



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

# 基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

二〇二二年六月

姓名： 冯仁艳

导师： 王以松

联合导师： Erman Acar<sup>1</sup>

研究方向： 软件工程技术与人工智能

<sup>1</sup>LIACS, Leiden University, The Netherlands



# 目录

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

## 绪论

研究背景和意义  
国内外研究现状  
研究目标  
研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

## 总结与展望

总结

展望

## 参考文献

### 1 绪论

- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容

### 2 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

### 3 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

### 4 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

### 5 总结与展望



# 研究背景和意义——系统正确对国防、太空勘测和交通运输至关重要

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



图 1: 系统故障引起的系列灾难现场

表 1: 由系统故障引起的重大事件概览

时间	事故原因	损失
1991 年	美国爱国者导弹系统舍入错误	28 名士兵死亡、100 人受伤等
1996 年	阿丽亚娜 5 火箭代码重用	火箭与其它卫星毁灭
1999 年	火星探测器用错度量单位	探测器坠毁并造成了 3.27 亿美元的损失
2011 年	温州 7.23 动车 <u>信号设备</u> 在设计上存在严重的缺陷	动车脱节脱轨、多人失去生命



# 研究背景和意义：形式化验证为系统的正确提供了有力依据

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归纳的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 自动定理证明（Automated theorem proving）

令  $\phi_{imp}$  和  $\phi_{spec}$  分别表示系统模型和规范对应的时序逻辑公式：

- $\phi_{imp} \rightarrow \phi_{spec}$ , 或
- $\phi_{imp} \leftrightarrow \phi_{spec}$ .

消解 (Resolution)

表推理 (Tableau)

Hoare 三元组

Hoare三元组:  $\{P\} S \{Q\}$

最弱前件 (WP) 演算

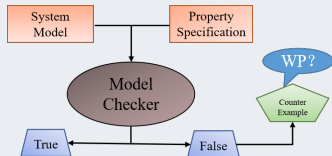
负例产生

系统精化

程序终止、  
寻找不变式

## 模型检测（Model Checking）

- $\mathcal{M} \models? \phi_{spec}$ .
- 反应式系统 (reactive system): 是指与环境有着持续不断交互的系统。
- 如何计算反应式系统的 WP?



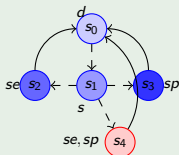


## 例 1 (汽车制造企业模型)

一个汽车制造企业能够生产两种汽车：小轿车 (*se*) 和跑车 (*sp*)。每隔一段时间，该企业都会做一个生产决策 (*d*)，即：合理的生产计划。刚开始的时候，该企业做出了具有三个选择 (*s*) 的方案：

- (1) 先生产足够的 *se*，然后在再生产 *sp*；
- (2) 先生产足够的 *sp*，然后在再生产 *se*；
- (3) 同时生产 *se* 和 *sp*。

这一过程可以由图 2 中的 Kripke 结构（带标签的状态转换图） $\mathcal{M} = (S, R, L)$  形式化地展现出来，其中：



假定，由于经济危机或者战略调整，导致该企业不能再生产跑车。这意味着所有规范和 Kripke 结构都不再需要考虑 *sp* 的，因此应该“移除”。

图 2：汽车制造企业模型



## 最强必要条件（SNC）和最弱充分条件（WSC）

SNC 和 WSC 分别用于描述给定理论下的最一般的结果（consequence）和最一般的诱因（abduction）[4]。满足下面两个条件的  $\varphi$  称为  $q$  在理论  $\Sigma$  下的 SNC：

- (1)  $\Sigma \models q \rightarrow \varphi$ ;
- (2) 对任意  $\varphi'$  且  $\Sigma \models q \rightarrow \varphi'$ , 有  $\Sigma \models \varphi \rightarrow \varphi'$ 。

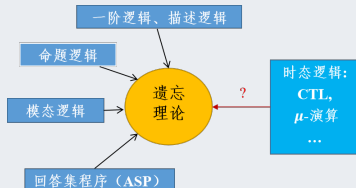
满足下面两个条件的  $\psi$  称为  $q$  在理论  $\Sigma$  下的（WSC）：

- (1)  $\Sigma \models \psi \rightarrow q$ ;
- (2) 对任意  $\psi'$  且  $\Sigma \models \psi' \rightarrow q$ , 有  $\Sigma \models \psi' \rightarrow \psi$ 。

