主管领导审核签字

哈尔滨工业大学（深圳）2017/2018 学年春季学期

高等数学 B 试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范　　遵守考场纪律

姓名________ 学号________ 班号________ 学院________

密 封 线

一、填空题（每小题 2 分，共 5 小题，满分 10 分）

1. 设 L 为连接 $(1,0)$ 及 $(0,1)$ 两点的直线段，则对弧长的曲线积分 $\int_L (x+y)\,\mathrm{d}s=$____________.

2. 向量函数 $\mathbf{F}(x,y,z)=x^2y\mathbf{i}+y^2z\mathbf{j}+z^2x\mathbf{k}$ 在点 $(1,2,-1)$ 处的散度 $\operatorname{div}\mathbf{F}\big|_{(1,2,-1)}=$____________.

3. 设质量密度为常数 ρ 的均质立体由下半球面 $z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$ 与平面 $z=0$ 所围成，其质心坐标是 $(0,0,\bar{z})$，则 $\bar{z}=$____________.

4. 若二元函数 $u=u(x,y)$ 的全微分 $\mathrm{d}u=(x^4+4xy^3)\mathrm{d}x+(6x^2y^2-5y^4)\mathrm{d}y$，则 $u=$________________.

5. 设幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-3$ 处条件收敛，则幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_nx^{2n}$ 的收敛半径 $R=$____________.

二、选择题（每小题 2 分，共 5 小题，满分 10 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 已知 $\alpha>0$，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt{n}\sin\dfrac{1}{n^\alpha}$ 绝对收敛，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^{2-\alpha}}$ 条件收敛，则 α 的范围为(　　　)

   (A) $0<\alpha\le\frac{1}{2}$；　(B) $\frac{1}{2}<\alpha\le 1$；　(C) $1<\alpha\le\frac{3}{2}$；　(D) $\frac{3}{2}<\alpha<2$.

2. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{2-x}$ 展开为 x 的幂级数的表达式为(　　　)

(A) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{2^{n+1}},\ -2\le x<2$；　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^{n+1}},\ -2<x<2$；

(C) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{2^{n+1}},\ -2<x<2$；　　(D) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{2^{n}},\ -2<x<2$.

3. 设 L 为平面内光滑的简单闭曲线，并取正向，则对坐标的曲线积分 $\oint_L\left(y^3-y+\sin x^2\right)\mathrm{d}x+\left(-x^3+\mathrm{e}^{y^2}\right)\mathrm{d}y$ 的最大值为(　　)

(A) $\frac{\pi}{6}$；　(B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$；　(C) $\frac{7\pi}{12}$；　(D) $\frac{2\pi}{3}$.

4. 设 Σ 是空间光滑的有向曲面片，其边界曲线 L 的正向与 Σ 的侧符合右手规则，则由斯托克斯公式，对坐标的曲线积分 $\oint_L(2xz+y)\mathrm{d}x+(xy+z^2)\mathrm{d}y+(z+x^2)\mathrm{d}z$ 等于(　　)

(A) $\iint_\Sigma 2z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+x\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\mathrm{d}x\mathrm{d}y$；　(B) $\iint_\Sigma -2z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$；

(C) $\iint_\Sigma(2z+x+1)\mathrm{d}S$；　(D) $\iint_\Sigma(2x-z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y-x)\mathrm{d}z\mathrm{d}x-z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

5. 设 Σ 是抛物面 $z=2-x^2-y^2\,(z\ge 0)$ 的上侧，则由两类曲面积分的关系，$\iint_\Sigma P(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+Q(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+R(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 等于(　　)

(A) $\iint_\Sigma\left(P\cdot 2x+Q\cdot 2y+R\right)\mathrm{d}S$；　(B) $\iint_\Sigma\frac{-P\cdot 2x-Q\cdot 2y+R}{\sqrt{1+4\left(x^2+y^2\right)}}\mathrm{d}S$；

(C) $\iint_\Sigma\frac{P\cdot 2x+Q\cdot 2y+R}{\sqrt{1+4\left(x^2+y^2\right)}}\mathrm{d}S$；　(D) $\iint_\Sigma\frac{P\cdot 2x+Q\cdot 2y+R\cdot z}{\sqrt{z^2+4\left(x^2+y^2\right)}}\mathrm{d}S$.

三、(5 分) 计算对面积的曲面积分 $\iint_\Sigma(xy+yz+zx)\mathrm{d}S$，其中 Σ 是圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被圆柱面 $x^2+y^2=2ax\,(a>0)$ 所割下的部分.

四、(6 分) 已知对坐标的曲线积分$\int_L \frac{(x+ay)\,\mathrm{d}x+(x+y)\,\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$在不包含$x$轴负半轴$\{(x,0)\mid x<0\}$的区域内与路径无关，

(1) 求常数a；

(2) 计算上述积分，其中L是上半平面从点$(1,0)$到点$(0,1)$的曲线段$x^3+y^3=1$.

五、(6 分) 计算对坐标的曲面积分$\iint_\Sigma 2x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3(z^2-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$是曲面$z=1-x^2-y^2\ (z\ge 0)$的上侧.

姓名　学号　班号　学院

密　封　线

六、(7 分) 求幂级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2n+3}{n(n-1)}x^n$的收敛半径，收敛域及和函数.

七、(6 分) 将函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, 0<x\le\frac{\pi}{2}, \\ 0, \ \frac{\pi}{2}<x\le\pi \end{cases}$展开成正弦级数，并写出和函数在区间$[0,\pi]$上的表达式.