

有限元课程论文

康金梁，郑蕴哲，司马锲，吉首瑞

2019 年 6 月 16 日

(清华大学航天航空学院，北京 100084)

摘要

关键字：无网格法，物质点法，冲击侵彻，爆炸，特大变形

1 引言

2 STAPpp 程序设计与实现

2.1 前处理

2.2 Bar 单元

2.3 4Q 单元

4Q 单元由于已经作为作业出现，故在此不再赘述。详情请查看源代码与郑蕴哲的 4Q 设计报告。

2.4 3T 单元

2.5 8H 单元

2.6 Beam 单元

由于 Beam 单元与 Bar 单元十分类似，因此在 Beam 单元实现的过程中很多地方都借鉴了 Bar 单元的思路和细节。

首先 Beam 的刚度阵如下图所示

对于 Beam 单元，类似 Bar 单元，我们可以写出其位移与外力形式。

$$d^e = \begin{pmatrix} u_{x1} & u_{y1} & u_{z1} & \theta_{x1} & \theta_{y1} & \theta_{z1} & u_{x2} & u_{y2} & u_{z2} & \theta_{x2} & \theta_{y2} & \theta_{y3} \end{pmatrix}^T$$
$$f^e = \begin{pmatrix} F_{x1} & F_{y1} & F_{z1} & M_{x1} & M_{y1} & M_{z1} & F_{x2} & F_{y2} & F_{z2} & M_{x2} & M_{y2} & M_{y3} \end{pmatrix}^T$$

因而我们得到了刚度方程实现的具体细节。当然为了能够在三维计算，我们还需要对杆进行一个旋转变换。

材料的输入属性包括弹性模量和泊松比。由于很多情况下梁是空心的，因此我们除了长、宽外还允许输出内部空心矩阵的参数。具体请参照源代码。

$$\begin{bmatrix}
 \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EJ_x}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EJ_x}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{12EJ_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EJ_y}{l^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_z}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ_z}{l} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_x}{l} & 0 & 0 & -\frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & \frac{4EJ_x}{l} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_x}{l} & 0 & \frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & 0 & \frac{4EJ_x}{l} & 0 \\
 -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EJ_x}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & 0 & -\frac{12EJ_x}{l^3} & 0 & -\frac{6EJ_x}{l^2} & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{12EJ_y}{l^3} & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{l^2} & 0 & -\frac{12EJ_y}{l^3} \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_z}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_z}{l} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_x}{l} & 0 & 0 & \frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & \frac{2EJ_x}{l} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_x}{l} & 0 & -\frac{6EJ_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_x}{l}
 \end{bmatrix}
 \quad (\text{对称})$$

图 1: Beam 刚度阵

2.7 Plate 单元

2.8 Shell 单元

2.9 IEM 单元

2.10 若干“巧凑”边点元

2.11 求解器优化

2.12 后处理

由于并不需要我们单独画图而只需使用商用软件进行后处理，故后处理的任务简要可以认为将我们的计算结果转化为商用软件的输入形式。

首先是软件的选择。虽然 tecplot 并非开源（需要用盗版），但是在了解 tecplot 之后发现其对于有限元的后处理极为友好，输入格式简明。因而选择 tecplot 作为我们的后处理软件。

我们在 STAPPP 中后处理的思路如下：我们需要一个合适的.dat 的后处理文件，而原有的.out 输出文件由于格式已经固定，故唯一的办法是额外添加一个作为后处理的输出文件。我们在 STAPPP 中的 main 程序中创建一个新的.dat 文件按 tecplot 格式存储数据。具体的写入过程通过一个 PostOutputter 实现。类似于 Outputter 的实现方式，我们在每个单元中定义了专门计算后处理信息的函数 ElementPostInfo，然后在 PostOutputter 中调用，按照 tecplot 的格式输出。我们的后处理信息包括：位移后坐标、应力不变量、Mises 应力以及 6 个应力分量。具体代码请查看主程序文件。我们由下图可以看到我们的后处理最终效果和 abaqus 是十分相近的。

