

# Lecture01\_Word2Vec

AIA 705 Felix

- 先看一下其它的Word Encoding, 以Co-occurrence matrix為例
- word2vec 是什麼？要解決的問題又是什麼？
- word2vec的兩種機率模型  
(skip-gram & continuous bag-of-words)
- word2vec的兩種訓練方法  
(negative sampling & hierarchical softmax)
- Sample Code

Co-occurrence matrix 在NLP中的限制

- 1、向量維度過高
- 2、資料過度稀疏, 記憶體佔用大, 難以實作

Sample code

- 1. *I enjoy flying.*
- 2. *I like NLP.*
- 3. *I like deep learning.*

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & like & enjoy & deep & learning & NLP & flying & . \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ like \\ enjoy \\ deep \\ learning \\ NLP \\ flying \\ . \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

## word2vec 是什麼？要解決什麼問題

## ■ word2vec 是什麼？

一種NLP工具，包括2種主要訓練模型和2種訓練方法

## (1) skip-gram & continuous bag-of-words

## (2) negative sampling & hierarchical softmax

## ■ word2vec 解決什麼問題

## 有效建立具備詞彙相關性的詞向量 (Word Embedding)



## 名詞解釋

- Center word (中心詞)
- Context word (背景詞)
- context window size



Source Text	Training Samples						
<table><tr><td>The</td><td>quick</td><td>brown</td></tr></table> fox jumps over the lazy dog. ➡	The	quick	brown	(the, quick) (the, brown)			
The	quick	brown					
<table><tr><td>The</td><td>quick</td><td>brown</td><td>fox</td></tr></table> jumps over the lazy dog. ➡	The	quick	brown	fox	(quick, the) (quick, brown) (quick, fox)		
The	quick	brown	fox				
<table><tr><td>The</td><td>quick</td><td>brown</td><td>fox</td><td>jumps</td></tr></table> over the lazy dog. ➡	The	quick	brown	fox	jumps	(brown, the) (brown, quick) (brown, fox) (brown, jumps)	
The	quick	brown	fox	jumps			
<table><tr><td>The</td><td>quick</td><td>brown</td><td>fox</td><td>jumps</td><td>over</td></tr></table> the lazy dog. ➡	The	quick	brown	fox	jumps	over	(fox, quick) (fox, brown) (fox, jumps) (fox, over)
The	quick	brown	fox	jumps	over		

■ Skip-gram 目標：

假設詞典索引集V的大小為||V|, 且={0,1,...,||-1}V={0,1,...,|V|-1}。

給定一個長度為TT的文本序列中，時間步tt的詞為w(t)w(t)。當時間窗

口大小為mm時，skip-gram要最大化給定

任一中心詞生成所有背景詞的概率

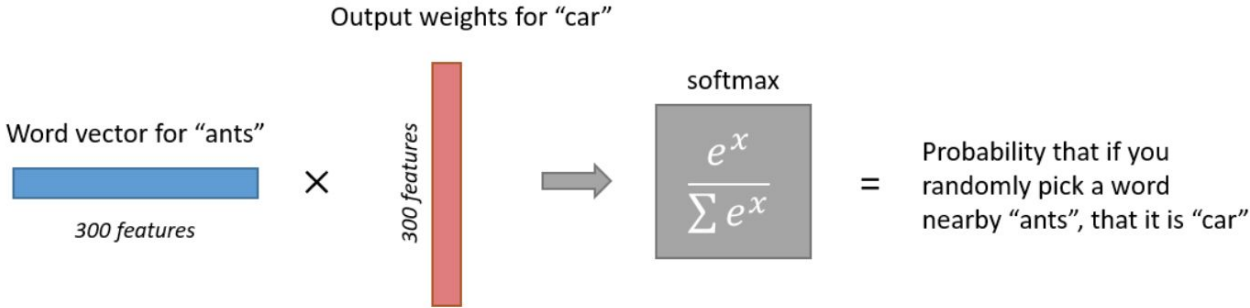
=> 最小化右側損失函數 (Cost function)

(連乘取log變連加)

