

# 离散数学（一）期末试卷（A）

2004.1

## 一.命题逻辑部分

1. 试判断下面结论是否成立：

$(p \wedge (\sim q)) \vee ((\sim q \wedge (\sim r)) \vee (r \wedge (\sim p)))$  是重言式。(5分)

2. 证明下列结论(必须直接由公理  $Ax1, Ax2, Ax3$  和推演规则  $MP$  证明)：(15分)

(i)  $\{A \rightarrow B, \sim (B \rightarrow C) \rightarrow (\sim A)\} \vdash A \rightarrow C$ ,

(ii)  $\vdash (\sim A \rightarrow A) \rightarrow A$ .

3. 设公式集合  $\Sigma$  是极大协调的。证明对任意的公式  $A$  和  $B$ ,  $A \vee B \in \Sigma$  当且仅当  $A \in \Sigma$  或者  $B \in \Sigma$ 。(10分)

4. 假设  $A \models B$ 。试证下列三种情况之一成立。(10分)

(i)  $A$  是矛盾式,

(ii)  $B$  是重言式,

(iii) 存在一个公式  $C$  使得  $A \models C, C \models B$  且  $C$  中的每一个命题符号既在  $A$  中出现也在  $B$  中出现。

## 二.一阶谓词逻辑部分.

5. 设  $A = (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \rightarrow ((\sim (\exists y)P(y)) \vee (\exists z)Q(y, z))$ , 其中  $P, Q$  都是谓词符号.

(i) 找出  $A$  的一个前束范式  $A_1$ ; (5分)

(ii) 找出  $A_1$  的一个 Skolem 范式  $A_2$ ; (5分)

(iii)  $A \leftrightarrow A_2$  是否逻辑等效(也即是否有  $\models A \leftrightarrow A_2$ )? 并给出证明。(7分)

6. 叙述并证明演绎定理。(18分)

7. 试将第四题推广到一阶谓词逻辑(只有给出严格的证明才能得满分)。(5分)