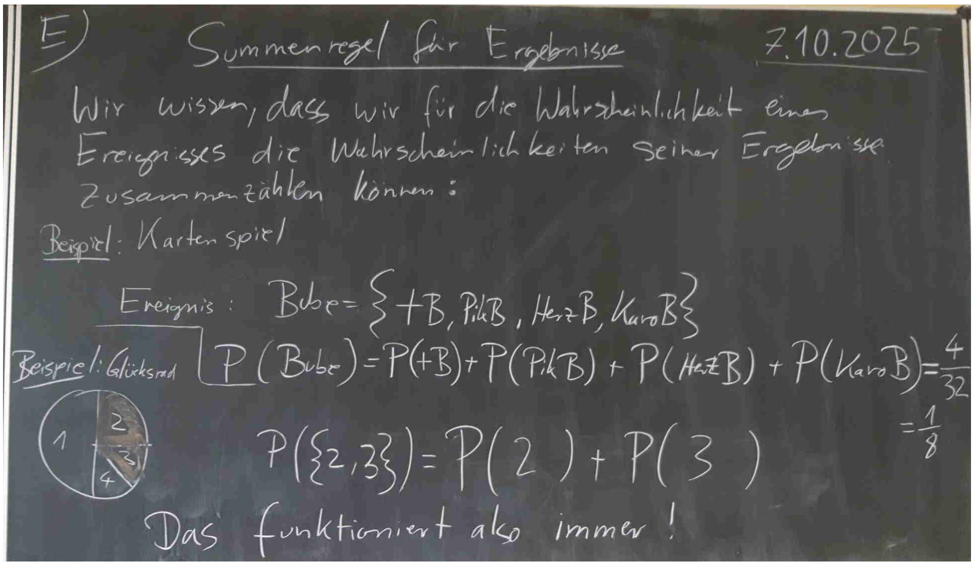
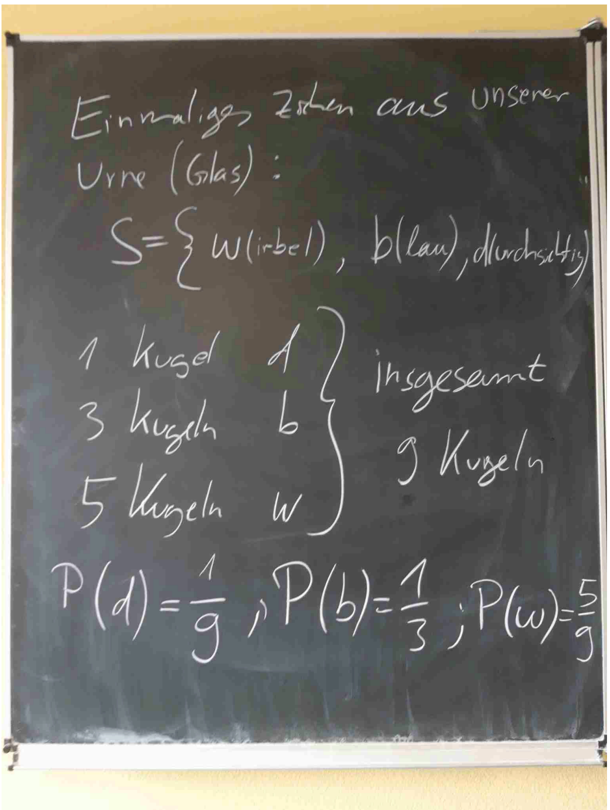
Auf dem Weg zu Wahrscheinlichkeitsbäumen

Summenregel

Dies haben wir in der letzten Stunde erarbeitet, hier noch einmal eine Zusammenfassung:



