

Name	Symbol	+	•	-	/	leer	Beispiele
Natürliche Zahlen	\mathbb{N}	✓	✓	X	X		412, 9, 12, 69
Ganze Zahlen	\mathbb{Z}	✓	✓	✓	X		-100, -7, 0, 1, 2,
Rationale Zahlen	\mathbb{Q}	✓	✓	✓	✓		$\frac{1}{2}$, $\frac{237}{112}$, 0, 1, $\frac{7}{100}$
Erweiterung ↘							

Addition und Subtraktion

$$2 + 3 = 5$$
$$1358 + 998 = 2356$$

funktioniert
immer.

Ergebnis immer
eine natürliche
Zahl

Vermutung:

Wenn man 2 natürliche
Zahlen addiert/subtrahiert,
bekommt man wieder
eine natürliche Zahl.

$$a + 2832 = 4107$$

$$a + 2832 = 4107$$

$\Rightarrow \mathbb{N}$ ist abgeschlossen
unter der Addition

Frage: Zu welcher Zahl
2832 addieren, um
zu erhalten?

missen wir
4107 zu

$$4107 - 2832 = 1275$$

\Rightarrow Subtraktion als
Umkehroperation zur
Addition

ist \mathbb{N} abgeschlossen unter der Subtraktion?

$$5 - 7 = a = -2$$

a: Die Zahl, die man zu 7 addiert, um 5 zu bekommen.

Die natürlichen Zahlen sind also nicht abgeschlossen unter der Subtraktion: Wenn wir 7 (eine natürliche Zahl) von 5 (einer anderen natürlichen Zahl) abziehen wollen, finden wir keine natürliche Zahl als Ergebnis.

Wir erweitern also die natürlichen Zahlen um die negativen Zahlen und bekommen im Ergebnis die ganzen Zahlen, ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,

Diese sind unter der Subtraktion abgeschlossen.

Multiplikation und Division

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 4 = 12 \quad \checkmark \\ \hline 112 \cdot 37 = 4144 \quad \checkmark \end{array}$$

} \mathbb{Z} ist
abgeschlossen
unter der Multiplikation

$$a \cdot 238 = 84252$$



a ist die Antwort auf die Frage:

Mit welcher Zahl muss ich 238
multiplizieren um 84252 zu bekommen?

$$a = \frac{84252}{238} = 354$$

Warnung

$$7m : (3s) = \frac{7m}{3s} \neq$$

$$7m : 3s =$$

$$\frac{7m}{3} \cdot s$$

Ist \mathbb{Z} abgeschlossen unter der Division?

Nein!

Begründung: $\frac{1}{2}$ ist keine natürliche Zahl.

Wieder erweitern wir die bisherige Zahlenmenge, die ganzen Zahlen. Wir fügen die Brüche hinzu und erhalten die Rationalen Zahlen.

