

离散数学——第一周作业

计83 刘轩奇 2018011025

2019.09.20

1.1 判断下列语句是否是命题，并对命题确定其真值。

- (1) 火星上有声明存在。
- (3) 香山比华山高。
- (5) 这盆茉莉花真香!
- (7) 这句话是错的。

答 (1) 是命题。但真值尚未确定。(3) 是命题，真值为假。(5) 不是命题。感叹句不是命题。(7) 不是命题。悖论不是命题。

1.2 P 表示今天很冷， Q 表示正在下雪。

(1) 将下列命题符号化：

如果正在下雪，那么今天很冷。

今天很冷当且仅当正在下雪。

正在下雪的必要条件是今天很冷。

(2) 用自然语句叙述下列公式：

$$\neg(P \vee Q), \neg P \wedge \neg Q, P \rightarrow Q, \neg P \vee Q, \neg\neg P, \neg P \leftrightarrow Q.$$

答

(1) $Q \rightarrow P, P \leftrightarrow Q, Q \rightarrow P.$

(2) 今天很冷与正在下雪两件事不同时发生；今天不冷或没在下雪；如果今天很冷，则正在下雪；今天不冷或正在下雪；今天并非不冷；今天不冷当且仅当正在下雪。

1.3 对下列公式直观叙述在什么样的解释下为真，并列写出真值表来验证。

(1) $\neg(P \vee Q), \neg P \wedge Q, \neg(P \wedge Q).$

(3) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \leftrightarrow Q).$

(5) $P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \wedge Q \rightarrow R.$

解

(1) $\neg(P \vee Q)$ 和 $\neg P \wedge Q$ 仅在 P 与 Q 均为0时真值为1。 $\neg(P \wedge Q)$ 只需 P, Q 中有一个为0，真值即为1。真值表如表 1.3(1) 所示。

P	Q	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$	$\neg(P \wedge Q)$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	0

表 1.3 (1)

P	Q	$(P \rightarrow Q) \wedge \neg(P \leftrightarrow Q)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

表 1.3 (3)

(3) 仅当 P 假 Q 真时, 公式真值为1。真值表如表 1.3(3) 所示。

(5) 上述公式仅在 $P = Q = 1, R = 0$ 时真值为0, 否则为1。真值表如图 1.3(5) 所示。

P	Q	R	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$P \wedge Q \rightarrow R$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

表 1.3 (5)

1.4 下列公式哪个是重言式, 永假式和可满足的, 并用代入规则(对重言式)或真值表来验证。

(1) $P \rightarrow P$.

(3) $(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee R))$.

(5) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$.

解

(1) 该公式是重言式。 **-0.5 真值表**

(3) 该公式是重言式。真值表如表 1.4(3) 所示。

P	0	0	0	0	1	1	1	1
Q	0	0	1	1	0	0	1	1
R	0	1	0	1	0	1	0	1
$P \vee Q$	0	0	1	1	1	1	1	1
$P \vee R$	0	1	0	1	1	1	1	1
$(P \vee Q) \rightarrow (P \vee R)$	1	1	0	1	1	1	1	1
$Q \rightarrow R$	1	1	0	1	1	1	0	1
$(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee R))$	1	1	1	1	1	1	1	1

表 1.4 (3)

(5) 该公式是重言式。真值表如表 1.4(5) 所示。

P	0	0	1	1
Q	0	1	0	1
$P \rightarrow Q$	1	1	0	1
$\neg Q \rightarrow \neg P$	1	1	0	1
$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$	1	1	1	1

表 1.4 (5)

1.5 形式化下列自然语句。

- (1) 他个子高而且很胖。
- (3) 并非“他个子高或很胖”。
- (5) 他个子高或者他个子矮而很胖。
- (7) 如果水是清的，那么或者张三能见到池底或者他是个近视眼。

解

- (1) $P \wedge Q$. 其中 P : 他很高; Q : 他很胖
- (3) $\neg(P \vee Q)$. 定义同上。
- (5) $P \vee (\neg P \wedge Q)$. 定义同上。
- (7) $P \rightarrow (Q \wedge R)$. 其中 P : 水是清的; Q : 张三能看到池底; R : 张三是近视眼。

-0.5