

准稳态法测不良导体的导热系数和比热 实验报告

November 21, 2020

1 实验目的

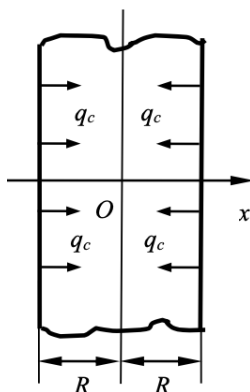
1. 了解准稳态法测量不良导体的导热系数和比热原理，并通过快速测量学习掌握该方法。
2. 掌握使用热电偶测量温度的方法。

2 实验原理

2.1 一维导热模型

单位时间内通过微元层的导热热量 $Q = -\lambda F \frac{dt}{dx}$ 。

单位时间内通过单位面积的热流量，即热流密度 $q = -\lambda \frac{dt}{dx}$ 。



用数学分析的方法，通过求解带边界调节的微分方程，可计算出上图的温度分布函数 $t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_c R}{\lambda} \left(\frac{a\tau}{R^2} + \frac{x^2}{2R^2} - \frac{1}{6} \right)$, ($F_0 = \frac{a\tau}{R^2} > 0.5$)。

在括号注明的条件下，任意时刻样品各点温度随 x 按抛物线变化，温升速率相同并不变，两点间温差恒定。称此状态为准稳态。

准稳态下，样品表面与中心面的温度差为 $\Delta t = \frac{q_c R}{2\lambda}$ 。于是有准稳态下导热系数的测量公式：

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t} \quad (1)$$

本实验中，热流密度的计算公式：

$$q_c = \frac{U_{heating}^2}{2Fr} \quad (2)$$

其中 $U_{heating}^2$ 为加热器所加电压， r 为单个加热器的电阻（约为 110Ω ），面积 $F = 90mm \times 90mm$ 。

根据比热定义， $q_c F = c\rho R F \frac{\partial t}{\partial \tau}|_{x=0}$ ，于是

$$c = \frac{q_c}{\rho R \frac{\partial t}{\partial \tau}|_{x=0}} \quad (3)$$

2.2 热电偶测温

利用热电偶的热电效应（Seebeck Effect），本实验中“铜-康铜”热电偶的温差电势与其两端温差呈线性关系，即：

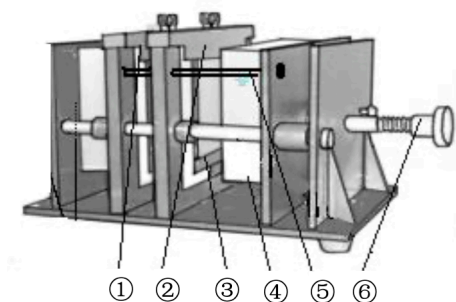
$$U(TT_0) = k_1(T - T_0), k_1 = 40\mu V/^{\circ}C \quad (4)$$

于是，

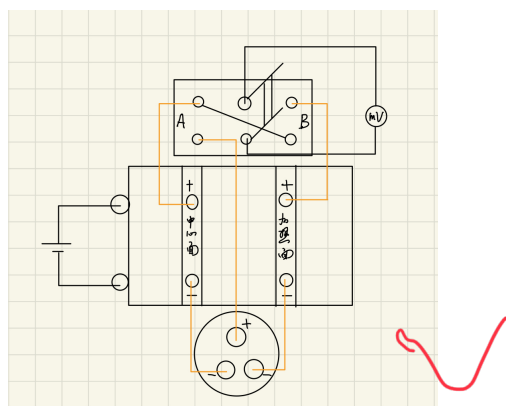
$$T = T_0 + \frac{U(TT_0)}{k_1} \quad (5)$$

3 实验仪器

1. 样品台装置。包括：中心面横梁，加热薄膜，隔热泡沫，锁定杆和螺杆旋钮等。



2. 测温系统。包括：铜-康铜电偶，恒温水杯（图中圆形失忆），单刀双掷开关等。电路连接示意图如下：



3. 直流稳压电源。
4. 数字万用表。
5. 秒表。

4 实验步骤

1. 使用数组万用表测量：交流电压及频率；电阻阻值；二极管的正向导通电压；电容。
2. 组装样品。注意使样品、加热器、热电偶之间间隙尽量小，以及样品初温应保持为室温，不要用手大面积长时间接触试样。

