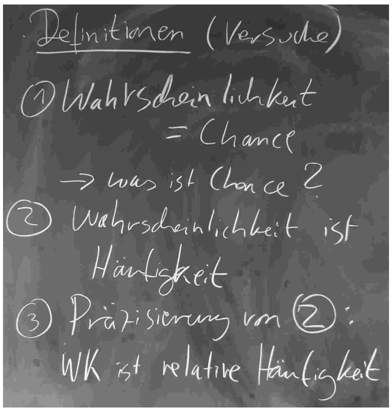
Was ist Wahrscheinlichkeit?

Eine Art von Aufgaben, die im BBR eigentlich jedesmal auf die eine oder andere Art vorkommen, haben mit Wahrscheinlichkeit zu tun.

Es war uns allen klar, was die Wahrscheinlichkeit ist, mit einem normalen Würfel eine 6 oder irgendeine andere Augenzahl zu wüfelen: $\frac{1}{6}$

Auf die Frage, was Wahrscheinlichkeit ist, bzw was wir eigentlich damit meinen, wenn wir sagen, „Die Wahrscheinlichkeit, eine 5 zu wüfeln, ist $\frac{1}{6}$“, haben wir folgende Vorschläge notiert:



Der 1. Vorschlag ist keine gültige Definition, weil *Chance* letztlich nur ein anderes Wort für Wahrscheinlichkeit ist, wir also die Frage nur verschieben auf die ähnlich schwierige Frage „Was heißt es zu sagen, die Chance, eine 5 zu würfeln, ist $\frac{1}{6}$?“.

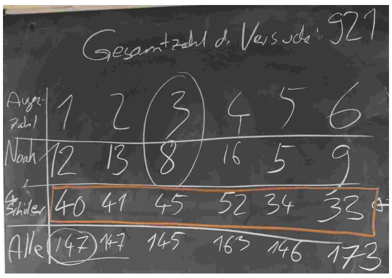
Der 2. Vesuch ist zwar eine mögliche Definition, aber offensichtlich noch nicht ganz fertig: Wenn wir 10 mal würfeln, 2 mal eine 5 bekommen, ist die Häufigkeit der 5 ja 2. „2“ ist aber sicher nicht die Wahrscheinlichkeit dafür, eine 5 zu würfeln.

Der 3. Versuch geht aus von der relativen Häufigkeit. An unserem Beispiel, eine 5 zu würfeln, ist er schnell erläutert. Wenn wir 10 mal würfeln und 2 5er bekommen, so ist die relative Häufigkeit der 5 in diesem Fall:

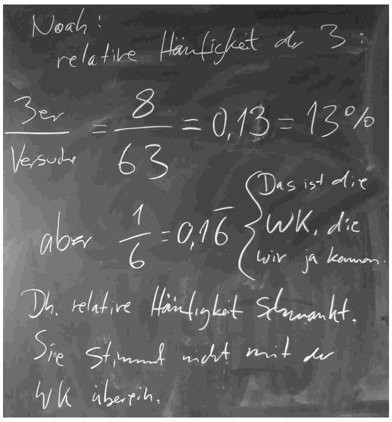
$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{Häufigkeit der 2}}{\text{Zahl der Versuche}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Dies ist immerhin schon mal eine Zahl zwischen 0 und 1, wie wir es für eine Wahrscheinlichkeit gerne hätten.

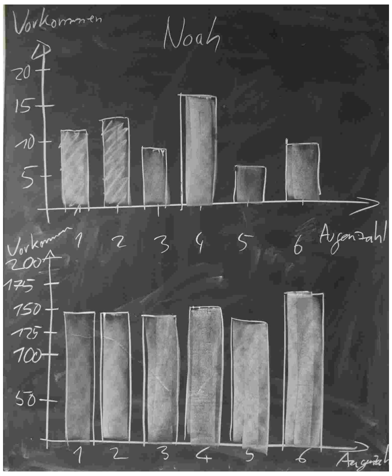
Als nächstes hat jeder 60 mal gewürfelt und die Ergebnisse notiert.



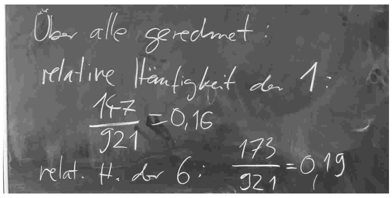
Die Tabelle zeigt in der 1. Zeile die Augenzahl, darunter die Ergebnisse eines Schülers (Noah). In der 3. Zeile steht die Summe über die 1. 4 Schüler*Innen, in der letzten Zeile die Summe über *alle* SuS.



Hier sehen wir die Berechnung für die relative Häufigkeit der 3 in Noahs Ergebnissen. Wir vergleichen es mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$, die wir ja kennen. Die beiden Zahlen sind offensichtlich nicht dieselben. Die relativen Häufigkeiten schwanken auch stark von Augenzahl zu Augenzahl, während die Wahrscheinlichkeit immer gleich bleibt. Die Wahrscheinlichkeit kann also nicht direkt als die relative Häufigkeit definiert werden.



Nun kann man aber die Ergebnisse, die wir für einen Schüler bekommen (oben) und die Ergebnisse über alle Schüler summiert (unten) in Balkendiagramme eintragen. Wir sehen, dass die Verteilung mit der höheren Anzahl der Versuche immer flacher wird.

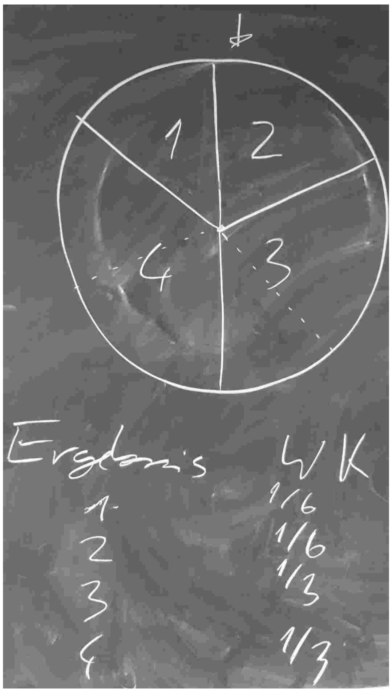


Auch die Berechnung der relativen Häufigkeiten zeigen, dass die Werte für die verschiedenen Augenzahlen sich immer mehr annhähern. Woran nähern sie sich an? An die Wahrscheinlichkeit dafür, jeweils eine 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 zu würfeln.

Was meinen wir also damit, wenn wir sagen, die Wahrscheinlichkeit dafür, eine 6 zu wüfeln, sei $\frac{1}{6}$? Damit meinen wir: Wenn wir öfter und öfter und öfter würfeln, dann wird sich die relative Häufigkeit der 6 immer mehr an $\frac{1}{6}$ angleichen.

Das Glücksrad: Eine Standardaufgabe im BBR

Das kommt eigentlich jedesmal vor.



Die Interpretation ist eine runde, drehbare Scheibe, die so schnell gedreht wird, dass jede Endstellung gleich wahrscheinlich ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass die 1, 2, 3 oder 4 unter dem Pfeil zu liegen kommt, entspricht also dem Anteil des jeweiligen Tortenstücks am Gesamtkreis. Weil also zum Beispiel die 4 ein Drittel des Kreises einnimmt ist auch die Wahrscheinlichkeit, dass die Scheibe bei der 4 stehen bleibt gleich $\frac{1}{3}$.