Maiores Divisores Comuns e Menores Múltiplos Comuns

Matemática Discreta

Prof. MSc. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá

24 de março de 2014

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s,t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.* ***R:*** $mdc(10, 25) = 5$.
- *O MDC de 10 e 30?*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.* ***R:*** $mdc(10, 25) = 5$.
- *O MDC de 10 e 30?* ***Comuns:*** *1,2,5,10.*

Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.* ***R:*** $mdc(10, 25) = 5$.
- *O MDC de 10 e 30?* ***Comuns:*** *1,2,5,10.* ***R:*** $mdc(10, 30) = 10$.
- *O MDC de 10 e 21?*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.* ***R:*** $mdc(10, 25) = 5$.
- *O MDC de 10 e 30?* ***Comuns:*** *1,2,5,10.* ***R:*** $mdc(10, 30) = 10$.
- *O MDC de 10 e 21?* ***Comuns:*** *1.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Maior Divisor Comum

O maior inteiro que divide a dois inteiros quaisquer é o máximo divisor comum desses dois inteiros.

Definição

Sejam s e t inteiros diferentes de zero. O maior inteiro d tal que $d|s$ e $d|t$ é chamado de maior divisor comum de s e t. O maior divisor comum de s e t é denotado $mdc(s, t)$.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 25?* ***Comuns:*** *1,5.* ***R:*** $mdc(10, 25) = 5$.
- *O MDC de 10 e 30?* ***Comuns:*** *1,2,5,10.* ***R:*** $mdc(10, 30) = 10$.
- *O MDC de 10 e 21?* ***Comuns:*** *1.* ***R:*** $mdc(10, 21) = 1$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Números Primos Entre Si

A noção de MDC é usada para distinguir números primos entre si.

Definição

Dois inteiros s e t são primos entre si quando seu MDC é 1.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Números Primos Entre Si

A noção de MDC é usada para distinguir números primos entre si.

Definição

Dois inteiros s e t são primos entre si quando seu MDC é 1.

Exemplo

- *O MDC de 10 e 21?* ***Comuns:*** *1.* ***R:*** $mdc(10, 21) = 1$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Números Primos Entre Si Dois a Dois

Definição

Os inteiros $s_1, s_2, \ldots, s_n$ *são primos entre si dois a dois quando o* $mdc(a_i, a_j) = 1$ *para cada par de inteiros* s_i, s_j *com* $1 \leq i < j \leq n$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Números Primos Entre Si Dois a Dois

Definição

Os inteiros $s_1, s_2, \ldots, s_n$ são primos entre si dois a dois quando o $mdc(a_i, a_j) = 1$ para cada par de inteiros s_i, s_j com $1 \leq i < j \leq n$.

Exemplo

- *Os inteiros 6, 13, 17, e 55 são primos dois a dois?*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Números Primos Entre Si Dois a Dois

Definição

Os inteiros $s_1, s_2, \ldots, s_n$ são primos entre si dois a dois quando o $mdc(a_i, a_j) = 1$ para cada par de inteiros s_i, s_j com $1 \leq i < j \leq n$.

Exemplo

- *Os inteiros 6, 13, 17, e 55 são primos dois a dois?* ***R:*** *SIM!*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC pela Fatoração dos Números

Podemos encontrar o MDC de dois inteiros s e t a partir das suas fatorações em primos. Suponha que:

- $s = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$
- $t = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \dots p_n^{b_n}$
- onde cada expoente é um inteiro não negativo e as listas de primos nas bases são idênticas.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC pela Fatoração dos Números

Podemos encontrar o MDC de dois inteiros s e t a partir das suas fatorações em primos. Suponha que:

- $s = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$
- $t = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \dots p_n^{b_n}$
- onde cada expoente é um inteiro não negativo e as listas de primos nas bases são idênticas.

Proposição

$mdc(s, t) = p_1^{min(a_1, b_1)} p_2^{min(a_2, b_2)} \dots p_n^{min(a_n, b_n)}$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$, *observamos* $mdc(120, 500)$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC pela Fatoração dos Números

Podemos encontrar o MDC de dois inteiros s e t a partir das suas fatorações em primos. Suponha que:

- $s = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$
- $t = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \dots p_n^{b_n}$
- onde cada expoente é um inteiro não negativo e as listas de primos nas bases são idênticas.

Proposição

$mdc(s, t) = p_1^{min(a_1,b_1)} p_2^{min(a_2,b_2)} \dots p_n^{min(a_n,b_n)}$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$, *observamos* $mdc(120, 500) = 2^{min(3,2)}.3^{min(1,0)}.5^{min(1,3)}$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC pela Fatoração dos Números

Podemos encontrar o MDC de dois inteiros s e t a partir das suas fatorações em primos. Suponha que:

- $s = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$
- $t = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \dots p_n^{b_n}$
- onde cada expoente é um inteiro não negativo e as listas de primos nas bases são idênticas.