## 遗忘理论（Forgetting）

遗忘是一种从理论中抽取知识的技术 [5]，被用于规划[2, 3] 和知识更新 中 [9]。

在一阶逻辑中，从公式  $\varphi$  中遗忘掉一个  $n$  元谓词  $P$  的结果是  $\exists R.\varphi[P/R]$ ，即将公式  $\varphi$  中的所有  $P$  的出现都用一个新的  $n$  元谓词  $R$  来替代。





- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容
- 研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
- 研究内容（三）遗忘理论在反应式系统中的应用
- 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法
- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

- CTL (Computation tree logic): 计算树逻辑, 是一种分支时序逻辑
  - 其模型检测 (MC) 问题能在多项时间内完成;
  - 能很好的表达系统要求的各种属性:
    - 安全属性 (Safety properties): something bad never happens.  $(AG\neg\phi)$
    - 活性属性 (Liveness properties): something good will eventually happen.  $(AGAF\phi)$
    - 持续属性 (Persistence properties): eventually for ever a certain proposition holds.  $(AFAG\phi)$
    - 公平属性 (Fairness properties): does, under certain conditions, an event occur repeatedly? (一种约束: 在约束  $fair = GFa$  下  $AG(a \rightarrow AFb)$  是否成立?)
- $\mu$ -演算 ( $\mu$ -calculus): 是其他形式体系的机械基础
  - LTL、CTL、 $L_w$  等时态逻辑都能用  $\mu$ -演算表示;
  - S1S 表达能力严格不如  $\mu$ -演算;
  - $\mu$ -演算与 S2S 有相同的表达能力;
  - .....

形成时序逻辑系统遗忘理论的框架，架起形式化验证（**verification**）和知识表示与推理（**KR**）的桥梁。



# 国内外研究现状

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

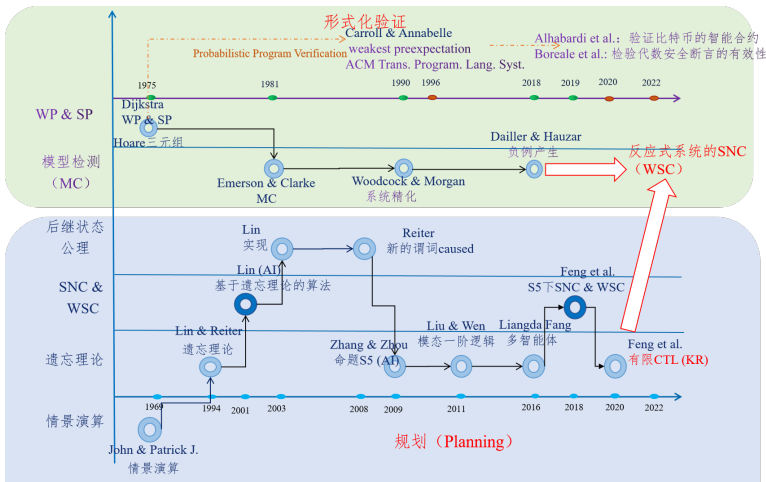
研究内容（三）（3）算法CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献







# 研究目标

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

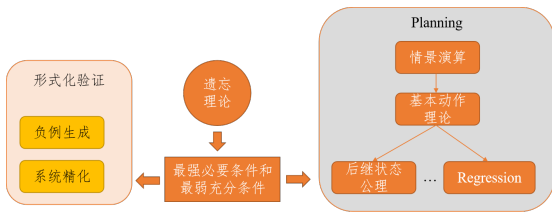
研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



通过人工智能的知识表示与推理 (KR) 技术, 从遗忘理论出发, 研究反应式系统(在某个符号集上)SNC 和 WSC 的表示与计算, 具体为:

- CTL 和  $\mu$ -演算遗忘理论框架;
- 使用遗忘计算反应式系统的 SNC 和 WSC。



# 研究内容

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

- 研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
- 研究内容（二）：遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
- 研究内容（三）：CTL 遗忘的计算方法

