

CST2018 2-4 Sort

张晨

问题描述

- ❖ 有一个比较器，可以每次比较三个数，并返回最小数和最大数
- ❖ 使用这个比较器，将 n 个互不相同的数从小到大排序
- ❖ 使比较器的使用次数 k 尽可能小
- ❖ 交互题
- ❖ 最大的测试点 $N=10^6$ $K=1.03*10^7$

问题分析

- ❖ 比较器返回的是三个数的大小关系：
- ❖ A, B, C中最大是A , 最小是C $\Leftrightarrow C < B < A$
- ❖ 需要尽可能地利用比较器给出的信息

用什么算法

❖学过的排序算法

❖ $O(n^2)$ ：插入排序，选择排序，冒泡排序.....

❖ $O(n \log n)$ ：归并排序，快速排序、(堆排序).....

❖如果比较器的信息能完全充分利用，一次比较相当于原来的三次比较

➤ $\text{Compare}(A, B, C) \Leftrightarrow \text{Compare}(A, B) \text{ Compare}(B, C) \text{ Compare}(A, C)$

❖所以对 $O(n^2)$ 的算法，使用比较器最多只能将比较次数除以3

➤ 仍是天文数字

快速排序

- ❖ 任选一个轴点，把比轴点小的数放到轴点左侧，比轴点大的数放到轴点右侧，递归处理轴点左右的两个序列
- ❖ 使用比较器可以一次将两个数与轴点比较
- ❖ 期望次数=快排的期望次数/2 $\approx (1.39 * n \log_2 n) / 2 \approx 1.39 * 10^7$
- ❖ 最优次数 $\approx \frac{1}{2} * n \log_2 n \approx 9.97 * 10^6$ （假设每次划分都是均匀的）

优化方向

- ❖ 1. 能否在不增加比较次数的前提下，让划分更加均匀？
- ❖ 2. A, B两数与轴点比完后，可以得知AB之间的大小关系，后续处理能否利用上这个关系？

归并排序

- ❖ 把左半边右半边分别递归排好后，将两个有序序列合并。
- ❖ 该比较器可以将四个有序序列合并：
 - 假设上一次比较得到 $a < b < c$ 并将 a 加入合并后的队列，则由于 b 的存在，这一次比较中 c 一定不是最小值
 - 因此除 c 以外剩下的三个序列的首元素的最小值即为这四个有序序列的首元素最小值
- ❖ 使用四路归并排序，比较次数约为 $n \log_4 n \approx 9.97 * 10^6$

小结

- ❖ 充分利用比较信息是解决问题的关键
- ❖ 深入思考排序算法

感谢

❖感谢各位大佬提出四路归并算法