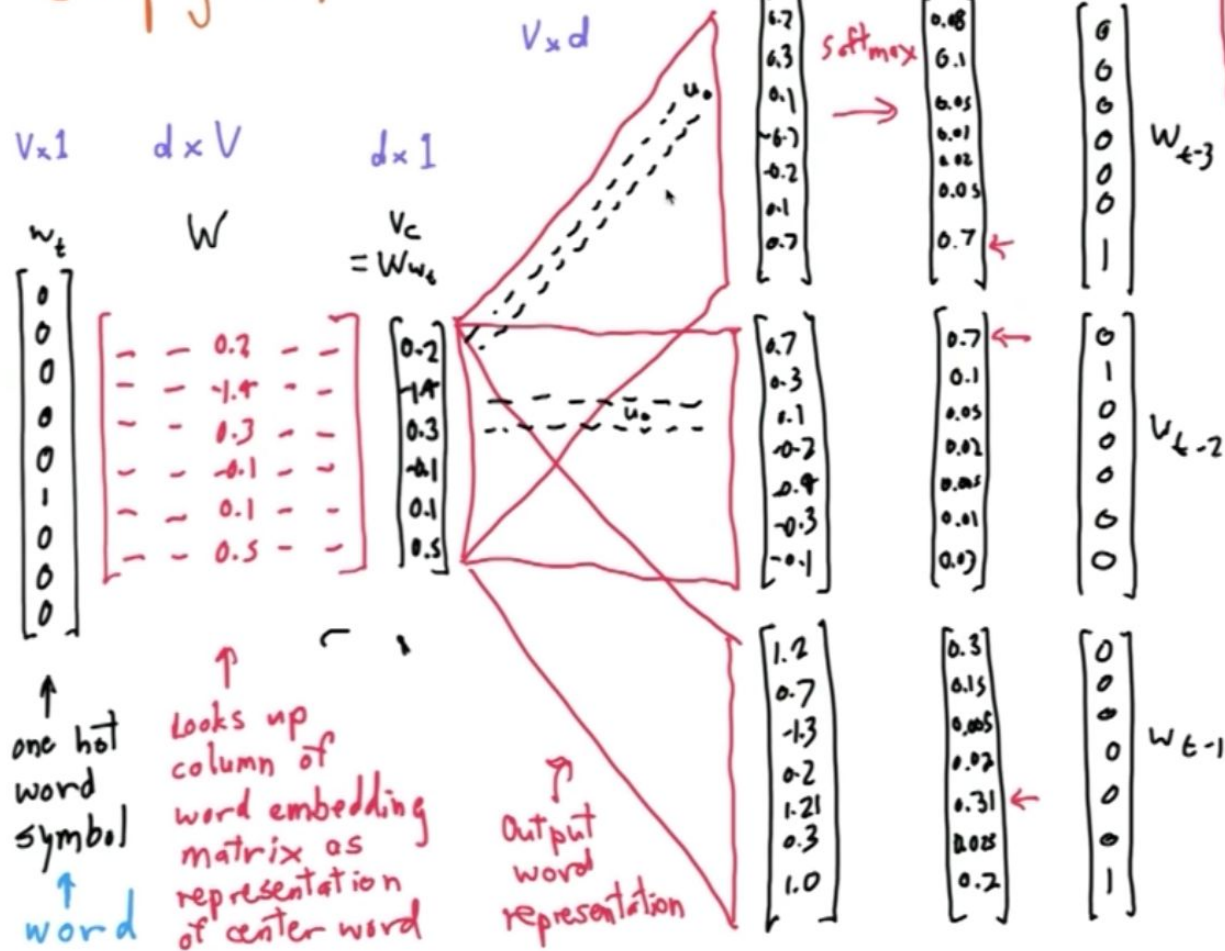
$$\prod_{t=1}^T \prod_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \mathbb{P}(w^{(t+j)} \mid w^{(t)}).$$