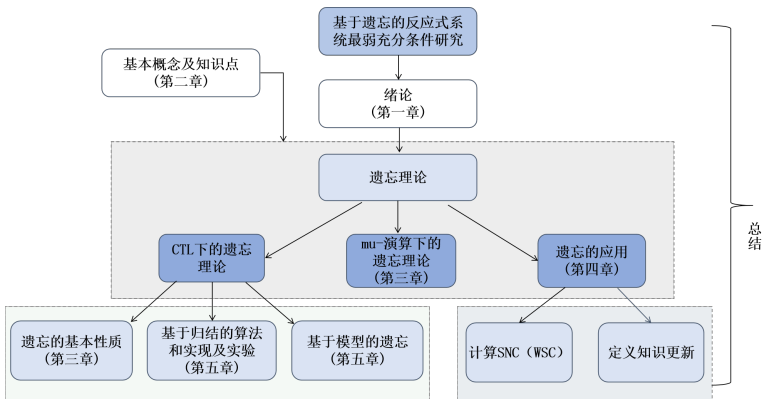


图 3: 文章组织结构示意图



# 目录

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 1 绪论

- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容

## 2 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

## 3 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

## 4 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

## 5 总结与展望



# 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

存在性、  
不同子类

## 1.1 CTL的遗忘理论

V-互模拟  
互模拟等价

$$\varphi' = \text{forget}(\varphi, V)$$

互模拟不变性

## 1.2 $\mu$ -演算的遗忘理论

命题-变元-互模拟

$$\psi' = \text{forget}(\psi, V)$$

基本性质：

(W)、(PP)、(NP)、  
(IR)可表达性理论

分解性

同质性... ..

遗忘存在性

负例

CTL遗忘不总是存在的

$\mu$ -句子和X-类中的公  
式遗忘总是存在的

$\mu$ -演算下推理问题的复杂性：

Var-weak

$$\psi \models ? \varphi'$$

Exptime-complete

Var-independence

$$\varphi' \equiv ? \varphi$$

Var-strong

$$\varphi' \models ? \psi$$

Exptime

Var-match

$$\varphi' \equiv ? \psi$$

Model checking

$$M \models ? \psi'$$

Var-entailment

$$\varphi' \models ? \psi'$$

Var-equivalence

$$\varphi' \equiv ? \psi'$$

图 4: CTL 和  $\mu$ -演算遗忘理论

● 互模拟不变性：相互互模拟的结构满足相同的公式；

● 遗忘存在性：遗忘结果总是同一逻辑语言可表达的；

● (W)、(PP)、(NP) 和 (IR)：为遗忘理论公设；

●  $\varphi \models ? \psi$ ：表示“ $\varphi$ 是否逻辑蕴涵  $\psi$ ”。

形成了时序逻辑遗忘理论的框架！



# 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

存在性、  
不同子类

## 1.1 CTL的遗忘理论

V-互模拟  
互模拟等价

$$\varphi' = \text{forget}(\varphi, V)$$

互模拟不变性

## 1.2 $\mu$ -演算的遗忘理论

命题-变元-互模拟

$$\psi' = \text{forget}(\psi, V)$$

基本性质：

(W)、(PP)、(NP)、  
(IR)可表达性理论

分解性

同质性... ..

遗忘存在性

负例

CTL遗忘不总是存在的

$\mu$ -句子和X-类中的公  
式遗忘总是存在的

$\mu$ -演算下推理问题的复杂性：

Var-weak

$$\psi \models ? \varphi'$$

Exptime-complete

Var-independence

$$\varphi' \equiv ? \varphi$$

Var-strong

$$\varphi' \models ? \psi$$

Var-match

$$\varphi' \equiv ? \psi$$

Exptime

Model checking

$$M \models ? \psi'$$

Var-entailment

$$\varphi' \models ? \psi'$$

Var-equivalence

$$\varphi' \equiv ? \psi'$$

图 4: CTL 和  $\mu$ -演算遗忘理论

互模拟不变性：相互互模拟的结构满足相同的公式；

遗忘存在性：遗忘结果总是同一逻辑语言可表达的；

(W)、(PP)、(NP) 和 (IR)：为遗忘理论公设；

$\varphi \models ? \psi$ ：表示“ $\varphi$ 是否逻辑蕴涵  $\psi$ ”。

形成了时序逻辑遗忘理论的框架！



- 绪论
  - 研究背景和意义
  - 国内外研究现状
  - 研究目标
  - 研究内容
- 研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
  - 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
- 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法
  - 研究内容（三）简介
  - 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
  - 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
  - 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望