3. 打开直流稳压电源、数字万用表电源预热十多分钟，预设加热电压到适当值（15—20V），并用万用表直流电压档测量实验前的加热电压。
4. 用万用表电阻档检查四只热电偶是否完好（热电偶电阻约几欧姆），检查加热器是否完好（单个加热器电阻约 110 欧姆，两者并联后电阻约 55 欧姆），并准确测量、记录加热器电阻值。
5. 连接电路。
6. 获取温度数据。
测量初始温度 t_0 （使用温度计）及初始温差 $U_1(t_2t_1)$ （如果初始温差不为零，应当做已定系统误差，应修正）、初始中心面温度 $U_2(t_1t_c)$ 。
接通加热电源与加热器，同时开始计时，每隔1分钟测一次加热面与中心面温差 $U_1(t_2t_1)$ ，中心面与冷端的温差 $U_2(t_1t_c)$ ，共测26分钟。
7. 断开加热电源，拆下数字万用表，按步骤3再次测量实验后的加热电压，与实验前的加热电压取平均使用。（可选）
8. 拆开装置台散热，整理仪器。

5 数据记录与处理

5.1 万用表

测量项目	测量值	量程	精度（读数% + 量程%）	完整测量结果
交流电压有效值 U_{eff}	0.56795V	2V	0.2 + 0.05	0.5680 ± 0.0021 V
交流信号频率 f	999.99Hz	20Hz - 2kHz	0.01 + 0.003	999.99 ± 0.16 Hz
电阻 R	10.9128k Ω	20k Ω	0.02 + 0.004	10.9128 ± 0.0030 k Ω
电容 C	0.990 μF	2 μF	1 + 0.5	0.990 ± 0.020 μF
二极管正向导通电压 U_{TH}	0.5799 V	0 - 2 V	0.06 + 0.020	0.5799 ± 0.0007 V

其中，以测交流电压有效值为例展示计算过程（其余同理）：

量程为2V，读数为0.56795V，读表格可知不确定度为0.2% + 0.05%。于是 $\Delta U_{eff} = 0.56795V \times 0.2\% + 2V \times 0.05\% = 0.0021$ 。故 $U_{eff} = 0.5680 \pm 0.0021V$ 。

5.2 热导实验

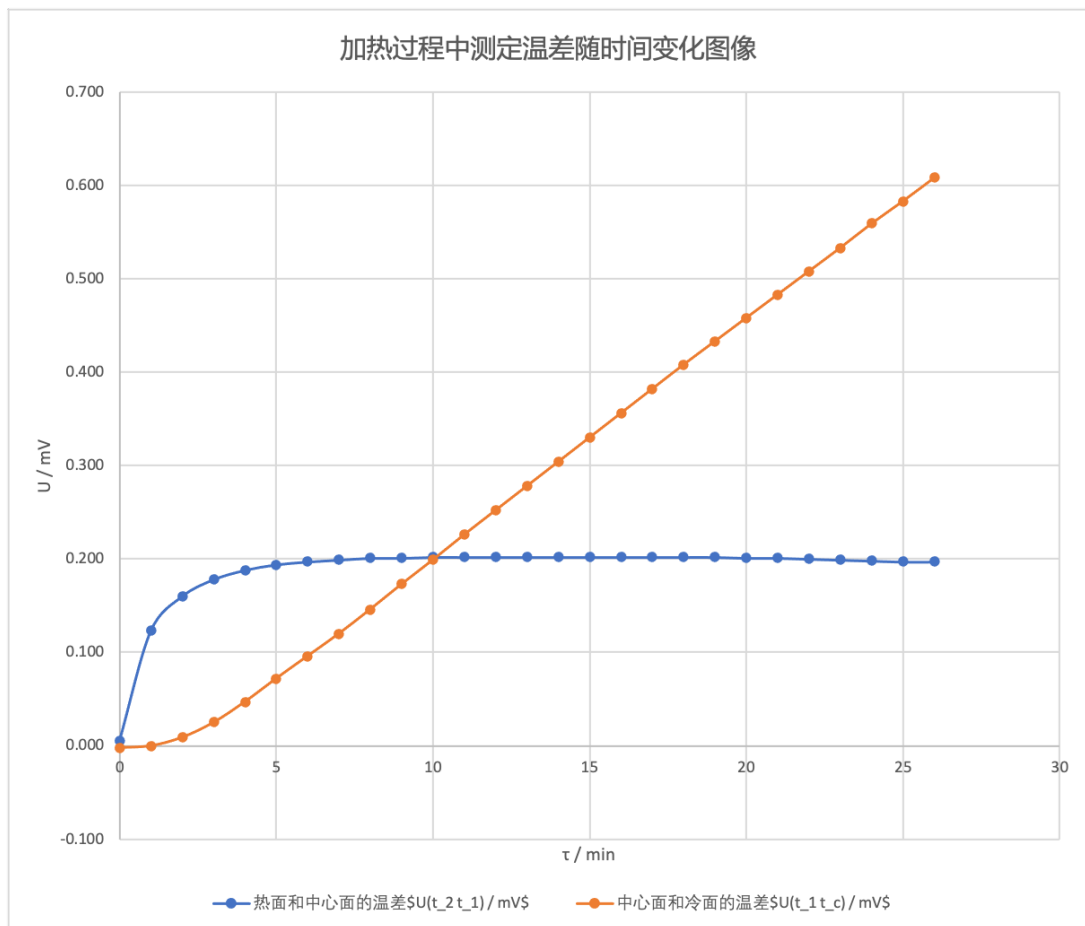
材料：有机玻璃；室温： $t_0 = 19.7^\circ C$ ；加热器 $\frac{r}{2} = 55.191\Omega$ ；零位修正电压 $U_0 = 0mV$ ；

