Wieso ist es unmöglich, für $\frac{1}{0}$ einen sinnvollen Wert zu definieren?

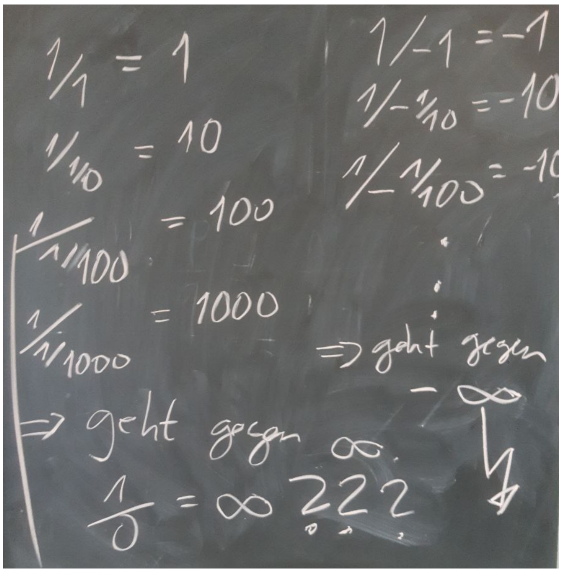
Wir hatten hierfür zwei Argumente kennengelernt.

Argument 1: Unterschiedliche Grenzwerte

Wenn wir eine Zahl, zum Beispiel 1, durch kleine Zahlen teilen, bekommen wir ein großes Ergebnis. Ein Beispiel wäre 1 geteilt durch $1/1000$. Diese Rechnung macht uns kein Problem mehr, da wir wissen „durch einen Bruch teilen ist mit dem Kehrbruch multiplizieren!“.

Also ist zum Beispiel

$$\frac{1}{\frac{1}{1000}} = 1 \cdot \frac{1000}{1} = 1000$$



Das heißt, wenn wir durch kleinere und kleinere Zahlen teilen bekommen wir größere und größere Werte. Daher wäre es ein naheliegender Gedanke, $1/0$ als unendlich (∞) zu definieren.

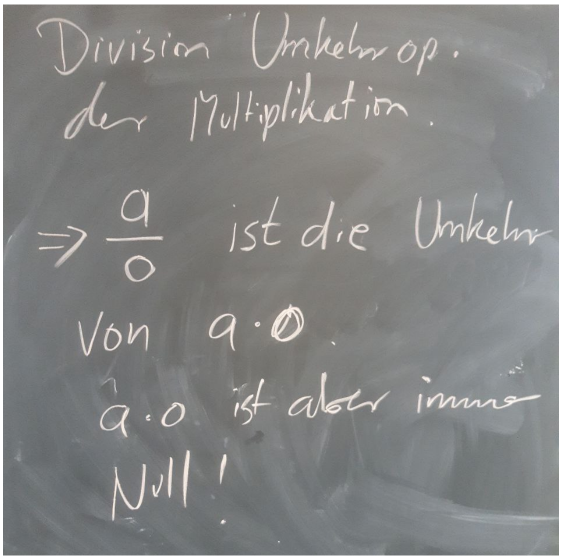
Dann haben wir uns überlegt, was passiert, wenn wir durch kleine *negative* Zahlen teilen. So ist

$$\frac{1}{-\frac{1}{1000}} = 1 \cdot \frac{-1000}{1} = -1000$$

Dh, wenn wir durch kleinere und kleinere *negative* Zahlen teilen, bekommen wir Zahlen, die gegen $-\infty$ streben. Wir können aber offensichltlich $1/0$ nicht gleichzeitig als ∞ und als $-\infty$ definieren.

Warum aber nicht einen Wert dazwischen nehmen, zum Beispiel 0? Dagegen gibt es weitere Argumente, zum Beispiel das folgende

Argument 2: Division durch Null als Umkehrung der Multiplikation durch 0



Die Division ist Umkehroperation der Multiplikation. Wenn jemand sie fragt, welche Zahl er mit 4 multipliziert hat, wenn er am Ende 12 erhalten hat, so können Sie 12 durch 4 teilen und erhalten mit $^{12}/_{4} = 3$ das Ergebnis.

Wenn Sie aber jemand fragt, welche Zahl er wohl mit 0 multipliziert hat, um am Ende, hmm, nun ja, 0 erhalten zu haben, so können Sie diese Frage nicht beantworten. Multiplikation mit 0 ergibt immer den selben Wert, natürlich 0. Daher ist es prinzipiell unmöglich, diese Operation umzukehren. Das nimmt der Frage nach dem Ergebnis von $^{1}/_{0}$ gewissermaßen ihren Sinn.