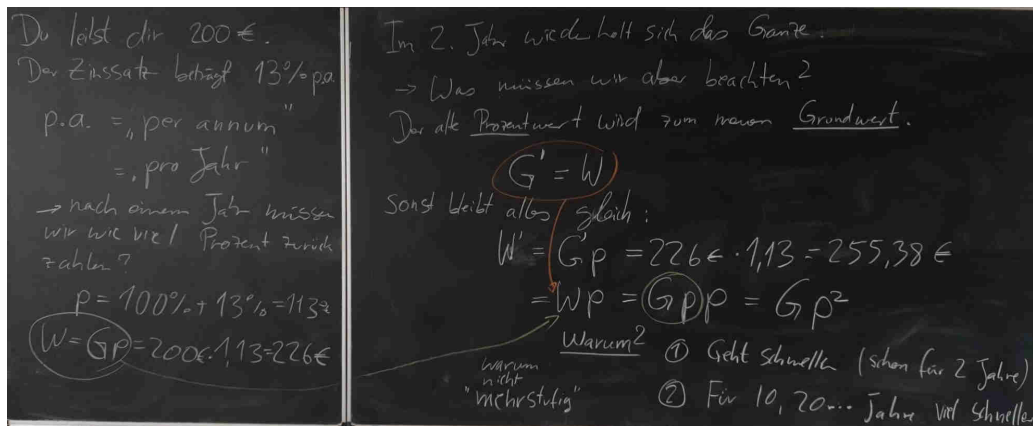


Zins und Zinseszins

Wir kennen uns nun mit Prozentrechnung aus. Wir wissen wie wir den Prozentwert aus Grundwert und Prozentsatz berechnen. Wir können mit prozentualen Veränderungen umgehen. Wir haben auch schon des öfteren eine doppelte prozentuale Veränderung berechnet.

Nun besprechen wir eine wichtige Verallgemeinerung: Zinsrechnung, bzw „Zins und Zinseszins“ wie es seit Jahrhunderten genannt wird.

Es handelt sich im Grunde um Prozentrechnung. Es gibt nur ein paar Spezialbezeichnungen, d.h. Dinge, für die wir bereits einen Namen haben, heißen hier ein bisschen anders. Das ist aber auch alles. Ansonsten ist Zinsrechnung eine mehrfache prozentuale Veränderung, bei der der Prozentsatz der Änderung immer gleich bleibt und die sich im allgemeinen mehr als 2 mal wiederholt.



Hier verwenden wir wie schon öfter mal einen hochgestellten Strich, um eine veränderte Größe zu bezeichnen. Wenn wir die Änderung nach 1 Jahr berechnet haben und zum 2. Jahr übergehen, wird der soeben berechnete Prozentwert zum neuen Grundwert. Diesen *neuen* Grundwert nennen wir aber nicht mehr einfach G , weil das ist ja schon das Geld, das wir uns ursprünglich geliehen haben. Wir wollen aber noch erkennen können, dass es sich eben um einen Grundwert handelt. Daher schreiben wir

$$G' = W$$

Der neue Grundwert G' ist also das, was eben noch der Prozentwert W war.

Hier sehen wir schon, dass wir allgemein für eine beliebige Anzahl Jahre p^n schreiben können werden, wie hier p^3 für die ersten 3 Jahre.

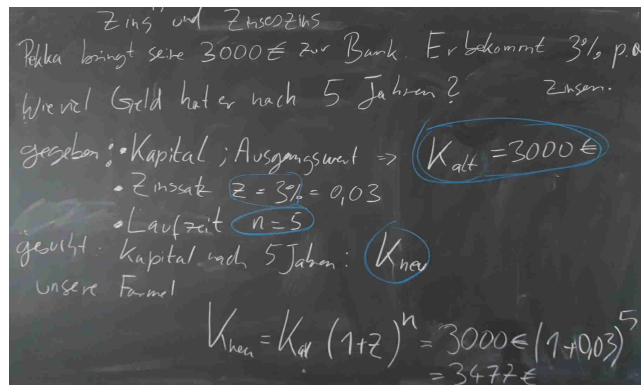
Nun die angekündigten Spezialbezeichnungen.

