

O Problema da Caixa

Aluno(a): _____

Turma: _____

Professor(a): _____

Enunciado do Problema

Quadrados iguais são cortados dos cantos de uma folha de papelão retangular medindo 30 cm por 50 cm. As abas que sobram são então dobradas para cima de modo a formar uma caixa sem tampa. Quanto deve ser x , a medida em centímetros dos lados dos quadrados que são retirados da folha de papelão, para que o volume V da caixa seja o maior possível?

[01] (a) Para se familiarizar com o problema, na Parte 1 da atividade, digite alguns valores para x , observando o formato correspondente da caixa e o valor do seu volume V . Anote os valores que você digitou na tabela abaixo (acrescente mais linhas, caso sejam necessárias). **Atenção: neste momento, você não precisa se preocupar em determinar o valor de x que maximiza o volume V . Isto será feito mais adiante.**

| x | V |
|-----|-----|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

(b) Você digitou algum valor para x que foi recusado pelo programa? Em caso afirmativo, escreva quais foram estes valores.

(c) Os valores de $x = 20$, $x = -2$, $x = 0$, $x = 15$, $x = 0.0001$ e $x = 14.9999$ são recusados pelo programa? Por que sim? Por que não?

[02] O problema em questão pode ser modelado por uma função real f de domínio D .

- (a) Vá para a Parte 2 da atividade (clique no link no topo da Parte 1). Habilite a opção “Rastro” e arraste o ponto M . O programa irá marcar alguns pontos do gráfico da função f . Habilite então a opção “Gráfico” para ver o gráfico da função f . Copie à mão este gráfico aqui.
- (b) Determine o domínio D da função f e uma expressão para $f(x)$, isto é, determine o conjunto D de todos os valores de x para os quais o problema “tem sentido” e, para valores de x em D , uma expressão para $f(x)$. Confira sua resposta usando o programa: digite os dados nos campos correspondentes e, então, pressione o botão “Conferir!” para conferir sua resposta. Para fins de comparação, o programa sempre desenhará o gráfico da função que você especificou. **Importante:** você não deve resolver este item por “tentativa e erro”. Pegue lápis e papel e, usando seus conhecimentos de geometria, tente obter o domínio D e uma expressão para $f(x)$. Use então o programa para conferir sua resposta. Anote o seu raciocínio nesta folha.
- (c) Você acertou a função e o domínio de primeira? Em caso negativo, quantas tentativas você usou até o programa lhe dizer que você acertou a resposta? O que você estava errando?

[03] É possível demonstrar que existe um único número real p em D que maximiza o volume V da caixa. Usando a Parte 1 da atividade (através de “tentativa e erro”), determine uma aproximação do valor deste p ótimo com duas casas decimais corretas.

[04] Quantas caixas diferentes com volume igual a 2000 cm^3 podem ser construídas? Justifique sua resposta!

[05] É possível construir uma caixa com volume igual a 5000 cm^3 ? Por que sim? Por que não?

[06] Será que é possível determinar o ponto p ótimo cuja aproximação você calculou no Item [03]? A resposta é sim! É possível demonstrar que o único número real p em D que maximiza o volume V da caixa satisfaz a equação

$$12x^2 - 320x + 1500 = 0.$$

Resolva esta equação e determine o valor de p . Compare com sua resposta para o Item [03]. **Importante:** não se preocupe, neste momento, em saber como a equação acima foi obtida. Caso você faça a disciplina “Cálculo Diferencial e Integral” na universidade, você aprenderá técnicas matemáticas que permitem deduzir esta equação.

[07] Qual é a imagem da função f que você estabeleceu no item [02] (b)? Em quais intervalos a função f é crescente? E decrescente?

[08] Existe algum valor de x em D que *minimiza* a função que você estabeleceu no item [02] (b)? Por que sim? Por que não?