加热电压 $U = 17.9926mV$ ；

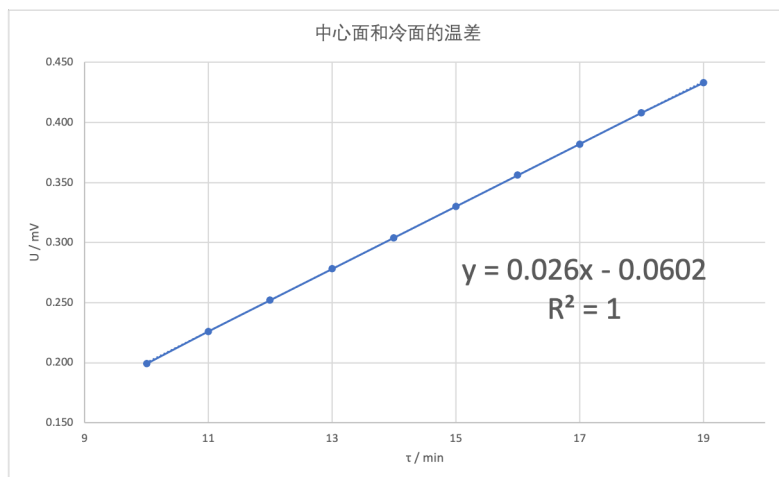
有机玻璃样品：长宽 $L = W = 90mm$ ；厚度 $R = 10mm$ ；密度 $\rho = 1196kg/m^3$

热电偶：中心面：2.322 Ω ；加热面：2.466 Ω ；冷端热电偶1：3.645 Ω ；冷端热电偶2：3.686 Ω ；

τ / min	$U(t_2t_1)/mV$	$U(t_1t_c)/mV$	τ / min	$U(t_2t_1)/mV$	$U(t_1t_c)/mV$	τ / min	$U(t_2t_1)/mV$	$U(t_1t_c)/mV$
0	0.005	-0.002	9	0.201	0.173	18	0.202	0.408
1	0.123	0.000	10	0.202	0.199	19	0.202	0.433
2	0.160	0.009	11	0.202	0.226	20	0.201	0.458
3	0.178	0.025	12	0.202	0.252	21	0.201	0.483
4	0.188	0.047	13	0.202	0.278	22	0.200	0.508
5	0.194	0.072	14	0.202	0.304	23	0.199	0.533
6	0.197	0.096	15	0.202	0.330	24	0.198	0.559
7	0.199	0.120	16	0.202	0.356	25	0.197	0.583
8	0.201	0.146	17	0.202	0.382	26	0.197	0.608



