

二、(10 分) 求解线性递归关系:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 12x_{n-1} + 1, n \geq 1 \\ x_0 = 0.5, x_1 = 0.5 \end{cases}$$

活动 i	1	2	3	4
所需时间 $t_i$	1	2	3	4
结束时间 $d_i$	5	4	3	10

三、(20分) (1) (5分) 说明两路归并(合并)排序算法采用的算法设计方法, 以及该算法对无序数组分类的过程;

(2) (10分) 用类 C/C++/Python 语言伪代码写出归并排序的归并过程, 以及归并排序过程的实现;

(3) (5分) 假定要排序的元素个数为  $2^n$ , 试对该算法最好情况下的时间复杂度(比较次数)进行分析。

四、(20分) 考虑利用贪心算法求解活动安排问题。

(1) (6分) 用类 C/C++/Python 伪代码描述算法求解步骤, 并分析算法复杂度;

(2) (3分) 说明算法采用的贪心策略;

(3) (5分) 给出问题具有最优子结构性质的定义, 证明活动安排问题具有最优子结构性质;

(4) (6分) 针对下述活动集合, 给出一个参加活动个数最多的安排。

活动 i	1	2	3	4	5	6	7	8
起始时间 s[i]	1	2	3	4	5	6	7	8
结束时间 f[i]	6	4	5	10	8	9	11	13

五. (20 分) 最长公共子序列问题: 给定两个序列  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  和  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ , 找出  $X$  和  $Y$  的最长公共子序列。例如, 对  $X = (A, B, C, B, D, A, B)$ ,  $Y = (B, D, C, A, B, A)$ , 最长公共子序列为  $Z = (B, C, B, A)$ 。

试用动态规划法求解最长公共子序列问题, 要求:

(1) (3 分) 写出最长公共子序列问题的递归方程式;

(2) (10 分) 用类 C/C++/Python 语言伪代码描述算法流程, 算法输出包括最长公共子序列长度、最长公共子序列自身;

(3) (2 分) 分析上述所描述算法的时间复杂度。

(4) (5 分) 利用最长公共子序列求解下列最长递减子序列问题:

给定由  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  构成的序列, 在这个序列中随意删除一些元素后可得到一个子序列  $a_i, a_j, a_k, \dots, a_m$ , 其中  $1 \leq i \leq m \leq n$ , 并且

$a_i \geq a_j \geq a_k \geq \dots \geq a_m$ , 则称序列  $a_i, a_j, a_k, \dots, a_m$  为原序列的一个递减子序列, 长度最长的递减子序列即为原序列的最长递减子序列。

例如, 序列  $\{1, 7, 2, 3, 6, 5\}$ , 它的一个最长递减子序列为  $\{7, 6, 5\}$ 。基于类 C/C++/Python 语言写出求解该问题的伪代码。

六. (20分) 针对旅行商 TSP 问题,  
(1) (10分) 采用类 C/C++/Python 语言伪代码, 描述采用回溯法求解该问题的递归或非递归算法, 要求:

- i) 设计采用的界限函数;
  - ii) 说明回溯过程中对结点采用的剪枝策略。
- (2) (10分) 针对下面无向图, 以结点 1 为起始城市, 用上述算法求解:
- i) 一条最短回路及其长度;
  - ii) 画出回溯搜索过程中生成的解空间树, 说明发生剪枝的结点, 以及树中各个叶结点、非叶结点对应的路径长度。

