# Matemática Discreta
# Lista de Exercícios 10

## Coeficientes Binomiais
## Geração de Permutações e Combinações

1. Encontre o desenvolvimento de $(x+y)^4$
2. Encontre o desenvolvimento de $(x+y)^6$
3. Quantos termos haverá no desenvolvimento de $(x+y)^{100}$, depois que os termos semelhantes forem agrupados?
4. Qual o coeficiente de $x^9$ em $(2-x)^{19}$?
5. Qual é o coeficiente de $x^{101}y^{99}$ no desenvolvimento de $(2x-3y)^{200}$?
6. Dê a fórmula para o coeficiente de $x^k$ no desenvolvimento de $(x^2-1/x)^{100}$, em que $k$ é um número inteiro.
7. Qual é a linha do triângulo de Pascal que contém o coeficiente binomial $\binom{9}{k}$, $0 \leq k \leq 9$?
8. Mostre que $\binom{n}{k} \leq 2^n$ para todo inteiro positivo $n$ e todo inteiro $k$ com $0 \leq k \leq n$.
9. Mostre que se $n$ e $k$ são números inteiros com $1 \leq k \leq n$, então $\binom{n}{k} \leq n^k/2^{k-1}$.
10. Demonstre que se $n$ e $k$ forem números inteiros com $1 \leq k \leq n$, então

$$k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1},$$

usando uma demonstração algébrica baseada na fórmula para $\binom{n}{r}$.

11. Mostre que se $n$ e $k$ forem números inteiros positivos, então

$$\binom{n+1}{k} = \frac{(n+1)}{k}\binom{n}{k-1}$$

Use essa identidade para construir uma definição recursiva dos coeficientes binomiais.

12. Considere $n$ como um número inteiro positivo. Mostre que

$$\binom{2n}{n+1} + \binom{2n}{n} = \frac{1}{2}\binom{2n+2}{n+1}.$$

13. Demonstre por indução que

$$\sum_{k=0}^{r}\binom{n+k}{k} = \binom{n+r+1}{r}$$

sempre que $n$ e $r$ forem números inteiros positivos, usando a identidade de Pascal.

14. Aplique o teorema binomial para mostrar que

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k} = 0.$$

15. Utilizando o exercício anterior mostre que, para todo conjunto não vazio, o número de subconjuntos com um número par de elementos é igual ao número de subconjuntos com um número ímpar de elementos.
16. Coloque as permutações de $\{1,2,3,4,5\}$ a seguir em ordem lexicográfica: 43521, 15432, 45321, 23451, 23514, 14532, 21345, 45213, 31452, 31542.
17. Encontre a permutação subsequente em ordem lexicográfica das permutações abaixo.
    (a) 1432
    (b) 54123
    (c) 12453
    (d) 45231
    (e) 6714235
    (f) 31528764
18. Gere as 24 permutações dos quatro primeiros números inteiros positivos, em ordem lexicográfica.
19. Gere todas as 3-combinações de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, em ordem lexicográfica.
20. Liste todas as 3-permutações de 1, 2, 3, 4, 5.