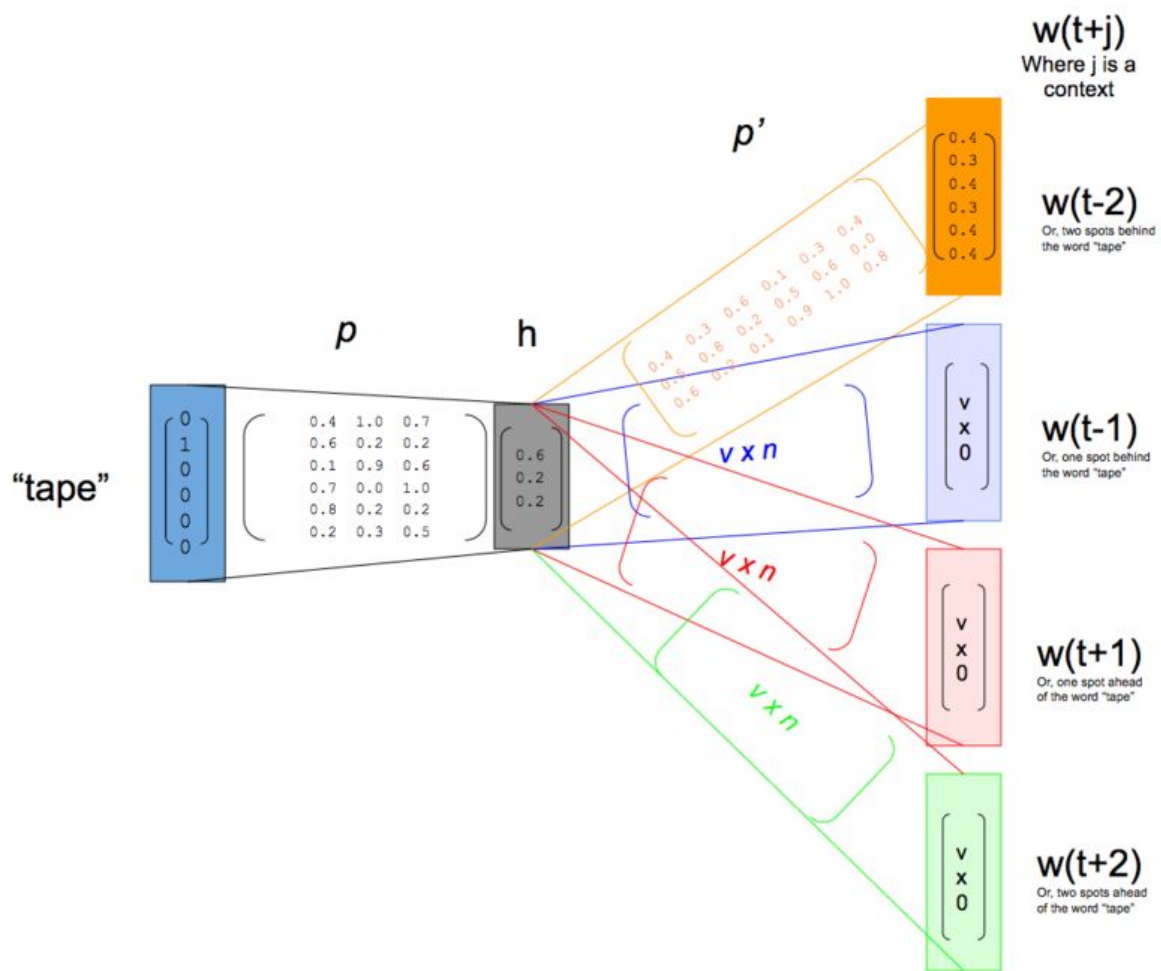
$$-\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log \mathbb{P}(w^{(t+j)} \mid w^{(t)}).$$

Eg: 當我們取得ants,  
相鄰詞為car的機率



# Skipgram





Sending  $w(t) = \text{"tape"}$  through the net once for context vector  $w(t-2)$  with randomized  $p$  and  $p'$  weight matrices



$$\max \prod_{t=1}^T \prod_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \mathbb{P}(w^{(t+j)} | w^{(t)})$$

$$\Leftrightarrow \min_{\mathbf{v}_c} -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{-m \leq j \leq m, j \neq 0} \log \mathbb{P}(w^{(t+j)} | w^{(t)})$$

$0, 1, 2, \dots, |V|-1$

$$\mathbb{P}(w_o | w_c) = \frac{\exp(\mathbf{u}_o^\top \mathbf{v}_c)}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_c)}$$

$$C = \begin{pmatrix} \vec{V}_c \\ \vec{U}_c \end{pmatrix}$$

$$V_c = V_c - \frac{\partial L}{\partial V_c}$$

梯度(Gradient) =>

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_o | w_c)}{\partial \mathbf{v}_c} = \mathbf{u}_o - \sum_{j \in \mathcal{V}} \frac{\exp(\mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_c)}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_c)} \mathbf{u}_j$$

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_o | w_c)}{\partial \mathbf{v}_c} = \mathbf{u}_o - \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbb{P}(w_j | w_c) \mathbf{u}_j$$

■ CBOW 目標：

假設詞典索引集V的大小為 $|V|$ ，且 $=\{0,1,...,|V|-1\}$ 。

給定一個長度為T的文本序列中，時間步t的詞為 $w^{(t)}$ 。當時間窗

口大小為m時，CBOW模型需要最大化由背景詞

生成任一中心詞的概率。

=> 最小化右側損失函數 (Cost function)

(連乘取log變連加)

