Internationaler Waffenhandel

Die Anwendung neuer Verfahren der statistischen Netzwerkanalyse

Projektpartner: Prof. Dr. Paul W. Thurner
Betreuer: Prof. Dr. Göran Kauermann
Referent: Felix Loewe

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Statistik

15. August 2015

1 Einleitung

Was ist ein Netzwerk?

Ein Netzwerk besteht aus *Akteuren* und ihren *Verbindungen*

Anwendungsgebiete:

- **Biologie**: DNA
- **Soziologie**: Freundesnetzwerk, Kollegenkreis
- **Politik**: internationale Beziehungen
- **Informatik**: Internet, Facebook, LAN

2 Einführung in die Graphentheorie

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ ... Menge der *Kanten*

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i,j)|i,j \in V, i \neq j\}$ ... Menge der *Kanten*
- $A \in N_V \times N_V$ ... eine *Nachbarschaftsmatrix*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \ , \ ij \in E \\ 0 \ , \ ij \notin E \end{cases}$$

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ ... Menge der *Kanten*
- $A \in N_V \times N_V$ ... eine *Nachbarschaftsmatrix*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ , } ij \in E \\ 0 \text{ , } ij \notin E \end{cases}$$

Begriffe:

- *Gerichteter* vs. *ungerichteter* Graph

Einführung in die Graphentheorie

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i,j) | i,j \in V, i \neq j\}$ ... Menge der *Kanten*
- $A \in N_V \times N_V$ ... eine *Nachbarschaftsmatrix*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \ , \ ij \in E \\ 0 \ , \ ij \notin E \end{cases}$$

Begriffe:

- *Gerichteter* vs. *ungerichteter* Graph
- (In-/Out-) *Degree*

Notation:

- $G = (V, E)$ ... ein *Graph*
- $V = \{1, ..., N_V\}$ ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ ... Menge der *Kanten*
- $A \in N_V \times N_V$ ... eine *Nachbarschaftsmatrix*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ , } ij \in E \\ 0 \text{ , } ij \notin E \end{cases}$$

Begriffe:

- *Gerichteter* vs. *ungerichteter* Graph
- (In-/Out-) *Degree*
- *Dichte*: $den(G) = \frac{|E_G|}{N_V(N_V - 1)/2}$

3 Datensituation

Datensituation

NISAT-Datenbank (Norwegian Initiative on Small Arms Transfers) von *PRIO* (Peace Research Institute Oslo)

Kantenliste mit zusätzlichen Variablen:

- Correlates of War Code
- Monetärer Wert in US$
- Waffentyp
- Datenquelle
- Jahr

Dimensionen:

