

Versuchsprotokoll

Interferometrie

Versuch 64

Daniel Meißner	Kevin Moch
<code>daniel.meissner@udo.edu</code>	<code>kevin.moch@udo.edu</code>

27. Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In diesem Versuch werden die Brechzahlen von Luft, Kohlendioxid und Glas mit einem Sagnac-Interferometer bestimmt. Dazu wird das Interferometer aufgebaut und justiert sowie eine Kontrastmessung durchgeführt.

2 Theorie

2.1 Natur des Lichts

Licht kann in diesem Versuch als elektromagnetische Welle beschrieben werden. Dieses besteht aus einem elektrischen und einem magnetischen Anteil, welche direkt voneinander abhängen. Deswegen reicht die Betrachtung des elektrischen Anteils aus. Da in diesem Versuch ein Helium-Neon-Laser verwendet wird, reicht die Betrachtung von monochromatischem Licht, d.h. Licht mit nur einer Wellenlänge, aus. Der elektrische Wellenanteil des monochromatischen Lichtes kann also durch die in Gleichung (??) angegebene Funktion von Raum und Zeit mathematisch ausgedrückt werden.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \exp(i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \quad (1)$$

Die elektrische Welle ist ein Vektor. \vec{E}_0 gibt die Polarisation des Lichtes an. In diesem Versuch wird mit linear polarisiertem Licht gearbeitet, d.h. \vec{E}_0 ist konstant.

Bei kohärenten Wellen tritt das Phänomen der Interferenz auf. Kohärenz ist gegeben, wenn die Phasenbeziehung von Teilwellen zeitlich und räumlich konstant bleibt und die Wellenzüge sich Überlagern. Solche elektromagnetischen Wellen liefert der verwendete Laser. Während einiger Versuche variieren die Phasenlagen von Teilwellen kontinuierlich, weswegen das Interferenzmuster sich ändert. Dennoch wird das Licht in diesem Fall als kohärent bezeichnet, da sich Frequenz und Form der Wellen nicht ändert und die Wellen weiterhin überlagert sind.

Bei Interferenz addieren sich die Wellenvektoren in jedem Raumzeitpunkt. Aufgrund der Linearität der Maxwellgleichungen führt diese Operation zu einer Funktion, die ebenfalls die Maxwellgleichungen erfüllt.

Es folgt eine Rechnung zur beobachteten Intensität zweier interferierender Wellen.

Sei der elektrische Wellenanteil des ersten Strahls gegeben durch

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cdot \exp(i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})). \quad (2)$$

Der zweite Strahl besitze eine andere Polarisation und Amplitude. Der Winkel zwischen den beiden Polarisationsachsen werde mit δ bezeichnet. Außerdem besitze dieser eine Phasenverschiebung zum ersten von ϕ . Die zweite Welle wird also durch

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cdot \exp(i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi)) \quad (3)$$

beschrieben.

Die beobachtete Intensität ergibt sich also zu

$$I \propto \left\langle \left| \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \right|^2 \right\rangle = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\delta) \cos(\phi). \quad (4)$$

Bei gleicher Polarisierung, also bei $\delta = 0$ sind die Fälle der destruktiven und konstruktiven Interferenz leicht zu sehen.

$$\phi = \pi : I \propto E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2E_{01}E_{02} = 0 \text{ für } E_{01} = E_{02} \quad (5)$$

$$\phi = 0 : I \propto E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} = 4E_{01}^2 \text{ für } E_{01} = E_{02} \quad (6)$$

Stehen die Polarisationsrichtungen der beiden Lichtstrahlen hingegen senkrecht aufeinander, ist also $\delta = \pi/2$, so ergibt sich

$$I \propto E_{01}^2 + E_{02}^2. \quad (7)$$

Bei senkrecht zueinander polarisiertem Licht tauchen also keine Interferenzeffekte auf!

2.2 Zur Polarisation des Lichts

In der vorherigen Sektion wurde bereits die Polarisation des Lichtes, welche aufgrund der Vektoreigenschaft des elektrischen (und magnetischen) Feldes auftritt, beachtet.