# 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- 反应式系统被表示成 Kripke 结构;
- 初始 Kripke 结构的特征公式看作 CTL 公式—— $\mathcal{F}_{sf}(\mathcal{M})$ ;

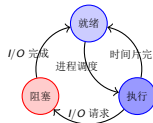
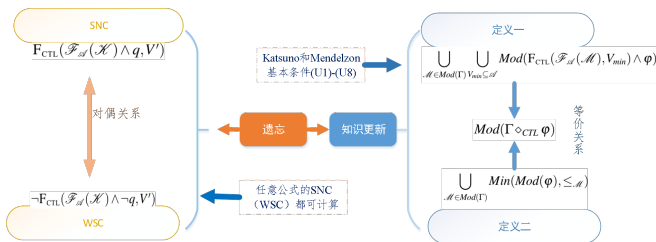


图 5：进程的三种基本状态及其转换



从而为系统正确性和系统更新提供了理论依据！



# 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- 反应式系统被表示成 Kripke 结构;
- 初始 Kripke 结构的特征公式看作 CTL 公式—— $\mathcal{F}_{\mathcal{M}}(\mathcal{M})$ ;

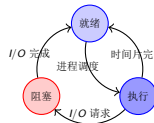
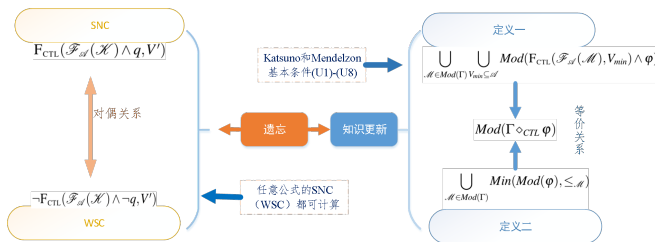


图 5：进程的三种基本状态及其转换



从而为系统正确性和系统更新提供了理论依据！





# 目录

## 基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

### 绪论

#### 研究背景和意义

#### 国内外研究现状

#### 研究目标

#### 研究内容

#### 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

#### 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

#### 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

#### 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

#### 研究内容（三）简介

#### 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

#### 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

#### 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

### 总结与展望

#### 总结

#### 展望

### 参考文献

## 1 绪论

- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容

## 2 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

## 3 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

## 4 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

## 5 总结与展望



## 研究内容（三）简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

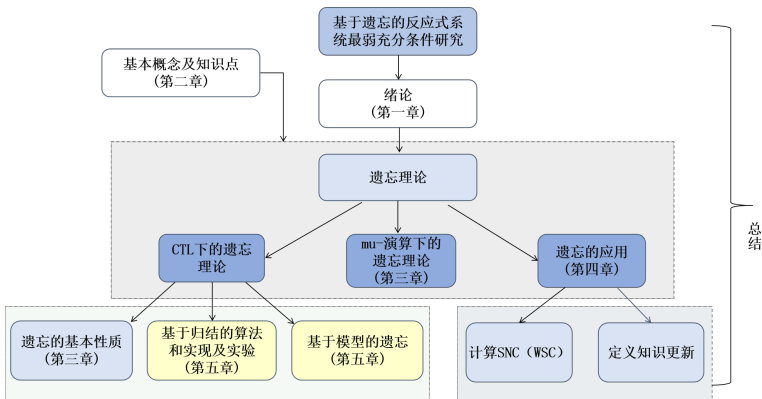
总结与展望

总结

展望

参考文献

- 基于模型的计算方法；
- 基于归结的计算方法（CTL-forget 算法）；
- 基于 Prolog 的 CTL-forget 算法实现。







# 研究内容（三）（1）基于模型的遗忘算法

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 算法 5.1 基于模型的CTL遗忘过程

**Input:** CTL公式 $\varphi$ 和原子命题集 $V$

**Output:**  $F_{CTL}(\varphi, V)$

```

 $\psi \leftarrow \perp$  foreach  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{S}$  上的初始结构  $\mathcal{H}$  do
    if  $\mathcal{H} \not\models \varphi$  then continue
    foreach 满足  $\mathcal{H} \leftrightarrow_V \mathcal{H}'$  的初始结构  $\mathcal{H}'$  do
         $\psi \leftarrow \psi \vee F_V(\mathcal{H}')$ 
    end
end
return  $\psi$ 
    
```