- 239 Länder
- 20 Jahre
- 109522 Waffentransaktionen

4 Deskriptive Analyse

Netzwerkmaßzahlen

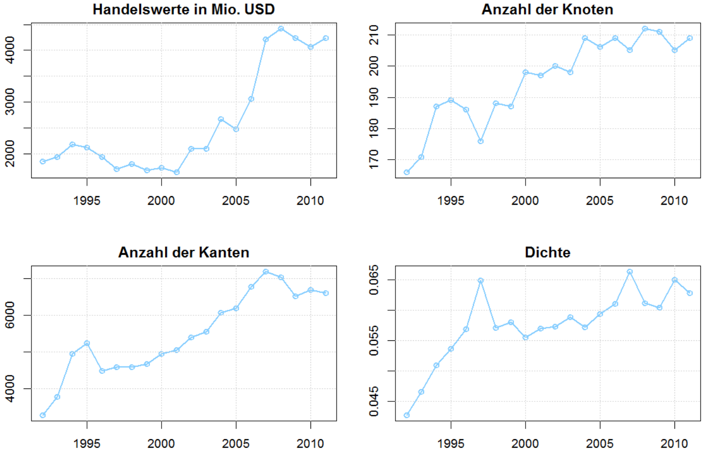

Abbildung: Netzwerkmaßzahlen des Kleinwaffenhandels von 1992 bis 2011

Degree-Sequenz

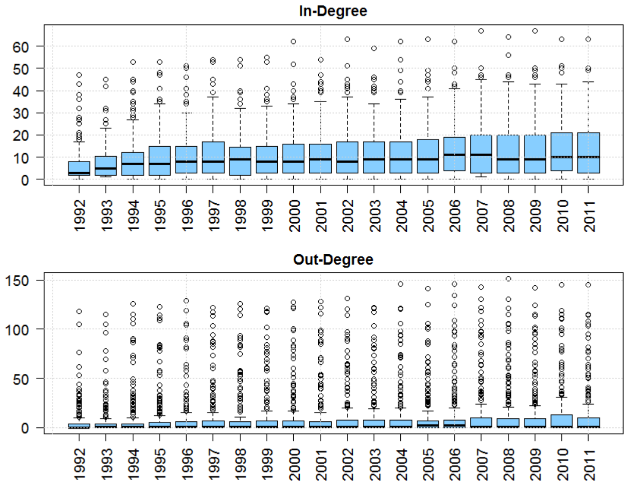

Abbildung: In-/ Out- Degree der Länder von 1992 bis 2011

Zentrale Akteure I

Platz	Land	Exportvol. [Mrd.]
1	USA	9.2
2	Italy	7.9
3	Germany	4.6
4	Brazil	3.7
5	Austria	2.7
6	United Kingdom	2
7	Belgium	1.8
8	Switzerland	1.5
9	Russia	1.4
10	Czech Republic	1.4

Platz	Land	Importvol. [Mrd.]
1	USA	16
2	Germany	2.3
3	France	2.3
4	Canada	1.9
5	United Kingdom	1.8
6	Saudi Arabia	1.7
7	Belgium	1.2
8	Spain	1.2
9	Australia	1.2
10	Turkey	1

Tabelle: Summierte Handelswerte der Top-Exporteure und Top-Importeure des Netzwerkes von 1992 bis 2011

Zentrale Akteure II

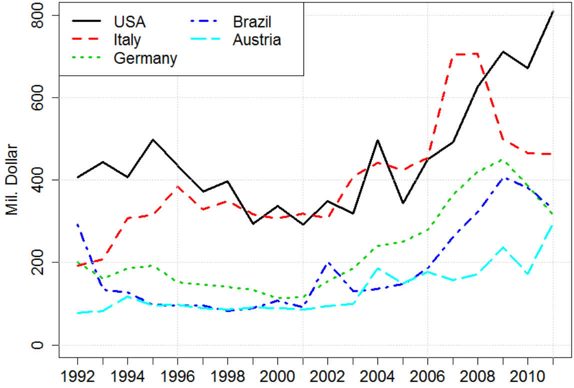

Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Exporteure von 1992 bis 2011

Zentrale Akteure III

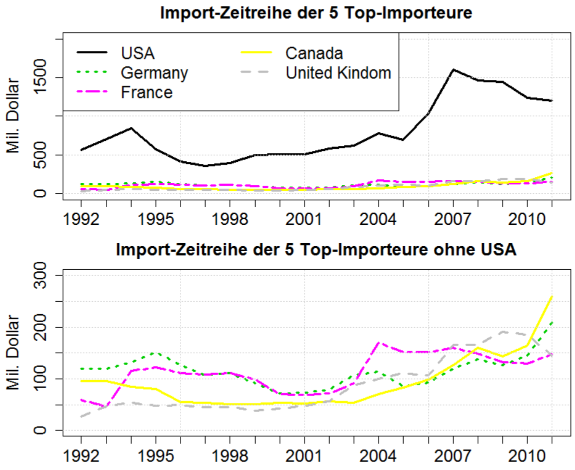

Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Importeure von 1992 bis 2011

Zentrale Akteure IV

Platz	Land	Exportvol. / BIP pro Kopf
1	China	114735
2	Brazil	53225
3	Italy	48862
4	Spain	40822
5	Germany	38039
6	Turkey	36174
7	South Korea	29131
8	United States	26539
9	India	24615
10	Austria	23149

Platz	Land	Importvol. / BIP pro kopf
1	Tanzania	54562
2	Thailand	49636
3	India	32416
4	Pakistan	30290
5	South Korea	27208
6	China	25402
7	Indonesia	24268
8	Kenya	22907
9	Malaysia	22330
10	Bukina Faso	22183

Tabelle: Summierte Handelswerte der Top-Exporteure und Top-Importeure relativ zum BIP pro Kopf des Netzwerkes von 1992 bis 2011

Zentrale Akteure V

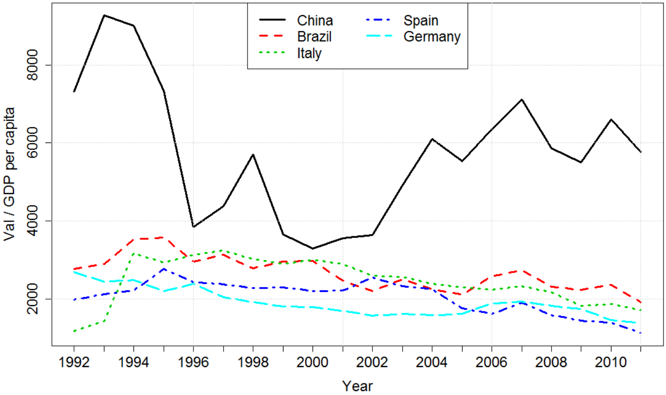

Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Exporteure von 1992 bis 2011

