

Arbeitsblatt 14. Januar 2025: Urnen und Bäume

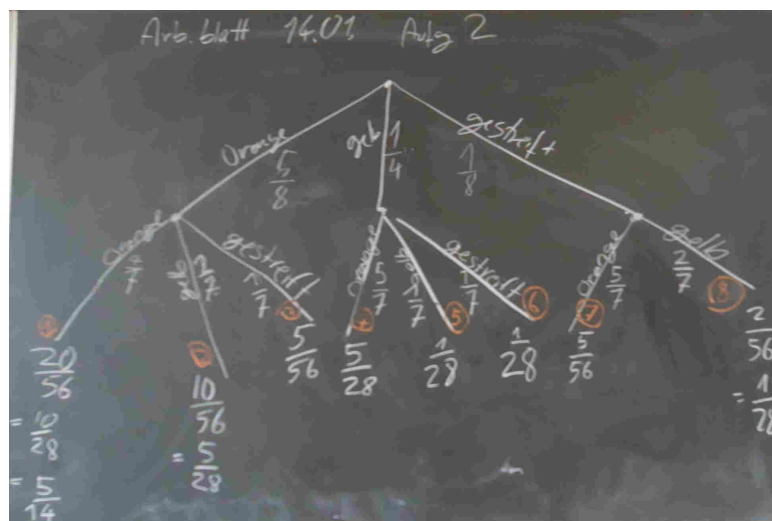
1. Eine Urne enthält 7 grüne Kugeln, 3 blaue Kugeln und 1 rote Kugel. Es wird 2 mal gezogen. Die gezogenen Kugeln werden **nicht** wieder zurückgelegt.

- (a) Zeichnen Sie einen Baum, der alle möglichen Ergebnisse zeigt.
- (b) Geben Sie mit Hilfe des Baumes die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse an:
 - i. Es erscheint genau eine blaue Kugel.
 - ii. Es erscheint genau eine rote Kugel.
 - iii. Es erscheint eine grüne und eine blaue Kugel.
 - iv. Es erscheint mindestens eine grüne Kugel.
 - v. Es erscheinen 2 rote Kugeln.

2. Eine Urne enthält 5 orangene Kugeln, 2 gelbe Kugeln und 1 gestreifte Kugel. Es wird 2 mal gezogen. Die gezogenen Kugeln werden **nicht** wieder zurückgelegt.

- (a) Zeichnen Sie einen Baum, der alle möglichen Ergebnisse zeigt.

Lösung:



Das Bild ist leider etwas unscharf, die roten Label sind eine Durchnummerierung von 1 bis 8 von links nach rechts.

- (b) Geben Sie mit Hilfe des Baumes die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse an:
 - i. Es erscheint genau eine gestreifte Kugel.
 - ii. Es erscheint genau eine orangene Kugel.
 - iii. Es erscheinen 2 gelbe Kugeln.

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{2bi)} \quad & \textcircled{3} + \textcircled{6} + \underbrace{\textcircled{7} + \textcircled{8}}_{\frac{1}{8}} \\
 &= \frac{5}{56} + \frac{1}{28} + \frac{1}{8} \\
 &= \frac{5}{56} + \frac{2}{\underbrace{2 \cdot 28}_{56}} + \frac{7}{\underbrace{2 \cdot 8}_{56}} = \frac{5+2+7}{56} \\
 &= \frac{14}{56} = \frac{1}{4} \\
 \text{2bii)} \quad & \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{7} \\
 & \frac{10}{56} + \frac{5}{56} + \frac{10}{56} + \frac{5}{56} = \left(\frac{30}{56} \right) + \frac{15}{28} \\
 \text{2biii)} \quad & \frac{1}{28}
 \end{aligned}$$

iv. Es erscheint mindestens eine orangene Kugel.

v. Es erscheint keine orangene Kugel.

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{2biv)} \quad & \text{mind. 1 orangene Kugel} \\
 & \textcircled{1} + \boxed{\textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{7}} \\
 & \text{Dieses ist wie genau eine orangene} \\
 & + \text{die Wk für 2 orangene} \\
 & \frac{30}{56} + \frac{20}{56} = \frac{50}{56} = \frac{25}{28} \\
 & \begin{array}{cc} \nearrow & \uparrow \\ \text{Wk f.} & \text{Wk.} \\ \text{genau 1} & \text{für} \\ \text{orangene K.} & \text{2 orangene K.} \end{array} \\
 \text{2bv)} \quad & 1 - \frac{50}{56} = \frac{56}{56} - \frac{50}{56} = \frac{6}{56}
 \end{aligned}$$

vi. Es erscheint keine gestreifte Kugel.

Lösung:

Wir addieren die Äste ①, ②, ④, ⑤:

$$\frac{20 + 10 + 10 + 2}{56} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

Eine andere Art der Berechnung wäre

$$\begin{aligned}
 Wk(\text{keine gestreifte}) &= Wk(\text{keine gestr. 1. Wurf}) \cdot Wk(\text{keine gestr. 2. Wurf}) \\
 &= \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$