-----

Eg: 當我們取得ants,

相鄰詞為car的機率

$$\prod_{t=1}^T \mathbb{P}(w^{(t)} \mid w^{(t-m)}, \dots, w^{(t-1)}, w^{(t+1)}, \dots, w^{(t+m)}).$$

$$-\sum_{t=1}^T \log \mathbb{P}(w^{(t)} \mid w^{(t-m)}, \dots, w^{(t-1)}, w^{(t+1)}, \dots, w^{(t+m)}).$$

■ CBOW 目標：

假設詞典索引集V的大小為||V|, 且={0,1,...,|-1}V={0,1,...,|V|-1}。

給定一個長度為TT的文本序列中，時間步tt的詞為w(t)w(t)。當時間窗

口大小為mm時，CBOW模型需要最大化由背景詞

生成任一中心詞的概率。

=> 最小化右側損失函數 (Cost function)

(連乘取log變連加)

$$\prod_{t=1}^T \mathbb{P}(w^{(t)} \mid w^{(t-m)}, \dots, w^{(t-1)}, w^{(t+1)}, \dots, w^{(t+m)})$$

$$- \sum_{t=1}^T \log \mathbb{P}(w^{(t)} \mid w^{(t-m)}, \dots, w^{(t-1)}, w^{(t+1)}, \dots, w^{(t+m)}).$$

$$\mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}}) = \frac{\exp(\mathbf{u}_c^\top (\mathbf{v}_{o_1} + \dots + \mathbf{v}_{o_{2m}})/(2m))}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top (\mathbf{v}_{o_1} + \dots + \mathbf{v}_{o_{2m}})/(2m))}.$$

和跳字模型一樣，當序列長度T較大時，我們通常在每次迭代時隨機採樣一個較短的子序列來計算有關該子序列的損失。然後，根據該損失計算詞向量的梯度並迭代詞向量。通過微分，我們可以計算出上式中條件概率的對數有關任一背景詞向量v<sub>o<sub>i</sub></sub>(i = 1, ..., 2m)的梯度為：

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \frac{\exp(\mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_c)}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_c)} \mathbf{u}_j \right).$$

該式也可寫作

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbb{P}(w_j \mid w_c) \mathbf{u}_j \right).$$

$$\mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}}) = \frac{\exp(\mathbf{u}_c^\top (\mathbf{v}_{o_1} + \dots + \mathbf{v}_{o_{2m}})/(2m))}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top (\mathbf{v}_{o_1} + \dots + \mathbf{v}_{o_{2m}})/(2m))}.$$

和跳字模型一樣，當序列長度 $T$ 較大時，我們通常在每次迭代時隨機採樣一個較短的子序列來計算有關該子序列的損失。然後，根據該損失計算詞向量的梯度並迭代詞向量。通過微分，我們可以計算出上式中條件概率的對數有關任一背景詞向量 $\mathbf{v}_{o_i} (i = 1, \dots, 2m)$ 的梯度為：

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \frac{\exp(\mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_c)}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_c)} \mathbf{u}_j \right).$$

該式也可寫作

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbb{P}(w_j \mid w_c) \mathbf{u}_j \right).$$

