7. $E(e^{-2X}) = \int_0^{+\infty} e^{-2x} \cdot e^{-x} dx = \frac{1}{3}$

18. $E(X) = \int_0^{+\infty} x \cdot \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$

$= \int_0^{+\infty} (-x) \, d e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

$= -x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Big|_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$

$= \frac{1}{2}\sqrt{2\pi}\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma}{2}$

22 $E(\sum a_i X_i) = \sum a_i E(X_i)$

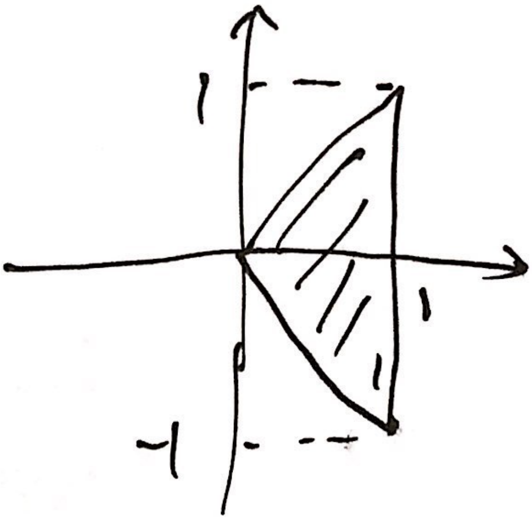
若 $X_1, \cdots, X_n$ 独立. $D(\sum a_i X_i)$

$= \sum a_i^2 D(X_i)$

一般场合. $D(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i) = \sum a_i^2 D(X_i)$

$+ \cancel{2 \sum Cov(} + 2 \sum_{1 \le i < j \le n} a_i a_j Cov(X_i, X_j)$

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x,y)\,dx\,dy$$



$$=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} x\,dy = \cdots$$

$$E(Y)=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} y\,dy = 0$$

$$E(XY)=0$$

33. $$\mathrm{Cov}(Z_1,Z_2)=\mathrm{Cov}(\alpha X+\beta Y,\ \alpha X-\beta Y)$$

$$=\mathrm{Cov}(\alpha X,\alpha X)-\cancel{\mathrm{Cov}(\alpha X,\beta Y)}$$

$$+\cancel{\mathrm{Cov}(\beta Y,\alpha X)}-\mathrm{Cov}(\beta Y,\beta Y)$$

$$=\alpha^2 D(X)-\beta^2 D(Y)=(\alpha^2-\beta^2)\sigma^2$$

$$D(Z_1)=D(\alpha X+\beta Y)=(\alpha^2+\beta^2)\sigma^2$$

$$D(Z_2)=D(\alpha X-\beta Y)=(\alpha^2+\beta^2)\sigma^2$$

第三章

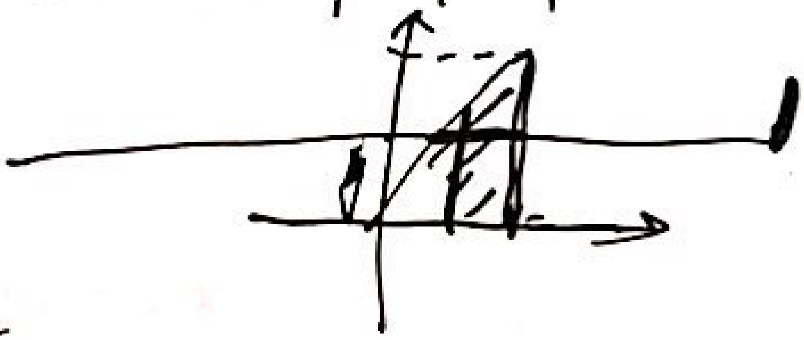
1. 联合分布、边缘分布

2. 独立性 < 判断独立性 / 利用独立性

3. 条件分布

4. 函数随机变量函数的概率分布

P85 7.



