

Aufgabenblatt 21. Januar 2025: Mehr Bäume

1. Buchstabensuppe. Wir haben 7 „R“ in einer Tasse, 3 „B“ und 2 „X“.

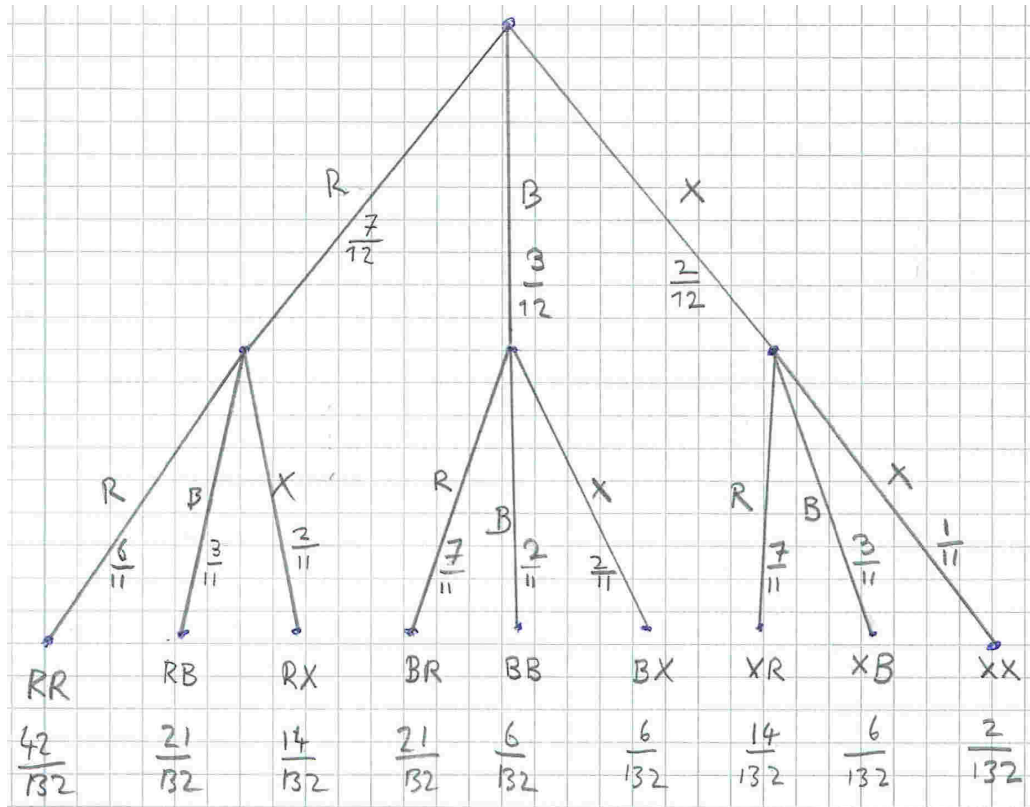
(a) Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, ohne Hinzusehen ein „B“ zu ziehen?

Lösung:

$$P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

2. Es wird 2 mal ohne Zurücklegen gezogen. Zeichne einen Wahrscheinlichkeitsbaum, der alle möglichen Ziehungen darstellt.

Lösung:



Ich habe auf das Kürzen verzichtet, da sich so die entstehenden Brüche schnell addieren lassen und wir gut überprüfen können, dass sich alle Wahrscheinlichkeiten zu 1 addieren, von denen wir das erwarten (zB. $\frac{7}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{12}{12} = 1$)

3. Berechne mit Hilfe des Baums die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

(a) Es werden 2 „X“ gezogen.

Lösung:

Diese Wahrscheinlichkeit steht direkt unter dem mit XX markierten Ast: $P(XX) = \frac{2}{132} = \frac{1}{66}$.

(b) Genau ein „X“ wird gezogen.

Lösung:

Hier gibt es vier Möglichkeiten, die addiert werden müssen: Entweder ziehen wir erst ein R, dann ein X (RX), oder erst ein B und dann ein X (BX) oder wir ziehen erst ein X und

dann kein X mehr (XB und XR):

$$P(RX) + P(BX) + P(XR) + P(XB) = \frac{14}{132} + \frac{6}{132} + \frac{14}{132} + \frac{6}{132} = \frac{14 + 6 + 14 + 6}{132} = \frac{40}{132} = \frac{10}{33}$$

Das ist ziemlich genau 0,3.

- (c) Es wird mindestens ein „X“ gezogen.

Lösung:

Dies ist die Summe der soeben berechneten Wahrscheinlichkeiten. Wenn man 2 mal zieht, hat man 2 Möglichkeiten, mindestens ein X zu ziehen: Man kann genau eines ziehen, oder genau 2:

$$P(\text{mindestens ein X}) = P(\text{genau ein X}) + P(\text{genau zwei X}) = \frac{2}{132} + \frac{40}{132} = \frac{42}{132} = \frac{7}{22}$$

Also sehr nahe dran an einem Drittel ($\frac{7}{21}$).

- (d) Es wird kein „X“ gezogen.

Lösung:

Dies ist wiederum genau das Gegenteil des Ereignisses, das wir soeben berechnet haben: Wenn wir *nicht* mindestens ein X ziehen, haben wir kein X gezogen:

$$P(\text{kein X}) = 1 - P(\text{mindestens ein X}) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{22 - 7}{22} = \frac{15}{22}$$