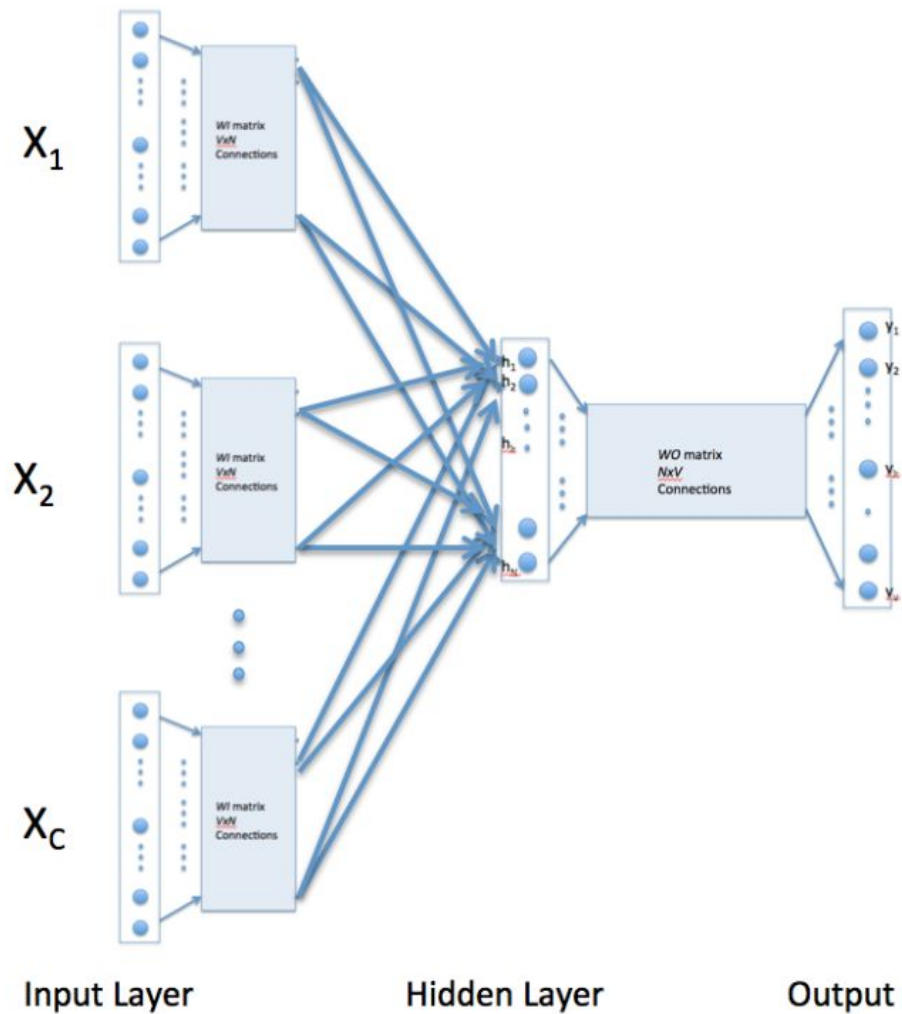
■ 和skip-gram 一樣，當序列長度 $T$ 較大時，我們通常在每次迭代時隨機採樣一個較短的子序列來計算有關該子序列的損失。

然後，根據該損失計算詞向量的梯度並迭代詞向量。通過微分，我們可以計算出上式中條件概率的對數有關任一背景詞向量 $\mathbf{v}_{o_i}$  ( $i=1, \dots, 2m$ ) 的梯度為

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \frac{\exp(\mathbf{u}_j^\top \mathbf{v}_c)}{\sum_{i \in \mathcal{V}} \exp(\mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_c)} \mathbf{u}_j \right).$$

該式也可寫作

$$\frac{\partial \log \mathbb{P}(w_c \mid w_{o_1}, \dots, w_{o_{2m}})}{\partial \mathbf{v}_{o_i}} = \frac{1}{2m} \left( \mathbf{u}_c - \sum_{j \in \mathcal{V}} \mathbb{P}(w_j \mid w_c) \mathbf{u}_j \right).$$



# ■ 訓練方法:negative sampling

假設中心詞 $w_c$ 生成背景詞 $w_o$ 由以下相互獨立事件聯合組成來近似:

- 中心詞 $w_c$ 和背景詞 $w_o$ 同時出現時間窗口。
- 中心詞 $w_c$ 和第1個噪聲詞 $w_1$ 不同時出現在該時間窗口 (噪聲詞 $w_1$ 按噪聲詞分佈 $P(w)$ 隨機生成, 且假設一定和 $w_c$ 不同時出現在該時間窗口)。
- ...
- 中心詞 $w_c$ 和第 $K$ 個噪聲詞 $w_K$ 不同時出現在該時間窗口 (噪聲詞 $w_K$ 按噪聲詞分佈 $P(w)$ 隨機生成, 且假設一定和 $w_c$ 不同時出現在該時間窗口)。

$$P(D = 1 \mid w_o, w_c) = \sigma(\mathbf{u}_o^\top \mathbf{v}_c).$$

那麼, 給定中心詞 $w_c$ 生成背景詞 $w_o$ 的條件概率的對數可以近似為

$$\log P(w_o \mid w_c) = \log \left( P(D = 1 \mid w_o, w_c) \prod_{k=1, w_k \sim P(w)}^K P(D = 0 \mid w_k, w_c) \right).$$

假設噪聲詞 $w_k$ 在詞典中的索引為 $i_k$ , 上式可改寫為

$$\log P(w_o \mid w_c) = \log \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{u}_o^\top \mathbf{v}_c)} + \sum_{k=1, w_k \sim P(w)}^K \log \left( 1 - \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{u}_{i_k}^\top \mathbf{v}_c)} \right).$$

因此, 有關給定中心詞 $w_c$ 生成背景詞 $w_o$ 的損失是

$$-\log P(w_o \mid w_c) = -\log \frac{1}{1 + \exp(-\mathbf{u}_o^\top \mathbf{v}_c)} - \sum_{k=1, w_k \sim P(w)}^K \log \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{u}_{i_k}^\top \mathbf{v}_c)}.$$