## 命题 1

令  $\varphi$  为 CTL 公式,  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集, 状态空间大小为  $|\mathcal{S}| = m$ ,  $|\mathcal{A}| = n$ ,  $|V| = x$ 。使用算法 5.1 计算从  $\varphi$  中遗忘  $V$  中原子的空间复杂度为  $O((n-x)m^{2(m+2)}2^{nm} \log m)$ , 且时间复杂性至少与空间复杂性相同。



# 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 算法 5.3 CTL-forget( $\varphi, V$ )

**Input:** CTL公式 $\varphi$ 和原子命题集 $V$

**Output:** 公式集

**if**  $\varphi \equiv \perp$  **then return**  $\perp$  ;

**if**  $V = \text{Var}(\varphi)$  **then return**  $\top$  ;

$T_\varphi \leftarrow \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{UF}(T_\varphi, V \cup U)$  , 其中  $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{ERes}(\Sigma, V)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{RM-index}(\Sigma)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{GAL}(\Sigma, \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi))$  ;

用 $\varphi$ 替换 $\Sigma$ 中的初始子句 “AG(start  $\rightarrow \varphi$ )” ;

**return**  $\Sigma$

// 若公式不可满足, 则遗忘结果为 $\perp$

// 若遗忘所有原子命题, 则结果为 $\top$

// 将 $\varphi$ 转换为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句

// 展开

// 移除包含 $V$ 中元素的子句

// 从 $\Sigma$ 移除索引

// 移除留存的新的原子命题

// 去除start

## 定理 2 (可靠性)

若  $\varphi$  为一个 CTL 公式、 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\Sigma = \text{CTL-forget}(\varphi, V)$  且  $U = \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi)$ , 则:

(i)  $\Sigma \equiv_{V \cup U} \varphi$ ,

(ii) 若  $U = \emptyset$ , 则  $\Sigma \equiv_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。

## 命题 2

给定 CTL 公式  $\varphi$  和原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 。算法 5.3 的时间和空间复杂性为  $O((m+1)2^{4(n+n')})$ , 其中  $n = |\text{Var}(\varphi)|$ 、 $n' = |V|$  为新引入的原子命题的个数、 $m$  为引入的索引个数。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 系统主要模块

此系统主要包括五个模块<sup>a</sup>:

- 转换模块（transCTL2SNF/6）：
- 归结模块（两个过程：step\_resolution/3 和 temp\_resolution/8）
- “移除”原子命题模块（removeAtom/3）
- “移除”索引（pro6/3）
- “移除”新引入的原子命题（ackerm/3）

<sup>a</sup><https://github.com/fengrenyan/forgetting-in-CTL/tree/main/Appendix>



# 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实验——实验 1：计算遗忘

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

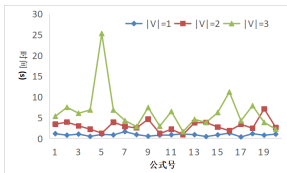
参考文献

(1) 标准数据集来源于 CTL-RP: <https://sourceforge.net/projects/ctlrp/>

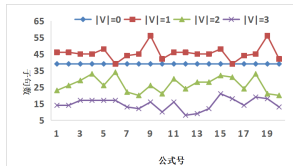
表 5.1: 计算 CTL-forget( $\phi, V$ ) 所使用的 CPU 时间（单位：秒(s)）

$\phi \backslash  V $	1	2	3	4
s001	0.0505	0.1053	0.2259	0.3680
s002	0.3645	1.0416	5.6372	10.0184
s003	97.5341	71.5396	190.1157	423.5793
s004	77.5086	77.4246	101.1284	118.7461
s001-3	681.2883	613.1859	1617.047	2356.949

(2) 计算 CTL-forget( $\phi, V$ ) 使用的时间和在“移除原子命题”步骤后  $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$  子句的个数，其中  $\phi = \phi_1 \wedge \text{AX}\phi_2 \wedge \text{EX}\phi_3$ ,  $\phi_i = 12$  ( $i = 1, 2, 3$ )。



