

# Internationaler Waffenhandel

Die Anwendung neuer Verfahren der statistischen Netzwerkanalyse

**Projektpartner:** Paul Thurner

**Betreuer:** Goeran Kauermann

**Referent:** Felix Loewe

Ludwig-Maximilians-Universität München  
Institut für Statistik

11. August 2015

- 1 Einleitung
- 2 Einführung in die Graphentheorie
- 3 Datensituation
- 4 Deskriptive Analyse
  - Netzwerkmaßzahlen
  - Degree-Sequenz
  - Zentrale Akteure
  - Visualisierungen
- 5 Inferentielle Analyse
  - ERGM - Exponential Random Graph Model
    - Simulation von Zufallsgraphen
    - Schätzung der Modellparameter
  - Anwendung des ERGM
  - Vergleich mit Großwaffenhandel
- 6 Fazit

# 1 Einleitung

# Was ist ein Netzwerk?

Netzwerk besteht aus *Akteuren* und ihren *Verbindungen*

## Anwendungsgebiete:

- **Biologie:** DNA
- **Soziologie:** Freundesnetzwerk, Kollegenkreis
- **Politik:** internationale Beziehungen
- **Informatik:** Internet, Facebook, LAN

## 2 Einführung in die Graphentheorie

## Notation:

- $G = (V, E)$  ... ein *Graph*
- $V = \{1, \dots, N_V\}$  ... Menge der *Knoten*
- $E = \{(i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$  ... Menge der *Kanten*
- $A \in N_V \times N_V$  ... eine *Nachbarschaftsmatrix*

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & ij \in E \\ 0, & ij \notin E \end{cases}$$

## Begriffe:

- *gerichteter* vs. *ungerichteter* Graph
- (In-/Out-) *Degree*
- *Dichte*:  $den(G) = \frac{|E_G|}{N_V(N_V-1)/2}$

# 3 Datensituation

*NISAT*-Datenbank (Norwegian Initiative on Small Arms Transfers)  
von *PRIO* (Peace Research Institute Oslo)

## **Kantenliste mit zusätzlichen Variablen:**

- Correlates of War Code
- monetärer Wert in US\$
- Waffentyp
- Datenquelle
- Jahr

