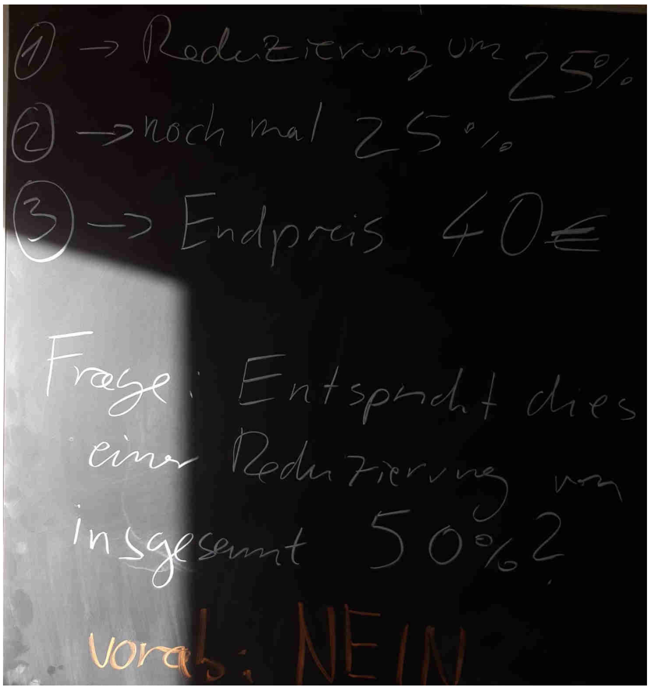
Doppelte prozentuale Reduzierung

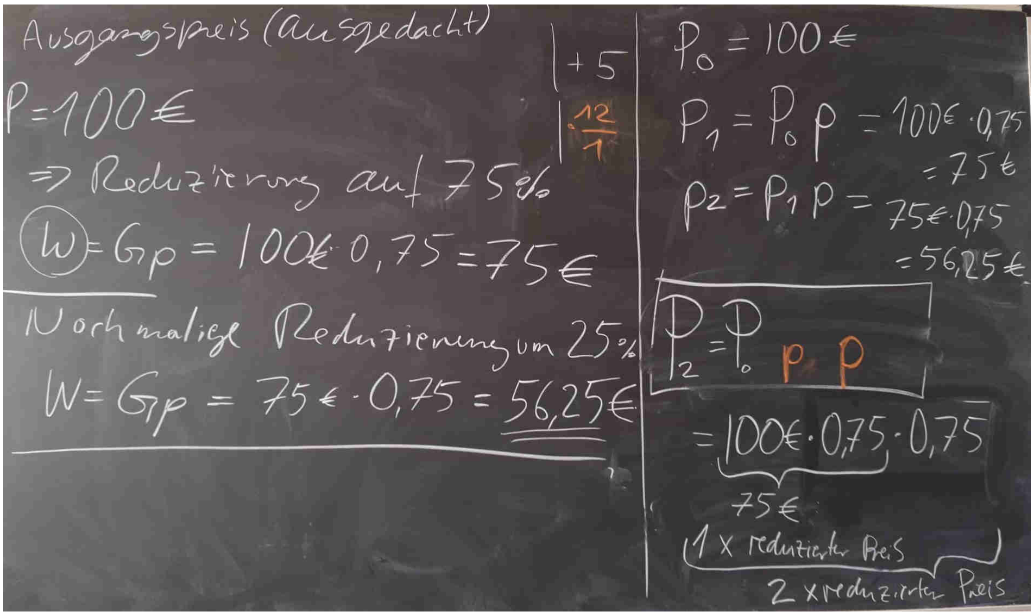
Die folgenden Tafelanschriften beziehen sich auf einen Aufgabentyp, der im BBR häufiger mal drankommt: Die doppelte prozentuale Reduzierung. Etwas wird erst um X % billiger, und dann nochmal um Y %.

Es geht dann meist darum, zu erkennen, dass dies *nicht* einer einzigen Reduzierung um X+Y % entspricht. Wir haben eine solche Aufgabe in einem der Tests kennen gelernt, die wir zu Anfang der Stunde schreiben. Diese Aufgabe ist hier nochmal zusammengefasst:



Die genaue Mathematik ist hier gar nicht *so* unkompliziert, weil man ja im Grunde vom Endpreis *nach* doppelte Reduzierung auf den Ausgangspreis zurückrechnen soll.

