

---

# Algoritmica

## Practica 3. Greedy

### 2018-2019

---



**UNIVERSIDAD  
DE GRANADA**



Félix Ramírez García  
Raúl Del Pozo Moreno  
Cristian Piles Ruiz  
Oleksandr Kudryavtsev  
Sixto Coca Cruz

## INDICE

1. Introduccion
2. Elementos de la solución del problema
3. Solución para 1 electricista
  - a. Planteamiento
  - b. Demostración teórica
4. Solución para  $n$  electricistas

## 1. Introduccion

El objetivo de esta práctica es apreciar la utilidad de los métodos voraces (greedy) para resolver problemas de forma muy eficiente, en algunos casos obteniendo soluciones óptimas y en otros aproximaciones. Para ello nuestro equipo ha resuelto el siguiente problema de reparaciones eléctricas:

Un electricista necesita hacer "n" reparaciones urgentes, y sabe de antemano el tiempo que le va a llevar cada una de ellas: en la tarea i-ésima tardará  $t_i$  minutos. Como en su empresa le pagan dependiendo de la satisfacción del cliente, necesita decidir el orden en el que atender a los avisos para minimizar el tiempo medio de atención de los clientes (desde el inicio hasta que su reparación es efectuada).

Para solventar el problema se nos pide implementar un algoritmo óptimo para uno y para varios electricistas.

## 2. Elementos de la solución del problema

- Conjunto candidatos: Todos los tiempos de los clientes del conjunto.
- Conjunto seleccionados: Clientes ordenados de menor a mayor tiempo.
- Función solución: La media de atención de los clientes tiene que ser la mínima posible.
- Función factibilidad: Siempre hay solución óptima.
- Función selección: Se selecciona el tiempo mínimo en cada iteración.
- Función objetivo: Devolver una lista ordenada con un orden el cual genere la máxima satisfacción de los clientes.

### 3. Solución para 1 electricista

#### a. Planteamiento

Para este problema se nos pide pensar un algoritmo óptimo con un electricista de forma que la satisfacción del cliente sea la mejor.

Partiendo del origen del problema en el que se tiene una lista de tiempos, donde cada tiempo corresponde con el tiempo de reparación de cada cliente, se podría optar por la opción de que el electricista vaya secuencialmente por cada tiempo, pero esta forma no es óptima, ya que para los últimos clientes la satisfacción sería peor. .

Por ejemplo, teniendo la siguiente tabla de tiempos (minutos):

Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6	Cliente 7	Cliente 8	Cliente 9	Cliente 10
20	5	15	13	50	35	75	10	40	50

Si el electricista fuera secuencialmente desde el cliente 1 hasta el 10, el cliente 1 tendría que esperar 20', el cliente 2 tendría que esperar 20' (del primer cliente) más 5' de su reparación, pero para el cliente 3 tendría que esperar 20' (del primero) más 5' (del segundo) más sus 15'. Aquí ya tenemos un problema, ya que si lo que se busca es la mejor media, lo lógico hubiera sido atender antes al cliente 2 que al cliente 1. En la siguiente tabla se pueden ver los tiempos de espera de cada cliente (hasta que finaliza su reparación):

Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6	Cliente 7	Cliente 8	Cliente 9	Cliente 10
20	25	40	53	103	138	213	223	263	313

Se va a ordenar los tiempos de forma que atienda primero a los que tengan menor tiempo mediante un algoritmo de ordenación, por ejemplo, mergesort, quedando una lista ordenada:

Cliente 2	Cliente 8	Cliente 4	Cliente 3	Cliente 1	Cliente 6	Cliente 9	Cliente 8	Cliente 10	Cliente 7
5	10	13	15	20	35	40	50	50	75

Con unos tiempos acumulados:

Cliente 2	Cliente 8	Cliente 4	Cliente 3	Cliente 1	Cliente 6	Cliente 9	Cliente 8	Cliente 10	Cliente 7
5	15	28	43	63	98	138	188	238	313

Como se puede comprobar con las dos siguientes tablas, los tiempos medios ordenados son mucho mejores que los tiempos sin ordenar.

Sin ordenar									
Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6	Cliente 7	Cliente 8	Cliente 9	Cliente 10
20	22.5	28.3	34.5	48.2	63.16	84.57	101.87	119.7	139.1

Ordenados									
Cliente 2	Cliente 8	Cliente 4	Cliente 3	Cliente 1	Cliente 6	Cliente 9	Cliente 8	Cliente 10	Cliente 7
5	10	16	22.75	30.8	42	55.71	72.25	90.6	112.9

Se puede ver que el vector ordenado tiene un tiempo medio de espera mucho mejor que el del vector sin ordenar.

## b. Demostración teórica

Siendo la solución dada por el algoritmo para el vector de tiempos ordenados  $x = (i_0, \dots, i_n)$ . Veamos que cualquier otra solución  $x' = (x'_0, \dots, x'_n)$  con algún elemento cuyo valor sea mayor o igual que del tiempo que le precede, produce un resultado con mayor valor medio de tiempo de espera.