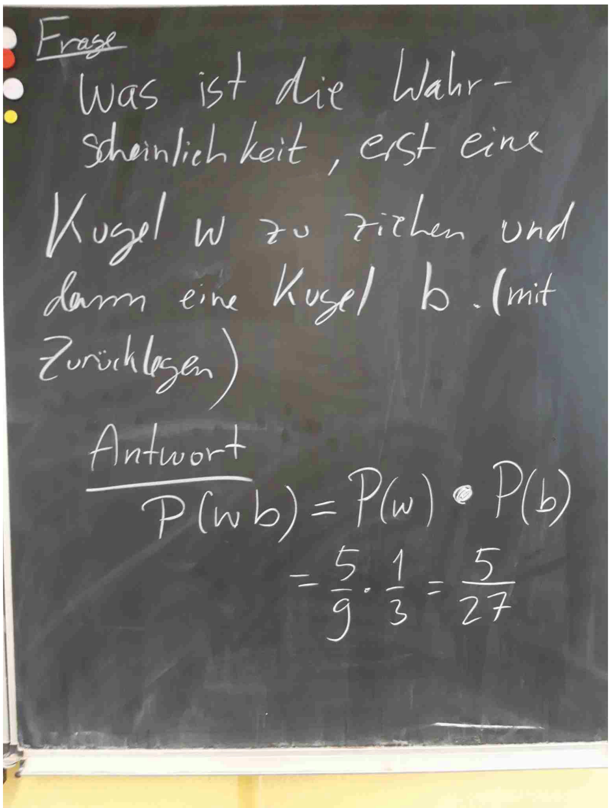
Nun führen wir eine Urne ein, wir hatten eine echte Urne auf dem Tisch stehen. Es gab 3 Sorten Kugeln. Die Wahrscheinlichkeiten für eine Ziehung sind klar:



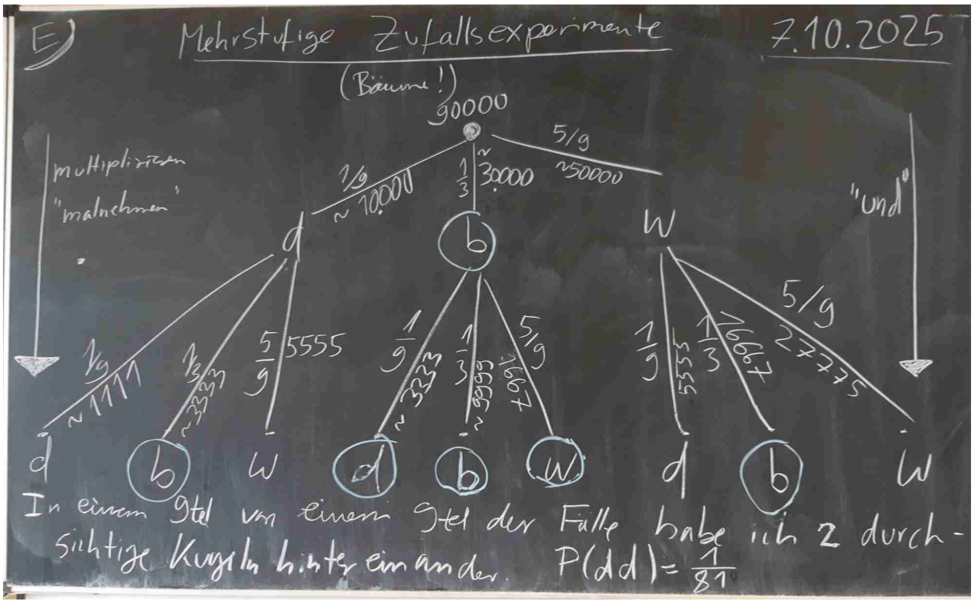
Nun gehen wir dazu über, zweimal hintereinander zu ziehen. Dazwischen legen wir die Kugel zurück. Die Wahrscheinlichkeiten bleiben also gleich.

Nun kann ja jede Folge von Kugeln auftreten, Erst eine (b)laue, dann eine (d)urchsichtige (kurz bd) und so weiter. Insgesamt gibt es die neun Möglichkeiten dd , db, dw, bd, bb, bw, wd, wb, und ww.

Wie wahrscheinlich sind diese Möglichkeiten? Wie hängt diese Wahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeit bei einmaligem Ziehen zusammen?



Die Antwort haben wir anhand eines Wahrscheinlichkeitsbaums schnell erkennen können.



Um die Wahrscheinlichkeit eines Pfades (Weg von der Wurzel bis zu einem Blatt) auszurechnen, müssen also die Einzelwahrscheinlichkeiten multipliziert werden. Das macht man sich leicht klar, wenn man sich vorstellt, dass wir das Experiment 90 000 mal durchführen.

Was ist also die Wahrscheinlichkeit, auf irgendeinem Weg, bei zweimaligem Ziehen mindestens eine blaue Kugel zu ziehen?

Es ergibt sich die folgende Tabelle für die Wahrscheinlichkeit aller Ergebnisse, die eine blaue Kugel enthalten.

Frage: Was ist die WK, bei 2-maligem Ziehen mindestens 1 blaue Kugel zu ziehen?

$$P(db) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$P(bd) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$$

$$P(bb) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P(bw) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{27}$$

$$P(wb) = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{27}$$