Aufgabenblatt 21. Januar 2025: Rechtwinkliges Dreieck

- 1. Gegeben sind jeweils zwei Katheten. Berechne jeweils
 - die fehlende Hypothenuse
 - den Umfang des Dreiecks
 - die Fläche des Dreiecks.

Zeichnen Sie das Dreieck anschließend.¹ Runden Sie Zahlen gegebenenfalls auf eine Nachkommastelle. Achten Sie auf die korrekte Einheit.

(a) Die Katheten sind $a=3\,\mathrm{cm},\ b=4\,\mathrm{cm}.$ Die Hypotenuse heiße c.

Lösung:

Die Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(3\,\mathrm{cm})^2 + (4\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{9\,\mathrm{cm}^2 + 16\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{25\,\mathrm{cm}^2} = 5\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang U ist U=a+b+c=3 cm +4 cm +5 cm =12 cm Die Fläche ist $\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\cdot 3$ cm $\cdot 4$ cm =6 cm²

(b) Die Katheten sind $x=5\,\mathrm{cm},\,y=12\,\mathrm{cm}.$ Die Hypotenuse heiße z.

Lösung:

Die Hypotenuse

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(5\,\mathrm{cm})^2 + (12\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{25\,\mathrm{cm}^2 + 144\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{169\,\mathrm{cm}^2} = 13\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang U ist U=x+y+z=5 cm +12 cm +13 cm =30 cm Die Fläche ist $\frac{1}{2}xy=\frac{1}{2}\cdot 5$ cm \cdot 12 cm =30 cm²

(c) Die Katheten sind r=4 cm, s=7.5 cm. Die Hypotenuse heiße t.

Lösung:

Die Hypotenuse

$$t = \sqrt{r^2 + s^2} = \sqrt{(4\,\mathrm{cm})^2 + (7.5\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{16\,\mathrm{cm}^2 + 56.25\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{72.25\,\mathrm{cm}^2} = 8.5\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang U ist $U=r+s+t=4\,\mathrm{cm}+7.5\,\mathrm{cm}+8.5\,\mathrm{cm}=20\,\mathrm{cm}$ Die Fläche ist $\frac{1}{2}rs=\frac{1}{2}\cdot 4\,\mathrm{cm}\cdot 7.5\,\mathrm{cm}=15\,\mathrm{cm}^2$

(d) Die Katheten sind $c=11\,\mathrm{cm},\ a=4\,\mathrm{cm}.$ Die Hypotenuse heiße b.

Lösung:

Die Hypotenuse

$$b = \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{(11\,\mathrm{cm})^2 + (4\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{121\,\mathrm{cm}^2 + 16\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{137\,\mathrm{cm}^2} = 11.7047\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang U ist $U=c+a+b=11\,\mathrm{cm}+4\,\mathrm{cm}+11.7047\,\mathrm{cm}=26.7047\,\mathrm{cm}$ Die Fläche ist $\frac{1}{2}ca=\frac{1}{2}\cdot11\,\mathrm{cm}\cdot4\,\mathrm{cm}=22\,\mathrm{cm}^2$

- 2. Gegeben sind Hypotenuse und Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie jeweils die Fläche des Dreiecks. Achten Sie auf die korrekte Einheit. Runden Sie Zahlen gegebenenfalls auf eine Nachkommastelle. **Lesen Sie genau.**
 - (a) Die Hypotenuse ist $c=3\,\mathrm{cm}$. Die Höhe ist $h=1\,\mathrm{cm}$.

Lösung:

Die Fläche ist $\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}\cdot 3\,\mathrm{cm}\cdot 1\,\mathrm{cm}=1.5\,\mathrm{cm}^2$

¹Diese Aufgabe können wir fortlassen, man bräuchte dafür einen Zirkel.

(b) Die Hypotenuse ist $x=10\,\mathrm{m}.$ Die Höhe ist $y=4\,\mathrm{m}.$

Die Fläche ist $\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \cdot 10 \,\mathrm{m} \cdot 4 \,\mathrm{m} = 20 \,\mathrm{m}^2$

(c) Die Hypotenuse ist $r=17\,\mathrm{km}.$ Die Höhe ist $h=5\,\mathrm{km}.$

Lösung:

Die Fläche ist $\frac{1}{2}rh=\frac{1}{2}\cdot 17\,\mathrm{km}\cdot 5\,\mathrm{km}=42.5\,\mathrm{km}^2$

(d) Die Hypotenuse ist $a_1=5\,\mathrm{mm}.$ Die Höhe ist $a_2=2\,\mathrm{mm}.$

Lösung:

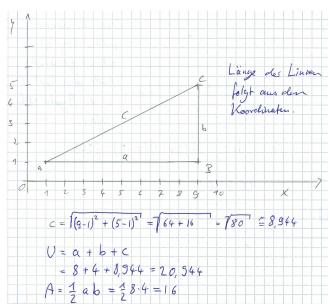
Die Fläche ist $\frac{1}{2}a_1a_2=\frac{1}{2}\cdot 5\,\mathrm{mm}\cdot 2\,\mathrm{mm}=5\,\mathrm{mm}^2$

(e) Die Hypotenuse ist $c=30\,\mathrm{km}$. Die Höhe ist $h=7\,\mathrm{mm}$.

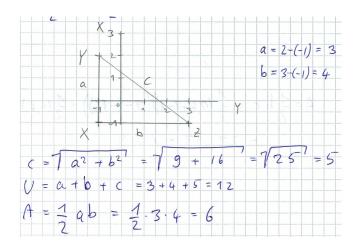
Lösung:

Die Fläche ist $\frac{1}{2}ch = \frac{1}{2} \cdot 30\,000\,000\,\text{mm} \cdot 7\,\text{mm} = 105\,000\,000\,\text{mm}^2$

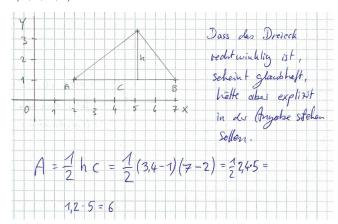
- 3. Gegeben sind jeweils 3 Punkte.
 - Zeichnen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem.
 - Verbinden Sie die Punkte zu einem Dreieck.
 - Berechnen Sie die Länge der Hypotenuse.
 - Berechnen Sie den Umfang.
 - Berechnen Sie die Fläche.
 - (a) A(1;1), B(9;1), C(9;5)



(b) X(-1;-1), Y(-1;2), Z(3;-1)



- 4. Gegeben sind jeweils 3 Punkte.
 - Zeichnen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem.
 - Verbinden Sie die Punkte zu einem Dreieck.
 - Berechnen Sie die Fläche.
 - (a) A(2;1), B(7;1), C(5,2;3,4)



(b) R(-6;-2), S(-4,1;2,6), T(7;-2)