Aus beliebig polarisiertem Licht kann linear polarisiertes Licht erzeugt werden, indem das Licht im sogenannten Brewsterwinkel an einem Dielektrikum reflektiert wird. Der Winkel wird dabei zwischen Lot und einfallendem Strahl genommen. Sei n_1 der Brechindex des Materials, aus dem der Lichtstrahl austritt und n_2 der Brechindex des anderen Materials, so berechnet sich der Brewsterwinkel nach Formel ??.

$$\sin(\alpha_B) = \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \quad (8)$$

Unter diesem Winkel wird gerade der parallel zur Einfallsebene liegende Polarisationsanteil nicht reflektiert, sodass linear polarisiertes Licht senkrecht zur Einfallsebene entsteht. Es werden kurz zwei in diesem Versuch verwendete Bauteile vorgestellt, welche die Polarisationsnatur des Lichtes nutzen.

Polarisationsfilter Mit einem Polarisationsfilter wird der Anteil des Lichtes absorbiert, der parallel zu einer einstellbaren Achse liegt.

Dadurch dringt nur der dazu senkrecht liegende Anteil des Lichtes durch den Polarisationsfilter.

Polarizing beam-splitter cube Ein PBSC ist ein Glaswürfel, der einen halbdurchlässigen Spiegel enthält, welcher zwischen zwei diametrisch zueinander liegenden Kanten verläuft. Auf diesem ist ebenfalls eine dünne dielektrische Schicht aufgetragen.

Das führt dazu, dass ein PBSC einfallendes Licht in zwei Komponenten aufteilt, welche zueinander senkrecht polarisiert sind.

Dabei durchquert eine Komponente den Glaskörper, während die andere um 90° reflektiert wird.

2.3 Kontrast eines Interferometers

Eine wichtige Grösse eines Interferometers ist der Kontrast V . Dieser gibt den Unterschied zwischen der maximal und minimal einstellbaren Intensität des Lichtstrahl an, welcher aus dem Interferometer kommt.

Der Kontrast kann durch Gleichung (??) definiert werden.

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (9)$$

Bei der Kontrastmessung in diesem Versuch werden zwei Polarisationsfilter verwendet. Der erste lässt nur den Anteil des Lichtes durch, welcher im Winkel θ zur horizontalen Achse liegt. Dadurch gilt für die Beträge der beiden Teilstrahlen, welche durch den PBSC entstehen folgender Zusammenhang:

$$E_{01} = E \cdot \cos(\theta),$$

$$E_{02} = E \cdot \sin(\theta).$$

Der zweite Filter lässt von beiden senkrecht zueinander polarisierten Strahlen nur jeweils die Komponenten der elektrischen Felder durch, welche parallel zur Polarisationsrichtung des Filters stehen, sodass beide Teilstrahlen anschließend die gleiche Polarisationsrichtung aufweisen und der Winkel zwischen den beiden Polarisationsvektoren verschwindet, δ in Formel (??) also Null wird.

Eingesetzt ergibt sich also für die Intensität des Lichtes am Ende des Interferometers in Abhängigkeit des eingestellten Winkels des ersten Polarisationsfilters der in Formel (??) angegebene Zusammenhang.

$$I \propto E^2 \cdot (1 + 2 \cos(\theta) \sin(\theta) \cos(\phi)) \quad (10)$$

Für den Phasenunterschied $\phi = 0$ ergibt sich die maximale Intensität

$$I_{\max} \propto E^2 \cdot (1 + 2 \cos(\theta) \sin(\theta)). \quad (11)$$

Die minimale Intensität folgt für $\phi = \pi$ zu

$$I_{\min} \propto E^2 \cdot (1 - 2 \cos(\theta) \sin(\theta)). \quad (12)$$

2.4 Brechungsindices

Wie bereits in der Sektion zur Natur des Lichtes erwähnt, breitet sich Licht im Vakuum immer mit der selben Geschwindigkeit aus. Materie hingegen wird von Licht langsamer durchdrungen. Diese Verlangsamung des Lichtes ist der Grund für das Phänomen der Lichtbrechung. Daher kann der Brechungsindex n wie in Formel (??) angegeben definiert werden. Dabei bezeichnet c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und v die Materielichtgeschwindigkeit.

$$n = \frac{c}{v} \quad (13)$$

Abbildung 1: Strahlengang an den Glasplatten. Diese Skizze wurde mit dem Programm Inkscape selber erstellt.