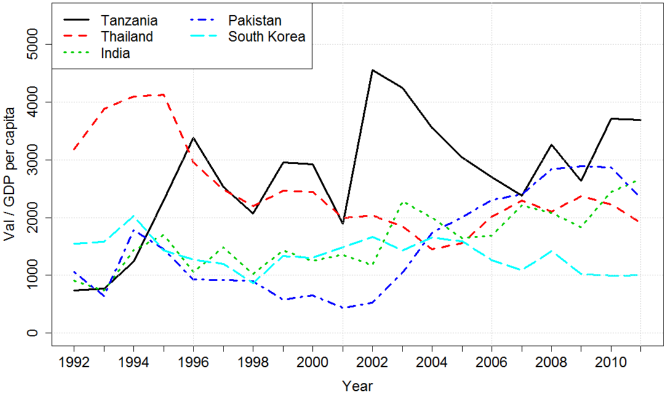

Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Importeure von 1992 bis 2011

Visualisierungen 1

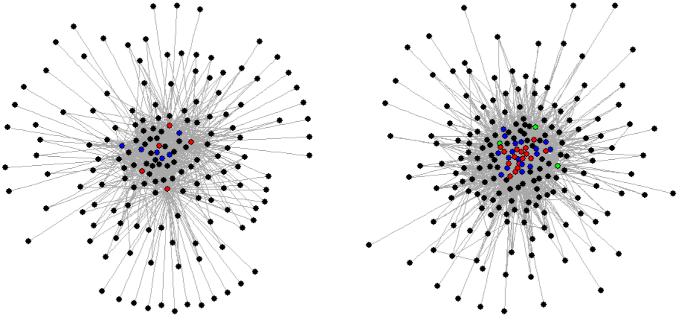

Abbildung: Netzwerk des Kleinwaffenhandels 1992 (li.) und 2011(re.)

Visualisierungen 2

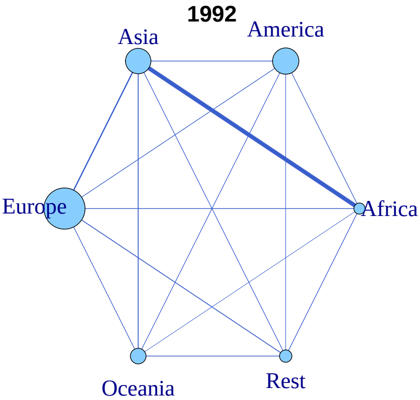

Abbildung: Handelsströme zwischen den Kontinenten von 1992 bis 2011

5 Inferentielle Analyse

ERGM - Exponential Random Graph Model

$$P_{\theta,\mathcal{X}}(X = x) = \frac{exp\left\{\theta^T g(x)\right\}}{\kappa(\theta, \mathcal{X})} \tag{1}$$

mit

- X zufällige Nachbarschaftsmatrix
- $x \in \mathcal{X}$, Menge aller möglichen Netzwerke
- $\theta \in \Omega \subset \mathbb{R}^q$ ... Vektor der Modellparameter
- $g(x)$ ... q-Vektor aus Statistiken basierend auf der Nachbarschaftsmatrix x

- **Problem:** $\kappa(\theta, \mathcal{X}) = \sum_{x \in \mathcal{X}} exp\left\{\theta^T g(x)\right\}$

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.
2. Aus dem aktuellen Graphen $x^{(m-1)}$ wird ein zufälliges Knotenpaar i, j $(i, j \in 1, ..., N)$ ausgewählt.

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.
2. Aus dem aktuellen Graphen $x^{(m-1)}$ wird ein zufälliges Knotenpaar i, j $(i, j \in 1, ..., N)$ ausgewählt.
3. Vorgeschlagener Graph: $x^* = x^{(m-1)}$ bis auf $x_{ij}^{(m-1)} = 1 - x_{ij}^{(m-1)}$.

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.
2. Aus dem aktuellen Graphen $x^{(m-1)}$ wird ein zufälliges Knotenpaar i, j $(i, j \in 1, ..., N)$ ausgewählt.
3. Vorgeschlagener Graph: $x^* = x^{(m-1)}$ bis auf $x_{ij}^{(m-1)} = 1 - x_{ij}^{(m-1)}$.
4. Akzeptanz mit der Wahrscheinlichkeit $min\{1, \frac{P_\theta(x^*)}{P_\theta(x^{(m-1)})}\}$.

