北京邮电大学 2019—2020 学年第二学期

《概率论与数理统计》双培期末考试试题 A

考试注意事项：学生必须将答案内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效

一、填空题（本题共 40 分，每小题 4 分）

1．已知 $P(A)=1/4,\ \ P(B\mid A)=1/3$，$P(A\mid B)=1/2$，则 $P(A\cup B)=$ ____。

2．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$， 概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$，则 $F(2)=$____。

3．设随机变量 $X\sim N(0,1),\ \ Y\sim N(1,4)$， 且相关系数 $\rho_{XY}=1$， 则_____

(A) $P\{Y=-2X-1\}=1,$， （B）$P\{Y=2X-1\}=1$，

（C）$P\{Y=-2X+1\}=1$， （D）$P\{Y=2X+1\}=1.$

4．设 ξ，η 为随机变量，且 $D(\xi+\eta)=7,\ \ D(\xi)=4,\ \ D(\eta)=1,$ 则 $Cov(\xi,\eta)=$______。

5．设随机变量密度函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+2x-1},\quad -\infty<x<+\infty$，则 $E(X)=$ ______，$D(X)=$___。

6．设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=\mu,$ 方差 $D(X)=\sigma^2$，则根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X-\mu|<3\sigma\}\ge$_____。

7．设随机变量 $X\sim t(n)\ \ (n>1)$，则 $Y=\dfrac{1}{X^2}\sim$_______。

8．设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计，且有 $\lim\limits_{n\to\infty}D(\hat{\theta})=0$，则 $\hat{\theta}$_______

(A) 是 θ 的一致估计， （B）是 θ 的有效估计，

（C）是 θ 的矩估计， （D）以上都不对.

9．某种合成纤维的强度 y 与其拉伸倍数 x 有关,实测了 10 个纤维样品的强度 x 与相应的拉伸倍数 y,得结果 $(x_i,y_i),i=1,2,\cdots,10$,并 经 计 算 得

$\sum_{i=1}^{10} x_i = 46, \sum_{i=1}^{10} y_i = 40, \sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2 = 48$，$\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 30$ ，

则 y 关于 x 的经验线性回归方程为______________。

10. 已知某种材料干燥时间 X 服从 $N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 未知，随机抽查容量为 n 的样本，测得样本均值为 $\bar{X}$，样本标准差为 S，则 X 的期望 μ 的置信度等于 $1-\alpha$ 的双侧置信区间为____。

二、**(8 分)** 设顾客在某银行窗口等待服务的时间 X（分钟）服从指数分布，其概率密度函数为：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

顾客在窗口等待服务，若超过 10 分钟就离开。他一个月要到银行 8 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数。

（1）写出 Y 的分布律；

（2）求 P（$Y \geq 1$）。

三、**(10 分)** 设随机变量 X 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}a\cos x, & |x|<\frac{\pi}{2},\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

求(1) 常数 a；

(2) $P(0<X<\frac{\pi}{4})$；

(3) X 的分布函数。

四、**(10 分)**、设 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}6(1-y), & 0<x<1, x<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

求 (1) $E(XY)$；(2) $P\{X+Y<1\}$；(3) 在 $Y=y\,(0<y<1)$ 的条件下，X 的条件概率密度。

五、**（8 分）**有一批建筑房屋用的木柱。其中80%的长度不小于3米，现在这批木柱中随机抽出100根，问其中至少有 30 根短于3米的概率是多大？（$\Phi(2.5)=0.9938$，其中$\Phi(x)$表示标准正态分布函数）。

六、（12 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，求（1）λ 的最大似然估计 $\hat{\lambda}_1$，（2）λ 的矩估计 $\hat{\lambda}_2$，（3）$\hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\lambda}_2$ 是否是 λ 的无偏估计。

七、（12 分）随机抽取某工厂的 9 只部件的装配时间（单位：min)，经计算得样本均值 $\overline{x}=10.4$，样本标准差 $s=0.4$。设该部件的装配时间服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，试检验下面假设：

（I）$H_0:\mu=10,\ H_1:\mu_1>10$；

（II）$H_0:\sigma=0.5,\ H_1:\sigma\neq 0.5$。

（检验水平均取 $\alpha=0.05$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$）