1. 设 $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & -5 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

求A的Jordan标准型J，和可逆阵P，使得 $P^{-1}AP=J$

2. 设 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 2 & 1 \\ -17 & -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

求A的Jordan标准型，和可逆阵P，使 $P^{-1}AP=J$

3. 设 $A\in M_n(\mathbb{C})$，若 A 有 n 个互异特征值，证明：A 的特征多项式等于极小多项式.

4. 设 $A\in M_n(\mathbb{C})$. 若 $m_A(x)$ 的次数等于 n，证明：A 的 Jordan 标准型的各个 Jordan 块的主对角线元素互不相同.

（转下页）

5. 设 $A \in M_n(\mathbb{C})$，$A^2 = A$.

证明：$|\lambda I_n - A| = \lambda^m (\lambda - 1)^{n-m}$

其中 $m = \dim_{\mathbb{C}} N(A)$

6. 设 $A \in M_n(\mathbb{C})$，$m_A(x) = x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 + 5x + 4$.

证明：A 可逆并求 A^{-1} 的极小多项式.

(提示：若 $a_k A^k + \cdots + a_1 A + a_0 I_n = 0$ 且 A 可逆，则 (两边乘 A^{-k}).

$a_k I_n + a_{k-1} A^{-1} + \cdots + a_1 (A^{-1})^{k-1} + a_0 A^{-k} = 0$)

7. 设 x_1, x_2, x_3 是 $x^3+px^2+qx+r=0$ 的3个根. 求这3个根倒数的平方和.

8. 设 $f(x)=x^4-x^3-x^2+2x-1$

$g(x)=x^3-2x+1$

求 $f(x), g(x)$ 的最大公因式 $d(x)$.

并求 $u(x), v(x)$

使得 $u(x)f(x)+v(x)g(x)=d(x)$.