Durch die Verlangsamung des Lichtes in Materie wird die Wellenlänge gröSSer und somit die Wellenzahl kleiner. Bei eindimensionaler Betrachtung wird die Wellenzahl in Materie zu

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} n.$$

Brechungsindex von Glasplatten Fällt Licht im Winkel Θ zum Lot auf eine Glasplatte, und schliesst der eingetretene Strahl mit dem Lot den Winkel Θ' ein, so kann durch das Snelliussche Brechungsgesetz und dem Brechungsindex des Materials n , sowie mit der Dicke T der Glasplatte der Phasenunterschied ϕ zwischen einem Strahl, der am Glas vorbeiläuft und einem, der durch das Glas hindurchgeht, errechnet werden. ?? visualisiert die vorliegende Situation. Es ergibt sich Formel (??) für die Phasendifferenz.

$$\Delta\phi(\Theta) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left(\frac{n - \cos(\Theta - \Theta')}{\cos(\Theta')} - n + 1 \right) \quad (14)$$

Weitere Rechnung und eine Kleinwinkelnäherung ergibt die einfacherer Formel (??).

$$\Delta\phi(\Theta) \approx \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \cdot \frac{n-1}{2n} \Theta^2 \quad (15)$$

In diesem Versuch werden die Anzahl der 2π -Phasenverschiebungen M der Strahlen während einer Rotation zweier Glasplatten um den Winkel Θ gemessen. Diese Anzahl ergibt sich mit Formel (??) zu

$$M = 2 \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{2T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{2n} \Theta^2. \quad (16)$$

Aus dieser Formel kann in diesem Versuch der Brechungsindex n von Glasplatten bestimmt werden.

Brechungsindex von Gas Durchläuft Licht ein Gas mit dem Brechungsindex n auf einer Strecke L , so beträgt der Phasenunterschied zu einem im Vakuum laufenden Strahl

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} (n-1)L. \quad (17)$$

Hieraus ergibt sich leicht ein Ausdruck für die gezählten 2π -Phasenverschiebungen M durch division mit 2π . Also kann mithilfe von Formel (??) der Brechungsindex eines Gases in diesem versuch bestimmt werden.

$$M = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{n-1}{\lambda_{\text{vac}}} \cdot 2L \quad (18)$$

Abbildung 2: Schematische Skizze der verwendeten Apparatur, sowie der Glasplattengeometrie und der Gaskammer. Der durchgezogene Strahl repräsentiert den Lichtweg, wenn die beiden gegenläufigen Strahlen nicht räumlich getrennt sind, die gestrichelten Linien deuten den Weg der räumlich getrennten Lichtstrahlen an. Diese Skizze wurde mit dem Programm Inkscape selber erstellt.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Aufbau und Besonderheiten des Sagnac-Interferometers

Das in diesem Versuch verwendete Sagnac Interferometer besteht im Kern aus einem Helium-Neon-Laser, welcher linear polarisiertes Licht mit einer Wellenlänge von 632,8 nm liefert, fünf Spiegeln, einem PBSC und einem Polarisationsfilter.

Des Weiteren werden für spezielle Messverfahren noch ein weiterer PBSC, ein weiterer Polarisationsfilter und zwei Photodioden verwendet, sowie zur Untersuchung der Brechungsindices zwei im festen Winkel zueinander angeordnete Glasplatten und eine Gaskammer.

Eine schematische Zeichnung des Interferometers, sowie Skizzen der zusätzlichen Bauteile sind in Bild ?? zu sehen.

Der Einsatz der einzelnen Bauteile wird in den Untersektionen der jeweiligen Messverfahren erläutert.

Alle Bauteile werden an einem Schraub Brett befestigt und während der Messungen von einem Plexiglasdach überdacht, um Luftströmung innerhalb der Interferometeranordnung zu verhindern.

Die Besonderheit dieses Interferometertyps liegt in der Toleranz gegenüber Vibrationen der Apparatur, da die gegenläufigen Strahlen die selben Weglängen zurücklegen und somit die Phasendifferenz weitestgehend unverändert bleibt. AuSSerdem können bei diesem Interferometertyp, so wie für Interferometer üblich, die einzelnen Strahlen separat manipuliert werden, da diese einen räumlichen Abstand zueinander besitzen.

3.2 Justierung der Apparatur

Die Justierung des Sagnac Interferometers wird mittels der in Zeichnung ?? verwendeten Bezeichnung der Spiegel und Halteplätze für Justierhilfen erläutert. Die Justierhilfen sind Plastikplatten mit kleinen Löchern zum durchlassen des Laserlichts.

