Physik

Ortsveränderung, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Slide 1

Inhaltsverzeichnis

1 Prolog

1.1 Nullenzählen: Rechnen mit Zehnerpotenzen

10er Potenzen: Wissenschaftliche Zahlennotation

Slide 2

- Notation für sehr große und sehr kleine Zahlen
- Dabei wird ausgenutzt, dass jeweils

$$\begin{aligned} 100 &= 10 \cdot 10 = 10^2 \\ 1000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 \\ 10\,000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \\ 1\,000\,000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6 \end{aligned}$$

  etc. Spätestens in der letzten Zeile werden die Vorteile klar.

- Damit kann man schreiben (Beispiel: Vakuumslichtgeschwindigkeit)

$$299\,792\,458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

- Vorteile
  - Die Größenordnung ist unmittelbar klar, kein Nullengezähle

- Leicht zu runden
- Leicht miteinander zu verrechnen

Die folgenden Rechenregeln erleichtern einem das Leben beim Arbeiten mit 10er-Potenzen erheblich. Sie gelten alle nicht nur für die Basis 10, aber wir werden sie hier fast nur für diese spezielle Basis verwenden.

Rechenregeln/Potenzgesetze Slide 3

Regel 1: $10^r \cdot 10^s = 10^{r+s}$ (r, s irgendwelche ganze Zahlen).

$$\text{Zum Beispiel} \qquad 10^3 \cdot 10^2 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10) = 10^5 = 10^{3+2}$$

Regel 2: $10^r/10^s = 10^{r-s}$

$$\text{Zum Beispiel} \qquad \frac{10^5}{10^3} = \frac{10 \cdot 10 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}}{\cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}} = 10^2 = 10^{5-3}$$

Regel 2a: $10^0 = 1$

$$\text{Folgt aus Regel 2, zum Beispiel} \qquad 1 = \frac{10^7}{10^7} = 10^{7-7} = 10^0$$

Hübsch ist die Frage, ob auch $0^0 = 1$ gilt.[1]

Regel 2b: $1/10^r = 10^{-r}$

$$\text{Auch aus Regel 2:} \qquad \frac{1}{10^3} = \frac{10^0}{10^3} = 10^{0-3} = 10^{-3}$$

Regel 3: $(10^r)^s = 10^{rs}$

$$\text{Zum Beispiel} \qquad (10^3)^2 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10) = 10^6 = 10^{3 \cdot 2}$$

Regel 4 Slide 4

$$(ab)^n = a^n b^n$$

- Zum Beispiel, und das ist sehr wichtig

$$(7\text{m})^2 = 7^2\text{m}^2 = 49\text{m}^2$$

Vergessen Sie nicht, die Einheit mit zu quadrieren!

[1] `https://www.youtube.com/watch?v=r0_mi8ngNnM`

- Die Falle hier ist, dass die Klammer oft nicht in der mit Symbolen geschriebenen Formel steht.
- Angenommen, Sie wollen v^2 ausrechnen, mit, z.B., $v = 7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$$v^2 = \left(7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 49\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$
Alles andere führt entweder zu falschen Zahlen (normalerweise 7) oder falschen Einheiten $\left(\text{meistens } \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$, oder beidem.

2 Der Ort

2.1 Ortsveränderung

Ortsveränderungen

Slide 5

- Nehmen wir an, eine Schnecke befindet sich bei $s_1 = 3\,\text{m}$.
- Irgendwann später ist sie bei $s_2 = 5\,\text{m}$.
- Sie hat also $2\,\text{m} = 5\,\text{m} - 3\,\text{m} = s_2 - s_1$ zurückgelegt.
- Solche Änderungen werden mit dem großen Delta Δ bezeichnet:
$$\Delta s = s_2 - s_1$$
- Jede Änderung wird so berechnet:
$$\Delta = \text{hinterher} - \text{vorher}$$
- Kriecht die Schnecke zurück auf $s_3 = 4\,\text{m}$, so beträgt die Änderung
$$\Delta s' = \text{hinterher} - \text{vorher} = s_3 - s_2 = 4\,\text{m} - 5\,\text{m} = -1\,\text{m}$$

$\Rightarrow$ Das Vorzeichen zeigt die Bewegungsrichtung an.