结合数据观察 $U(t_2t_1) - \tau$ 图像，发现 $\tau = 10 \sim 19\text{min}$ 内加热面与中心面的温差基本保持不变，即样品达到准稳态。取这一时间区间内的 $U(t_2t_1) - \tau$ 图像进行线性拟合：



取斜率 $0.026\text{V}/\text{min}$ ，可得到温升速率 $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial t}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{k_1} \times 0.026\text{mV}/\text{min} = \frac{0.026\text{mV}/\text{min}}{40\mu\text{V}/^\circ\text{C}} = 0.65^\circ\text{C}/\text{min} = \frac{13}{1200}^\circ\text{C}/\text{s}$ 。

观察图表认为出现准稳态的时间为 10min ，此时中心面的温度 $t_1 = t_0 + \frac{U(t_1t_0)}{k_1} = 19.7^\circ\text{C} + \frac{0.199\text{mV}}{40\mu\text{V}/^\circ\text{C}} = 24.7^\circ\text{C}$ ，加热面和中心面的温差 $t_2 - t_1 = \frac{U(t_2t_1)}{k_1} = \frac{0.202\text{mV}}{k_1} = 5.05^\circ\text{C}$ 。

令傅里叶数 $F_0 = \frac{\alpha \tau}{R^2} = \frac{\tau \frac{\partial t}{\partial \tau}}{2\Delta t} > 0.5$ ，得到 $\tau > \frac{\Delta t}{\frac{\partial t}{\partial \tau}} = 466\text{s} = 7.7\text{min}$ 。因此取准稳态出现的时间为 10min 是合理的，不会影响结果。

热流密度 $q_c = \frac{U_{heating}^2}{2F_r} = \frac{17.9926^2}{2 \times 0.09^2 \times 2 \times 55.191} J/(m^2 \cdot s) = 181.04 J/(m^2 \cdot s)$; 导热系数 $\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t} = \frac{181.04 \times 0.01}{2 \times 5.05} W/(m \cdot K) = 0.179 W/(m \cdot K)$;

比热 $c = \frac{q_c}{\rho R \frac{\partial T}{\partial t}} = \frac{181.04}{1196 \times 0.01 \times \frac{13}{1200}} = 1.40 \times 10^3 J/(kg \cdot ^\circ C)$ 。

如果考虑薄膜加热器的电容，边缘绝热条件未被满足，将热流密度按照电功率的85%修正，则此时：
 $q'_c = 0.85q_c = 153.884 J/(m^2 \cdot s)$;
 导热系数 $\lambda' = \frac{q'_c R}{2\Delta t} = 0.85\lambda = 0.152 W/(m \cdot K)$;
 比热 $c' = \frac{q'_c}{\rho R \frac{\partial T}{\partial t}} = 0.85c = 1.19 \times 10^3 J/(kg \cdot ^\circ C)$ 。

6 问题探讨

1. 本实验中准稳态会无限保持下去吗？

不会。在进入准稳态一段时间之后，系统会脱离该状态而进入稳态。此外，由于实际中的系统绝热不完全，热面和中心面的温差会逐渐降低到0。

2. 热电偶冷端温度对实验的影响是怎样的？

根据前面的公式(4)，(5)，可知当冷端温度（在公式中为 T_0 项）如果在实验过程中发生了变化，将会使等式左端的待测量 T 发生变化，影响实验中热电偶另一端测定的温度值。

3. 从理论、装置、操作层面进行误差分析，以及结果自恰性分析。

本实验的装置在实际中不能做到理论中的绝热，因此热流密度的计算值会比实际值偏大，从而导致导热系数与比热增大。而这一误差可以用数据处理最后做的85%修正一定程度上弥补。

本实验在操作过程中，读数存在误差。 $U(t_2 t_1)$ ， $U(t_1 t_c)$ 需分别在秒表到达整分钟数时借助双刀双掷开关先后读出。而由于人很难看准时间，且切换开关需要时间，切换开关后万用表正确显示值也需要时间等，因此 $U(t_2 t_1)$ ， $U(t_1 t_c)$ 的读数，尤其在它们各自变化较快的区域，存在误差。本实验中通过先读取变化快的数值一定程度上减少这一误差。如果想进一步优化可以接两个万用表，并利用数字万用表的USB数据输出功能导出数据，最后直接在数据表中读取对应时间的数值。