## **Dimensionen:**

- 239 Länder
- 20 Jahre
- 109522 Waffentransaktionen



# 4 Deskriptive Analyse

# Netzwerkmaßzahlen

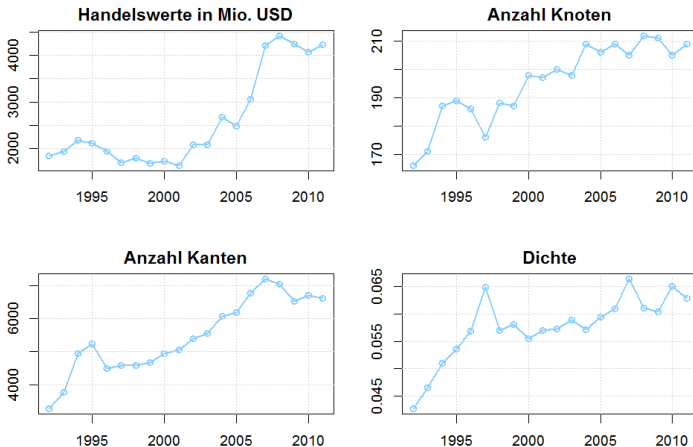


Abbildung: Netzwerkmaßzahlen des Kleinwaffenhandels 1992-2011

# Degree-Sequenz

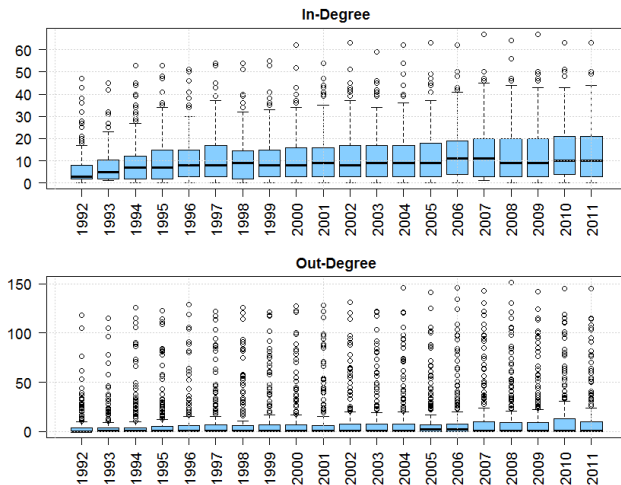


Abbildung: In-/ Out- Degree der Länder 1992-2011

# Zentrale Akteure I

Platz	Land	Exportvol. [Mrd.]
1	USA	9.2
2	Italy	7.9
3	Germany	4.6
4	Brazil	3.7
5	Austria	2.7
6	United Kingdom	2
7	Belgium	1.8
8	Switzerland	1.5
9	Russia	1.4
10	Czech Republic	1.4

Platz	Land	Importvol. [Mrd.]
1	USA	16
2	Germany	2.3
3	France	2.3
4	Canada	1.9
5	United Kingdom	1.8
6	Saudi Arabia	1.7
7	Belgium	1.2
8	Spain	1.2
9	Australia	1.2
10	Turkey	1

**Tabelle:** Summierte Handelswerte der Top-Exporteure und Top-Importeure des Netzwerkes von 1992 bis 2011

# Zentrale Akteure II

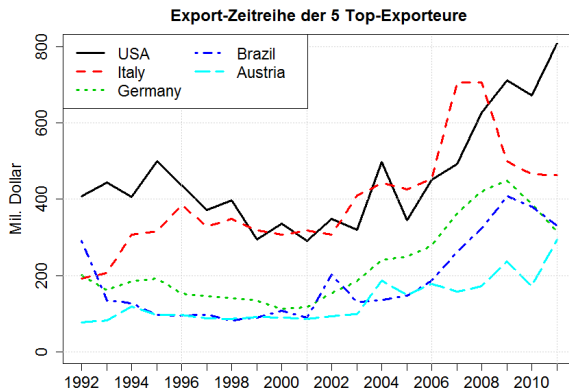
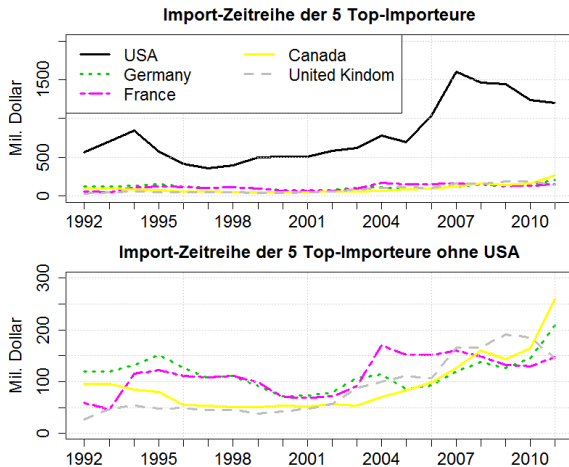


Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Exporteure von 1992 bis 2011

# Zentrale Akteure III



**Abbildung:** Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Importeure von 1992 bis 2011

# Zentrale Akteure IV

Platz	Land	Exportvol. / BIP pro Kopf
1	China	114735
2	Brazil	53225
3	Italy	48862
4	Spain	40822
5	Germany	38039
6	Turkey	36174
7	South Korea	29131
8	United States	26539
9	India	24615
10	Austria	23149

Platz	Land	Importvol. / BIP pro kopf
1	Tanzania	54562
2	Thailand	49636
3	India	32416
4	Pakistan	30290
5	South Korea	27208
6	China	25402
7	Indonesia	24268
8	Kenya	22907
9	Malaysia	22330
10	Bukina Faso	22183

**Tabelle:** Summierte Handelswerte der Top-Exporteure und Top-Importeure relativ zum BIP pro Kopf des Netzwerkes von 1992 bis 2011