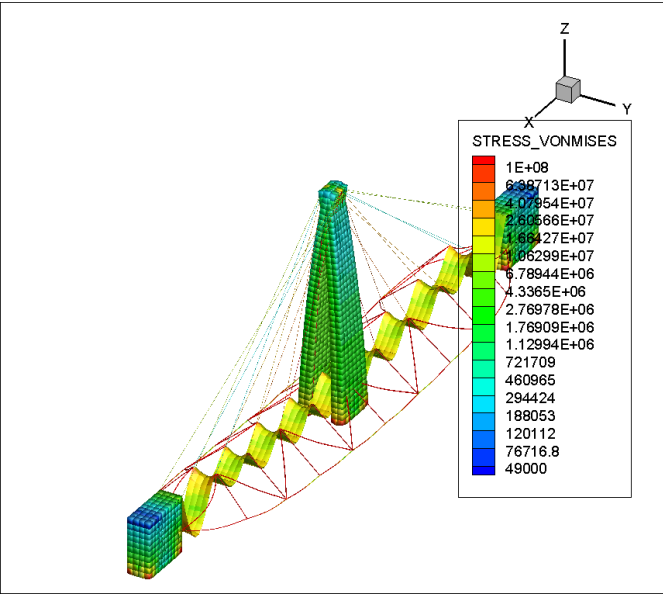


图 2: tecplot 后处理

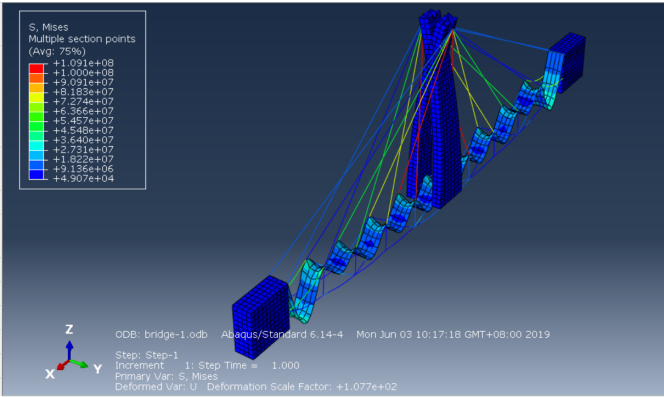


图 3: abaqus 后处理

3 桥梁设计、优化与评估

3.1 选题——为什么选斜拉桥

作为一种拉索体系，斜拉桥比梁式桥的跨越能力更大，是大跨度桥梁的最主要桥型。斜拉桥由许多直接连接到塔上的钢缆吊起桥面，斜拉桥主要由索塔、主梁、斜拉索组成。索塔型式有 A 型、倒 Y 型、H 型、独柱，材料有钢和混凝土的。斜拉索布置有单索面、平行双索面、斜索面等。第一座现代斜拉桥是 1955 年德国 DEMAG 公司在瑞典修建的主跨为 182.6 米的斯特伦松德（Stromsund）桥。目前世界上建成的最大跨径的斜拉桥为俄罗斯的俄罗斯岛大桥，主跨径为 1104 米，于 2012 年 7 月完工。

和拱桥相比，斜拉桥更为美观，也更加适用在长距离问题上。我们的算例要求 1500m 的跨度，因而一般情况下用斜拉桥更加合适。但是一个重要的问题是，我们对桥梁的参数比例一无所知。为此我们选取了一个典型的斜拉桥：苏通长江大桥作为我们的参考模型。通过对图片形状的估计，我们确定了我们桥梁的大致参数与设计方案。苏通长江大桥高度为 300m，跨度 1088m。因而对我们的桥，等比例地我们设定桥塔总高 117m，单跨 300m。

