

Devoir 2: Les inégalités de richesse

20851

Automne 2022

Instructions

Ce devoir compte pour 10% de votre note finale. Le gouvernement est préoccupé par le niveau d'inégalité.

En particulier, depuis la parution du livre de Thomas Piketty, *Le Capital au 21e siècle*, on s'attarde aux inégalités de richesse, mesurées par le patrimoine financier des ménages.

On vous demande de faire la lumière sur ce problème, de comprendre l'origine des inégalités au Canada, en vous concentrant sur les inégalités autour de l'âge de la retraite (65 ans).

Afin d'être rémunéré pour vos services, le gouvernement vous demande de rendre un notebook Python ainsi que le pdf de ce notebook avant le 11 novembre à 8 :30. Vous devez remettre sur Zone Cours à l'aide de l'outil Remise de Travaux.

Préliminaire

Nous vous fournissons un fichier de données en excel, qui contient les percentiles (du premier au 99e) de la distribution :

- des revenus, après impôt, des familles durant leur vie active.
- de la richesse financière des retraités

Ces distributions ont été estimées à partir de données de Statistiques Canada (L'Enquête sur la sécurité financière). Les montants sont exprimés en milliers de dollars de 2019.

Vous allez charger ces données à l'aide de la commande `read_excel()` du module pandas. Comment on charge des données sur google colab? Voir le tutoriel, <https://www.youtube.com/watch?v=t6-sL-5x7fk>. Pour traiter un dataframe pandas, voyez ces commandes de base sur le tutoriel, <http://www.politeco.ca/python/data.html>. Si vous préférez, vous pouvez mettre vos variables dans un array numpy pour répondre aux différentes questions.

Quelques questions pour se réchauffer...

1. Faites un graphique de la distribution cumulée des revenus. Quel est le revenu médian ? Quel est la part des revenus totaux accaparée par ceux dans le dernier 10 (90e et plus), 5e percentile (95e et plus) ?
2. Répétez le même exercice pour la richesse financière. Que concluez-vous ?

Les préférences et le choix d'épargne

Vous allez supposer que chaque percentile de revenu choisi son niveau d'épargne en maximisant son utilité escomptée. Il y a deux périodes, qui sont à environ 35 ans de distance ($n = 35$). La fonction d'utilité est :

$$u(c_t) = \log c_t \quad (1)$$

Le facteur d'escompte subjectif annuel est $\delta = 0.99$ et donc $\delta_n = \delta^n$ est le facteur d'escompte entre les deux périodes. La contrainte budgétaire est telle que

$$c_1 = y - s$$

et

$$c_2 = s(1 + r_n)$$

où s est l'épargne, r_n le taux d'intérêt (sur 35 ans). Pour le moment, vous supposez que le taux d'intérêt annuel est de $r = 0.03$ et donc que $r_n = (1+r)^n - 1$. Dénotez, $w = s(1+r_n)$ comme étant la richesse financière accumulée au début de la période 2 (retraite).

3. Après avoir programmé la fonction d'utilité et posé le problème de choix d'épargne optimal, programmez une fonction qui retourne la richesse financière optimale accumulée, w étant donné (y, δ_n, r_n) . Pour chaque percentile de revenu y , calculez la richesse financière optimale accumulée.
4. Comparez graphiquement votre distribution obtenue avec la distribution de la richesse financière provenant des données. Que concluez-vous quand à l'habileté de votre modèle à reproduire les inégalités de richesse financière ?

Le rôle des régimes de retraite

Les régimes de retraite vont généralement être plus généreux avec les moins fortunés. Nous allons considérer un régime qui donne un taux de remplacement, ϕ pour le percentile q de la distribution de revenu égal à

$$\phi_q = 1 - q$$

Rajoutez cette variable dans votre table des données (pour chacun des percentiles). Le taux de contribution est spécifique à chaque percentile. En supposant que le taux de rendement du régime est de r_n , calculez le taux de contribution, τ_q , appliqué sur le revenu y qui finance les prestations de retraite, $\phi_q y$. Rajoutez cette variable dans votre table de données.

5. Adaptez votre solution au problème d'épargne optimal ci-haut en introduisant le taux de contribution et le taux de remplacement. Calculez la richesse financière optimale avec le régime de retraite.
6. Produire une nouvelle distribution de richesse financière prédite avec ce modèle incluant le régime de retraite. Comparez à la distribution trouvée précédemment ainsi que la distribution des données. Que concluez-vous ?

Le rendement effectif de l'épargne

Une possibilité est que les gens sont très différents en terme de rendement, r qu'ils peuvent obtenir sur leur épargne.

7. Trouvez pour chaque percentile, dans un modèle avec régime de retraite, le taux de rendement nécessaire pour expliquer le niveau de richesse financière observé dans les données (indice : utilisez la méthode de la sécante de Newton pour trouver r_q qui produit w observé dans les données. Elle est très similaire à la méthode de la bisection. Au lieu d'utiliser un intervalle $[a, b]$, elle a besoin d'un point de départ $x^{(0)}$. Voir `scipy.optimize.newton`). Faites un graphique. Que concluez-vous ?

Décomposition

8. L'indice de Gini est une bonne mesure de l'inégalité. Vous devez programmer la fonction du retournera cet indice. Pour une variable donnée y sur une population de taille n , où y est ordonné de la valeur la plus faible à la valeur la plus élevée, l'indice de Gini est donné par :

$$G = \frac{1}{n} \left(n + 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^n (n + 1 - i) y_i}{\sum_i y_i} \right)$$

9. Quelle est la contribution relative de chacune des sources d'inégalités dans ce qu'on vient de développer ? Afin d'y répondre, programmez en Python l'indice de Gini et isolez la contribution relative de chacune des sources d'inégalités.
10. Pouvez-vous penser à d'autres sources d'inégalités ?