# Zentrale Akteure V

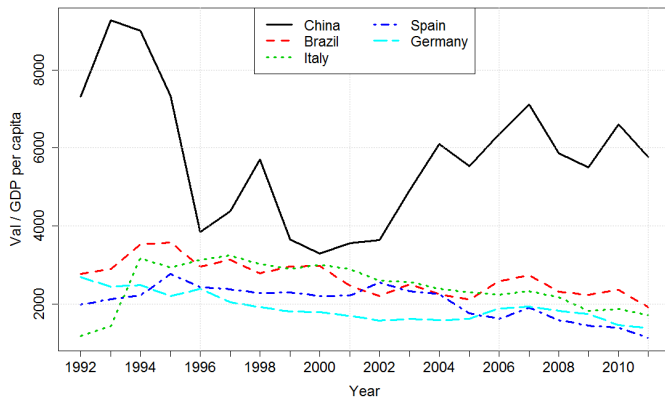


Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Exporteure von 1992 bis 2011



# Zentrale Akteure VI

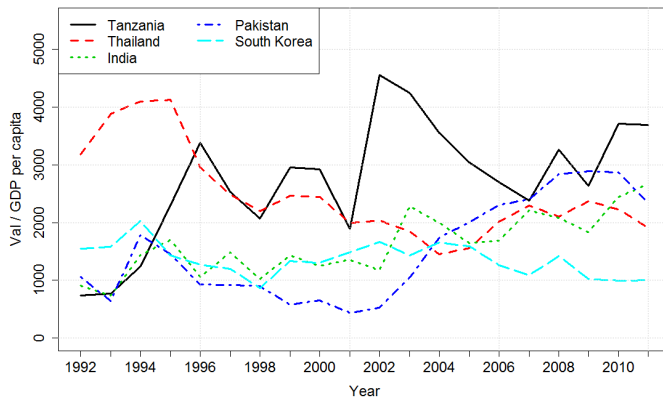


Abbildung: Zeitreihen der jährlichen Handelswerte der Top-Importeure von 1992 bis 2011

Abbildung: Handelsströme zwischen den Kontinenten von 1992-2011

# 5 Inferentielle Analyse

$$P_{\theta, \mathcal{X}}(X = x) = \frac{\exp \{ \theta^T g(x) \}}{\kappa(\theta, \mathcal{X})} \quad (1)$$

mit

- $x \in \mathcal{X}$
- $\theta \in \Omega \subset \mathbb{R}^q$  ... Vektor der Modellparameter
- $g(x)$  ...  $q$ -Vektor aus Statistiken basierend auf der Nachbarschaftsmatrix  $X$
- **Problem:**  $\kappa(\theta, \mathcal{X}) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \exp \{ \theta^T g(x) \}$

## Simulation einer Sequenz von Graphen aus Zielverteilung $P_\theta(x)$ via Makrov Chain Monte Carlo Algorithmus:

- ➊ Beliebiges Netzwerk mit fester Knotenzahl  $N$  als Startpunkt.
  - ➋ Aus dem aktuellen Graphen  $x^{(m-1)}$  wird ein zufälliges Knotenpaar  $i, j$  ( $i, j \in 1, \dots, N$ ) ausgewählt.
  - ➌ Vorgeschlagener Graph:  $x^* = x^{(m-1)}$  bis auf  $x_{ij}^{(m-1)} = 1 - x_{ij}^{(m-1)}$ .
  - ➍ Akzeptanz mit der Wahrscheinlichkeit  $\min\{1, \frac{P_\theta(x^*)}{P_\theta(x^{(m-1)})}\}$ .
  - ➎ Bei Akzeptanz  $x^{(m)} = x^*$  und  $x^{(m)} = x^{(m-1)}$  sonst.
  - ➏ Iteration der Schritte 2 - 5.
- unabhängig von Startpunkt bei ausreichendem *Burn In*
  - unabhängige Ziehungen aus gleicher Kette durch *Thinning*

Ziel: Zentrierung der Statistiken der simulierten Netzwerke über denen des beobachteten Netzwerkes:

$$E_{\theta}(z(X)) - z(x_{obs}) = 0 \quad (2)$$

- **Problem:**  $E_{\theta}(z(X)) = \sum_{x \in \mathcal{X}} z(x) P_{\theta}(x)$
- **Lösung:** *Importance Sampling*
- ① Ziehung einer großen Stichprobe von Graphen auf Basis eines vorläufigen Parametervektors  $\tilde{\theta}$ .
- ② Benutzung gewichteter Stichprobendurchschnitte der Statistiken.
- ③ Erzeugen einer Sequenz von Parametern  $\tilde{\theta}, \theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(G)}$  durch *Fisher Scoring*.
- ④ Neustart mit  $\theta^{(G)}$  als  $\tilde{\theta}$ .

