

Was haben wir zur Bruchrechnung gelernt?

1 Bezeichnungen

1.1 Der Bruch

$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

Statt *Bruch* wird auch manchmal das Wort *Quotient* verwendet.

1.2 Kehrbruch

Wenn wir von einem Bruch den *Kehrbruch* bilden, vertauschen wir einfach Zähler und Nenner: Der Kehrbruch von $\frac{2}{5}$ ist $\frac{5}{2}$.

2 Brüche multiplizieren

2.1 Brüche mal Brüche

Zwei Brüche werden multipliziert, indem wir die Zähler und die Nenner multiplizieren

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{Beispiel: } \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

2.2 Brüche mit Zahlen multiplizieren

Eine Zahl, die von vorne oder hinten an einen Bruch multipliziert wird, kann ohne weiteres in den *Zähler* gezogen werden:

$$2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7} = \frac{6}{7}$$

3 Division

3.1 Durch Brüche teilen

Durch einen Bruch teilen ist mit dem Kehrbruch multiplizieren. Beispiel:

$$\frac{2}{\frac{3}{5}} = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3}$$

Wenn wir einen Bruch durch einen Bruch teilen, sieht das ganz genau so aus, der Bruch, *durch* den geteilt wird, bleibt unverändert:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

3.2 Brüche durch Zahlen teilen

Das ist nur ein Spezialfall (jede Zahl kann als Bruch geschrieben werden, 4 zum Beispiel als $\frac{4}{1}$): Wenn wir einen Bruch durch eine Zahl teilen, so wandert diese Zahl in den *Nenner* des Bruchs:

$$\frac{\frac{3}{5}}{7} = \frac{3}{5 \cdot 7} = \frac{3}{35}$$

4 Kürzen und erweitern

4.1 Kürzen

Gleiche Zahlen aus Zähler und Nenner können herausgestrichen werden, bzw wir können immer Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl teilen

$$\frac{18^3}{24^4} = \frac{3}{4}$$

4.2 Erweitern

Umgekehrt kann man immer Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

Diese erstmal sinnlos erscheinende Operation braucht man vor allem um Brüche zu addieren/subtrahieren.

5 Brüche addieren und subtrahieren

5.1 gleiche Nenner

Haben alle beteiligten Brüche denselben Nenner, werden die Zähler addiert/subtrahiert und der Nenner beibehalten:

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \quad \text{bzw} \quad \frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

5.2 ungleiche Nenner

Sind die Nenner nicht gleich, müssen die Brüche „auf einen Nenner gebracht werden“. Dies geht durch erweitern:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15}$$

Es ist nicht immer sofort klar, welches der beste gemeinsame Nenner ist. Wir brauchen eine Zahl, durch die die beiden ursprünglichen Nenner geteilt werden können (15 ist durch 3 und durch 5 teilbar). Das Produkt der beiden Nenner ist immer so eine Zahl (hier $3 \cdot 5$). Manchmal ist es einfacher wie in

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \left(= \frac{1}{2} \right)$$

Hier ist bereits ein Nenner das Vielfache vom anderen, wir müssen also den 2. Bruch nicht erweitern. Manchmal braucht man etwas Augenmaß, eine günstige Zahl für den erweiterten Nenner zu finden:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12} \left(= \frac{1}{2} \right)$$

Die Aufgaben in der Klasenarbeit werden diesen Schwierigkeitsgrad nicht übersteigen.