Daher gehen wir von einem ausgedachten Ausgangspreis aus $(100\,€)$ und reduzieren ihn 2 mal um je $25\,\%$. Wir werden feststellen, dass dies nicht einer Reduzierung um insgesamt $50\,\%$ entspricht.



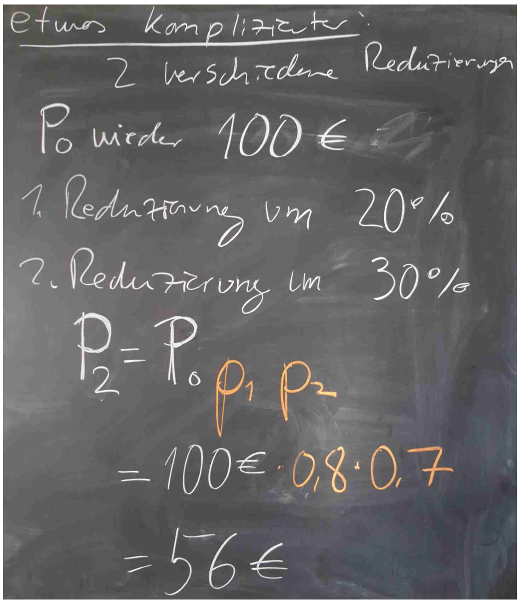
Die linke Hälfte des Tafelbildes berechnet einfach 2 mal eine Reduzierung *um* $25\,\%$ also *auf* $75\,\%$. Der Endpreis $56.25\,€$ ist offenbar nicht die Hälfte des Ausgangspreises von $100\,€$. Dies ist immer eine gültige Rechnung.

Der rechte Teil des Tafelbildes entwickelt daraus eine einzige Formel, die diese Kettenberechnungen schneller macht.

Hier ist

P_0: Der Ausgangspreis
P_1: Der einmal reduzierte Preis
P_2: Der zweimal reduzierte Preis
p: Der Prozentsatz, *auf* den reduziert wird

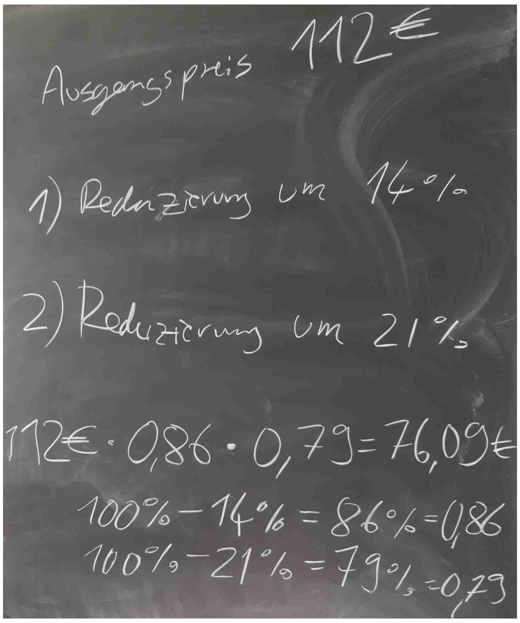
Hier gehen wir noch davon aus, dass die beiden Prozentsätze gleich sind. Diese Beschränkung können wir auch noch fallen lassen:



Es ändert sich nichts, außer, dass unterscheiden:

p_1: Der Prozentsatz, *auf* den beim 1. mal reduziert wird
p_2: Der Prozentsatz, *auf* den beim 2. mal reduziert wird

Hier ein Beispiel:



Nebenbemerkung: Diese Formel lässt sich ganz allgemein verwenden um jede Kette prozentualer Veränderungen zu berechnen, man verallgemeinert einfach p_1p_2 auf eine beliebige Kette $p_1p_2p_3\dots p_n$. Bei diesen p_i kann es sich auch um Erhöhungen handeln, oder eine Mischung. Wenn wir also von einem Preis von $70\,€$ ausgehen, der erst um $30\,\%$ erhöht wird, dann um $20\,\%$ reduziert und abschließend nochmal um $50\,\%$ erhöht wird, so erhalten wir den Endpreis als

$$P_{\text{ende}} = 70\,€ \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}5 = 109.20\,€$$

Derselbe Gedanke liegt auch der Zinsrechnung zugrunde.

Jetzt können wir noch die Aufgabe mit der 2 mal um $25\,\%$ reduzierten Jacke anschauen, die hinterher noch $40\,€$ gekostet hat. Was war denn nun der Ausgangspreis? Hierzu müssen wir unsere Formel für P_2 nach P_0 auflösen: