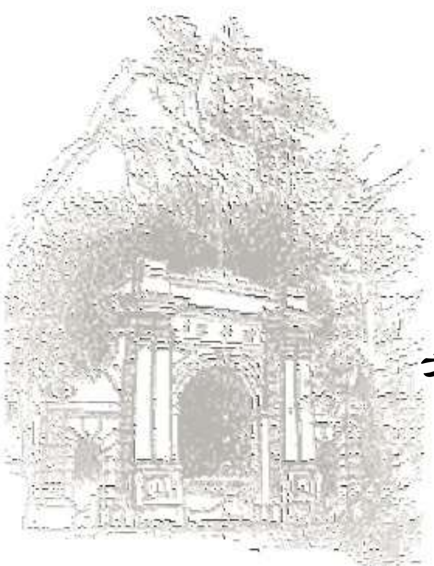
清华大学《系统分析与控制》课程

易错作业题及典型题

孙富春

清华大学

智能技术与系统国家重点实验室



2020年2月18日~6月18日

1. 已知系统的结构图如图所示。

(1) 计算如下的传递函数。

$$\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N=0} \quad \left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R=0} \quad \left.\frac{E(s)}{R(s)}\right|_{N=0}$$

该题传递函数的**系数**常有人写错。

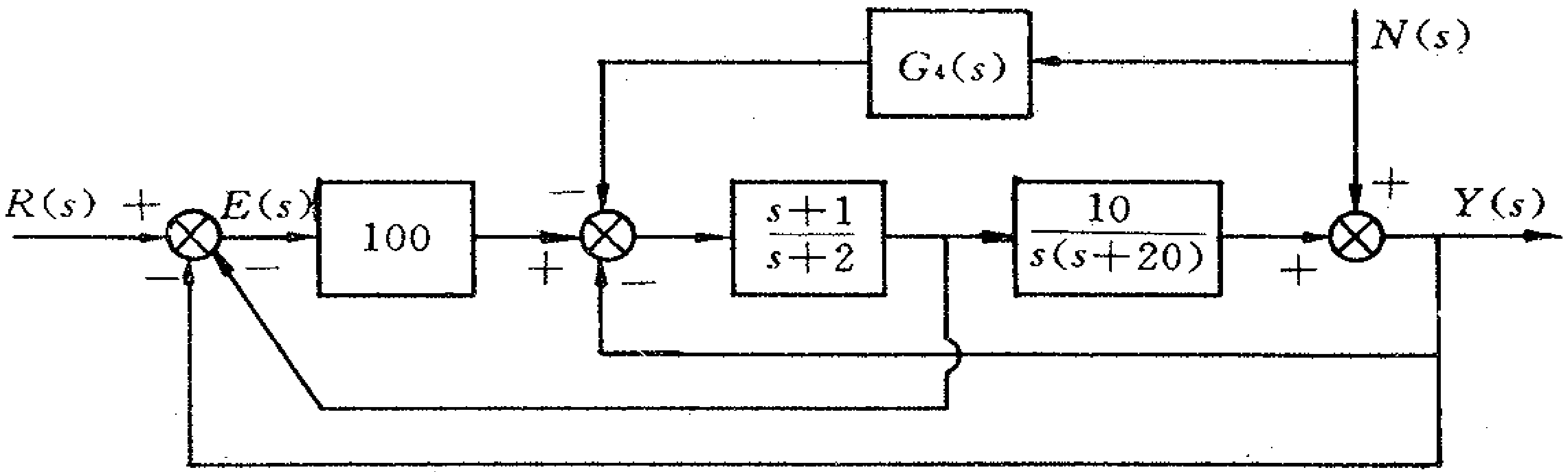


图 2.49　习题 19 的结构图

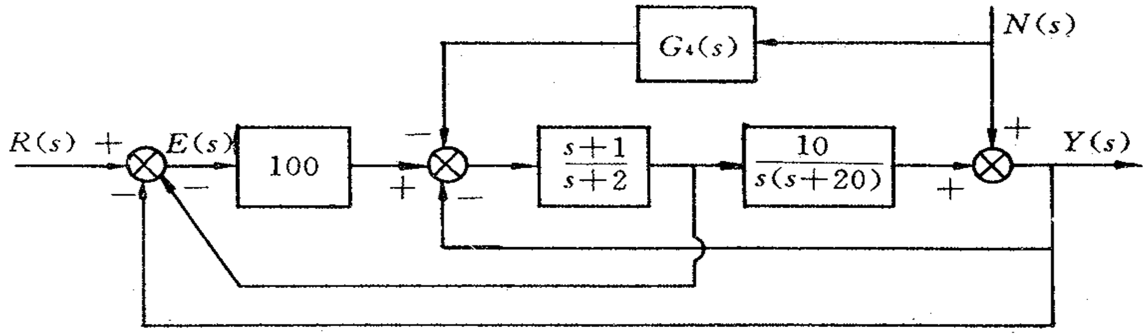


图 2.49　习题 19 的结构图

解：应用梅逊公式求解传递函数。

该系统各回路传递函数分别为：

$$L_1(s)=100\frac{s+1}{s+2}$$

$$L_2(s)=100\frac{s+1}{s+2}\cdot\frac{10}{s(s+20)}$$

$$L_3(s)=\frac{s+1}{s+2}\cdot\frac{10}{s(s+20)}$$

同时可以看到，不存在互不接触回路，因此有：

$$\Delta(s)=1+L_1(s)+L_2(s)+L_3(s)$$

(A) $N=0$ **时**

从 R 到 Y 的前向通道只有一条：

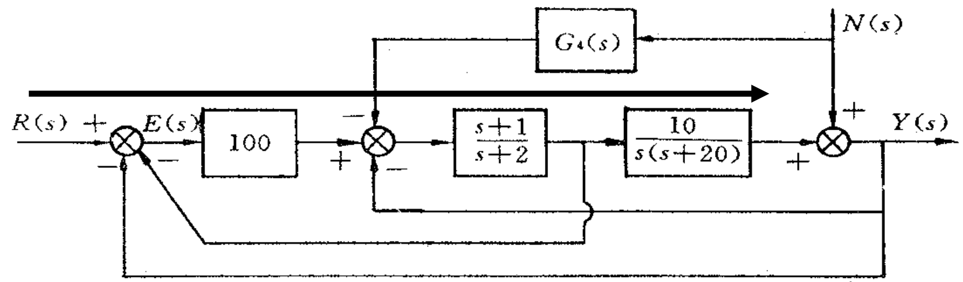


图 2.49　习题 19 的结构图

$$Q_1(s)=100\frac{s+1}{s+2}\cdot\frac{10}{s(s+20)}$$

这条前向通道与所有回路都有接触，因此：

$$\Delta_1(s)=1$$

将以上结果代入梅逊公式，可得：

$$M_1(s)=\left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{N=0}=\frac{1}{\Delta(s)}Q_1(s)\Delta_1(s)$$