Als erstes werden der HeNe-Laser und die beiden Steuerspiegel auf dem Schraub Brett befestigt. AuSSerdem werden der PBSC und die Spiegel A, B und C wie in ?? zu sehen platziert, aber noch nicht festgeschraubt. Diese werden nun in ihre endgültige Position gebracht. Dafür wird zunächst der durch den PBSC reflektierte Teilstrahl blockiert und Justierhilfen in den Halterungen Zwei und Drei angebracht. Mit dem zweiten Steuerspiegel wird der durch den PBSC durchgelassene Teilstrahl so eingestellt, dass dieser die Löcher beider Justierhilfen passiert.

Als nächstes werden die Justierhilfen in die Halterungen Acht und Neun gestellt, der vom

PBSC durchgelassene Teilstrahl blockiert und der reflektierte Teilstrahl durch Feinjustage des PBSCs so eingestellt, dass dieser nun ebenfalls die Justierhilfen passiert. Nun wird der PBSC festgeschraubt.

Nachdem dies erledigt ist, werden die Justierhilfen in die Plätze Fünf und Sechs gesteckt, keiner der Teilstrahlen blockiert und Spiegel A und C so lange zurechtgerückt, bis die Lichtstrahlen einmal mehr durch Löcher der Justierhilfen gelangen. Jetzt werden Spiegel A und C festgeschraubt.

Ein letztes mal werden die Justierhilfen umverlegt. Diesmal in die Halterungen Vier und Sieben. Spiegel C wird zurechtgerückt, bis beide Teilstrahlen durch jeweils beide Seiten der Löcher der Justierhilfen gelangen. Spiegel C wird daraufhin auch an dem Schraubbrett festgeschraubt.

Zu diesem Zeitpunkt sind die beiden Teilstrahlen im Interferometer noch nicht räumlich getrennt. Werden die aus der vierten Seite des PBSCs austretenden Lichtstrahlen auf einem Schirm betrachtet, zeigt sich aber, dass die beiden Lichtstrahlen sich nicht vollkommen überlappen. Um dies zu erreichen, werden die Fingerschrauben bei den Spiegeln A und C verwendet. Nach diesem Schritt sind die Spiegel richtig justiert.

Vor dem PBSC wird noch ein Polarisationsfilter gestellt, um die Intensitäten der beiden Teilstrahlen im Interferometer einstellen zu können, sowie der zweite Steuerspiegel seitlich bewegt, um eine räumliche Trennung der beiden Strahlen zu erreichen.

Jetzt ist die Hauptanordnung des Sagnac Interferometers justiert. Vor jeder Messreihe wird allerdings ein wenig an den Fingerschrauben der Spiegel A, B und C gedreht, um die Qualität der austretenden Strahlen zu optimieren. Die beiden austretenden Strahlen sind zueinander senkrecht polarisiert, interferieren also noch nicht miteinander.

3.3 Messung des Kontrasts

Zur Kontrastmessung wird zusätzlich zum justierten Interferometer ein zweiter Polfilter hinter dem PBSC, bei den austretenden Strahlen, aufgestellt, damit bei beiden Strahlen nur der Teil durchlassen, welcher im richtigen Winkel steht und diese durchgelassenen Komponenten interferieren können. Des Weiteren wird eine Photodiode verwendet, deren Photostrom in eine dazu proportionale Spannung umgewandelt wird, welche mit einem Voltmeter gemessen wird, und die in Abbildung ?? gezeigte Glasplattengeometrie benutzt. Diese wird so in das Innere des Interferometers gestellt, dass je einer der Glasplatten in einem der gegenläufigen Teilstrahlen steht.

Die Messreihe zur Bestimmung des Kontrastes des Interferometers in Abhängigkeit vom eingestellten Winkel des ersten Polarisationsfilters wird wie folgt durchgeführt: Bei festem Polarisationsfilterwinkel wird die Glasplattengeometrie so gedreht, dass die am Voltmeter angezeigte Spannung minimal wird. Anschließend wird bei gleich bleibender Plattenposition die angezeigte Spannung in Abhängigkeit des Polarisationsfilterwinkels aufgezeichnet.

Im Anschluss dazu wird die Glasplattengeometrie so gedreht, dass die angezeigte Spannung maximal wird und eine weitere Messreihe bei fester Plattenposition gestartet,

bei der für verschiedene Polarisationswinkel die Spannung abgelesen wird. An dieser Stelle sei bereits darauf hingewiesen, dass dieses Vorgehen sich als nicht ideal erweist.