Auf der rechten Tafelseite die allgemeine Formel für eine beliebige Anzahl von „n“ Jahren.

Das Wort „Zinssatz“ wird immer verwendet, um den Prozentsatz der *Änderung* anzugeben. Das $z + 1$, das wir brauchen, um den Wert anzugeben, auf den sich das Kapital verändert, wird immer explizit angegeben. Das ist zwar reine Konvention, dh. Vereinbarung, man könnte also auch andere Bezeichnungen und Symbole definieren, es ist aber das einfachste, sich hier an das Etablierte zu halten.

Ein Beispiel

Hier ein durchgespieltes Beispiel, mit gegeben, gesucht und allem drum und dran.



Blau eingekreist die Teile, die wir für den „gegeben“ und „gesucht“-Teil unbedingt brauchen.

Und den Antwortsatz nicht vergessen.

Antwort: Nach 5 Jahren
hat Pekka 3477€.

Was heißt wie?

Kapital Die Gesamtsumme der Anlage (Guthaben) oder des Kredits (Schulden).

Das Kapital ändert sich (im Allgemeinen) durch die Zinsen, die bezahlt werden müssen.

Das Ausgangskapital K_a (oder K_{alt} oder K_0) ist das Kapital zu Anfang. Es sind die 100 % zu Beginn, der Grundwert. Gehen wir einmal von einem Ausgangskapital von $K_a = 1200€$ aus.

Das Endkapital K_n (oder K_{neu}) oder das „neue“ Kapital ist das alte Kapital zusammen mit den Zinsen, die angefallen sind. Nehmen wir mal an, dass nach einem Jahr das Kapital auf 1344€ angewachsen ist.

Zinsen Die Zinsen sind das, was zum Ausgangskapital hinzugezählt wird. In unserem Beispiel wären das also 144€, um die das Kapital in einem Jahr gewachsen ist. Man verleiht sein Geld um Zinsen zu bekommen und muss Zinsen zahlen, wenn man sich Geld leiht.

Die Zinsen sind also die Differenz $K_n - K_a$ von neuem und altem Kapital.

Zinssatz Der Zinssatz gibt den Prozentsatz der Zinsen vom Ausgangskapital an. In unserem Beispiel hätten wir einen Zinssatz von 12%, weil 144€ zwölf Prozent von 1200€ sind. Normalerweise bezieht sich der Zinssatz entweder auf ein Jahr (p.a. = „pro Jahr“) oder wird auf einen jährlichen Zinssatz umgerechnet.

Laufzeit Die Zeit zwischen der Aufnahme des Kredits (Leihen des Geldes) und der Rückzahlung. Oder zwischen der Geldanlage und dem Abheben des Geldes. Wird oft in Jahren gerechnet. Die Laufzeit wird oft mit einem kleinen n bezeichnet. In unserem Beispiel könnten das 2 Jahre sein. Nach unserer Formel wäre das neue Kapital nach Ablauf der Laufzeit

$$K_n = K_a(1+z)^n = 1200€ \cdot (1+12\%)^2 = 1200€ \cdot (1+0,12)^2 = 1200€ \cdot 1,12^2 = 1505,28€$$

Zinseszins Die Zinsen werden normalerweise auf das Kapital draufgeschlagen. Daher werden die gezahlten Zinsen in den Folgejahren wiederum verzinst. Diese Zinsen von den Zinsen kommen auch wieder zum Kapital dazu. Daher wächst das Kapital mit Zinseszinsen schneller, als wenn jährlich nur die Zinsen vom ursprünglichen Kapital gezahlt würden. In unserem Beispiel sind die Gesamtzinsen nach 2 Jahren Laufzeit ja $1505,28€ - 1200€ = 305,28€$. Würden jedes Jahr nur Zinsen auf das ursprüngliche Kapital gezahlt, wäre es nur das doppelte der einfachen Zinsen, die wir oben berechnet haben:

$$2 \cdot 144€ = 288€$$

Die Differenz ist

$$305,28€ - 288€ = 17,28€$$

Diese Differenz sind also die „Zinseszinsen“.