$$=\frac{1000(s+1)}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}$$

(B) $R=0$ 时

从 N 到 Y 的前向通道有两条：

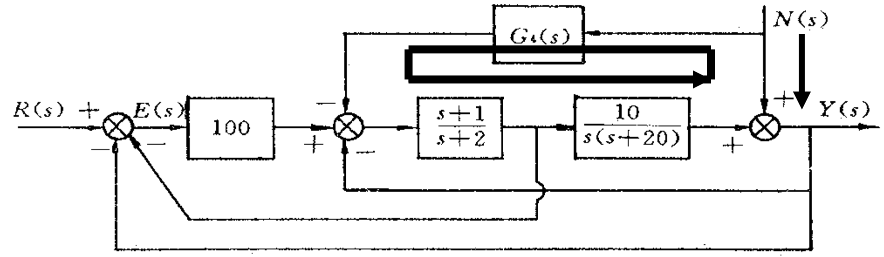


图 2.49 习题 19 的结构图

$$Q_1(s)=1$$

$$Q_2(s)=-G_4(s)\frac{s+1}{s+2}\cdot\frac{10}{s(s+20)}$$

其中 Q_1 与 L_1 不接触，Q_2 与所有回路都有接触，因此有：

$$\Delta_1(s)=1+100\frac{s+1}{s+2}\qquad \Delta_2(s)=1$$

将以上结果代入梅逊公式，可得：

$$M_2(s)=\left.\frac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R=0}=\frac{1}{\Delta(s)}\left[Q_1(s)\Delta_1(s)+Q_2(s)\Delta_2(s)\right]$$

$$=\frac{s(s+2)(s+20)+100s(s+1)(s+20)-10G_4(s)(s+1)}{s(s+2)(s+20)+100s(s+1)(s+20)+1000(s+1)+10(s+1)}$$

$$=\frac{101s^3+2122s^2+2040s-10G_4(s)(s+1)}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}$$

(C) $N=0$ 时

从 R 到 E 的前向通道只有一条：

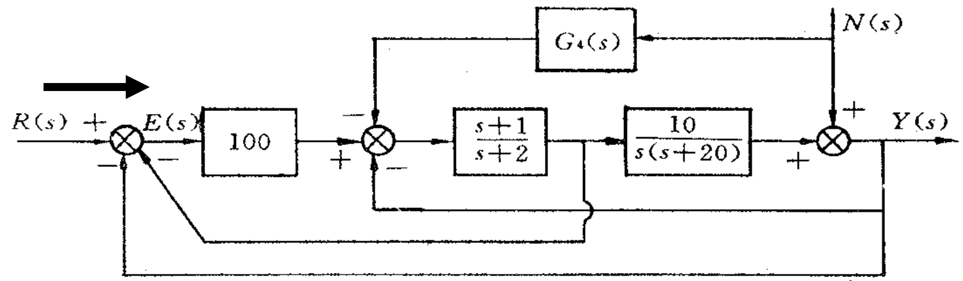


图 2.49　习题 19 的结构图

$$Q_1(s)=1$$

$$\Delta_1(s)=1+L_3(s)$$

将以上结果代入梅逊公式，可得：

$$M_3(s)=\left.\frac{E(s)}{R(s)}\right|_{N=0}=\frac{1}{\Delta(s)}Q_1(s)\Delta_1(s)$$

$$=\frac{s(s+2)(s+20)+10(s+1)}{s(s+2)(s+20)+100s(s+1)(s+20)+1000(s+1)+10(s+1)}$$

$$=\frac{s^3+22s+50s+10}{101s^3+2122s^2+3050s+1010}$$

(2) 求$G_4(s)$以使得 $Y(s)$ 不受 $N(s)$ 的影响

由1(B)可知，当 $\left.\dfrac{Y(s)}{N(s)}\right|_{R=0} = 0$ 的时候, $Y(s)$ 不受 $N(s)$ 的影响。

于是有：

$$M_2(s) = \frac{s(s+2)(s+20) + 100s(s+1)(s+20) - 10G_4(s)(s+1)}{s(s+2)(s+20) + 100s(s+1)(s+20) + 1000(s+1) + 10(s+1)} = 0$$

从而可以求得：

$$G_4(s) = \frac{s(s+2)(s+20) + 100s(s+1)(s+20)}{10(s+1)}$$

$$= \frac{101s^3 + 2122s^2 + 2040s}{10(s+1)}$$

2. 对于下面四个矩阵，找出哪些可能是状态转移矩阵。

(1) $\begin{bmatrix} -e^{-t} & 0 \\ 0 & 1-e^{-t} \end{bmatrix}$　　(2) $\begin{bmatrix} 1-e^{-t} & 0 \\ 0 & -e^{-t} \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-t} & e^{-t} \end{bmatrix}$

设状态转移矩阵为 $\phi(t)$ 则判断是否为状态转移矩阵的依据是：

(1) $\phi(0)=I$　　(2) $\phi'(t)=A\phi(t)$

(1) $\begin{bmatrix} -e^{-t} & 0 \\ 0 & 1-e^{-t} \end{bmatrix}_{t=0} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq I$ **所以不是状态转移矩阵**

很多同学只使用 $\phi(0)=I$ 进行判断，而忽视 $\phi'(t)=A\phi(t)$ 这一条判据

(2) $$\begin{bmatrix} 1-e^{-t} & 0 \\ 1 & e^{-t} \end{bmatrix}_{t=0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \neq I$$

所以不是状态转移矩阵

(3) $$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-t} & e^{-t} \end{bmatrix}_{t=0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

满足第一条依据

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-t} & e^{-t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e^{-t} & -e^{-t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-e^{-t} & e^{-t} \end{bmatrix}$$

满足第二条依据

所以是状态转移矩阵

3. 已知系统的特征方程如下，使用劳斯判据判断系统的稳定性。

(1) $s^4+8s^3+18s^2+16s+5=0$

由劳斯判据：

s^4	1	18	5
s^3	8	16	0
s^2	16	5	0
s^1	13.5	0	0
s^0	5	0	0

因此该系统稳定

$$(3)\qquad s^6+2s^5+8s^4+12s^3+20s^2+16s+16=0$$

由劳斯判据：

s^6	1	8	20	16
s^5	2	12	16	0
s^4	2	12	16	0
s^3	0	0	0	0
s^3	8	24	0	0
s^2	6	16	0	0
s^1	8 / 3	0	0	0
s^0	16	0	0	0

$$A(s)=2s^4+21s^2+16\qquad \frac{dA(s)}{dt}=8s^3+24s$$

因此该系统临界稳定

4. 已知系统的特征方程式为

(1) $s^4+20s^3+15s^2+2s+K=0$

(2) $s^3+(K+1)s^2+Ks+50=0$

试确定参数 K 的变化范围以使系统是稳定的。

由劳斯判据得

$$
\begin{array}{llll}
s^4 & 1 & 15 & k \\
s^3 & 20 & 2 & 0 \\
s^2 & 14.9 & k & 0 \\
s^1 & 2-\dfrac{20k}{14.9} & 0 & 0 \\
s^0 & k & 0 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{cases}
2-\dfrac{20k}{14.9}>0 \\
k>0
\end{cases}
\quad \text{系统稳定}
$$

即 $0<k<1.49$ 时 系统是稳定的

5. 已知系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}$$

确定 b_1、b_2、c_1 和 c_2 满足系统既能控又能观的条件。

(1) 若系统可控，则 $S=\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$ 满秩

有 $S = \begin{bmatrix} b_1 & b_1 + b_2 \\ b_2 & b_2 \end{bmatrix}$ 若要满秩

$b_1 \neq b_1 + b_2 \qquad \therefore b_2 \neq 0$

(2) 若系统可观，则 $V=\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$ 满秩

有 $V=\begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ c_1 & c_1+c_2 \end{bmatrix}$ 若要满秩

$c_1(c_1+c_2)-c_1c_2 \neq 0 \qquad \therefore c_1 \neq 0$

$\therefore\ b_2 \neq 0$ 且 $c_1 \neq 0$ 系统既可观又可控

6. 已知系统的结构图如图 3.47 所示。分别求该系统的位置品质系数 K_p、速度品质系数 K_v 和加速度品质系数 K_a。当系统的输入分别为(a) $u_s(t)$；(b) $t \cdot u_s(t)$；(c) $\frac{1}{2}t^2 \cdot u_s(t)$时，分别求每种情况下系统的稳态误差。

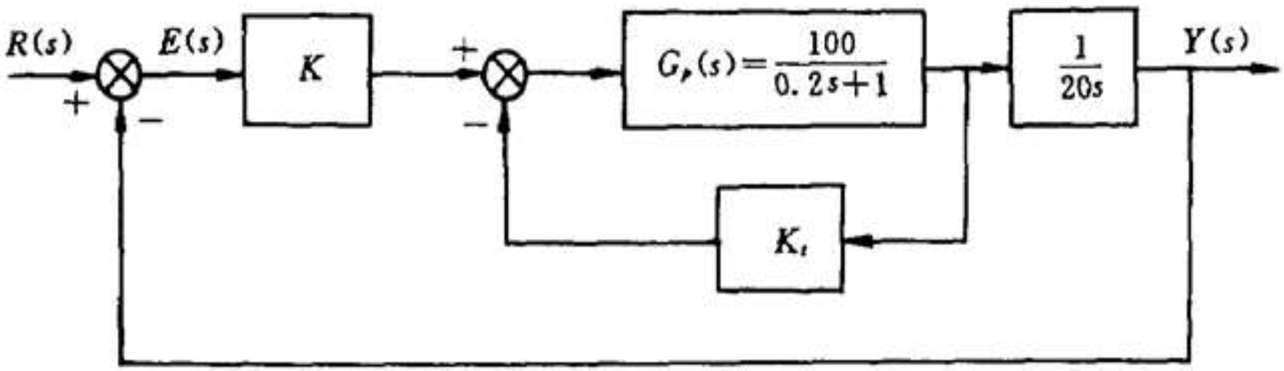


图 3.47　习题 22 的结构图

该题应注意品质系数的基本定义要扎实掌握。

由结构图可知小闭环传递函数 $G_1(s)=\dfrac{100}{0.2s+100K_t+1}$

整个系统开环传递函数：$G(s)H(s)=\dfrac{100K}{20s(0.2s+100K_t+1)}$ Ⅰ型系统

位置品质系数： $K_p=\lim\limits_{s\to 0}G(s)H(s)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{100K}{20s(0.2s+100K_t+1)}=\infty$

速度品质系数：

$$K_v=\lim_{s\to 0}sG(s)H(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{100K}{20s(0.2s+100K_t+1)}=\frac{5K}{100K_t+1}$$

加速度品质系数

$$K_a=\lim_{s\to 0}s^2G(s)H(s)=\lim_{s\to 0}s^2\cdot\frac{100K}{20s(0.2s+100K_t+1)}=0$$

（a） 当系统输入为 $u_s(t)$ 时，稳态误差为：

$$e_s = \frac{R}{1+K_p} = 0$$

（b）当系统输入为 $t \cdot u_s(t)$ 时，稳态误差为：

$$e_s = \frac{R}{K_v} = \frac{100K_t + 1}{5K}$$

（c）当系统输入为 $\frac{1}{2}t^2 \cdot u_s(t)$ 时，稳态误差为：

$$e_s = \frac{R}{K_a} = \infty$$

7. 已知开环系统的状态方程模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 5x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -6x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

$$y(t) = x_1(t)$$

控制规律采用如下的状态反馈形式

$$u(t) = -l_1x_1(t) - l_2x_2(t) + r$$

（1）确定 l_1 和 l_2 以使整个系统满足 $\zeta=0.707, \omega_n=10\text{rad/s}$。

（2）确定 l_1 和 l_2 应满足的关系，使得系统对于阶跃输入的稳态误差为零。

本题中：第一问比较容易做对，问题常常出现在第二问。

(1) 开环系统的状态空间模型为：

$$x_1'(t) = -x_1(t) + 5x_2(t)$$

$$x_2'(t) = -6x_1(t) + u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

特征方程为: $$|sI-A| = s^2 + (1+l_2)s + 5l_1 + l_2 + 30$$

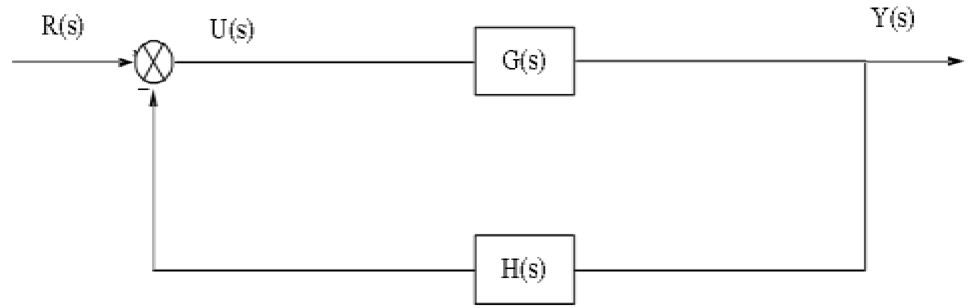
闭环传递函数为:

$$C(sI-A)^{-1}B + D = \frac{5}{s^2 + (1+l_2)s + 5l_1 + l_2 + 30}$$

从而, $$\begin{cases} 2\xi w_n = 1 + l_2 \\ w_n^{\ 2} = 30 + 5l_1 + l_2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad \begin{cases} l_2 = 13.14 \\ l_1 = 11.372 \end{cases}$$

(2) 此系统结构图如右图所示。



由原方程可知

$$sX_1(s) = -X_1(s) + 5X_2(s)$$

$$sX_2(s) = -(6 + L_1(s))X_1(s) - L_2(s)X_2(s) + R(s)$$

从而

$$X_2(s) = \frac{1+s}{5}X_1(s), \quad X_1(s) = \frac{5R(s)}{s^2 + (1 + L_2(s))s + L_2(s) + 30 + 5L_1(s)}$$

由结构图可知， $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}, \quad H(s) = \dfrac{R(s) - U(s)}{Y(s)}$

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{Y(s)}{U(s)} \times \frac{R(s)-U(s)}{Y(s)}$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{R(s)-U(s)}{U(s)}$$

$$= \frac{5l_1 + l_2}{30}$$

要使得系统对于阶跃输入的稳态误差 $e_s = \dfrac{R}{1+K_p} = 0$

那么 $5l_1 + l_2 \to \infty$

所以不存在这样有限的 l_1, l_2 使得系统对于阶跃输入的稳态误差为零

本题出错较少，但比较典型。

8. 已知系统的传递函数分别为

(1) $\dfrac{1}{s^2+s+1}$ (2) $\dfrac{1}{s^2+1.2s+1}$ (3) $\dfrac{1}{4s^2+4s+1}$

(4) $\dfrac{1}{(s^2+s+1)(0.5s+1)}$ (5) $\dfrac{0.5s+1}{s^2+s+1}$

分别将系统(2)、(3)、(4)、(5)与系统(1)进行比较，阶跃响应的超调量 σ 和上升时间 t_r 如何变化。

解： 对于（1）来说，

$w_n=1$ $\xi=0.5$ $t_r=2.05$(一阶近似) 1.5209(二阶近似);

（2）相对于（1） w_n不变 $\xi=0.6$增大 所以σ减小 t_r增大；

（3）相对于（1） $w_n=0.5$ $\xi=1$ $\sigma=0$

$t_r=6.6$（一阶近似） 7（二阶近似）

所以σ减小 t_r增大；

（4） 相对于（1）有一个附加极点，σ减小 t_r增大；

（5） 相对于（1）有一个附加零点，t_r减小 σ增大.

9. 已知系统的开环传递函数分别为

$$(1)\ Q(s)=\frac{20}{s(0.5s+1)(0.1s+1)} \quad (3)\ Q(s)=\frac{50}{s(s+5)(s-1)}$$

试分别判断各闭环系统的稳定性。

第一题

$Q(s)$ 的转折频率分别为

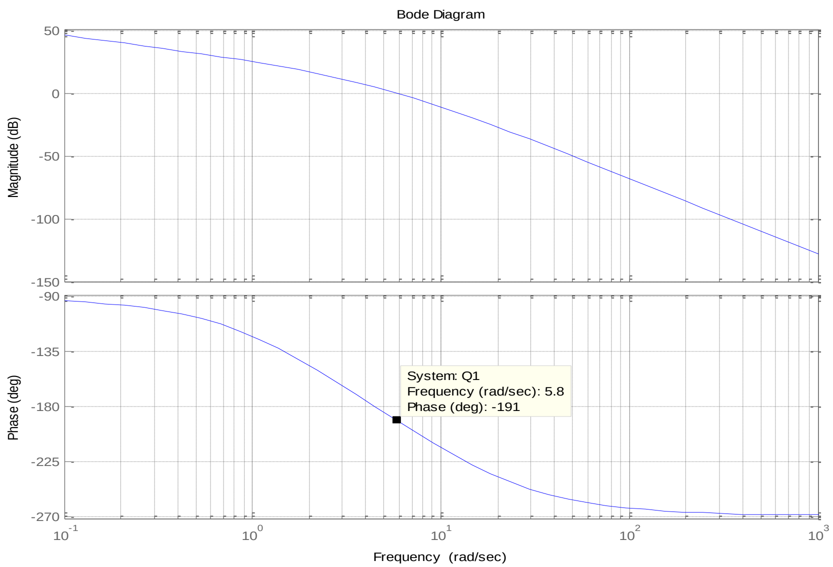
$$\omega_1=2,\omega_2=10$$

计算剪切频率 ω_c

$$20\lg 20=20\lg\frac{2}{1}+40\lg\frac{\omega_c}{2}$$

得到

$$\omega_c=6.3246$$



则

$$\varphi(\omega_c)=-90^\circ-\arctan 0.5\times 6.3246-\arctan 0.1\times 6.3246=-194.7634^\circ$$

开环系统在右半平面没有极点，相频曲线向下穿越 -180° 一次，所以系统不稳定。

第三题

$Q(s)$ 的转折频率分别为

$$\omega_1 = 1, \omega_2 = 5$$

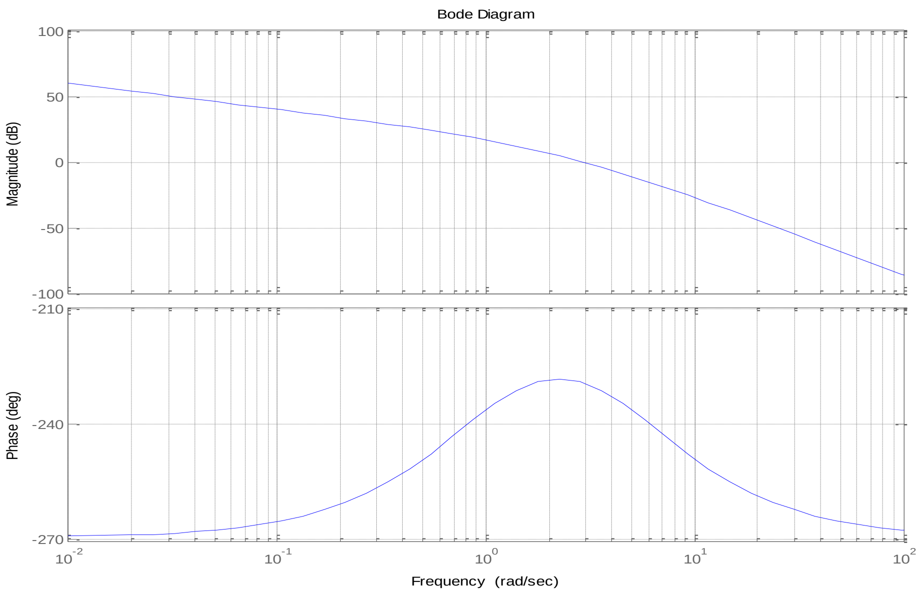
计算剪切频率 ω_c

$$20\lg 10 = 40\lg \frac{\omega_c}{1}$$

得到

$$\omega_c = 3.1623$$

则



$$\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \arctan 0.2 \times 3.1623 - (180^\circ + \arctan(3.1623/(-1))) = -229.86^\circ$$

因为有一个积分环节，补一条从 -270° 到 -180° 的虚线，

开环系统在右半平面有一个极点 $N_0 = 1$，相频曲线向下穿越 -180° **0.5**次，

$$N_{BX} = 0.5 \qquad 2(N_{BX} - N_{BS}) = 1 \neq -N_0$$

所以系统不稳定。

10. 已知 5 个最小相位系统的开环对数幅频特性如图 4.67 中曲线(1)—(5)所示。

(1) 分别写出它们的开环传递函数。

判断闭环系统是否稳定。若稳定，求出相位稳定裕量和增益稳定裕量。

本题中：分子分母的系数出错很多。

(1)

①

$$Q_1(s)=\frac{100}{s(10s+1)}$$

②

$$Q_2(s)=\frac{100}{(10s+1)(0.01s+1)}$$

③

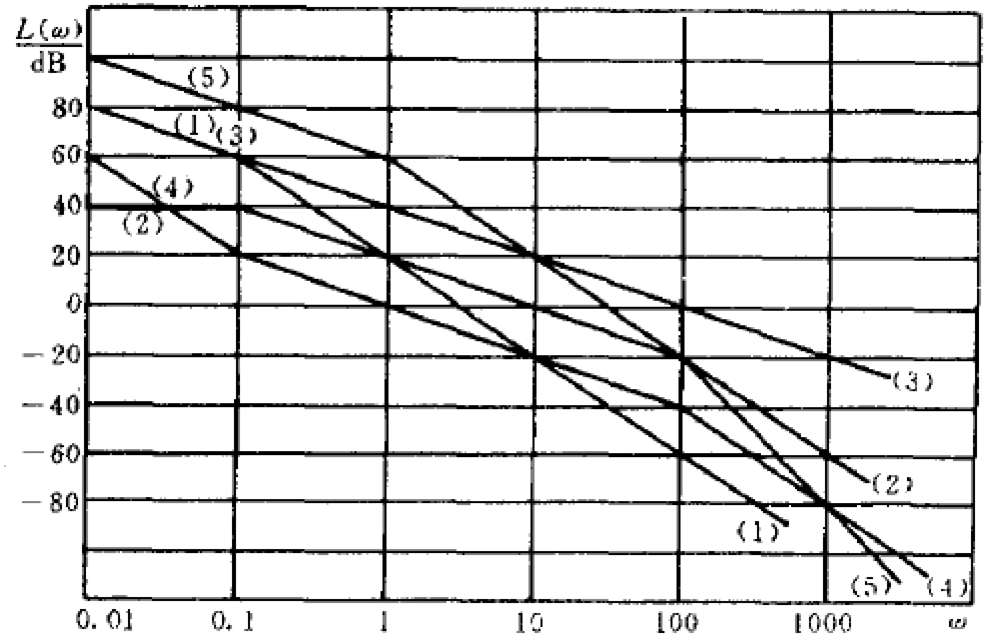
$$Q_3(s)=\frac{100}{s}$$

④

$$Q_4(s)=\frac{0.1(10s+1)}{s^2(0.01s+1)}$$

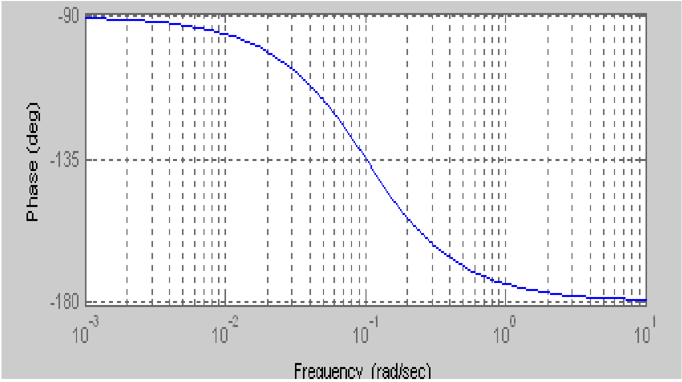
⑤

$$Q_5(s)=\frac{1000}{s(s+1)(0.01s+1)}$$

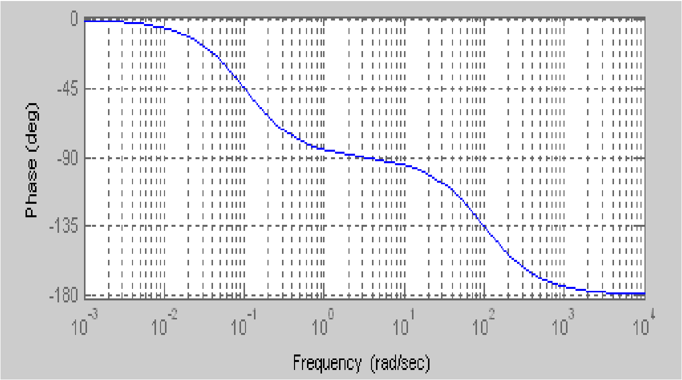


（2）

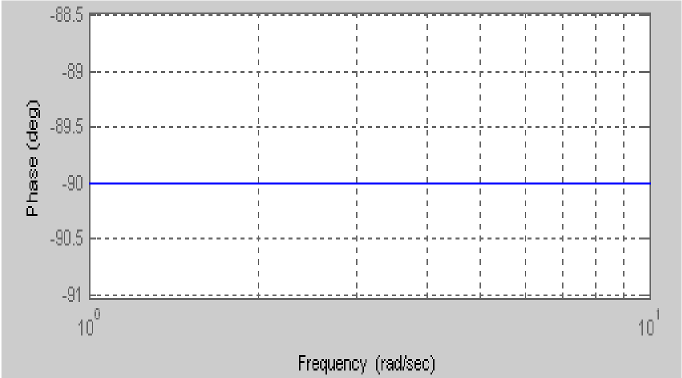
①


-90
-135
-180
Phase (deg)
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1}
Frequency (rad/sec)

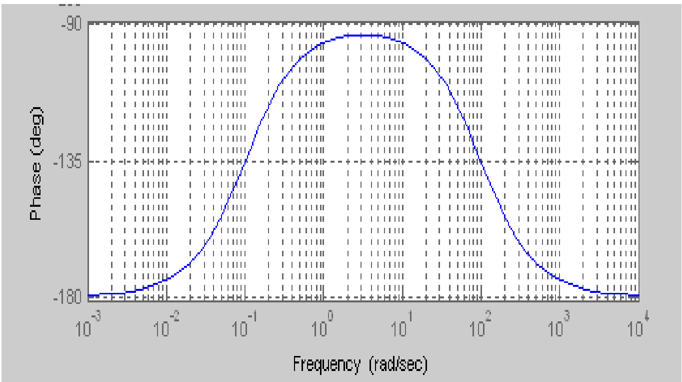
②


0
-45
-90
-135
-180
Phase (deg)
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4}
Frequency (rad/sec)

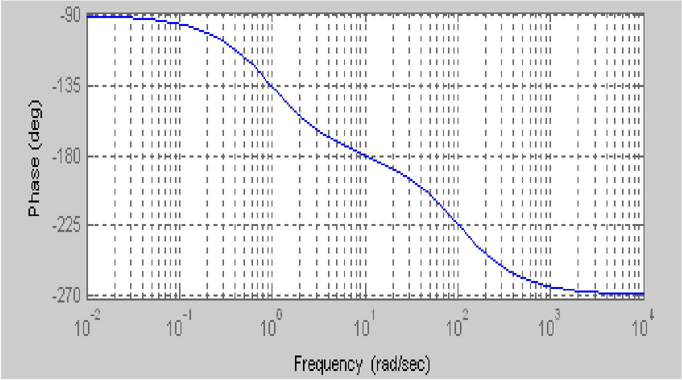
③


-88.5
-89
-89.5
-90
-90.5
-91
Phase (deg)
10^{0} 10^{1}
Frequency (rad/sec)

④


-90
-135
-180
Phase (deg)
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4}
Frequency (rad/sec)

⑤


-90
-135
-180
-225
-270
Phase (deg)
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3} 10^{4}
Frequency (rad/sec)

（3）

① $N_{BS}=0, N_{BX}=0, N_0=0, N_{BS}-N_{BX}=0=\frac{1}{2}N_0$，系统稳定。

$$\omega_c=\sqrt{10},\quad \gamma=180^{\circ}+\varphi(\omega_c)=1.81^{\circ}$$

② $N_{BS}=0, N_{BX}=0, N_0=0, N_{BS}-N_{BX}=0=\frac{1}{2}N_0$，系统稳定。

$$\omega_c=10,\quad \gamma=180^{\circ}+\varphi(\omega_c)=84.86^{\circ}$$

③ $N_{BS}=0, N_{BX}=0, N_0=0, N_{BS}-N_{BX}=0=\frac{1}{2}N_0$，系统稳定。

$$\omega_c=100,\quad \gamma=180^{\circ}+\varphi(\omega_c)=90^{\circ}$$

④ $N_{BS}=0, N_{BX}=0, N_0=0, N_{BS}-N_{BX}=0=\frac{1}{2}N_0$，系统稳定。

$$\omega_c=1,\quad \gamma=180^{\circ}+\varphi(\omega_c)=83.72^{\circ}$$

⑤ $N_{BS}=0, N_{BX}=1, N_0=0, N_{BS}-N_{BX}=-1\neq\frac{1}{2}N_0$，系统不稳定。

$$\omega_c=\sqrt{1000},\quad \gamma=180^{\circ}+\varphi(\omega_c)=-15.74^{\circ}$$

11. 已知系统的开环传递函数为

$$Q(s)=\frac{40(0.5s+1)}{s(2s+1)(0.05s+1)(0.02s+1)}$$

判断闭环系统的稳定性。若稳定，求相位稳定裕量。

解:

$$Q(s)=\frac{40(0.5s+1)}{s(2s+1)(0.05s+1)(0.02s+1)}=\frac{10000(s+2)}{s(s+0.5)(s+20)(s+50)},\quad N_0=0$$

当 $L(\omega)>0$ 时，

$$N_{BS}=0, N_{BX}=0, N_{BS}-N_{BX}=0=\frac{1}{2}N_0$$

系统稳定。由

$$40\lg\frac{2}{0.5}+20\lg\frac{\omega_c}{2}=20\lg 40+20\lg 2$$

解得

$$\omega_c=10$$

$$\gamma=180^\circ+\varphi(\omega_c)=43.7^\circ$$

12. 要求系统为一阶无静差，且要求 $K_v=300/s$，$\omega_c=10rad/s$，$\gamma=50°$。求期望的开环传递函数。

本题中：注意应该求得修正前**以及**修正后的开环传递函数。

解：根据题意，

$$M_r=\frac{1}{\sin\gamma}=1.3054\,,h=\frac{M_r+1}{M_r-1}=7.5486\,,\omega_1=\frac{\omega_2\omega_c}{K_v}=0.0780,$$

$$\omega_3=\frac{2h}{h+1}\omega_c=17.6604,\omega_2=\frac{\omega_3}{h}=\frac{2}{h+1}\omega_c=2.3396,$$

不修正的结果：

时间常数 $T_1=1/\omega_1=12.8229,T_2=1/\omega_2=0.4274,T_3=1/\omega_3=0.0566$

故开环传递函数为 $$Q(s)=\frac{300(0.4274s+1)}{s(12.8229s+1)(0.0566s+1)}$$

修正的结果： $\omega_2' = \omega_2 + \omega_1 = 2.4175,\ \omega_1' = \dfrac{\omega_2'\omega_c}{K_v} = 0.0806$

时间常数为

$$T_1 = 1/\omega_1' = 12.4093,\ T_2 = 1/\omega_2' = 0.4136,\ T_3 = 1/\omega_3 = 0.0566$$

故开环传递函数为

$$Q(s) = \frac{300(0.4136s+1)}{s(12.4093s+1)(0.0566s+1)}$$

13. 已知系统的开环传递函数为

$$Q(s)=\frac{K(0.09s+1)}{s(0.5s+1)(0.009s+1)}$$

(1) 计算 ω_c 以使 M_r 最小；(2)计算 K_v；(3)计算 ω_r；(4)计算闭环特性幅值 $A(\omega_r)$和 $A(\omega_c)$。

解：根据题意，

(1) 由于

$$T_1=0.5,\omega_1=2,T_2=0.09,\omega_2=11.1111,T_3=0.009,\omega_3=111.1111$$

$h=\omega_3/\omega_2=10$，**可知**

$$\omega_c=\frac{h+1}{2h}\omega_3=61.1111$$

(2) **易知** $K_v = \dfrac{\omega_2 \omega_c}{\omega_1} = 339.5062.$

(3) **易知** $\omega_r = \sqrt{h}\omega_2 = 35.1364.$

(4) **由于** $A(\omega_r) = M_r = \dfrac{h+1}{h-1} = 1.2222,$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{1}{M_r}\right) = 0.9582\text{rad} = 54.9032^\circ,$$

所以

$$A(\omega_c) = \frac{1}{2\sin\dfrac{\gamma}{2}} = 1.0846.$$

14. 已知系统的离散状态方程为

$$\begin{cases} x_1(k+1)=2x_1(k)+x_2(k)+0.5u(k) \\ x_2(k+1)=3x_1(k)+0.5x_2(k)+u(k) \\ y(k)=x_1(k) \end{cases}$$

试判断该系统的能控性和能观性。

$$F=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad G=\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D=0$$

能控条件

$$\begin{bmatrix} G & FG \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$ 秩为2， 所以能控能观条件

$$\begin{bmatrix} C \\ CF \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$ 秩为2， 所以能观

15. 已知系统的结构如图 6.4 所示，其中 $G(s)=1/[s(10s+1)]$，$T=1\text{s}$，$D(z)=15.8(z-0.905)/(z+0.5)$。分别求该系统在单位阶跃输入和单位斜坡输入作用下的稳态误差。

$$G(z)=Z[G_h(s)G(s)]=\frac{z-1}{z}Z[\frac{G(s)}{s}]=\frac{z-1}{z}Z[\frac{1}{s^2(10s+1)}]$$

$$=\frac{z-1}{z}Z[\frac{1}{s^2}-\frac{10}{s}+\frac{10}{s+0.1}]=\frac{z-1}{z}\cdot(\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{10z}{z-1}+\frac{10z}{z-e^{-0.1T}})$$

代入 $T=1$

得到 $G(z)=\frac{z-1}{z}\cdot(\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{10z}{z-1}+\frac{10z}{z-e^{-0.1}})$

$$K_p=\lim_{z\to1}D(z)G(z)=\lim_{z\to1}\frac{15.8(z-0.905)}{z+0.5}\cdot\frac{z-1}{z}\cdot(\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{10z}{z-1}+\frac{10z}{z-e^{-0.1}})=\infty$$

