Relações e Suas Propriedades

Matemática Discreta

Prof. MSc. Samy Sá

Universidade Federal do Ceará
Campus de Quixadá

25 de maio de 2014

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Observação

Estes slides se referem à aula sobre relações binárias, mas contém apenas as definições e exemplos.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Relações Binárias

Definição

Sejam A, B dois conjuntos quaisquer. Uma relação binária de A para B é um subconjunto de $A \times B$.

Constatação:

Em outras palavras, uma relação binária é simplesmente um conjunto de pares ordenados onde a primeira ordenada de cada par é um elemento de A e a segunda é um elemento de B.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Relações Binárias

Seja $R \subseteq A \times B$ é uma relação binária...

- dizemos que $s \in A$ está relacionado a $t \in B$ se $(s, t) \in R$.
- escrevemos sRt como alternativa para denotar que $(s, t) \in R$.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Relações Binárias - Exemplo

Exemplo

Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$, são exemplos de relações binárias de A para B:

- $\rho_1 = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, c)\}$
- $\rho_2 = \{(2, a), (3, a), (2, b), (3, b), (2, c), (3, c)\}$
- $\rho_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$
- $\rho_4 = \emptyset$

Constatação:

Cada ρ_i acima, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, é um subconjunto de $A \times B$. Por consequência, são todas relações binárias de A para B.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Relações Binárias em S

Definição

Seja S um conjunto qualquer. Uma relação binária em S é um subconjunto de $S \times S$.

Constatação:

Essa definição é a mesma das relações binárias de A para B, tratando-se de um caso particular em que $A = B = S$.

Constatação:

As observações sobre relações binárias de A para B continuam valendo para relações em S.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Relações Binárias em S - Exemplo

Exemplo

Seja $S = \{1, 2, 3, 4\}$*, são exemplos de relações binárias em S:*

- $\rho_1 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$
- $\rho_2 = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$
- $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- $\rho_4 = \emptyset$

Constatação:

Cada ρ_i *acima,* $i \in \{1, 2, 3, 4\}$*, é um subconjunto de* $S \times S$*. Por consequência, são todas relações binárias em S.*

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Outline

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Propriedades das Relações Binárias

Utilizamos essas propriedades somente para relações binárias em um conjunto S. Seja S um conjunto qualquer e $R \subseteq S \times S$ uma relação binária, dizemos que R será

- REFLEXIVA se $(\forall x)[x \in S \rightarrow (x, x) \in R]$
- SIMÉTRICA se $(\forall x)(\forall y)[(x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R]$
- TRANSITIVA se $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[[(x, y) \in R \text{ e } (y, z) \in R] \rightarrow (x, z) \in R]$
- ANTI-SIMÉTRICA se $(\forall x)(\forall y)[[(x, y) \in R \text{ e } (y, x) \in R] \rightarrow x = y]$

IMPORTANTE!!!

Assuma que as propriedades são completamente indendentes umas das outras. Qualquer combinação destas pode estar presente em uma relação binária qualquer.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Propriedades das Relações Binárias - Exercício

Exemplo

Seja $S = \{1, 2, 3, 4\}$*, quais as propriedades de cada relação?*

- $\rho_1 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$
- $\rho_2 = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$
- $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- $\rho_4 = \emptyset$

IMPORTANTE!!!

Antes de avançar para o próximo slide, faça o exercício, ou seja, anote quais propriedades você observa em cada item.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Propriedades das Relações Binárias - Exercício

Exemplo

Seja $S = \{1, 2, 3, 4\}$*, quais as propriedades de cada relação?*

- $\rho_1 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$
- $\rho_2 = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$
- $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- $\rho_4 = \emptyset$

IMPORTANTE!!!

O próximo slide contém as respostas. Faça o exercicio e utilize-o apenas para conferir as respostas.

Universidade Federal do Ceará
Computer Science Department
Samy Sá (samy@ufc.br)

Propriedades das Relações Binárias - Exercício

Exemplo

Seja $S = \{1, 2, 3, 4\}$*, quais as propriedades de cada relação?*

- $\rho_1 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$ *é Simétrica (somente).*
- $\rho_2 = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 3)\}$ *é Transitiva e Anti-simétrica.*
- $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$ *é Reflexiva, Simétrica, Transitiva e Anti-simétrica.*
- $\rho_4 = \emptyset$ *é Simétrica, Transitiva e Anti-simétrica.*