3 Geschwindigkeit

3.1 Definition

Definition der Geschwindigkeit

Slide 6

Definition 1 (Geschwindigkeit)**.** Die Geschwindigkeit v ist der zurückgelegte Weg Δs geteilt durch die benötigte Zeit Δt:
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Die Einheit der Geschwindigkeit ist $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ oder (physikalisch schöner) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$:

$$1\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{1000\,\mathrm{m}}{60 \cdot 60\,\mathrm{s}} = \frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = \frac{1}{3{,}6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \Leftrightarrow \quad 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Beispiel 2. Ein Auto braucht für 144 km 2 Stunden. Wie schnell ist es in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$?

$$v = \frac{144\,\mathrm{km}}{2\,\mathrm{h}} = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 72\frac{1}{3{,}6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

In der Fahrschule lernt man oft folgende Näherungsrechnung:

> Um aus der Geschwindigkeit in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ auf die pro Sekunde zurückgelegten Kilometer zu schließen, multiplizieren Sie mit 3 und teilen dann durch 10.

Eine Beispielrechnung: Ein Auto, dass mit $50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ unterwegs ist, legt pro Sekunde $50 \cdot 3/10 = 15$ Meter zurück. Die präzise Rechung lautet $50/3.6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 13{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Die Fahrschulregel überschätzt also die Geschwindigkeit etwas wie es sich für eine Fahrschulregel gehört.

Präzisierung

Slide 7

- Heißt das durchgängig $20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$?

⇒ Nein, wir haben die Durchschnittsgeschwindigkeit berechnet.

- Wie kann man genauer messen? Halbe Messzeit.

⇒ 2 Durchschnittsgeschwindigkeiten

⇒ Wir halbieren die Messzeit ein zweites Mal

... Und so weiter.

Definition 3.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg } \Delta s}{\text{benötigte Zeit } \Delta t} \quad ,$$

aber für eine „unendlich“ kurze Zeit Δt.

In Worten

Geschwindigkeit ist die Änderungsrate des Ortes.

Schneckenrennen

Slide 8

1. Unsere Schnecke legt die Distanz $\Delta s = 2\,\mathrm{m}$ in $\Delta t = 2400\,\mathrm{s}$ zurück.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\,\mathrm{m}}{2400\,\mathrm{s}} = 0{,}000\,83\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}83\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}$$

2. Dann kriecht sie in $\Delta t' = 2000\,\mathrm{s}$ über die Distanz $\Delta s' = -1\,\mathrm{m}$ zurück.

$$v' = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} = \frac{-1\,\mathrm{m}}{2000\,\mathrm{s}} = -0{,}0005\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -0{,}5\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}$$

Das Vorzeichen zeigt wiederum die Bewegungsrichtung an.

3.2 Geschwindigkeiten vergleichen

Geschwindigkeiten vergleichen

Slide 9

Beispiel 4 (1)*.* Sie überholen ein Auto, dass sich mit $v_1 = 100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ bewegt. Sie selbst fahren mit $v_2 = 220\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Wie schnell entfernen Sie sich vom überholten Fahrzeug?

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 120\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

- Relativgeschwindigkeit ist die Differenz der Einzelgeschwindigkeiten.
- Wieder verwenden wir das große griechische Δ um die Relativgeschwindigkeit zu bezeichnen.

Präzisierung: Die Relativgeschwindigkeit sagt aus, wie schnell **wir** uns in Bezug auf *das andere Auto* bewegen.

Geschwindigkeiten vergleichen

Slide 10

Beispiel 5 (2)*.* Nun kommt ihnen ein Geisterfahrer mit einer Geschwindigkeit von $v_3 = -100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ entgegen. (Sie sind immer noch mit $v_2 = 220\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ unterwegs.)

Frage: Relativgeschwindigkeit

Mit welcher Geschwindigkeit nähern Sie sich dem Geisterfahrer?

Wir können exakt dieselbe Formel verwenden:

$$\Delta v = 320\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = v_2 - v_3 = 220\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - (-100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}})$$

Da das Vorzeichen die Fahrtrichtung anzeigt (+ für vorwärts, − für rückwärts), haben wir nur **eine** Formel für alle möglichen Fälle.