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.
2. Aus dem aktuellen Graphen $x^{(m-1)}$ wird ein zufälliges Knotenpaar i, j ($i, j \in 1, ..., N$) ausgewählt.
3. Vorgeschlagener Graph: $x^* = x^{(m-1)}$ bis auf $x_{ij}^{(m-1)} = 1 - x_{ij}^{(m-1)}$.
4. Akzeptanz mit der Wahrscheinlichkeit $min\{1, \frac{P_\theta(x^*)}{P_\theta(x^{(m-1)})}\}$.
5. Bei Akzeptanz $x^{(m)} = x^*$ und $x^{(m)} = x^{(m-1)}$ sonst.
6. Iteration der Schritte 2 - 5.

Simulation von Zufallsgraphen

Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

1. Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl N als Startpunkt.
2. Aus dem aktuellen Graphen $x^{(m-1)}$ wird ein zufälliges Knotenpaar i, j $(i, j \in 1, ..., N)$ ausgewählt.
3. Vorgeschlagener Graph: $x^* = x^{(m-1)}$ bis auf $x_{ij}^{(m-1)} = 1 - x_{ij}^{(m-1)}$.
4. Akzeptanz mit der Wahrscheinlichkeit $min\{1, \frac{P_\theta(x^*)}{P_\theta(x^{(m-1)})}\}$.
5. Bei Akzeptanz $x^{(m)} = x^*$ und $x^{(m)} = x^{(m-1)}$ sonst.
6. Iteration der Schritte 2 - 5.

- Algorithmus ist unabhängig vom Startpunkt bei ausreichendem *Burn In*.
- Algorithmus ermöglicht unabhängige Ziehungen aus gleicher Kette durch *Thinning*.

Schätzung der Modellparameter

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_\theta(g(X)) - g(x_{obs}) = 0 \qquad (2)$$

- **Problem:** $E_\theta(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x) P_\theta(x)$
- **Lösung**: *Importance Sampling*

Schätzung der Modellparameter

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_\theta(g(X)) - g(x_{obs}) = 0 \tag{2}$$

- **Problem:** $E_\theta(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x) P_\theta(x)$
- **Lösung**: *Importance Sampling*
  1. Ziehung einer großen Stichprobe von Graphen auf Basis eines vorläufigen Parametervektors $\tilde{\theta}$.

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_\theta(g(X)) - g(x_{obs}) = 0 \tag{2}$$

- **Problem:** $E_\theta(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x) P_\theta(x)$
- **Lösung**: *Importance Sampling*
  1. Ziehung einer großen Stichprobe von Graphen auf Basis eines vorläufigen Parametervektors $\tilde{\theta}$.
  2. Benutzung gewichteter Stichprobendurchschnitte der Statistiken.

Schätzung der Modellparameter

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_\theta(g(X)) - g(x_{obs}) = 0 \qquad (2)$$

- **Problem:** $E_\theta(g(X)) = \sum_{x\in\mathcal{X}} g(x)P_\theta(x)$
- **Lösung**: *Importance Sampling*
  1. Ziehung einer großen Stichprobe von Graphen auf Basis eines vorläufigen Parametervektors $\tilde{\theta}$.
  2. Benutzung gewichteter Stichprobendurchschnitte der Statistiken.
  3. Erzeugen einer Sequenz von Parametern $\widetilde{\theta}, \theta^{(1)}, \theta^{(2)}, ..., \theta^{(G)}$ durch *Fisher Scoring*.

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_\theta(g(X)) - g(x_{obs}) = 0 \tag{2}$$

- **Problem:** $E_\theta(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} g(x) P_\theta(x)$
- **Lösung**: *Importance Sampling*
  1. Ziehung einer großen Stichprobe von Graphen auf Basis eines vorläufigen Parametervektors $\tilde{\theta}$.
  2. Benutzung gewichteter Stichprobendurchschnitte der Statistiken.
  3. Erzeugen einer Sequenz von Parametern $\widetilde{\theta}, \theta^{(1)}, \theta^{(2)}, ..., \theta^{(G)}$ durch *Fisher Scoring*.
  4. Neustart mit $\theta^{(G)}$ als $\tilde{\theta}$.

Degeneration

Problem : Hohe Wahrscheinlichkeit auf unrealistischen Netzwerken (z.B. volles oder leeres Netzwerk) führt zur Divergenz des Schätz-Algorithmus.

Degeneration

Problem : Hohe Wahrscheinlichkeit auf unrealistischen Netzwerken (z.B. volles oder leeres Netzwerk) führt zur Divergenz des Schätz-Algorithmus.