3.4 Messung des Brechungsindex' von Glas

Um die Brechzahl von Glas zu bestimmen, werden neben dem justierten Sagnac Interferometer noch die Glasplattengeometrie, ein zweiter, schräg stehender PBSC mit Spiegeln zum Interferieren und räumlichen Trennen der aus dem Interferometer kommenden Teilstrahlen, sowie zwei Photodioden benutzt. Mit dem Photostrom der Photodioden wird wieder jeweils eine dazu proportionale Spannung erzeugt. Diese Spannungen werden voneinander subtrahiert. Da die Intensitäten der aus dem zweiten PBSC kommenden Strahlen zueinander komplementär sind, ergibt die Betrachtung der Spannungsdifferenz eine Methode zum Feststellen von 2π -Phasenshifts zwischen den beiden Interferometerstrahlen anhand von Spannungsdifferenznulldurchgängen. Diese Phasenshifts werden elektronisch gezählt.

Die Messung wird durchgeführt, indem die Glasplattengeometrie um 10° um die vertikale Achse gedreht wird und die Anzahl der 2π -Phasenshifts abgelesen wird. Daraufhin werden die Glasplatten wieder um 10° zurückgedreht und die neue Anzahl an Phasenshifts notiert. Dieser Vorgang wird zehn mal wiederholt.

3.5 Bestimmung der Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid

Im letzten Messteil, der Bestimmung der Brechzahl von Luft oder anderen Gasen, wird neben den Bauteilen im Teil zur Bestimmung der Brechzahl von Glas noch eine Gaskammer verwendet, welche an einer Vakuumpumpe angeschlossen ist. Die Gaskammer wird so in das Interferometer gestellt, dass nur einer der gegenläufigen Interferometerstrahlen das Gasmedium durchquert.

Vor der Messung wird die Gaskammer evakuiert. Das Einlassen von Gas führt zu einer Erhöhung der Dichte des in der Kammer befindlichen Mediums, wodurch sich ebenfalls die Brechzahl des Gases ändert und es zu einer Phasenverschiebung zwischen den Strahlen kommt. In einer Messreihe wird die Anzahl der gezählten 2π -Phasenverschiebungen in Abhängigkeit vom Druck in der Gaskammer gezählt.

Es werden sowohl Luft, als auch CO₂ vermessen.

4 Auswertung

4.1 Messung des Kontrasts

Zur Auswertung der MeSSdaten, die sich bei Kontrastmessung ergeben haben, benutzen wir eine nichtlineare Ausgleichsrechnung¹. Die zu messenden Intensitäten wurden über entsprechend proportionale Spannungen bestimmt. Wir nehmen einen Zusammenhang

¹Die numerische Berechnung wird von der Funktion `scipy.optimize.curve_fit` aus der Python-Bibliothek `scipy` in der Version 0.10.1 durchgeführt

(a) Dargestellt sind die MeSSwerte und der geschätzte funktionale Zusammenhang gemäß ???. Im oberen Plot sind die MeSSwerte der maximalen Intensität und im unteren Plot diejenigen der minimalen Intensität

(b) Hier ist der Kontrast nach Formel (??) berechnet worden. Die grüne Kurve zeigt die theoretische Erwartung. Es ist zu erkennen, dass eine gute Übereinstimmung vorliegt.

Abbildung 3: Graphische Darstellung der Ergebnisse der Kontrastmessung

	A/V	$\frac{\sigma_A}{A}$	B	$\frac{\sigma_B}{B}$	C/V	$\frac{\sigma_C}{C}$
Max	1,4694	0,0566	0,7559	0,0748	-0,378 26	0,2725
Min	1,1867	0,0588	-0,8667	0,0681	-0,3009	0,2879

Tabelle 1: Ergebnisse der Ausgleichsrechnung. Die GröSSen σ_i bezeichnen die relativen Standardabweichungen der geschätzten Parameter. Die Phase B ist im Bogenmaß angegeben.

$U = f(\phi)$ zwischen ϕ und den gemessenen Spannungen an, der durch die Funktion $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(\phi) = A \pm A \sin(2\phi + B) + C \quad (19)$$

gegeben ist. Im Fall der maximalen Intensität wird das positive Vorzeichen gewählt, im anderen Fall das negative. Diese Funktion ergibt sich wegen (??) und (??) aus dem Theorieteil. Die Ergebnisse der Ausgleichsrechnung sind in ?? und ?? dargestellt.