本实验中，直线拟合部分Excel显示 $R = 1$ （推测是非常接近1而显示为1），可见本实验实际上误差很小。此外，网上相关资料显示，有机玻璃的导热系数约 $0.14 \sim 0.20 W/(m \cdot K)$ ，热容约 $1424 \sim 1549 J/(kg \cdot ^\circ C)$ 。可见，本实验的测定结果比较可靠。

4. 对准稳态出现后 U_1 和 U_2 曲线走势进行分析解释，以及脱离准稳态后的走势进行预测及分析。

准稳态出现后，样品内各处温升速率保持不变，因此中心面、热面间的温差保持不变，从而 $U(t_2 t_1)$ 成为水平线。而中心面的温度以恒定温升速率上升，（同时冷端温度不变，）因此 $U(t_1 t_c)$ 成为斜向上的直线。

脱离准稳态后，样品进入稳态，内部各处温度接近相等。因此表征热面、中心面温差的 $U(t_2 t_1)$ 会逐渐下降趋于0。而中心面和冷面之间的温差，即稳态下样品和室温的温差，会在达到最高温度（吸热散热平衡）后保持不变， $U(t_1 t_c)$ 成为水平线。

7 实验小结

在本实验中，我学会了数字万用表的使用，与查询其参数表计算测量结果不确定度的方法；学会了使用函数信号发生器、直流稳压电源。此外，我还学会了分析误差、并一定程度上弥补误差的手段；熟悉了借助Excel绘图、拟合的方法。总的来说，本次实验主要让我获得了使用新仪器的技能，并进一步提高了我动手操作的能力。

原始数据

实验任务一：万用表使用测量 (合适量程) $q_{11} = 0.00071 = 0.0007$

测量任务	测量值	量程	精度(读数%+量程%)	完整测量结果
测交流电压有效	0.56795V	2V	0.2 + 0.05	0.5680 ± 0.002 V
测交流信号的频率	999.99Hz	20Hz-2kHz	0.01 + 0.003	999.99 ± 0.16 Hz
电阻	10.9128k Ω	20k Ω	0.02 + 0.004	10.9128 ± 0.0030 k Ω
电容	0.090 μ F	2 μ F	$\frac{1}{3} + 0.5$ $\frac{1}{3} + 1.0$	0.990 ± 0.020 μ F
二极管	正向导通电压 = 0.5799V	0~2V	0.06 + 0.020	0.5799 ± 0.0007 V

ΔX 取两位有效数字，首位是1或者2取两位，首位 ≥ 3 ，可取一位有效数字。同时最终结果要注意 $X \pm \Delta X$ 的表达规则，小数点后位数对齐。

首位是1，2必须取两位

≥ 3 取一位或者两位都可！

以电阻测量结果为例计算：

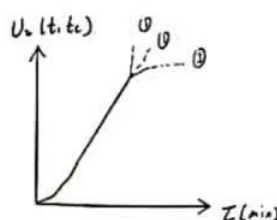
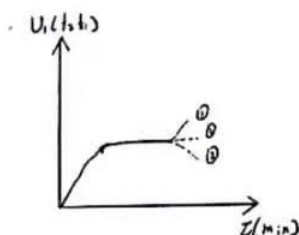
量程为20k Ω ，读数为11.0106k Ω ，读表格可知，不确定度为0.020%+0.004%

$$\Delta R = 0.020\% \times 11.0106 + 0.004\% \times 20.0000 = 0.0030k\Omega$$

$$R = R \pm \Delta R = 11.0106 \pm 0.0030k\Omega$$

问题探讨：

1. 本实验中准稳态会无限保持下去吗？ *不会，会平衡*
2. 热电偶冷端温度对实验的影响是怎样的？
3. 从理论层面、装置层面、操作层面进行误差分析，以及结果自治性分析
4. 对准稳态出现后 U_1 和 U_2 曲线走势进行分析解释，以及脱离准稳态后的走势进行预测及分析（简要说明）



四：数据处理 (准稳态)