Ursachen:

- Instabilität von einfachen Zählstatistiken
- fehlende exogene Unterscheidungsmerkmale für Knoten und Kanten
- Beschränkung auf lineare Effekte der Statistiken unrealistisch

Degeneration

Problem : Hohe Wahrscheinlichkeit auf unrealistischen Netzwerken (z.B. volles oder leeres Netzwerk) führt zur Divergenz des Schätz-Algorithmus.

Ursachen:

- Instabilität von einfachen Zählstatistiken
- fehlende exogene Unterscheidungsmerkmale für Knoten und Kanten
- Beschränkung auf lineare Effekte der Statistiken unrealistisch

Lösungsansatz:

- Aufnahme von exogenen Kovariablen
- Aufnahme von nicht linearen Einflüssen durch *Curved Exponential Family Models*

Curved Exponential Family Models

- **Geometrically Weighted Degree (GWD):**

$$u(x, \phi_s) = e^{\phi_s} \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_s})^i \right\} D_i(x) \tag{3}$$

  - Kombination aus Zählstatistiken $D_i(x)$
  - Abhängig von zusätzlichen Decay-Parameter ϕ

Curved Exponential Family Models

- **Geometrically Weighted Degree (GWD):**

$$u(x, \phi_s) = e^{\phi_s} \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_s})^i \right\} D_i(x) \tag{3}$$

  - Kombination aus Zählstatistiken $D_i(x)$
  - Abhängig von zusätzlichen Decay-Parameter ϕ

- **Geometrically Weighted Edgewise Shared Partners (GWESP):**

$$v(x, \phi_t) = e^{\phi_t} \sum_{i=1}^{n-2} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_t})^i \right\} EP_i(x) \tag{4}$$

- **Geometrically Weighted Dyadic Shared Partners (GWDSP):**

$$w(x, \phi_p) = e^{\phi_p} \sum_{i=1}^{n-2} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_p})^i \right\} DP_i(x) \tag{5}$$

Anwendung des ERGM

Endogene Statistiken

- edges
- mutual
- gwesp(0.2, fixed)
- gwdsp(0.2, fixed)
- gwidegree(0.2, fixed)
- gwodegree(0.2, fixed)

Exogene Statistiken

- CINC
- GDP
- Conflict
- Polity
- Continent

Interpretation der Parameter

Annahme:
$X^{(1)}$ und $X^{(2)}$ seien Netzwerke mit identischen Statistiken bis auf Statistik $g_i(X)$ und

$$\delta_i(X) = g_i(X^{(1)}) - g_i(X^{(2)})$$

.

Dann gilt:

$$\frac{P(X^{(1)})}{P(X^{(2)})} = exp(\theta_i \delta_i(X))$$

Annahme:
$X^{(1)}$ und $X^{(2)}$ seien Netzwerke mit identischen Statistiken bis auf Statistik $g_i(X)$ und

$$\delta_i(X) = g_i(X^{(1)}) - g_i(X^{(2)})$$

.

Dann gilt:

$$\frac{P(X^{(1)})}{P(X^{(2)})} = exp(\theta_i \delta_i(X))$$

$\Longrightarrow$ für positives $\delta_i(X)$ gilt also:

- Ist $\theta_i > 0$, so ist $X^{(1)}$ plausibler als $X^{(2)}$.
- Ist $\theta_i = 0$, so sind sie gleich plausibel.
- Ist $\theta_i < 0$, so ist $X^{(1)}$ plausibler als $X^{(2)}$.

Tabelle: Summary von Modell 1 (1996)

ergm-term	Estimate	Std.Error	p-Value
edges	-6.111e+00	2.281e-01	<1e-04 ***
mutual	2.120e+00	9.507e-02	<1e-04 ***
gwidegree	1.895e+00	4.818e-01	<1e-04 ***
gwodegree	-1.311e+00	3.307e-01	<1e-04 ***
gwesp.fixed.0.2	2.641e+00	1.778e-01	<1e-04 ***
gwdsp.fixed.0.2	-5.686e-02	6.008e-03	<1e-04 ***
nodeicov.ext_cinc	3.071e+00	1.291e+00	0.01740 *
nodeocov.ext_cinc	-5.967e+00	1.361e+00	<1e-0 ***
nodeicov.ext_gdp	3.479e-06	2.099e-06	0.09749 .
nodeocov.ext_gdp	4.392e-06	1.586e-06	0.00562 **
nodeicov.ext_conflict	2.310e-02	1.704e-02	0.17530
nodeocov.ext_conflict	-1.398e-01	2.763e-02	<1e-04 ***
nodeifactor.Continent.America	6.645e-02	6.799e-02	0.32839
nodeifactor.Continent.Asien	9.525e-02	6.473e-02	0.14116
nodeifactor.Continent.Europe	5.353e-03	7.312e-02	0.94164
nodeifactor.Continent.Oceania	-2.323e-02	1.136e-01	0.83795
nodeofactor.Continent.America	2.055e-01	6.589e-02	0.00182 **
nodeofactor.Continent.Asien	1.494e-01	6.452e-02	0.02055 *
nodeofactor.Continent.Europe	8.579e-01	7.226e-02	<1e-04 ***
nodeofactor.Continent.Oceania	2.311e-01	9.602e-02	0.01611 *
absdiff.ext_polity	-9.360e-03	3.249e-03	0.00397 **