Geschwindigkeiten vergleichen

Slide 11

Beispiel 6 (3). Sie haben einen Schreck bekommen und bremsen ab auf $v_4 = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ein anderer Raser überholt uns mit $v_5 = 220\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Frage: Relativgeschwindigkeit

Mit welcher Geschwindigkeit entfernen Sie sich vom Überholer?

Unsere Formel liefert nun

$$v_{relativ} = v_4 - v_5 = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 220\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = -120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Relativgeschwindigkeit bezeichnet wieder unsere Geschwindigkeit in Bezug auf das andere Fahrzeug. Von diesem aus betrachtet fahren wir mit $120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ rückwärts.

4 Beschleunigung

4.1 Definition

Einführung des Begriffes

Slide 12

Definition 7 (Beschleunigung)**.** Wie schnell etwas schneller wird:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{benötigte Zeit}}$$

oder, als Formel

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Auch hier wird Δt strenggenommen wieder als unendlich kurz gedacht.

dh. „Beschleunigung ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit.“

bzw „...die Änderungsrate der Änderungsrate des Ortes.“

Mathematisch ist Beschl. die zweite Ableitung des Ortes nach der Zeit.

Eine alltägliche Beschleunigung

Slide 13

Beispiel 8. Ein Auto beschleunigt in $\Delta t = 30\,\mathrm{s}$ von $v_1 = 21\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ auf $v_2 = 30\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Wie groß ist die (mittlere) Beschleunigung?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 21\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{30\,\mathrm{s}} = \frac{9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{30\,\mathrm{s}} = 0{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{ss}} = 0{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Die Einheit der Beschleunigung ist also

$$[a] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.2 Das Vorzeichen der Beschleunigung

Negative Beschleunigung

Slide 14

Beispiel 9. Wir machen eine Vollbremsung und bremsen in $3\,\mathrm{s}$ von $v_1 = 30\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ auf $v_2 = 0\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ab. Wie groß ist a?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\mathrm{s}} = \frac{-30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\mathrm{s}} = -10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$\Rightarrow$ Auch die Beschleunigung kann negativ sein.

Beispiel 10. Wir drehen um und beschleunigen in die andere Richtung. Nach $7\,\mathrm{s}$ sind wir $v_3 = -21\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ schnell. Wie groß ist die Beschleunigung jetzt?

$$a' = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t'} = \frac{-21\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7\,\mathrm{s}} = \frac{-21\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{7\,\mathrm{s}} = -3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Häufig (zum Beispiel in vielen Schulbüchern wie Gau u. a. (2011) oder **Cirpina2018**) findet sich die Gleichsetzung von negativer Beschleunigung und Bremsen bzw einer Verlangsamung der Bewegung. Wir haben soeben gesehen, dass dies nicht stimmt. Wenn wir in der Richtung schneller werden, in der die Geschwindigkeit negativ gezählt wird, bekommen wir eine negative Beschleunigung, obwohl der *Betrag* der Geschwindigkeit zunimmt. Wenn man nicht einfach von „Bremsen“ sprechen möchte, sich aber dennoch eindeutig auszudrücken gewillt ist, kann man das Wort „Verzögerung“ verwenden, um eine Verringerung der absoluten Geschwindigkeit zu bezeichnen.

Aufgabe

Slide 15

Beispiel 11. Eine Kugel rollt mit $v_1 = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ eine schiefe Ebene nach oben. Die Schwerkraft beschleunigt sie mit $a = -3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ in die entgegengesetzte Richtung. Was für eine Geschwindigkeit v_2 hat die Kugel nach $\Delta t = 2\,\mathrm{s}$?

- Es gilt
$$\Delta v = v_2 - v_1 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 + \Delta v$$
- Aber auch
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = a\Delta t$$
- Zusammen also

$$\begin{aligned} v_2 =& v_1 + \Delta v = \\ & v_1 + a\Delta t = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + \left(-3\,\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}}\,\mathrm{s}} \cdot 2\,\cancel{\mathrm{s}}\right) = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + \left(-6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$