

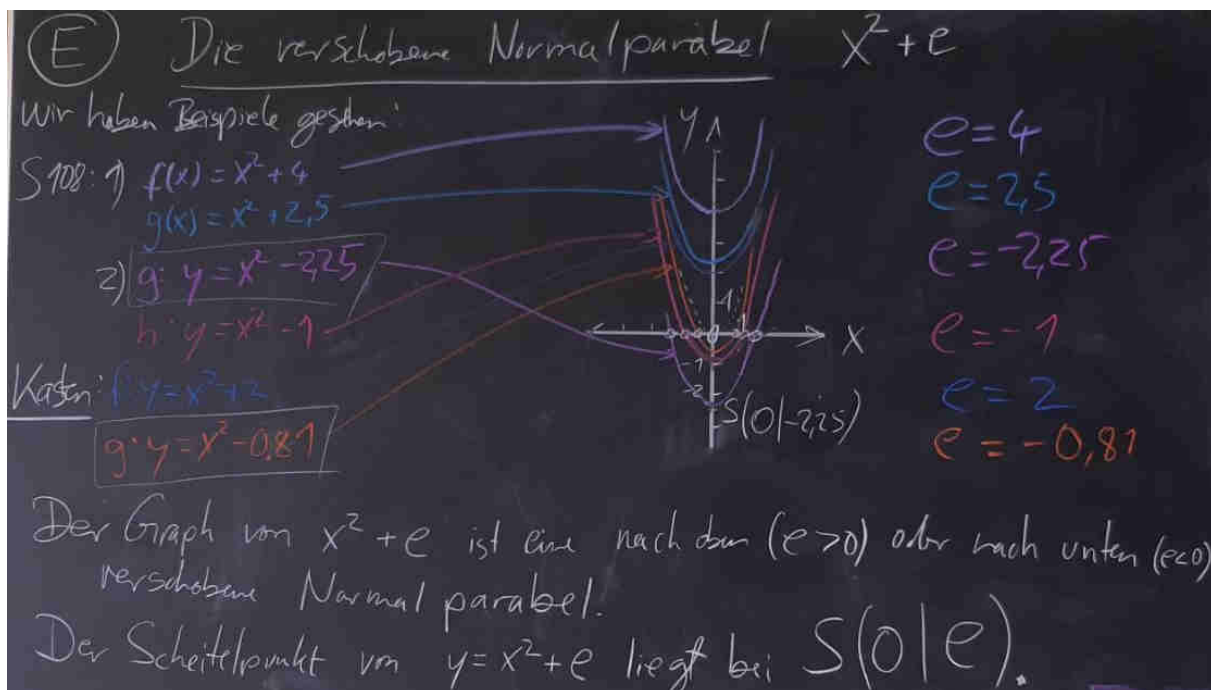
# Die vertikal verschobene Normalparabel

## vorab

Funktionen können auf unterschiedliche Art geschrieben werden:

verschieden	alles gleich- wertig
$f(x) = x^2$	
$f: y = x^2$	
$f: x \rightarrow x^2$	
Schreibweisen	

Wir betrachten nun Funktionen der Art  $y = x^2 + e$  genauer. Dabei gehen wir von den Beispielen aus, die wir im Unterricht, in den Hausaufgaben und im Buch schon gesehen haben:



Aus diesen Bildern kann man auch die Zahl der Nullstellen schnell ablesen: Sie hängt vom Wert von  $e$  ab:

(E) Zahl der Nullstellen

wieder  $x^2 + e$

	Zahl d. Nst
$e > 0$	0, keine Nullstelle
$e = 0$	1 Nullstelle (Normalparabel)
$e < 0$	2 Nullstellen

Doch wogegen liegen die Nullstellen?

Nun berechnen wir ganz allgemein: Was sind die Nullstellen von  $x^2 + e$ ?

Was muss für eine Nullstelle gelten

$$f(x) = 0$$

für  $g(x) = x^2 - 2,25$  heißt das

$$g(x) = 0$$

$$x^2 - 2,25 = 0 \quad | +2,25$$

$$x^2 = 2,25 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x_1 = \sqrt{2,25} = 1,5 \quad \text{ist eine Lösung}$$

$$x_2 = -1,5 \quad \text{ist die andere}$$

$$= -\sqrt{2,25}$$

das selbe allgemein

$$y = x^2 + e \quad (\text{allgemein})$$

Nullstelle ist bei

$$x^2 + e = 0 \quad | -e$$

$$x^2 = 0 - e = -e \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x_1 = \sqrt{-e}$$

$$x_2 = -\sqrt{-e}$$

Bsp:  
 $e = -1$   
 $x_{1,2} = \pm 1$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-e}$$

Wir sehen also:

- Für  $e > 0$  gibt es keine Lösung: Wenn  $e$  größer als 0 ist, dann ist  $-e$  kleiner als Null. Aus einer negativen Zahl kann man keine Wurzel ziehen. Solche Funktionen haben also keine Nullstellen. Das stimmt mit der Beobachtung von oben überein, dass solche Funktionen eine Graphen haben, der vollständig über der  $x$ -Achse verläuft.
- Für  $e = 0$  ergibt sich genau eine Nullstelle: Dann steht unter der Wurzel eine Null und die Nullstelle ist damit ebenfalls Null. Dies ist die Normalparabel.
- Für  $e < 0$  ergeben sich 2 Nullstellen: Wenn  $e$  negativ ist, dann ist  $-e$  positiv. Dann kann man die Wurzel aus  $-e$  ziehen. Da beim Quadrieren das  $-$  wegfällt, ist auch die negative Wurzel eine Lösung.