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige“ Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige“ Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige“ Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige“ Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige“ Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige“ Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige" Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige" Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige" Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige" Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige“ Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige“ Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige" Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige" Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 2

Parameterwerte:

- **Edges** -6.111: Tendenz zu wenig Kanten
- **Mutual** 2.120: Tendenz zu gegenseitigen Handel
- **Import CINC** 3.071: „mächtige“ Länder als Importland wahrscheinlich
- **Export CINC** -5.967: „mächtige“ Länder als Exportland unwahrscheinlich
- **Export/Import GDP** > 0: wirtschaftsstarke Länderals Handelspartner wahrscheinlich
- **Export Conflict** -0.1398: In Konflikte verwickelte Länder als Exporteure unwahrscheinlich
- **Export Faktor Continent**: Europäische Länder als Exporteure am wahrscheinlichsten, Afrikanische Länder als Exporteure am unwahrscheinlichsten.
- **Diff Polity** -0.00936: Handel zwischen Ländern mit geringem Unterschied im Demokratiescore wahrscheinlich.

Interpretation der Parameter 3

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

Interpretation der Parameter 3

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

- Änderung der Degree Sequenz eines Knotens:
  $(D_k, D_{k+1}) \rightarrow (D_k - 1, D_{k+1} + 1)$

Interpretation der Parameter 3

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

- Änderung der Degree Sequenz eines Knotens: $(D_k, D_{k+1}) \rightarrow (D_k - 1, D_{k+1} + 1)$
- $\frac{p_{after}}{p_{before}} = exp(\theta\rho^k)$, $\rho = 1 - e^{-\phi}$

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

- Änderung der Degree Sequenz eines Knotens: $(D_k, D_{k+1}) \rightarrow (D_k - 1, D_{k+1} + 1)$
- $\frac{p_{after}}{p_{before}} = exp(\theta \rho^k)$, $\rho = 1 - e^{-\phi}$

$\Rightarrow$ **Interpretation der beiden Parameter:**

Interpretation der Parameter 3

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

- Änderung der Degree Sequenz eines Knotens: $(D_k, D_{k+1}) \rightarrow (D_k - 1, D_{k+1} + 1)$
- $\frac{p_{after}}{p_{before}} = exp(\theta \rho^k)$, $\rho = 1 - e^{-\phi}$

$\Rightarrow$ **Interpretation der beiden Parameter:**

- $\theta > 0$: Tendenz zum Hinzufügen von Kanten
- $\theta < 0$: Tendenz zum Löschen von Kanten Kanten

Curved ERGM Terms am Beispiel von Geometrically Weighted Degree (GWD):

- Änderung der Degree Sequenz eines Knotens: $(D_k, D_{k+1}) \rightarrow (D_k - 1, D_{k+1} + 1)$
- $\frac{p_{after}}{p_{before}} = exp(\theta\rho^k)$, $\rho = 1 - e^{-\phi}$

$\Rightarrow$ **Interpretation der beiden Parameter:**

- $\theta > 0$: Tendenz zum Hinzufügen von Kanten
- $\theta < 0$: Tendenz zum Löschen von Kanten Kanten
- $\phi = 0$: Tendenz verschwindet komplett
- $\phi \rightarrow \infty$: Tendenz bleibt konstant

Interpretation der Parameter 4

- **GWIDEGREE** 1.895: Tendenz zu vielen Importpartner
- **GWODEEGREE** -1.211: Tendenz zu wenigen Exportpartnern
- **GWESP** 2.641: Tendenz zur Schließung von Deiecken
- **GWDSP** -0.05686: Tendenz gegen Schließung von offenen Dreiecken

- **DECAY** 0.2: Tendenz verschwindet schnell!