Proposição

$mdc(s, t) = p_1^{min(a_1, b_1)} p_2^{min(a_2, b_2)} \dots p_n^{min(a_n, b_n)}$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$, *observamos* $mdc(120, 500) = 2^{min(3,2)}.3^{min(1,0)}.5^{min(1,3)} = 2^2.3^0.5^1 = 20$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

A fatoração também pode ser usada para encontrar o Menor Múltiplo Comum de dois inteiros.

Definição

O menor múltiplo comum de dois inteiros s e t é o menor inteiro positivo m tal que $s|m$ e $t|m$. O menor múltiplo comum de s e t é denotado $mmc(s,t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

A fatoração também pode ser usada para encontrar o Menor Múltiplo Comum de dois inteiros.

Definição

O menor múltiplo comum de dois inteiros s e t é o menor inteiro positivo m tal que $s|m$ e $t|m$. O menor múltiplo comum de s e t é denotado $mmc(s,t)$.

Proposição

$mmc(s,t) = p_1^{max(a_1,b_1)} p_2^{max(a_2,b_2)} \ldots p_n^{max(a_n,b_n)}$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

A fatoração também pode ser usada para encontrar o Menor Múltiplo Comum de dois inteiros.

Definição

O menor múltiplo comum de dois inteiros s e t é o menor inteiro positivo m tal que $s|m$ *e* $t|m$*. O menor múltiplo comum de s e t é denotado* $mmc(s, t)$*.*

Proposição

$$mmc(s,t) = p_1^{max(a_1,b_1)} p_2^{max(a_2,b_2)} \ldots p_n^{max(a_n,b_n)}$$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$*, observamos* $mmc(120, 500)$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

A fatoração também pode ser usada para encontrar o Menor Múltiplo Comum de dois inteiros.

Definição

O menor múltiplo comum de dois inteiros s e t é o menor inteiro positivo m tal que $s|m$ e $t|m$. O menor múltiplo comum de s e t é denotado $mmc(s, t)$.

Proposição

$mmc(s, t) = p_1^{max(a_1,b_1)} p_2^{max(a_2,b_2)} \ldots p_n^{max(a_n,b_n)}$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$*, observamos* $mmc(120, 500) = 2^{max(3,2)}.3^{max(1,0)}.5^{max(1,3)}$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

A fatoração também pode ser usada para encontrar o Menor Múltiplo Comum de dois inteiros.

Definição

O menor múltiplo comum de dois inteiros s e t é o menor inteiro positivo m tal que $s|m$ e $t|m$. O menor múltiplo comum de s e t é denotado $mmc(s, t)$.

Proposição

$mmc(s, t) = p_1^{max(a_1,b_1)} p_2^{max(a_2,b_2)} \dots p_n^{max(a_n,b_n)}$

Exemplo

Uma vez que $120 = 2^3.3^1.5^1$ *e* $500 = 2^2.3^0.5^3$*, observamos* $mmc(120, 500) = 2^{max(3,2)}.3^{max(1,0)}.5^{max(1,3)} = 2^3.3^1.5^3 = 3000$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

Teorema

Sejam s, t inteiros positivos, então

$$st = mdc(s,t).mmc(s,t)$$

Samy Sá (samy@ufc.br)

Menor Múltiplo Comum

Teorema

Sejam s, t inteiros positivos, então

$$st = mdc(s,t).mmc(s,t)$$

Prova

Dados $s = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \ldots p_n^{a_n}$ e $t = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \ldots p_n^{b_n}$, observe que a multiplicação dos dois números coincidirá com as múltiplicações dos seus MDC e MMC (quadro).

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

- Encontrar o MDC pela fatoração é ineficiente...
- O algoritmo de Euclides reduz a operação a poucos passos e é mais direto.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14.

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14. [1]

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14. [1]
  3. Portanto, podemos calcular $mdc(91, 14)$ no lugar.

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14. [1]
  3. Portanto, podemos calcular $mdc(91, 14)$ no lugar.
  4. No próximo passo, uma vez que $91 = 14.6 + 7$, podemos calcular $mdc(7, 14)$ invés de $mdc(91, 14)$.

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14. [1]
  3. Portanto, podemos calcular $mdc(91, 14)$ no lugar.
  4. No próximo passo, uma vez que $91 = 14.6 + 7$, podemos calcular $mdc(7, 14)$ invés de $mdc(91, 14)$.
  5. Encontramos $mdc(7, 14) = 7$.

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides - Exemplo

- Considere o problema de calcular $mdc(91, 287)$
  1. Observe que $287 = 91.3 + 14$ (divisão comum)
  2. Qualquer divisor comum k de 287 e 91 deve também dividir 14. [1]
  3. Portanto, podemos calcular $mdc(91, 14)$ no lugar.
  4. No próximo passo, uma vez que $91 = 14.6 + 7$, podemos calcular $mdc(7, 14)$ invés de $mdc(91, 14)$.
  5. Encontramos $mdc(7, 14) = 7$.
  6. Concluímos $mdc(91, 287) = mdc(91, 14) = mdc(7, 14) = 7$.