In ?? ist der Kontrast in Abhängigkeit des Polarisationswinkels dargestellt. In den Plot ist zum Vergleich die Funktion $\sin(2x)$ eingezeichnet, da diese gemäß den Formeln (??), (??) und (??) die Abhängigkeit zwischen Kontrast und Polarisationswinkel beschreibt.

4.2 Messung des Brechungsindex' von Glas

Die ermittelte Anzahl der 2π -Phasenshifts werden gemäß (??) in die entsprechenden Brechindizes umgerechnet.

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M \lambda_{\text{vac}}}{T(\Theta_2^2 - \Theta_1^2)}} \quad (20)$$

Hierbei werden für die GröSSen $T, \lambda_{\text{vac}}, \Theta_{1,2}$ die Werte aus ?? eingesetzt. Die Formel ergibt sich aus der Betrachtung der Formel (??). Die Differenz

$$\Delta M = M(\Theta_2) - M(\Theta_1) = \frac{2T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{2n} (\Theta_2^2 - \Theta_1^2) \quad (21)$$

ist gerade die Anzahl der 2π -Phasenshifts. Durch Umstellen nach n ergibt sich ??.

Da diese Messung mehrfach durchgeführt worden ist, werden danach das arithmetische Mittel und die Standardabweichung vom Mittelwert der erhaltenen Brechindizes errechnet. Es ergibt sich:

$$n = 1,4979 \pm 0,0058 \quad (22)$$

$\lambda_{\text{vac}}/\text{nm}$	T/mm	Θ_1	Θ_2	L/mm
632,8	1	0,1745	0,3491	100

Tabelle 2: Hier sind die Kenngrößen der Apparatur, die in ?? eingehen, gelistet. Die Winkel Θ_1, Θ_2 sind im Bogenmaß angegeben. Hierbei ist Θ_1 der Winkel, unter dem die Glasplatten in Strahlrichtung stehen, bevor die Platten gedreht werden und Θ_2 der entsprechende Winkel nach der Drehung.

$\beta_0/10^{-7} \text{ mbar}^{-1}$	$\sigma_{\beta_0}/10^{-7} \text{ mbar}^{-1}$	β_1	$\sigma_{\beta_0}/10^{-13}$
2,714 32	0,005 78	0,999 99	6,220 43
2,634 42	0,005 39	0,999 99	5,804 18
3,474 66	0,009 72	0,999 99	10,4682
Brechungsindex			
Luft bei 1000 mbar (1. Messung)		$1,000\,258\,98 \pm 0,000\,000\,58$	
Luft bei 1000 mbar (2. Messung)		$1,000\,252\,35 \pm 0,000\,000\,54$	
Kohlendioxid bei 1000 mbar		$1,000\,332\,11 \pm 0,000\,000\,97$	

Tabelle 3: Der Ergebnisse der linearen Ausgleichsrechnung. Die Parameter bezeichnen die Steigung β_0 und den y-Achsenabschnitt β_1 der Ausgleichsgeraden. Der Fehler des Brechungsindex wird nach ?? berechnet.

4.3 Bestimmung der Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid

Gemäss Formel (??) wird zur gemessenen Anzahl der 2π -Phasenshifts der Brechungsindex bestimmt. Die Apparaturkonstanten sind in ?? angegeben. In ?? sind die Ergebnisse eingetragen und in ?? graphisch dargestellt.

Da der Plot der MeSSdaten die Vermutung nahe legt, dass die MeSSpunkte auf einer Geraden liegen, nehmen wir eine lineare Regressionsrechnung² vor. Die Ergebnisse für die Parameter sind in ?? dargestellt, ausserdem sind entsprechende Ausgleichsgeraden in ?? eingezeichnet. Mit Hilfe der Ausgleichsgeraden werden Werte für die Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid bei Normaldruck bestimmt. Die Ergebnisse sind ebenfalls in ?? zu finden. Zur Fehlerabschätzung sind in der Gleichung $n = \beta_0 p + \beta_1$ die Steigung β_0 und der Achsenabschnitt β_1 als fehlerbehaftet betrachtet. Eine GAUSSsche Fehlerfortpflanzung liefert für den Fehler des Brechungsindex

$$\sigma_n = \sqrt{p^2 \sigma_{\beta_0}^2 + \sigma_{\beta_1}^2} \quad (23)$$

²Zur Bestimmung der Parameter verwenden wir die Funktion `scipy.stats.linregress` aus der `scipy`-Bibliothek in der Version 0.10.1

