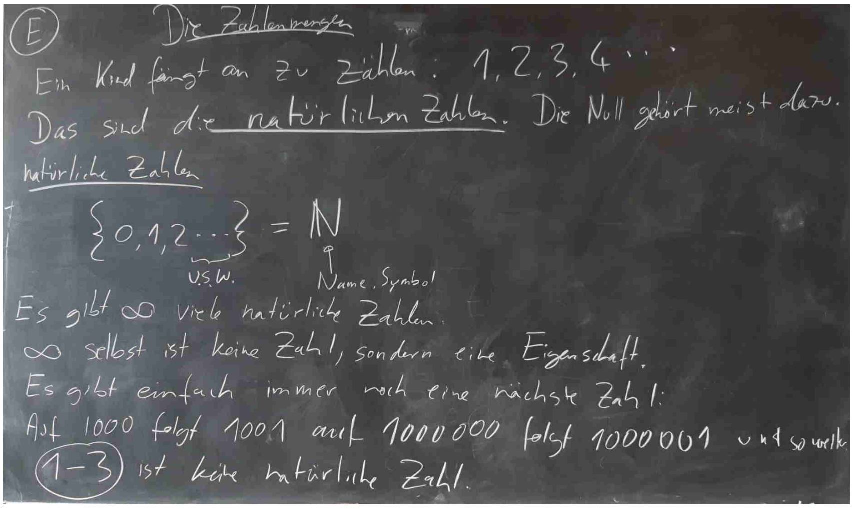
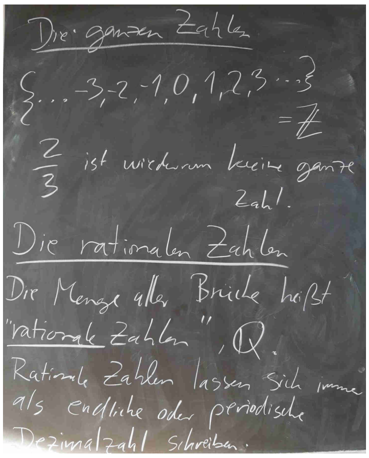
Die Zahlenmengen

Der Sache nach sind das natürlich sehr grundlegende Erinnerungen. Aber wir brauchen die Bezeichnungen und Symbole um sinnvoll weitermachen zu können.





Die natürlichen Zahlen sind also eine Teilmenge der ganzen Zahlen. Die ganzen Zahlen sind eine Teilmenge der rationalen Zahlen.

Entsprechend gilt

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
Ist die 1 in	ja	ja	ja
Ist die 0 in	ja	ja	ja
Ist die -1 in	nein	ja	ja
Ist die -0,1 in	nein	nein	ja
Ist die $\frac{1}{3}$ in	nein	nein	ja
Ist $\sqrt{3}$ in	nein	nein	??

Mit dem letzten Punkt werden wir uns ein bisschen genauer auseinandersetzen.

An dieser Stelle fehlt das Bild eines relativ komplexen Tafelbildes. Das ist aber nicht besonders schlimm, wir brauchen daraus nur sehr einfache Dinge:

Einen Zahlenbereich nennt man ein *Intervall*. Ein Intervall ist also die Menge aller Zahlen zwischen einer unteren und einer oberen Grenze. Das Intervall zwischen 1 und 2 kann man also schreiben als

$$[1; 2]$$

Die 1 liegt in diesem Intervall, ist also Element dieser Menge. Die Zahl 1,5 oder $\frac{3}{2}$ ebenfalls. 3 aber natürlich nicht. So einfach ist der Begriff des Intervalls..

Nun ist es so, dass der Durchschnitt 2er rationaler Zahlen wieder eine rationale Zahl ist. Nehmen wir die Zahlen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$. Ihr Mittelwert liegt bei

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{2}=\frac{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}}{2}=\frac{\frac{5}{6}}{2}=\frac{5}{12}$$

Aus diesem Beispiel sehen wir: zwischen 2 Brüchen liegt also immer ein anderer Bruch. Dasselbe anders gesagt: zwischen 2 rationalen Zahlen liegt eine rationale Zahl. Weil man das wiederholen kann und wieder und wieder, kann man auch sagen:

Zwischen 2 rationalen Zahlen liegen immer unendlich viele andere rationale Zahlen, egal wie eng sie beieinander liegen.

Es scheint schwer vorstellbar, dass dazwischen noch irgendeine andere Art Zahlen Platz haben kann.