3.2 桥的设计

我们的桥主要由三部分组成：桥面，桥塔与钢索。

1. 桥面。桥面使用的是二维壳单元，长 1500m，宽 15m，正好满足设计要求。其中 mesh size 为 1。材料厚度参数设置为 0.1m。
2. 桥塔。桥塔采用的是二维草图拉伸的生成方式。桥塔主要由三个部分组成：最上方的拉索区，高为 30m，用于连接我们的拉索。中间的桥面区：包括承受桥面的部分。最下方的支撑区。尽管我们的算例中载荷是完全稳定的，但是考虑到稳定性，我们的桥塔脚依然采取了斜的设计。这样我们的桥更能够抵御扰动的影响。
3. 桥索。桥面每隔 10m，桥塔每隔 2m 高设置一对桥索。为了保证单元的受力均匀，桥索被均匀分散连接在桥塔上。桥索共有 16 种规格，分别对应桥面距离 10m-160m。取桥索的 mesh size 极大以至于其为一个单元而不会产生额外自由度。



图 4: 苏通长江大桥

具体的细节请参照模型 Bridge0615.

3.3 装配

整体装配通过镜像阵列简化操作。具体细节不再赘述。最终装配图如下

我们有两类约束：1. 钢索约束。把我们的钢索和桥塔、桥面相连接。使用 Tie 约束，Node Region 方式将钢索约束在桥面的边缘与桥塔上端的边缘。2. 桥面约束。使用 Tie 约束将桥面约束在桥塔的承受桥面的部位。载荷为工况下载荷。

3.4 优化

为了改善我们的桥面设计，我们采取了如下方案优化。首先我们尽量去除了冗余材料：为此我们将桥塔上端设计为空心。其次，我们发现最大位移点在桥塔与桥塔的中间，因而我们在这个区域额外增加了钢索以减小最大位移。然后我们还发现钢索的承受的拉力与其位置有关。越靠近桥塔的地方其所承受的拉力越小，对最大位移的抑制作用也越小。而远离桥塔的钢索则承受更大的拉力，其等效弹簧系数对最大位移的影响也越大。因此，靠近桥塔和远离桥塔的钢索所需要的截面面积是不同的。因而我们根据离桥塔的距离设计了 4 组不同截面面积的钢索材料属性。越靠近桥塔的钢索越细，反之越粗。最后的计算结果表明这种方式有效地在同样钢索用料的情况下减小了最大位移。