$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$

$$= \begin{cases} \int_0^x 4.8y(2-x)\,dy & 0<x<1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx$$

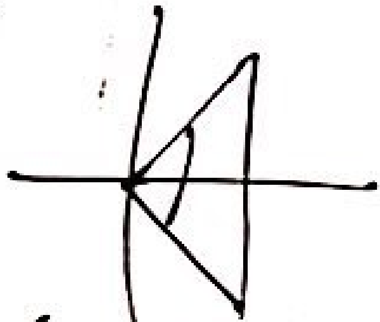
$$=\begin{cases}\int_y^1 4.8y(2-x)\,dx & 0<y<1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

只与y有关，验证它是一个密度.

14. $f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{f(x,y)}{f_X(x)}$ X=x条件下 Y的条件密度

当$x\in(0,1)$，

$$f_X(x)=\int_{-x}^{x}1\,dy=2x$$



当X=x ($x\in(0,1)$)条件下，Y的条件密度

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\frac{1}{2x}, & -x<y<x\\ 0, & 其他\end{cases}$$

验证 $\int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y|X}(y|x)\,dy=1$?

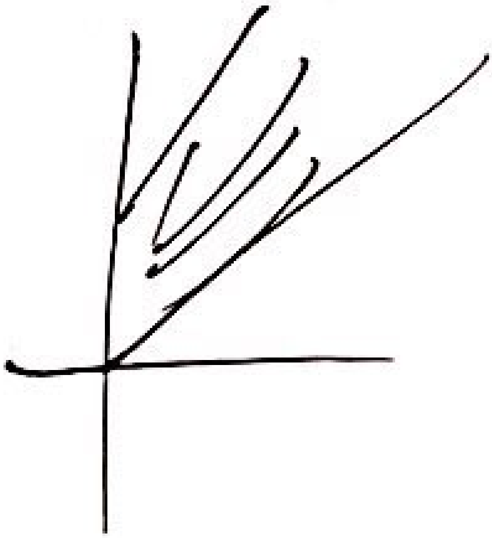
20. (1) $f_{X|Y}(x|y)=f_X(x)$

(2) (X,Y)的联合密度

Z	0	1
P	?	?

$$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$$

$$=\begin{cases}\lambda\mu e^{-\lambda x-\mu y}, & x>0, y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$



$$P(Z=1)=P(X\le Y)$$

$$=\iint_{x\le y} f(x,y)\,dx\,dy$$

$$=\int_0^{+\infty}dx\int_x^{+\infty}\lambda\mu e^{-\lambda x-\mu y}\,dy=\int_0^{+\infty}\lambda e^{-\lambda x-\mu x}\,dx$$

Z	0	1
P	$\frac{\mu}{\lambda+\mu}$	$\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$

分布函数. $F_Z(z) = P\{Z \le z\}$

$= P\{z \in (-\infty, z]\}$ $-\infty$ z

$$= \begin{cases} 0, & z < 0 \\ \frac{\mu}{\lambda+\mu}, & 0 \le z < 1 \\ 1, & z \ge 1 \end{cases}$$

$$F_Z(z) = \begin{cases} \frac{\mu}{\lambda+\mu}, & z = 0 \\ \frac{\lambda}{\lambda+\mu}, & z = 1 \end{cases}$$

P_{23}. (1) $Y = X_1 + X_2$ 的 pdf 为

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(y - x_1) dx_1$$

$$= \begin{cases} ? & 其它 > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$$

(1) 和 — 概率密度

(2) Max, Min：概率分布

(3) 一般组合，均可先求分布函数，再求概率密度

第二章

1. 概率分布
- 分布函数
- 分布律
- 概率密度

2. 几个常用分布 $b(n,p)$，泊松分布

均匀分布 $\underline{U(a,b)}$，指数分布，正态分布

$\underline{N(\mu,\sigma^2)}$

~~$U(0,1)$~~

3. 函数分布

第一章

1. 概率的定义、性质.
2. 古典概率的计算
3. 条件概率及三个公式:
   乘法公式, 全概率公式、Bayes公式
4. 事件的独立性(重要应用)