

北京邮电大学 2020-2021 学年第二学期

高等数学 A (下) 期中考试卷

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1} - 3 \cdot 2^n}{5^n} =$ _____;
2. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{n}$ 的敛散性为_____ (收敛、发散)
3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$ 的敛散性为_____ (收敛、发散)
4. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p + (-1)^{n+1}}$ 收敛, 则常数 p 满足_____;
5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) (x-1)^n$ 的收敛域为_____;
6. 设 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x = -1$ 处条件收敛, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} x^n$ 的收敛半径 R _____.
7. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ 的和函数 $s(x) =$ _____;
8. 函数 $f(x) = \int_0^x \frac{\ln(1+t)}{t} dt$ 的麦克劳林级数展开式为_____;
9. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ x, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$, $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x$, $a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos n\pi x dx$
 $(n = 0, 1, 2, \cdots)$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n =$ _____;
10. 设函数 $f(x)$ 的周期为 2π , 且 $f(x) = x$ ($0 \leq x < 2\pi$), 则 $f(x)$ 的傅里叶级数展开式为
 _____;
11. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy - \ln(1+xy)}{(2x-1)y^2} =$ _____.
12. 设 $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}} + (y+1) \arctan \frac{x-2}{x^2 y}$, 则 $f_x(1, -1) =$ _____.

13. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 则 $f_y(x, y) =$ _____

14. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} \sin \sqrt{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 则在 $(0, 0)$ 处_____。

(A) $f(x, y)$ 偏导存在

(B) $f(x, y)$ 连续

(C) $f(x, y)$ 可微

(D) 偏导函数 $f_x(x, y)$ 、 $f_y(x, y)$ 连续

15. 设 $f(x, y) = e^{\cos \frac{x}{y}}$, 则 $f_{xy}(\pi, 2) =$ _____;

16. 设函数 $z = f(x, y)$ 的全微分 $dz = (2xy^3 + y^2 \cos x)dx + (2y \sin x + 3x^2 y^2)dy$

则 $f(x, y) =$ _____;

17. 设函数 $z = \int_{xy}^{x-y} e^{t^2} dt$, 则全微分 $dz|_{(1,0)} =$ _____;

18. 设 $z = f(x, xy) + g(2x - y)$, 其中函数 f 二阶连续偏导数, g 具有二阶可导, 则

$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____;

19. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $F(x, x + y, x + y + z) = 0$ 确定, 其中函数 F 具有一阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____

20. 设 $y = u + 2v$, 函数 $u = u(x)$, $v = v(x)$ 由方程组

$$uv = e^x, \quad \int_1^u e^{-t^2} dt = \ln(1+x),$$

确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____。

1. 14;

2. 发散;

3. 收敛;

4. $p > \frac{1}{2}$;

5. $(0, 2)$;

6. $R = 2$;

7. $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$, $x \in (-1, 1)$;

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} x^n$, $x \in [-1, 1]$

9. $\frac{1}{8}$

10. $\pi - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$, $x \neq 2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

11. $\frac{1}{2}$;

12. $-\frac{1}{e}$;

13. $f_y(x, y) = \begin{cases} \frac{(3x^2 + y^2)y^2}{(x^2 + y^2)^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 1, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$;

14. (A) (B);

15. $\frac{1}{4} - \frac{\pi}{8}$;

16. $f(x, y) = x^2 y^3 + y^2 \sin x + C$;

17. $dz|_{(1,0)} = edx - (e+1)dy$;

18. $f_2' + x f_{12}'' + x y f_{22}'' - 2g''(2x - y)$;

19. $-\frac{F_1' + F_2' + F_3'}{F_3'}$;

20. $2 - e$.