Der Satz des Pythagoras: Ein Beweis

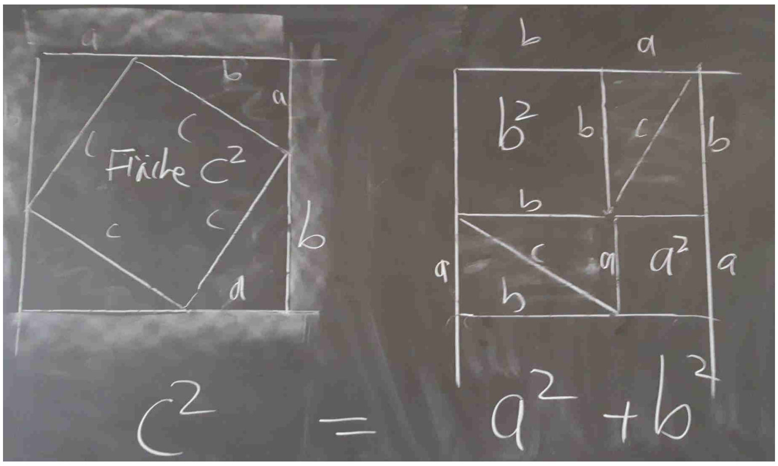
Der Beweis

Wir haben gebastelt, um den Satz des Pythagoras zu beweisen.

Wir sind von 4 deckungsgleichen rechtwinkligen Dreiecken ausgegangen. Der Beweis funktioniert nur dann allgemein, wenn die Dreiecke *nicht* gleichseitig sind, sondern unterschiedlich lange Katheten haben.

In einem ersten Schritt haben wir die Dreiecke so ausgelegt, dass ein großes Quadrat mit einem kleineren leeren Quadrat in der Mitte entstand.

Das Quadrat in der Mitte hat die Seitenlänge c und daher die Fläche c^2.



Das äußere Quadrat haben wir mit Klebeband fixiert. Nun kann man die Dreiecke im großen Quadrat verschieben. Dabei bleibt die insgesamt leere Fläche immer gleich.

Wir haben festgestellt, dass es immer möglich ist, unsere Dreiecke so auszulegen, das statt des einen freien Quadrats zwei kleinere Quadrate freibleiben. Eines hat dabei die Kantenlänge a, das andere die Kantenlänge b. Die beiden Quadrate haben also die Flächen a^2 und b^2.

Da sich an der insgesamt von den Dreiecken im großen Quadrat freigelassenen Fläche nichts geändert haben kann, gilt insgesamt der Satz des Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Das ganze funktioniert mit jedem beliebigen gleichseitigen Dreieck, es ist also ein Beweis.

Zwei Standardtypen von Aufgaben

Zwei wichtige Grundformen von Aufgaben sind die folgenden. Entweder hat man beide Katheten und soll die Hypothenuse bestimmen (links), oder man hat eine Kathete und die Hypotenuse und soll die andere Katethe bestimmen (rechts):