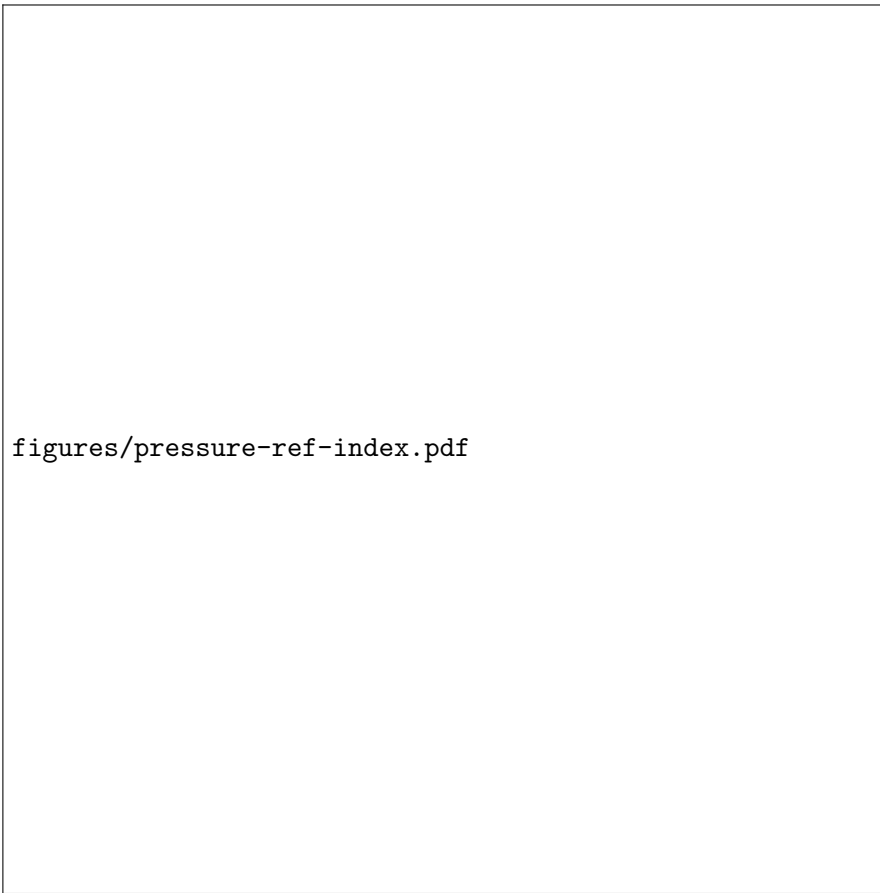


Abbildung 4: Graphische Darstellung der errechneten Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid. Die MeSSpunkte liegen näherungsweise auf den eingezeichneten Regressionsgeraden.

p/mbar	Brechungsindex	p/mbar	Brechungsindex	p/mbar	Brechungsindex
36	1,000 00	36	1,000 00	38	1,000 00
136	1,000 03	136	1,000 03	101	1,000 02
316	1,000 07	236	1,000 05	201	1,000 05
416	1,000 10	336	1,000 08	301	1,000 09
516	1,000 13	436	1,000 10	401	1,000 13
616	1,000 15	536	1,000 13	506	1,000 16
770	1,000 20	650	1,000 16	600	1,000 19
807	1,000 21	736	1,000 18	704	1,000 23
882	1,000 23	911	1,000 23	840	1,000 28
912	1,000 23	996	1,000 25	923	1,000 30
996	1,000 26			144	1,000 49

(a) Luft, 1. MeSSreihe

(b) Luft, 2. MeSSreihe

(c) Kohlendioxid

Tabelle 4: Die Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid in Abhängigkeit vom Druck.

5 Diskussion

5.1 Bestimmung des Kontrasts

Die Kontrastmessung liefert gute Ergebnisse. Vor allem die Abhängigkeit des Kontrasts vom Polarisationswinkel kann gut experimentell nachgewiesen werden, wie an ?? schön zu erkennen ist. Merkwürdig ist nur, daSS die erhaltenen Kontrastwerte zum Teil negativ sind, was allerdings an der Vorgehensweise zur Erstellung der MeSSreihe liegt, auf die bereits in der Durchführung eingegangen worden ist. Die bestimmten Werte zeigen dennoch gute Übereinstimmung mit der Theorie.

