1. Eine Kugel der Masse $m = 30\,\text{kg}$ soll um die Höhe $h = 2\,\text{m}$ angehoben werden.

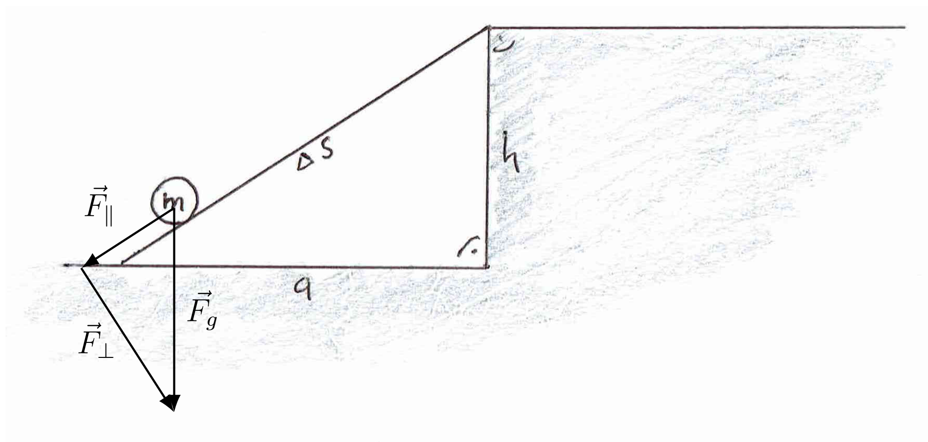

Abbildung 1: Eine Kugel auf der schiefen Ebene

(a) Wie groß ist ihre Gewichtskraft?

Lösung:

$$F_g = mg = 30\,\cancel{\text{kg}} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\cancel{\text{kg}}} = 294\,\text{N}$$

(b) Welche Arbeit wird aufgewendet, wenn man sie direkt um die Höhe h anhebt?

Lösung:
Die Hubarbeit ist

$$W_{hub} = mgh = 30\,\cancel{\text{kg}} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\cancel{\text{kg}}} \cdot 2\,\text{m} = 589\,\text{N}\,\text{m} = 589\,\text{J}$$

(c) Die Kathete a ist $5\,\text{m}$ lang. Wie lang ist Δs?

Lösung:
Pythagoras sagt uns

$$\Delta s^2 = h^2 + a^2 \quad \Big|\sqrt{}$$
$$\Delta s = \sqrt{h^2 + a^2} = \sqrt{(2\,\text{m})^2 + (5\,\text{m})^2} = \sqrt{29\,\text{m}^2} = 5{,}39\,\text{m}$$

(d) Wie groß ist die Kraft $F_{\|}$, die parallel zu Δs verläuft?

Lösung:

$$F_{||} = \frac{h}{\Delta s} \cdot F_g = \frac{2\,\cancel{\mathsf{m}}}{5{,}39\,\cancel{\mathsf{m}}} \cdot 294\,\mathsf{N} = 109\,\mathsf{N}$$

(e) Wie groß ist die Kraft $F_\perp$, die senkrecht zu Δs verläuft?

Lösung:
Pythagoras:

$$\begin{aligned} F_\perp^2 + F_{||} &= F_g^2 \quad \Big| - F_{||}^2 \\ F_\perp^2 &= F_g^2 - F_{||}^2 \quad \Big| \sqrt{\ } \\ F_\perp &= \sqrt{F_g^2 - F_{||}^2} = \sqrt{(294\,\mathsf{N})^2 - (109\,\mathsf{N})^2} = 273\,\mathsf{N} \end{aligned}$$

(f) Wie groß ist die Arbeit, die wir aufbringen müssen, wenn wir die Kugel über die Rampe rollen. Sie legt dann den Weg Δs gegen die in 1d berechnete Kraft zurück.

Lösung:
Die Arbeit, die wir entlang der Rampe aufwenden müssen ist

$$W_{\mathsf{Rampe}} = F_{||} \cdot \Delta s = 109\,\mathsf{N} \cdot 5{,}39\,\mathsf{m} = 589\,\mathsf{N\,m}$$

Dies ist offensichtlich genau die vorhin direkt berechnete Hubarbeit $W_{hub} = mgh$.

Dieses Resultat hatten wir im Unterricht ganz allgemein erhalten. Es gilt immer. Eine Rampe kann keine Energie sparen.