

O Problema do Caminho para A Horta

Aluno(a): _____

Turma: _____

Professor(a): _____

Enunciado do Problema

Um agricultor está em sua casa C situada a 80 metros da margem retilínea de um rio. Ele quer encher primeiro o seu regador de água em um ponto M na margem deste rio e, depois, se dirigir para sua horta H, situada a 50 metros da margem do rio. A distância entre os pés A e B das perpendiculares traçadas de C e H sobre a margem do rio é igual a 100 metros. Considere um sistema de coordenadas onde $A = (0, 0)$, $B = (100, 0)$, $C = (0, 80)$, $H = (100, 50)$ e $M = (x, 0)$. Quanto deve ser x , a abscissa do ponto M sobre o eixo x , para que o comprimento d do trajeto casa (C), rio (M) e horta (H) seja o menor possível?

[01] (a) Para se familiarizar com o problema, na Parte 1 da atividade, digite alguns valores para x , observando a posição do ponto P correspondente e o valor da distância d do trajeto casa (C), rio (M) e horta (H). Anote os valores que você digitou na tabela abaixo (acrescente mais linhas, caso sejam necessárias). **Atenção: neste momento, você não precisa se preocupar em determinar o valor de x que minimiza a distância d . Isto será feito mais adiante.**

x	d

(b) Você digitou algum valor para x que foi recusado pelo programa? Em caso afirmativo, escreva quais foram estes valores.

(c) Os valores de $x = -6$, $x = 0$, $x = 6$, $x = 20$ e $x = 100$ são recusados pelo programa? Por que sim? Por que não?

[02] O problema em questão pode ser modelado por uma função real f de domínio D .

- (a) Vá para a Parte 2 da atividade (clique no link no topo da Parte 1). Habilite a opção “Rastro” e arraste o ponto M. O programa irá marcar alguns pontos do gráfico da função f . Habilite então a opção “Gráfico” para ver o gráfico da função f . Copie à mão este gráfico aqui.
- (b) Determine o domínio D da função f e uma expressão para $f(x)$, isto é, determine o conjunto D de todos os valores de x para os quais o problema “tem sentido” e, para valores de x em D , uma expressão para $f(x)$. Confira sua resposta usando o programa: digite os dados nos campos correspondentes e, então, pressione o botão “Conferir!” para conferir sua resposta. Para fins de comparação, o programa sempre desenhará o gráfico da função que você especificou. **Importante:** você não deve resolver este item por “tentativa e erro”. Pegue lápis e papel e, usando seus conhecimentos de geometria, tente obter o domínio D e uma expressão para $f(x)$. Use então o programa para conferir sua resposta. Anote o seu raciocínio nesta folha.
- (c) Você acertou a função e o domínio de primeira? Em caso negativo, quantas tentativas você usou até o programa lhe dizer que você acertou a resposta? O que você estava errando?

[03] É possível demonstrar que existe um único número real p em D que minimiza a distância d do trajeto casa (C), rio (M) e horta (H). Usando a Parte 1 da atividade (através de “tentativa e erro”), determine uma aproximação do valor deste p ótimo com duas casas decimais corretas.

[04] É possível demonstrar que o ponto ótimo na margem do rio que minimiza a distância d do trajeto casa (C), rio (M) e horta (H) satisfaz a seguinte propriedade: ele é a interseção do eixo x com a reta de extremidades C e R, onde R é a reflexão do ponto H com relação ao eixo x (na Parte 2, habilite a opção “Dica” para visualizar o ponto R e o ponto ótimo). Usando este fato, determine o valor do único número real p em D que minimiza a distância d do trajeto casa (C), rio (M) e horta (H). Use uma

calculadora para calcular uma aproximação de p e compare com sua resposta para o Item [03].

[05] Existe algum valor de x em D que *maximiza* a função que você estabeleceu no item [02] (b)? Por que sim? Por que não?