[1] Se $287 = ks$ e $91 = kt$, então $287 - 91 = k(s - t)$, ou seja, a diferença é múltiplo de k. Além disso, $287 - 3.91 = k(s - 3t)$.

Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Prova

1. *Suponha que d divide s e t.*

Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Prova

1. *Suponha que d divide s e t. Então $s = dm$ e $t = dn$ para algum m, n inteiros.*

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Prova

1. *Suponha que d divide s e t. Então $s = dm$ e $t = dn$ para algum m, n inteiros. Logo, d divide $s - qt = r$ e todo divisor comum de s e t é um divisor comum de t e r.*
2. *Suponha que d divide t e r.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Prova

1. *Suponha que d divide s e t. Então $s = dm$ e $t = dn$ para algum m, n inteiros. Logo, d divide $s - qt = r$ e todo divisor comum de s e t é um divisor comum de t e r.*
2. *Suponha que d divide t e r. Então d divide $tq + r = s$ e todo divisor comum de t e r é também um divisor comum de s e t.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

O Algoritmo de Euclides

O algoritmo é baseado no seguinte resultado:

Lema

Seja $s = qt + r$, onde s, t, q, r são inteiros e s, t positivos, então $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Prova

1. *Suponha que d divide s e t. Então $s = dm$ e $t = dn$ para algum m, n inteiros. Logo, d divide $s - qt = r$ e todo divisor comum de s e t é um divisor comum de t e r.*
2. *Suponha que d divide t e r. Então d divide $tq + r = s$ e todo divisor comum de t e r é também um divisor comum de s e t.*

Como s, t tem os mesmos divisores comuns de t, r, concluímos que $mdc(s, t) = mdc(t, r)$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

Teorema (de Bézout)

Se s e t são inteiros positivos, então existem inteiros m, n tais que $mdc(s, t) = sm + tn$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

Teorema (de Bézout)

Se s e t são inteiros positivos, então existem inteiros m, n tais que $mdc(s, t) = sm + tn$.

Exemplo

$mdc(252, 198) = 18 = 4.252 - 5.198.$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

Teorema (de Bézout)

Se s e t são inteiros positivos, então existem inteiros m, n tais que $mdc(s, t) = sm + tn$.

Exemplo

$mdc(252, 198) = 18 = 4.252 - 5.198.$

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear?

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

Teorema (de Bézout)

Se s e t são inteiros positivos, então existem inteiros m, n tais que $mdc(s, t) = sm + tn$.

Exemplo

$mdc(252, 198) = 18 = 4.252 - 5.198$.

PERGUNTA:

*Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? **R:** O Algoritmo de Euclides ajuda.*

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:
Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo
Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$;

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:
Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$;

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$; $54 = 1.36 + 18$;

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar $mdc(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$; $54 = 1.36 + 18$; $36 = 2.18$

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$; $54 = 1.36 + 18$; $36 = 2.18$
- *Na volta (detalhes no quadro):*
  - *Temos* $18 = 54 - 1.36$ *e* $36 = 198 - 3.54$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$; $54 = 1.36 + 18$; $36 = 2.18$
- *Na volta (detalhes no quadro):*
  - *Temos* $18 = 54 - 1.36$ *e* $36 = 198 - 3.54$.
  - *Subtituindo, temos* $18 = 54 - 1.(198 - 3.54) = 4.54 - 1.198)$.

MDC como Combinação Linear

PERGUNTA:

Como encontrar o MDC de inteiros s, t como uma combinação linear? ***R:*** *O Algoritmo de Euclides ajuda.*

Exemplo

Expressar mdc$(252, 198)$ *como combinação linear de 252 e 198.*

- *Começamos com Euclides.*
  - $252 = 1.198 + 54$; $198 = 3.54 + 36$; $54 = 1.36 + 18$; $36 = 2.18$
- *Na volta (detalhes no quadro):*
  - *Temos* $18 = 54 - 1.36$ *e* $36 = 198 - 3.54$.
  - *Subtituindo, temos* $18 = 54 - 1.(198 - 3.54) = 4.54 - 1.198)$.
  - *Similarmente, temos* $18 = 4.(252 - 198) - 1.198 = 4.252 - 5.198$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Exercícios

1. Encontre a fatoração única em primos dos números 414 e 662.
2. Calcule $mdc(414, 662)$ e $mmc(414, 662)$ usando as fatorações.
3. Utilize o algoritmo de Euclides para determinar $mdc(414, 662)$.
4. Baseado na resposta do item 3, calcule $mmc(414, 662)$.
5. Baseado na resposta do item 3, expresse $mdc(414, 662)$ como uma combinação linear.