# Modelagem, Análise de Estabilidade e Controlabilidade

## 1. Definição dos Parâmetros Nominais

### Parâmetros selecionados

- **Ganho do Motor ($K_m$):** 1.1 (Intervalo permitido: [0.8, 1.2])
- **Polo Mecânico ($a_m$):** 13.2 rad/s (Intervalo permitido: [10,15])
- **Polo Elétrico ($a_e$):** 950 rads/s (Intervalo permitido: [800, 1100])

## 2. Modelagem Matemática

2.1. Função de Transferência

Partindo do modelo disponibilizado:

$$G(s) = \frac{K_M * 772}{s(s+a_m)(s+a_e)}$$

Substituindo pelos valores nominais:

$$G(s) = \frac{1.1 * 772}{s(s+13.2)(s+950)}$$

$$G(s) = \frac{849}{s(s^2 + 963.2s + 12540)}$$

Obtém-se a Função de Transferência de malha aberta:

$$G(s) = \frac{849}{s^3 + 963.2s + 12540s)}$$

2.2. Representação em Espaço de Estados

Para a análise moderna de controle, o sistema foi convertido para a **Forma Canônica Controlável**. Nesta representação, os coeficientes do polinômio característico aparecem na última linha da matriz dinâmica A.

As equações de estado são definidas por:

$$\begin{cases} \hat{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Onde as matrizes calculadas são:

A=

$$\begin{vmatrix} (0) & (1) & (0) \\ (0) & (0 & (1) \\ (0) & (-12540) & (-963.2) \end{vmatrix}$$

B =

$$\begin{vmatrix} (0) \\ (0) \\ (1) \end{vmatrix}$$

C = [ 849.2 , 0 , 0] , D = [0,0]

# 3. Análise de Polos e Zeros (Interpretação Física)

4.

O sistema não possui zeros finitos. Os polos de malha aberta, raízes do denominador $D(s) = s(s + 13.2)(s + 950)$ , revelam a física do sistema:

1. **Polo na Origem ($P_1$ = 0 ):**
   - **Característica:** Integrador puro.
   - **Impacto:** Define o sistema como Tipo 1, garantindo erro nulo em regime permanente para entradas degrau. Torna o sistema marginalmente estável em malha aberta.
2. **Polo Mecânico ($P_2$ = -13.2):**
   - **Característica:** Polo Dominante.
   - **Impacto:** Governa a resposta transitória "lenta" do sistema (inércia mecânica). A constante de tempo associada é $\tau_m$ ≃75.7 ms. O projeto dos controladores focará primariamente em modificar a influência deste polo para acelerar a resposta.

3. **Polo Elétrico ($P_3$ = -950):**
    - **Característica:** Dinâmica Rápida.
    - **Impacto:** Localizado muito à esquerda no plano complexo ($\tau_e \simeq 1.05$ ms), sua influência no tempo de subida é desprezível. No entanto, sua fase afeta a estabilidade relativa (Margem de Fase) em frequências altas, impondo limites ao ganho máximo do controlador.

# 4. Análise de Controlabilidade e Dinâmicas Ocultas

4.1 Verificação de Controlabilidade Nominal

Foi calculada a matriz de controlabilidade C = [ B AB $A^2$B]

- **Resultado:** O posto da matriz é pleno (Rank(C) = 3).
- **Conclusão:** O modelo nominal é completamente controlável, significando que a tensão de entrada u(t) pode levar os estados (X1, X2, X3) a qualquer valor desejado em tempo finito.

4.2 Modos Não Controláveis (Dinâmica Oculta)

O projeto considera a existência de dinâmicas não modeladas (representadas por um estado hipotético X4). Fisicamente, isso corresponde a modos de vibração ou fenômenos elétricos desacoplados da entrada do atuador.

Matematicamente, se o sistema for expandido para incluir X4 tal que sua linha na matriz B seja nula, o teste de posto falhará (Rank < 4). Embora este modo não possa ser controlado, assume-se que seja estável, não comprometendo a segurança global do sistema, mas introduzindo incertezas que justificam o uso de margens de segurança no projeto dos controladores (Robustez).

Abaixo segue o script em python para validação do estudo:

```python
import numpy as np
import control as ct
import matplotlib.pyplot as plt

# --- 1. Parâmetros do Projeto ---
Km = 1.1       # Ganho Motor
am = 13.2      # Polo Mecânico
```

```python
ae = 950.0    # Polo Elétrico
K_sys = 772   # Constante do sistema

# --- 2. Modelagem (Função de Transferência) ---
# Numerador e Denominador expandidos
num = [Km * K_sys]
den = np.convolve([1, 0], np.convolve([1, am], [1, ae]))

G_nom = ct.tf(num, den)
print("Função de Transferência G(s):")
print(G_nom)

# --- 3. Espaço de Estados (Forma Canônica Controlável) ---
# Extração dos coeficientes para a Matriz A
# Denominador: s^3 + a2*s^2 + a1*s + a0
a2 = den[1] # 963.2
a1 = den[2] # 12540
a0 = den[3] # 0

A = np.array([[0, 1, 0],
              [0, 0, 1],
              [-a0, -a1, -a2]])

B = np.array([[0], [0], [1]])
C = np.array([[num[0], 0, 0]])
D = np.array([[0]])

sys_ss = ct.ss(A, B, C, D)

# --- 4. Plots de Análise ---
plt.figure(figsize=(12, 5))

# Plot 1: Mapa de Polos e Zeros
plt.subplot(1, 2, 1)
poles, zeros = ct.pzmap(sys_ss, plot=False)
plt.scatter(np.real(poles), np.imag(poles), marker='x', s=100, color='r',
label='Polos')
plt.title(f'Mapa de Polos\n(Dominante em {poles[1]:.1f})')
plt.xlabel('Real')
plt.ylabel('Imaginário')
plt.grid(True)
plt.legend()

# Plot 2: Resposta ao Degrau
plt.subplot(1, 2, 2)
t, y = ct.step_response(sys_ss)
plt.plot(t, y, linewidth=2)
plt.title('Resposta ao Degrau (Malha Aberta)')
```

```
plt.xlabel('Tempo (s)')
plt.ylabel('Amplitude')
plt.grid(True)

plt.tight_layout()
plt.show()
```