$i, j \rightarrow$  numero de cliente

$n \rightarrow$  total de clientes

$$\text{Tiempo medio total} \rightarrow \left[ \sum_{i=0}^n (\text{Tiempo}(i)) \div n \right] \leq \left[ \sum_{j=1}^n (\text{Tiempo}(j)) \div n \right] : i \leq j$$

## 4. Solución para varios electricistas

En el momento en el que hay más de un electricista, la primera idea que se nos aparece es la de repartir los trabajos entre ellos, la pregunta ahora es: ¿como?.

Basándonos en la misma máxima que con 1 electricista, el orden de atención a los clientes será a aquellos con el menor tiempo de reparación posible, de esta forma nos aseguramos que de base, los clientes no esperen más tiempo que el necesario.

Así pues el primer paso es ordenar los clientes por tiempos, quedando la siguiente tabla (usando los mismos tiempos que en el caso de 1 electricista).

Cliente 2	Cliente 8	Cliente 4	Cliente 3	Cliente 1	Cliente 6	Cliente 9	Cliente 8	Cliente 10	Cliente 7
5	10	13	15	20	35	40	50	50	75

El caso más óptimo en “n electricistas” sería que hubiera tantos electricistas como averías, de forma que ningún cliente tenga que esperar más que la reparación de su propia avería.

Pero esto no siempre es así, sino teniendo más averías que electricistas, en este caso, hay que repartir las averías entre los electricistas.

Ahora hay que tener en cuenta una cosa, en la mayoría de casos, los tiempos de reparación son diferentes, por tanto, hasta que un técnico no termina una reparación no puede coger otra, ya que eso haría que estuviera esperando el cliente, por ello, en cuanto termina un electricista en una avería, inmediatamente coge la siguiente que menos tiempo de reparación tenga. Si se mantiene una avería esperando para un electricista, quiere decir que el tiempo de espera de esa avería será: el tiempo de las averías realizadas por ese electricista + tiempo de espera parado + tiempo de reparación, con lo que la satisfacción del cliente va a ser mucho peor.

El supuesto de ejemplo se va a realizar para 3 electricistas, el ancho de cada columna indica el tiempo que tarda cada avería en comparación con las demás, por ejemplo, entre la avería de 5' y la de 10', se puede observar que la avería con 10' sigue en curso mientras que la de 5' ya ha terminado.

1. Se asignan los "m" primeras averías, donde "m" es el número de electricistas

Electricista 1	5			
----------------	---	--	--	--

Electricista 2	10		
----------------	----	--	--

Electricista 3	13		
----------------	----	--	--

2. Se asigna al primer electricista que termine la averia libre más corta.

Electricista 1	5	15		
----------------	---	----	--	--

Electricista 2	10		
----------------	----	--	--

Electricista 3	13		
----------------	----	--	--

3. Repetir el proceso hasta terminar todos los trabajos:

Electricista 1	5	15		
----------------	---	----	--	--

Electricista 2	10	20		
----------------	----	----	--	--

Electricista 3	13			
----------------	----	--	--	--

---

Electricista 1	5	15		
----------------	---	----	--	--

Electricista 2	10	20		
----------------	----	----	--	--

Electricista 3	13	35		
----------------	----	----	--	--

---

Electricista 1	5	15	40	
----------------	---	----	----	--

Electricista 2	10	20		
----------------	----	----	--	--

Electricista 3	13	35		
----------------	----	----	--	--

---

Electricista 1	5	15	40	
----------------	---	----	----	--

Electricista 2	10	20	50	
----------------	----	----	----	--

Electricista 3	13	35		
----------------	----	----	--	--



---

Electricista 1	5	15	40	
----------------	---	----	----	--

Electricista 2	10	20	50	
----------------	----	----	----	--

Electricista 3	13	35	50	
----------------	----	----	----	--

---

Electricista 1	5	15	40	75
----------------	---	----	----	----

Electricista 2	10	20	50	
----------------	----	----	----	--

Electricista 3	13	35	50	
----------------	----	----	----	--

En este punto ya se han repartido todas las averías, como se puede ver, en ningún caso hay una avería esperando a que termine un electricista en concreto.

Para representar este caso de forma general para  $n$  electricistas podemos interpretarlo como una serie de  $n$  colas que se van acumulando a la par que se terminan los trabajos en cada cola:

Electricista 1	$J_{n+1}$	...	...	$J_{kn+1}$
----------------	-----------	-----	-----	------------

Electricista 2	$J_{n+2}$	...	...	$J_{kn+2}$
----------------	-----------	-----	-----	------------

Electricista $n$	$J_{n+n}$	...	...	$J_{(k+1)n}$
------------------	-----------	-----	-----	--------------