MCMC Diagnose

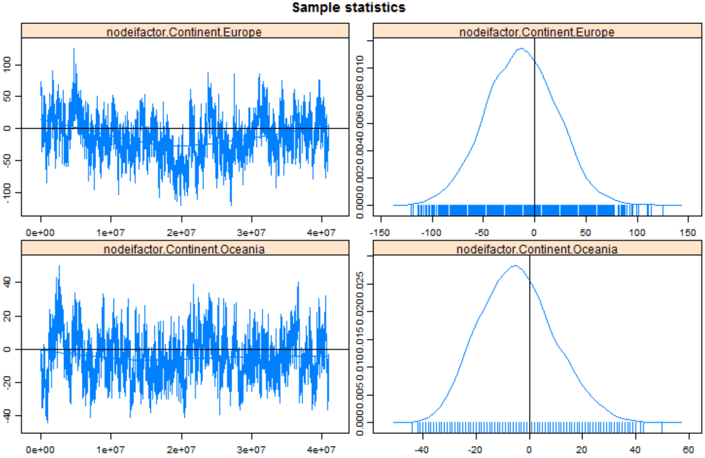

Abbildung: MCMC Diagnose von Modell 1 (1996) - edges und mutual

MCMC Diagnose 2

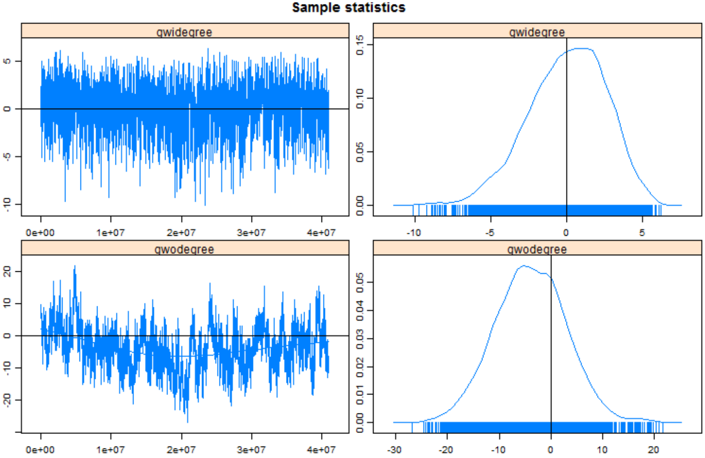

Abbildung: MCMC Diagnose von Modell 1 (1996) - gwidegree und gwodegree

Goodeness of Fit

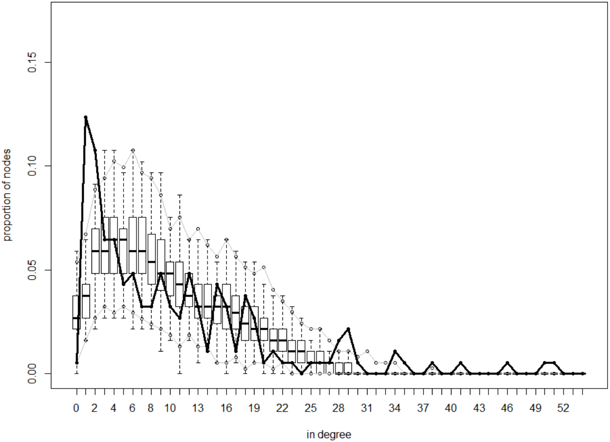

Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - In Degree

Goodeness of Fit 2

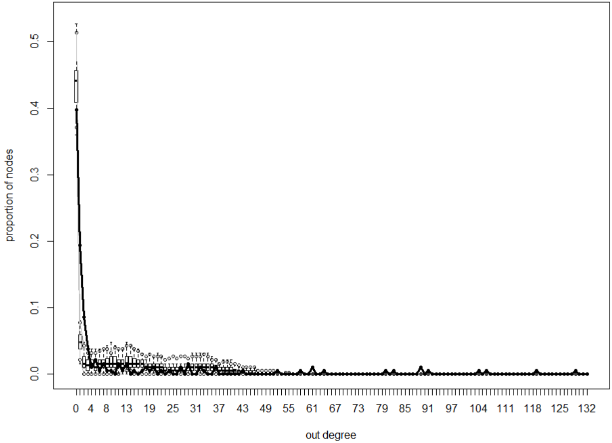

Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Out Degree

Goodeness of Fit 3

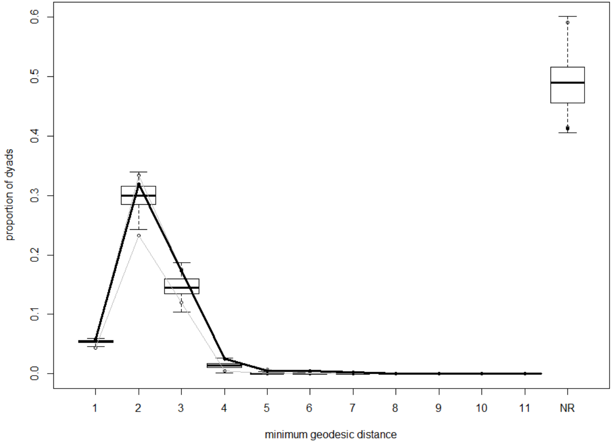

Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Minimum Geodesic Distance

Goodeness of Fit 4

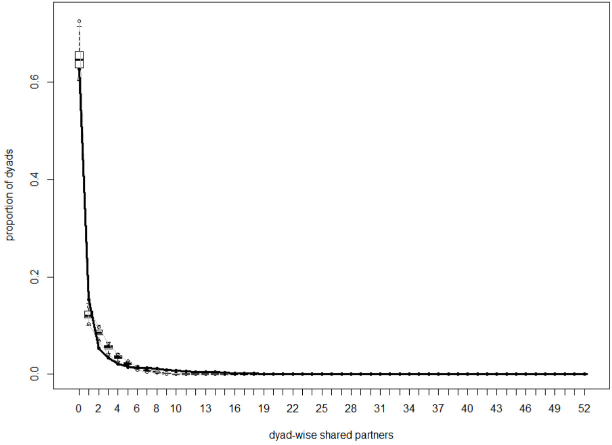

Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Dyadwise Shared Partners

Goodeness of Fit 5

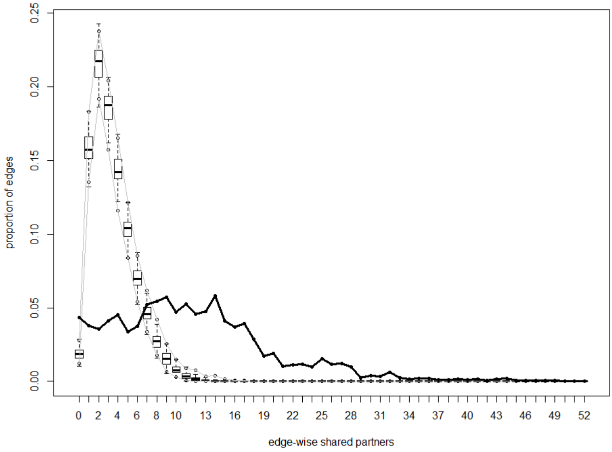

Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Edgewise Shared Partners

Probleme bei der Modellierung

- Instabilität bezüglich Wahl der Statistiken, Jahr und Decay-Parameter
- Sehr lange Rechenzeit bei Einbindung von Kantenattributen und freiem Decay-Parameter
- Wahl der richtigen Statistiken schwierig / nicht eindeutig

Idee: Anwendung von Modell aus Vorgängerarbeit (Großwaffenhandel) auf Daten des Kleinwaffenhandels
$\Longrightarrow$ funktioniert in keinem der 20 Jahre.

$\Longrightarrow$ Netzwerke des Kleinwaffenhandels und Großwaffenhandels haben strukturelle Unterschiede

