Übungsbeispiele zum Satz des Pythagoras – Lösung

- 1. fehlende Seiten
 - (a) Kathete ist gesucht.

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(13\,\mathrm{cm})^2 - (5\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{169\,\mathrm{cm}^2 - 25\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{144\,\mathrm{cm}^2} = 12\,\mathrm{cm}$$

(b) Hypotenuse ist gesucht.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9\,\mathrm{cm})^2 + (12\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{81\,\mathrm{cm}^2 + 144\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{225\,\mathrm{cm}^2} = 15\,\mathrm{cm}$$

(c) Kathete ist gesucht.

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{(17\,\mathrm{mm})^2 - (15\,\mathrm{mm})^2} = \sqrt{289\,\mathrm{mm}^2 - 225\,\mathrm{mm}^2} = \sqrt{64\,\mathrm{mm}^2} = 8\,\mathrm{mm}^2$$

(d) Kathete ist gesucht.

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(58\,\mathrm{mm})^2 - (51\,\mathrm{mm})^2} = \sqrt{3364\,\mathrm{mm}^2 - 2601\,\mathrm{mm}^2} = \sqrt{763\,\mathrm{mm}^2} = 27{,}62\,\mathrm{mm}$$

(e) Kathete ist gesucht.

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(19.4\,\mathrm{cm})^2 - (14.4\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{376.36\,\mathrm{cm}^2 - 207.36\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{169\,\mathrm{cm}^2} = 13\,\mathrm{cm}$$

(f) Hypotenuse ist gesucht.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(38\,\mathrm{mm})^2 + (47\,\mathrm{mm})^2} = \sqrt{1444\,\mathrm{mm}^2 + 2209\,\mathrm{mm}^2} = \sqrt{3653\,\mathrm{mm}^2} = 60,44\,\mathrm{mm}$$

- 2. fehlende Seiten mit Zeichnung
 - (a) Kathete ist gesucht.

$$u = \sqrt{s^2 - t^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$$

(b) Kathete ist gesucht.

$$r = \sqrt{p^2 - s^2} = \sqrt{50^2 - 14^2} = \sqrt{2500 - 196} = \sqrt{2304} = 48$$

(c) Hypotenuse ist gesucht.

$$e = \sqrt{d^2 + d^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4.24$$

(d) Hypotenuse ist gesucht.

$$v = \sqrt{u^2 + u^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{144 + 144} = \sqrt{288} = 16.97$$

(e) Kathete ist gesucht.

$$n = \sqrt{m^2 - k^2} = \sqrt{87^2 - 63^2} = \sqrt{7569 - 3969} = \sqrt{3600} = 60$$

- 3. Umfang und Flächeninhalt
 - (a) Für den Umfang brauchen wir die Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(24 \, \text{cm})^2 + (32 \, \text{cm})^2} = \sqrt{576 \, \text{cm}^2 + 1024 \, \text{cm}^2} = \sqrt{1600 \, \text{cm}^2} = 40 \, \text{cm}$$

Der Umfang ist $a+b+c=96\,\mathrm{cm}$. Die Fläche ist $\frac{1}{2}ab=384\,\mathrm{cm}^2$.

(b) Für den Umfang brauchen wir die Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(5.1\,\mathrm{cm})^2 + (6.8\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{26.01\,\mathrm{cm}^2 + 46.24\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{72.25\,\mathrm{cm}^2} = 8.5\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang ist $a+b+c=20.4\,\mathrm{cm}$. Die Fläche ist $\frac{1}{2}ab=17.34\,\mathrm{cm}^2$.

(c) Für den Umfang brauchen wir die Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(12\,\mathrm{cm})^2 + (5\,\mathrm{cm})^2} = \sqrt{144\,\mathrm{cm}^2 + 25\,\mathrm{cm}^2} = \sqrt{169\,\mathrm{cm}^2} = 13\,\mathrm{cm}$$

Der Umfang ist $a+b+c=30\,\mathrm{cm}.$ Die Fläche ist $\frac{1}{2}ab=30\,\mathrm{cm}^2.$

4. Diagonale Quadrat In einem Quadrat mit der Seitenlängen a gilt der Satz des Pythagoras immer in der Form $a^2+a^2=2a^2=c^2$. Daher ist $c=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}$.

(a)
$$c = a\sqrt{2} = 12\,\mathrm{cm}\cdot\sqrt{2} = 16{,}97\,\mathrm{cm}$$

(b)
$$c = a\sqrt{2} = 18 \, \mathrm{cm} \cdot \sqrt{2} = 25{,}46 \, \mathrm{cm}$$

(c)
$$c = a\sqrt{2} = 45\,\mathrm{cm}\cdot\sqrt{2} = 63{,}64\,\mathrm{cm}$$