主管领导审核签字

哈尔滨工业大学(深圳) 2018/2019 学年春季学期

高等数学 B 试　题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

注意行为规范　　遵守考场纪律

授课教师＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 班号＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿

密　封　线

一、填空题（每小题 2 分，共 5 小题，满分 10 分）

1. 设空间区域 Ω 由圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=1$ 围成，则

$\iiint\limits_{\Omega}\left(xy^2+z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$ ____________.

2. 已知向量场 $\mathbf{F}(x,y,z)=x^2\mathbf{i}+y^2\mathbf{j}+z^2\mathbf{k}$，则其在点 $(1,2,3)$ 处的旋度

$\mathbf{rot\,F}\big|_{(1,2,3)}=$ ____________.

3. 设有分布着质量的曲线弧 $x=\cos t, y=\sin t, z=t\left(0\le t\le 2\pi\right)$，它的线

密度 $\rho(x,y,z)=\dfrac{z^2}{x^2+y^2}$，则该曲线弧对 z 轴的转动惯量

$I_z=$ ____________ .

4. 设质点在平面力场 $\mathbf{F}(x,y)=-\mathrm{e}^y\mathbf{i}+(y+1-x\mathrm{e}^y)\mathbf{j}$ 的作用下沿抛物线

$y=x^2$ 从点 $(0,0)$ 运动到点 $(1,1)$，则力场 $\mathbf{F}(x,y)$ 所作的功

$W=$ ____________.

5. 全微分方程 $\left(\mathrm{e}^x+y\right)\mathrm{d}x+\left(x+\sin y\right)\mathrm{d}y=0$ 的通解为 ____________.

二、选择题（每小题 2 分，共 5 小题，满分 10 分，每小题中给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，把所选项的字母填在题后的括号内）

1. 设 $a_n=\left(-1\right)^n\ln\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$，则级数（　　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 均收敛； (B) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 均发散；

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛，$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 发散； (D) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散，$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛.

2. 已知幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=1$ 处条件收敛，则 $x=\sqrt{5}$ 与 $x=5$ 依次为幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} a_n (x-2)^n$ 的（　　）

(A) 收敛点，收敛点; (B) 收敛点，发散点;

(C) 发散点，收敛点; (D) 发散点，发散点.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{1}{2}, \\ 2-2x, & \frac{1}{2} < x < 1, \end{cases}$ 的傅里叶级数的和函数为

$$S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x \ (-\infty < x < +\infty),$$ 其中 $a_n = 2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x \, dx$ $(n=0,1,2,\cdots)$，则 $S(-\frac{5}{2})=$（　　）

(A) $\frac{1}{2}$; (B) $-\frac{1}{2}$; (C) $\frac{3}{4}$; (D) $-\frac{3}{4}$.

4. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的上半部分 $z \ge 0$，取上侧，则下列结论中，不正确的是（　　）

(A) $\iint_{\Sigma} x^2 dzdx = 0$； (B) $\iint_{\Sigma} x \, dzdx = 0$；

(C) $\iint_{\Sigma} y^2 dzdx = 0$； (D) $\iint_{\Sigma} y \, dzdx = 0$.

5. 设 L 是空间曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ x-y+z=2, \end{cases}$ 从 z 轴正向看去 L 是逆时针方向，则曲线积分

$$\oint_L (z-y)dx+(x-z)dy+(x-y)dz = (\qquad)$$

(A) 2π； (B) π； (C) $-\pi$； (D) -2π.

三、(7 分) 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}\left(x^2+\mathrm{y}^2\right)\mathrm{d}S$，其中 Σ 是由圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=1$ 所围成空间区域的整个边界曲面.

四、（7 分）将函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-x-6}$ 展开成 $(x+1)$ 的幂级数，并写出收敛域.

授课教师______ 姓名______ 学号______ 班号______ 学院______

密 封 线

五、（7 分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n}x^{2n}$的收敛域及和函数$S(x)$.

六、（5 分）计算曲面积分$I=\iint_{\Sigma}\frac{x\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}$，其中$\Sigma$为上半椭球面

$x^2+y^2+\frac{z^2}{2}=1$（$z\geq 0$）的上侧.

授课教师
姓名
学号
班号
学院
密
封
线

七、(4 分) 已知平面区域$D=\left\{(x,y)\middle|0\le x\le\pi,0\le y\le\pi\right\}$，$L$为$D$的正向边界，

证明：

(1) $\oint\limits_L x\mathrm{e}^{\sin y}\mathrm{d}y-y\mathrm{e}^{-\sin x}\mathrm{d}x=\oint\limits_L x\mathrm{e}^{-\sin y}\mathrm{d}y-y\mathrm{e}^{\sin x}\mathrm{d}x$;

(2) $\oint\limits_L x\mathrm{e}^{\sin y}\mathrm{d}y-y\mathrm{e}^{-\sin x}\mathrm{d}x\ge 2\pi^2$.