5.2 Bestimmung des Brechungsindex' von Glas

Die Bestimmung des Brechungsindex' von Glas erweist sich als auSSerordentlich präzise. Eine MeSSreihe von 30 Werten weicht nur in wenigen Fällen von einer Anzahl von 48 Minima bzw. Maxima ab, so daSS die geschätzte Standardabweichung des Mittelwerts sehr gering ausfällt. Vergleicht man den gemessenen Wert mit einer Auswahl von Literaturwerten (siehe ??), so zeigt sich, daSS der bestimmte Wert realistisch ist.

5.3 Bestimmung der Brechungsindices von Luft und Kohlendioxid

Die Messung der Brechungsindices der beiden Gase Luft und Kohlendioxid zeigt ebenfalls gute Ergebnisse. Die geschätzten Standardabweichungen der Parameter fallen sehr gering aus (siehe ??). In ?? sind einige Werte für den Brechungsindex von Luft angegeben. Der von uns ermittelte Wert fügt sich gut ein.

Für den Wert von Kohlendioxid findet sich in [crc-handbook] $n = 1,000\,449\,3$ bei 0°C und $101,325\text{ kPa}$. Der von uns bestimmte Wert liegt bei $1,000\,332$. Die Abweichung läSSt sich dadurch erklären, daSS nicht bei 0°C gemessen wurde.

Material	Brechungsindex (bei 589 nm)
FK3	1,464
BK7	1,516
Quarzglas	1,458

Tabelle 5: Einige Literaturwerte zu den Brechungsindices verschiedener Gläser und durchsichtiger Stoffe entnommen aus demtroeder-2.

Wellenlänge in nm	Brechungsindex
300	1,000 291 5
400	1,000 282 5
500	1,000 279 0
600	1,000 277 0
700	1,000 275 8
800	1,000 275 0
900	1,000 274 5

Tabelle 6: Brechungsindices von trockener Luft bei 20 °C und 1000 mbar. Die Werte stammen aus [demtroeder-2].

A MeSSdaten

$\phi/^\circ$	V_{\max}/V	V_{\min}/V	$\phi/^\circ$	V_{\max}/V	V_{\min}/V
0	2,22	1,97	95	0,04	0,04
5	2,32	1,50	100	0,04	0,08
10	2,84	1,25	105	0,05	0,13
15	3,20	0,98	110	0,08	0,28
20	3,14	0,74	115	0,09	0,37
25	2,90	0,46	120	0,08	0,74
30	2,66	0,29	125	0,07	1,07
35	2,60	0,16	130	0,06	1,37
40	2,48	0,10	135	0,06	1,64
45	2,40	0,06	140	0,09	1,80
50	1,76	0,05	145	0,15	2,30
55	1,32	0,06	150	0,28	2,20
60	1,13	0,08	155	0,46	2,50
65	0,96	0,10	160	0,67	2,39
70	0,55	0,11	165	0,97	2,40
75	0,40	0,13	170	1,27	2,24
80	0,19	0,09	175	1,65	2,12
85	0,10	0,06	180	2,05	1,78
90	0,05	0,04			

Tabelle 7: MeSSwerte der Kontrastmessung. Die Grösse ϕ ist der am Polarisator eingestellte Winkel, die gemessenen Spannungen sind zur Intensität des Strahls proportional.

Anzahl der 2π -Phasenshifts	Brechungsindex
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
49	1,5136
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
47	1,4825
48	1,4979
49	1,5136
48	1,4979
48	1,4979
47	1,4825
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
48	1,4979
Mittelwert	$1,4979 \pm 0,0058$

Tabelle 8: MeSSwerte zur Bestimmung des Brechungsindex' von Glas. Die Brechungsindices wurden gemäss Formel (??) ausgerechnet.

p/mbar	Anzahl
36	0
136	4
316	1
416	16
516	20
616	24
770	31
807	33
882	36
912	37
996	41

(a) Luft, 1. MeSSreihe

p/mbar	Anzahl
36	0
136	4
236	8
336	12
436	16
536	21
650	25
736	29
911	36
996	40

(b) Luft, 2. MeSSreihe

p/mbar	Anzahl
38	0
101	3
201	8
301	14
401	20
506	26
600	30
704	36
840	45
923	47
1444	77

(c) Kohlendioxid

Tabelle 9: Die gemessenen Daten zur Bestimmung des Brechungsindex von Gasen.