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t} \quad c = \frac{q_c}{\rho R \frac{\partial t}{\partial r}|_{r=0}}$$

1. 万用表部分：需要重新整理实验数据，同时以一个数据为例写出详细计算结果，其他同理得到即可
2. 作图：用软件（excel origin matlab等）画出 $U_1(t, t_0) \sim t$ 图像（同一个图上），画出散点图，平滑曲线拟合数据，保留原始数据点，作图规范（横纵轴名称，单位及表的标题），线性拟合 $U_1(t, t_0)$ 准稳态段有效数据点，通过斜率得到升温速率
3. 分析图表：求出出现准稳态的时间，此时中心面的温度，加热面和中心面的温差，升温速率；进而求出导热系数、比热（ λ 和 C 保留三位有效数字），考虑零位修正：（0时刻 U_1 应该10 μ V以内，不用修正数据否则考虑修正测量的电压值）数据处理要给出原始公式和详细每一步代入过程，不能直接写出最后结果。
4. 修正：如果考虑薄膜加热器的热容、边缘绝热条件没满足等，热流密度按电功率的85%来修正，请重新给出该条件下的导热系数与比热。

实验任务二：热导实验

材料 有机玻璃；室温 $t_0 = 19.7^\circ\text{C}$ ；并联的加热薄膜电阻 $r/2 = 55.191\Omega$ (单个 110 欧并联 55 欧左右)

零位修正电压 $U_0 = 0\text{mV}$

加热电压: $U = 17.9926\text{V}$

有机玻璃样品: 长宽 $L=W=90\text{mm}$ ；厚度 $R=10\text{mm}$ ；密度 $\rho=1196\text{kg/m}^3$

热电偶电阻 (10 Ω 以内): 中心面: 2.322 Ω 加热面: 2.466 Ω 冷端热电偶 1: 3.645 Ω 冷端热电偶 2: 3.686 Ω

τ (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)/\text{mV}$	$\leq 1\text{mV}$ 0.005	0.123	0.160	0.178	0.188	0.194	0.197	0.199	0.201
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)/\text{mV}$	-0.002	0.000	0.009	0.025	0.047	0.072	0.086	0.120	0.146
τ (min)	9	10	11	12	13	14	15	16	17
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)$	0.201	0.202	0.202	0.202	0.203	0.202	0.202	0.202	0.202
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)$	0.173	0.199	0.225	0.252	0.278	0.304	0.330	0.356	0.382
τ (min)	18	19	20	21	22	23	24	25	26
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)$	0.202	0.202	0.201	0.201	0.200	0.199	0.198	0.197	0.197
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)$	0.408	0.433	0.458	0.483	0.508	0.533	0.559	0.583	0.608

估算：最后实验结果导热系数和比热取 3 为有效数字即可

导热系数:

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t}$$

比热:

$$c = \frac{q_c}{\rho R \left. \frac{\partial t}{\partial \tau} \right|_{x=0}}$$

2. 热导实验

1. 打开直流电源 (15-20V)。加热电源应该调节到恒压输出模式，固定紧实测量样品台装置 (开始计时前不要对电阻薄膜进行加热，不要接到装置上)
2. 检查装置：检查加热薄膜电阻 (并联 55 正常)，四个热电偶 (约几欧姆)
3. 按照图示连接电路 (电路连接好要让我检查无误才可以开始测量数据，不接入加热电源)：测量室温 t_0 ，测量加热电压，初始的压差 $U(t_2t_1)$ 和 $U(t_1t_c)$ ；0 时刻 $U(t_2t_1)$ 应该 10uV 以内，否则考虑修正测量的电压值即零位修正 U_0 ；万用表短接会有一个内部电压，红黑表笔短接即可测得
4. 接入电压开始计时：同时每隔一分钟记录数据，记录 26 分钟，考虑优先记录变化快的数据 (刚开始 $U(t_2t_1)$ 变化较快，随后 $U(t_1t_c)$ 变化较快)
5. 结束计时。
6. 松开装置散热，整理好实验器材即可 (不将实验装置散热会扣分，为了之后同学做实验方便，养成好的习惯)

原始数据签字栏

教师: 抄

实验日期: 2020.11.2

学生序号: 22

meic19