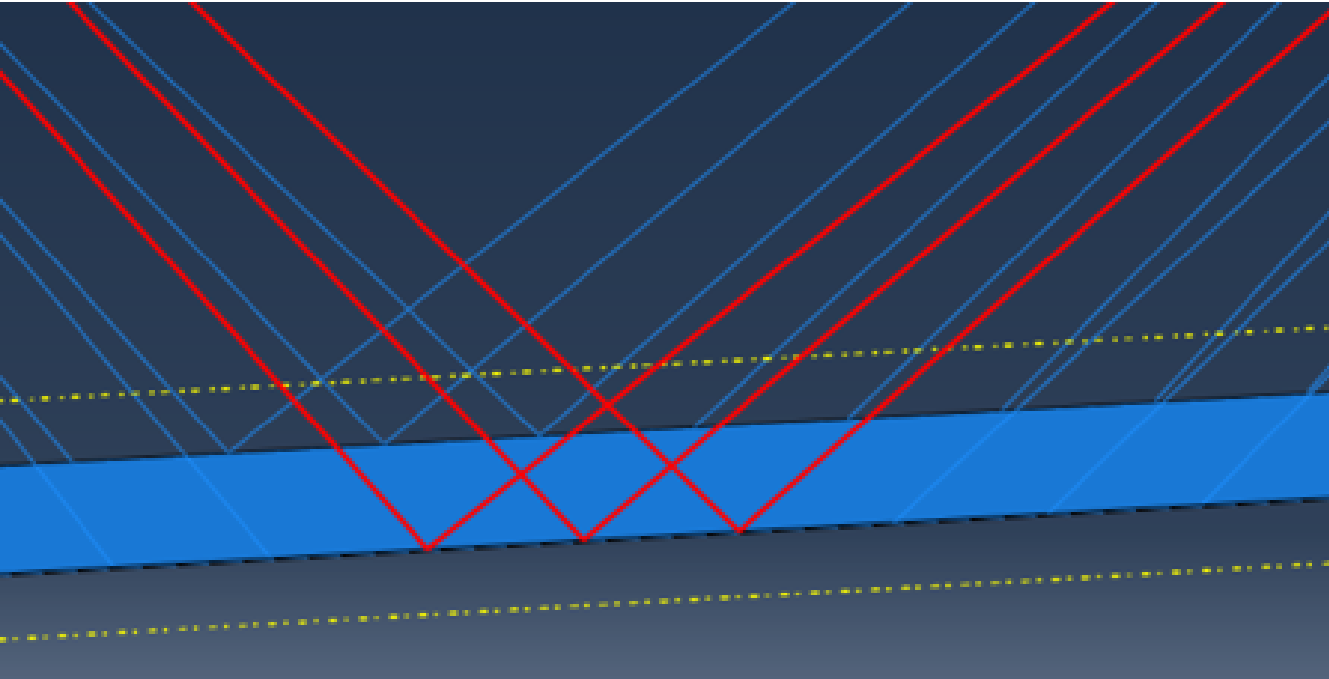


图 5: 桥面中段额外钢索

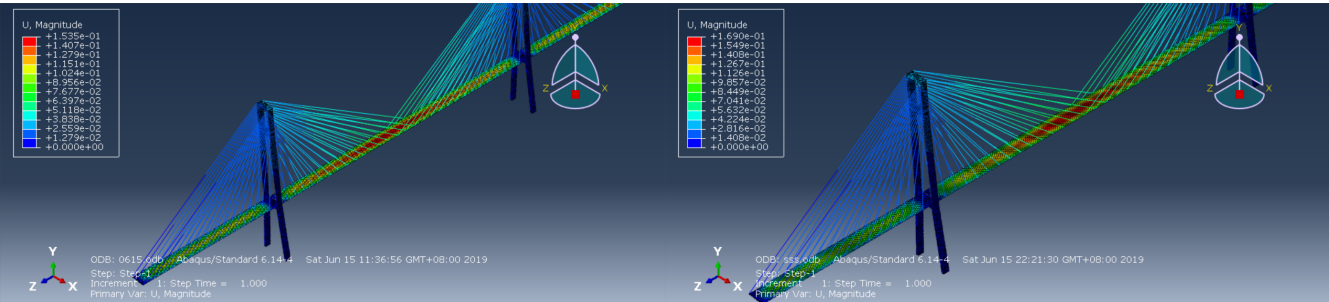


图 6: 同材料优化后最大位移

图 7: 优化前最大位移

3.5 最终结果

首先在后处理的 Visualization 部分我们可以直接得到最大位移数据。结果显示最大位移点在桥塔与桥塔中间，最大位移 15.35cm。

然后我们可以看到我们的 Mises 应力全部单元都在许可应力内，因此全部单元合格。

然后我们利用 Abaqus 的 Tool 可以得到我们的材料用量。Steel 用量 $2.043\text{e}+007\text{kg}$ ，Concrete 用量 $2.170\text{e}+004$ 立方米。最终的花费为 1.24 亿 RMB