单位阶跃输入条件下的稳态误差为

$$e_s=\frac{R}{1+K_p}=0$$

$$K_v=\lim_{z\to1}\frac{z-1}{T}D(z)G(z)=\lim_{z\to1}\frac{z-1}{1}\cdot\frac{15.8(z-0.905)}{z+0.5}\cdot\frac{z-1}{z}\cdot(\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{10z}{z-1}+\frac{10z}{z-e^{-0.1}})=1.0007$$

单位斜坡输入条件下的稳态误差为

$$e_s=\frac{R}{K_v}=0.9993\approx1$$

16. 画出 $G(s)=\dfrac{100(s+10)}{s(s+1)(s+100)}$ 的折线对数幅频特性和近似相频特性。

$$G(s)=\frac{100(s+10)}{s(s+1)(s+100)}=\frac{10(0.1s+1)}{s(s+1)(0.01s+1)}$$

$$G(j\omega)=\frac{10(0.1j\omega+1)}{j\omega(j\omega+1)(0.01j\omega+1)}$$

$\omega=1$，$\mathrm{L}(\omega)=20dB$

积分环节 r=1

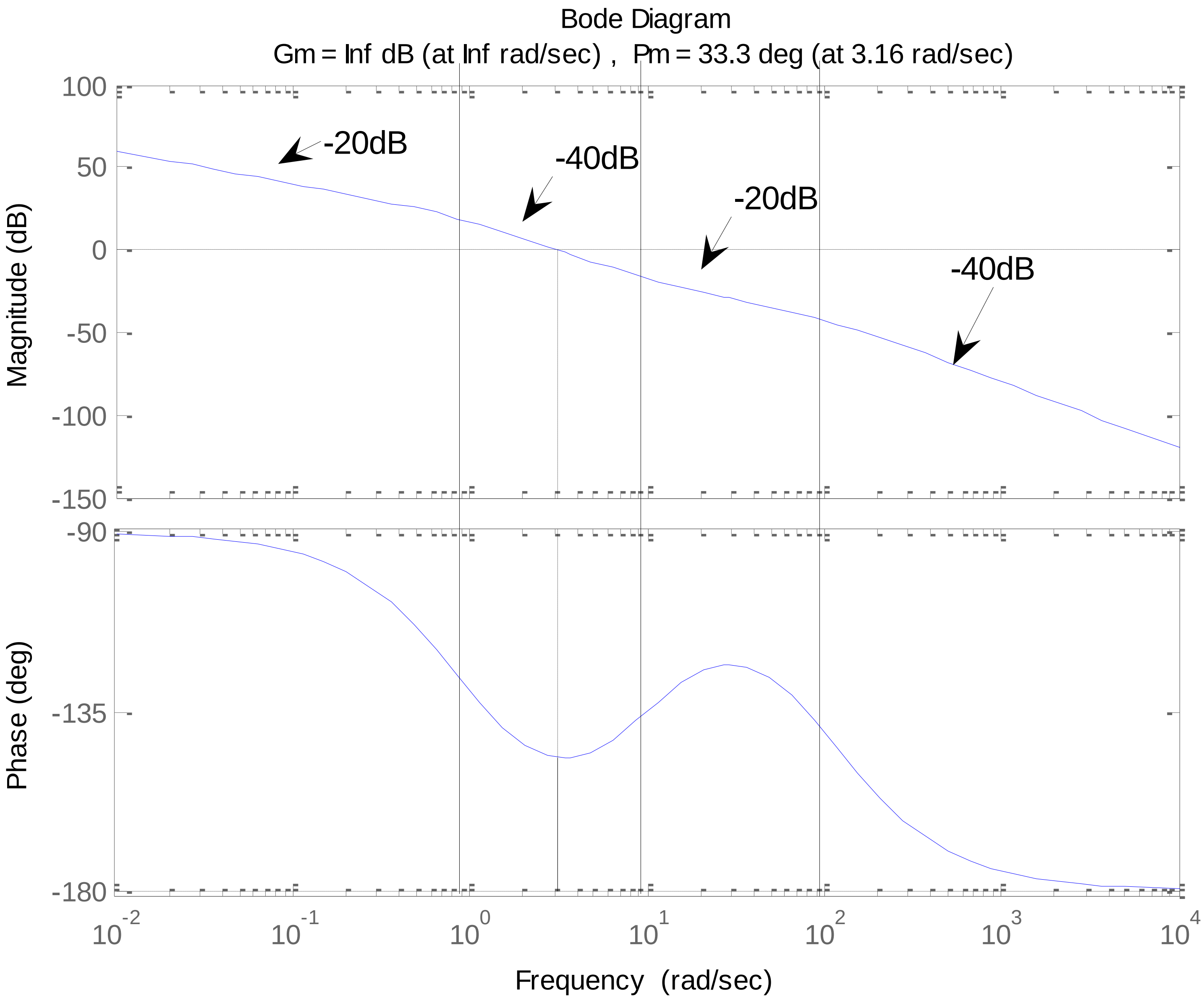
$G(s)$共有3个时间常数：$\mathrm{T}_1=1$，$\mathrm{T}_2=0.1$，$\mathrm{T}_3=0.01$

转折频率：$\omega_1=1$，$\omega_2=10$，$\omega_3=100$

$\varphi(\omega)=-90°+\arctan 0.1\omega-\arctan\omega-\arctan 0.01\omega$

于是有：

$\varphi(\omega_1)=-130°$，$\varphi(\omega_2)=-135°$，$\varphi(\omega_3)=-140°$


Bode Diagram
Gm = Inf dB (at Inf rad/sec) , Pm = 33.3 deg (at 3.16 rad/sec)
-20dB
-40dB
-20dB
-40dB
Magnitude (dB)
100
50
0
-50
-100
-150
Phase (deg)
-90
-135
-180
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency (rad/sec)