**Problem :** Hohe Wahrscheinlichkeit auf unrealistischen Netzwerken (volles oder leeres Netzwerk) führt zur Divergenz des Schätz-Algorithmus.

## Ursachen:

- Instabilität von einfachen Zählstatistiken
- fehlende exogene Unterscheidungsmerkmale für Knoten und Kanten
- Beschränkung auf lineare Effekte der Statistiken unrealistisch

## Lösungsansatz:

- Aufnahme von exogenen Kovariablen
- Aufnahme von nicht linearen Einflüssen durch  
*Curved Exponential Family Models*

- **Geometrically Weighted Degree (GWD):**

$$u(x, \phi_s) = e^{\phi_s} \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_s})^i \right\} D_i(x) \quad (3)$$

- **Geometrically Weighted Edgewise Shared Partners (GWESP):**

$$v(x, \phi_t) = e^{\phi_t} \sum_{i=1}^{n-2} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_t})^i \right\} EP_i(x) \quad (4)$$

- **Geometrically Weighted Dyadic Shared Partners (GWDSP):**

$$w(x, \phi_p) = e^{\phi_p} \sum_{i=1}^{n-2} \left\{ 1 - (1 - e^{-\phi_p})^i \right\} DP_i(x) \quad (5)$$



## endogene Statistiken

- edges
- mutual
- gwesp(0.2, fixed)
- gwdsp(0.2, fixed)
- gwdegree(0.2, fixed)
- gwodegree(0.2, fixed)

## exogene Statistiken

- CINC
- GDP
- Conflict
- Polity
- Continent

Tabelle: Summary von Modell 1 (1996)

ergm-term	Estimate	Std.Error	p-Value
edges	-6.111e+00	2.281e-01	<1e-04 ***
mutual	2.120e+00	9.507e-02	<1e-04 ***
gwidegree	1.895e+00	4.818e-01	<1e-04 ***
gwodegree	-1.311e+00	3.307e-01	<1e-04 ***
gwesp.fixed.0.2	2.641e+00	1.778e-01	<1e-04 ***
gwdsp.fixed.0.2	-5.686e-02	6.008e-03	<1e-04 ***
nodeicov.ext_cinc	3.071e+00	1.291e+00	0.01740 *
nodeocov.ext_cinc	-5.967e+00	1.361e+00	<1e-0 ***
nodeicov.ext_gdp	3.479e-06	2.099e-06	0.09749 .
nodeocov.ext_gdp	4.392e-06	1.586e-06	0.00562 **
nodeicov.ext_conflict	2.310e-02	1.704e-02	0.17530
nodeocov.ext_conflict	-1.398e-01	2.763e-02	<1e-04 ***
nodeifactor.Continent.America	6.645e-02	6.799e-02	0.32839
nodeifactor.Continent.Asien	9.525e-02	6.473e-02	0.14116
nodeifactor.Continent.Europe	5.353e-03	7.312e-02	0.94164
nodeifactor.Continent.Oceania	-2.323e-02	1.136e-01	0.83795
nodeofactor.Continent.America	2.055e-01	6.589e-02	0.00182 **
nodeofactor.Continent.Asien	1.494e-01	6.452e-02	0.02055 *
nodeofactor.Continent.Europe	8.579e-01	7.226e-02	<1e-04 ***
nodeofactor.Continent.Oceania	2.311e-01	9.602e-02	0.01611 *
absdiff.ext_polity	-9.360e-03	3.249e-03	0.00397 **

# MCMC Diagnose

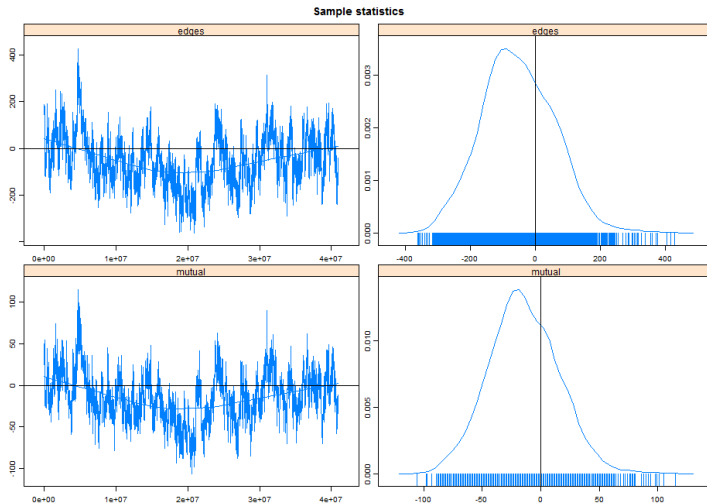


Abbildung: MCMC Diagnose von Modell 1 (1996) - edges und mutual

# MCMC Diagnose 2

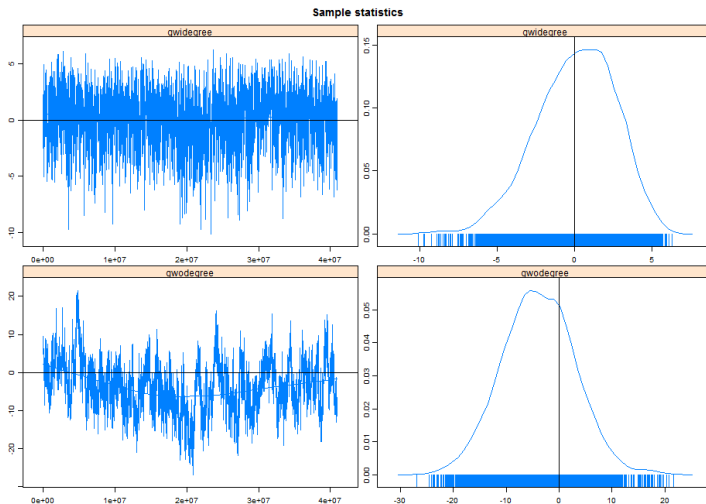


Abbildung: MCMC Diagnose von Modell 1 (1996) - qwidegree und gwodegree

# Goodness of Fit

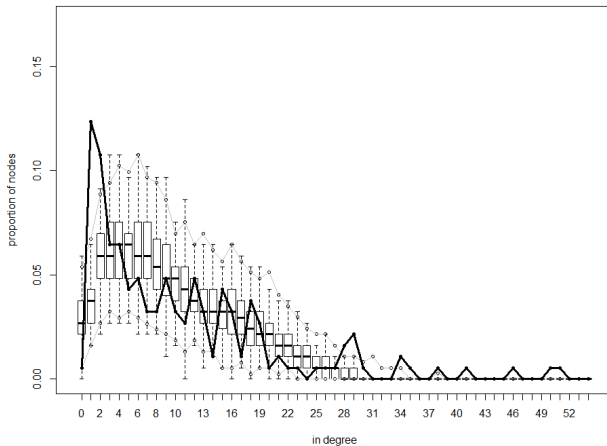


Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - In Degree

# Goodness of Fit 2

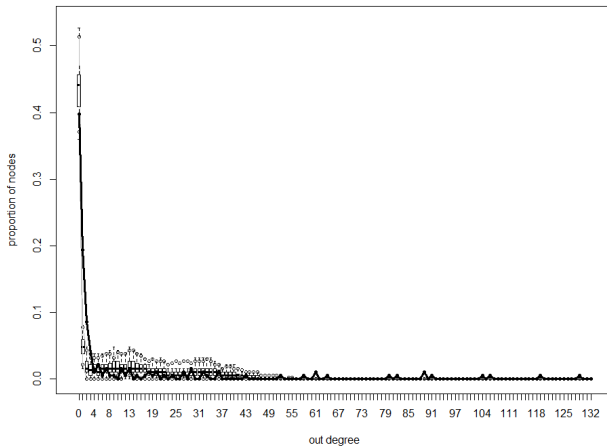


Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Out Degree

# Goodness of Fit 3

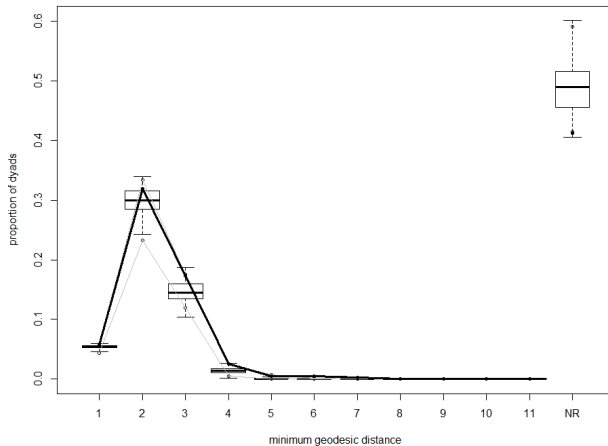


Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Minimum Geodesic Distance

# Goodness of Fit 4

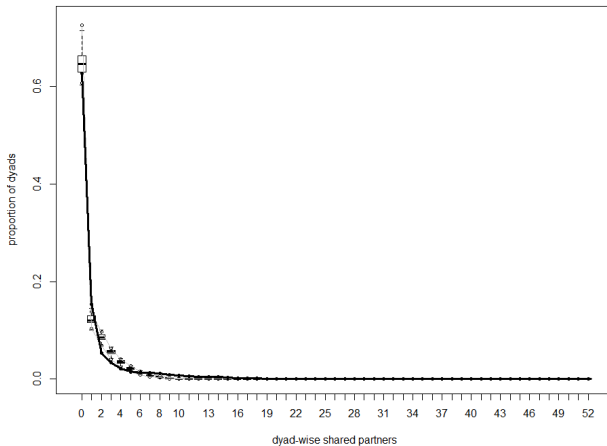


Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Dyadwise Shared Partners



# Goodness of Fit 5

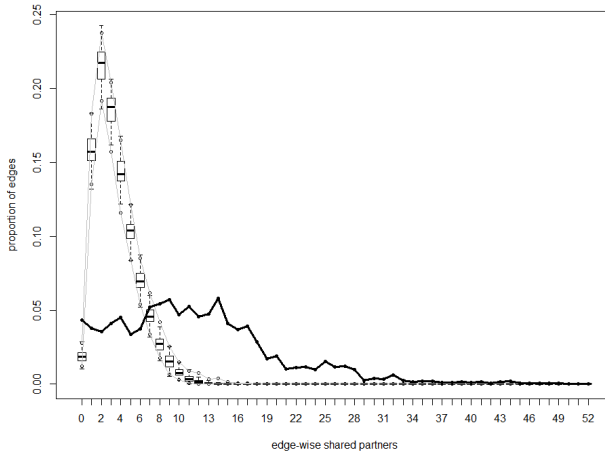


Abbildung: Goodness of Fit von Modell 1 (1996) - Edgewise Shared Partners

# Interpretation der Parameter

$X^{(+)}$  und  $X^{(-)}$  seien Netzwerke mit identischen Statistiken bis auf Statistik  $g_i(X)$  und

$$\delta_i(X) = g_i(X^{(+)}) - g_i(X^{(-)})$$

dann gilt:

$$\frac{P(X^{(+)})}{P(X^{(-)})} = \exp(\theta_i \delta_i(X))$$

$\implies$  für positives  $\delta_i(X)$  gilt also:

- Ist  $\theta_i > 0$ , so ist  $X^{(+)}$  plausibler als  $X^{(-)}$ .
- Ist  $\theta_i = 0$ , so sind sie gleich plausibel.
- Ist  $\theta_i < 0$ , so ist  $X^{(-)}$  plausibler als  $X^{(+)}$ .

# Vergleich mit Großwaffenhandel

## 6 Fazit