Vergleich mit Großwaffenhandel

Unterschiede:

Merkmal	Großwaffen	Kleinwaffen
Zeitraum	1950 -2012	1992 -2011
Anzahl Nationen	218	239
Anzahl Transaktionen	ca 300-400 pro Jahr	4000-7000 pro Jahr
Dichte	0.025 - 0.035	0.045 - 0.065

Gemeinsamkeiten:

- Degree Verteilung
- Zentrale Akteure
- Ansteigender Trend

6 Fazit

Fazit

Netzwerkdaten über Handel mit Kleinwaffen von 1992 bis 2011

Fazit:

- Zentrale Akteure dominieren den Handel
- Trend: mehr Handel, mehr beteiligte Nationen, größere Ausgaben
- Modellierung mit ERGM schwierig

Mögliche Verbesserungen:

- Einbeziehung zusätzlicher Kovariablen
- Testen zusätzlicher Kombinationen von endogenen Statistiken und exogenen Kovariablen
- Berücksichtigung der zeitlichen Struktur durch Temporal Exponential Random Graph Model (TERGM)
- Modellierung von Teilnetzwerken

Literatur

David R Hunter.
Curved exponential family models for social networks.
Social networks, 29(2):216–230, 2007.

David R Hunter, Mark S Handcock, Carter T Butts, Steven M Goodreau, and Martina Morris.
ergm: A package to fit, simulate and diagnose exponential-family models for networks.
Journal of statistical software, 24(3), 2008.

Eric D Kolaczyk and Gabor Csardi.
Statistical Analysis of Network Data with R.
Springer New York, 2014.

Dean Lusher, Johan Koskinen, and Garry Robins.
Exponential random graph models for social networks: Theory, methods, and applications.
Cambridge University Press, 2012.

Ende