4 结论

参考文献

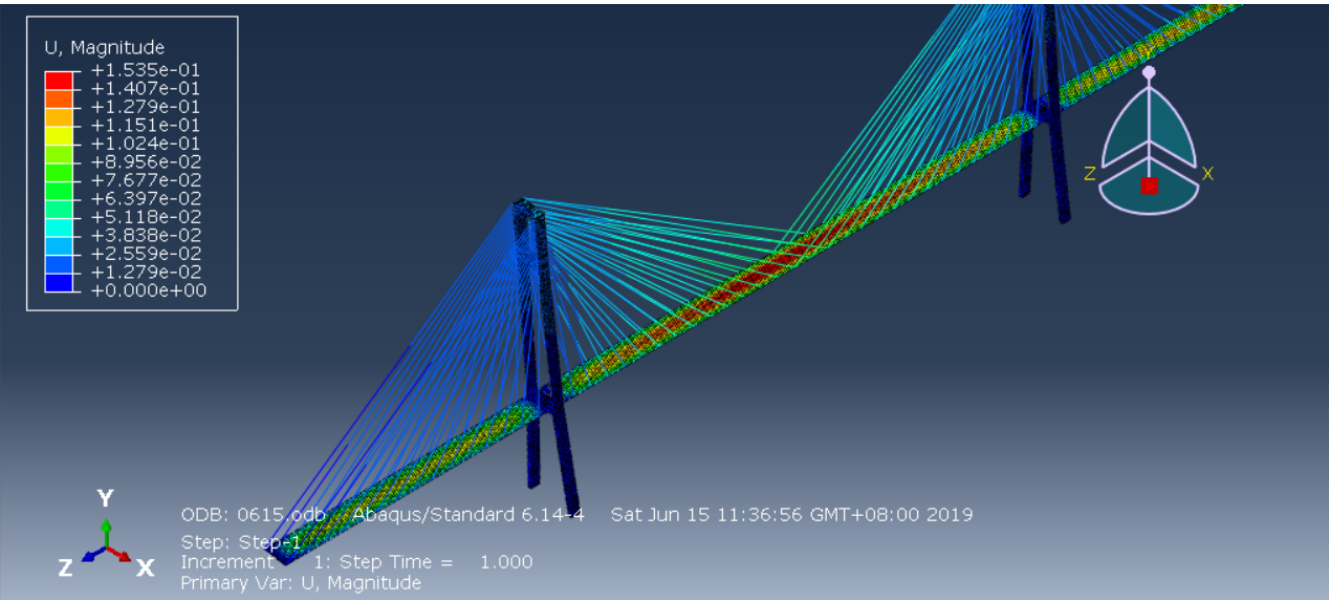


图 8: 最大桥面位移

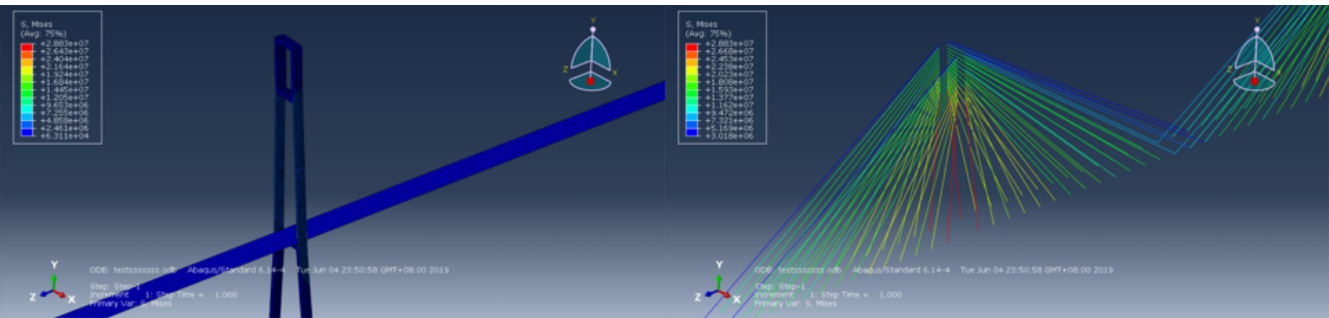


图 9: 混凝土应力情况

图 10: 钢索应力情况