(a) 计算遗忘需要的 CUP 时间



(b)  $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$  子句的个数



# 研究内容 (三) (3) 算法 CTL-forget 实验——实验 2: 计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (三) CTL 遗忘计算方法

研究内容 (三) 简介

研究内容 (三) (1) 基于模型的计算方法

研究内容 (三) (2) 基于归结的算法 CTL-forget

研究内容 (三) (3) 算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

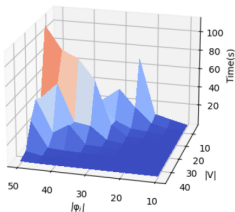
总结

展望

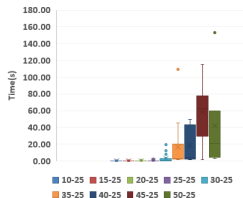
参考文献

计算  $q$  在  $V$  和  $\varphi \wedge q$  上的 SNC ( $E_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$ ), 其中  $V \subseteq Var(\varphi)$ ,  $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$ .

(1) 随机 3-CNF,  $|A| = 50$ , 每组 20 个公式。



(c) 平均 CPU 时间 (s)



(d)  $|V| = 25$  时所用 CPU 时间箱线图

图 7: 计算 3-CNF 公式 SNC 的 CPU 时间

总结: 基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC), 且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。





# 研究内容 (三) (3) 算法 CTL-forget 实验——实验 2: 计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (三) CTL 遗忘计算方法

研究内容 (三) 简介

研究内容 (三) (1) 基于模型的计算方法

研究内容 (三) (2) 基于归结的算法 CTL-forget

研究内容 (三) (3) 算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

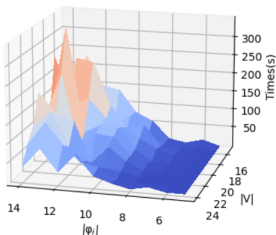
总结

展望

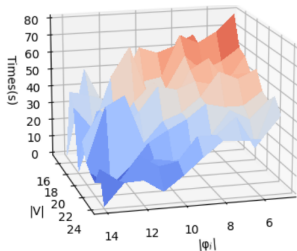
参考文献

计算  $q$  在  $V$  和  $\varphi \wedge q$  上的 SNC ( $F_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$ ), 其中  $V \subseteq Var(\varphi)$ 、 $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$ 。

(2) CTL 公式  $\varphi = \varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \wedge EX\varphi_3$ ,  $\varphi_i = 12$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 为  $|\mathcal{A}| = 50$  上的 3-CNF 且  $|\varphi_1| = |\varphi_2| = |\varphi_3|$ , 每组 40 个公式。



(a) 平均 CPU 时间 (s)



(b) 存在 SNC 的公式占比 (%)

图 7: 计算 CTLSNC 的平均时间和存在 SNC 的公式占比

**总结:** 基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC), 且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。



# 目录

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## 1 绪论

- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容

## 2 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

## 3 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

## 4 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法

- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验

## 5 总结与展望



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析





# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

## ● CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

## ● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

## ● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（**resolution**）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



# 总结

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
  - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
  - $\mu$ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
  - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
  - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
  - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
  - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
  - 实现与实验分析



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘
  - 遗忘结果总是存在的子类；
  - 遗忘相关问题复杂性分析；
  - CTL 和  $\mu$ -演算遗忘之间的关系。
- “CTL 和  $\mu$ -演算公式的遗忘结果是否分别是 CTL 和  $\mu$ -演算可表示”  
这一问题的可判定性研究
- 遗忘与 WSC（SNC）之间的相互关系与应用



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容
- 研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
- 研究内容（三）CTL 遗忘计算方法
- 研究内容（三）简介
- 研究内容（三）（1）基于模型的计算方法
- 研究内容（三）（2）基于归结的算法 CTL-forget
- 研究内容（三）（3）算法 CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

## 作者在攻读博士学位期间参与项目及成果

### 发表文章

- 发表了一篇 CCF B 类会议；
- 两篇 SCI 论文在审。

### 参与项目

- 国家自然科学基金重点项目：数据共享应用的块数据融合分析理论与安全管控模型研究，项目基金号 U1836205；
- 国家自然科学基金：析取逻辑程序归纳学习研究及应用，项目基金号 61976065。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容（三）CTL  
遗忘计算方法

研究内容（三）简介

研究内容（三）（1）基于  
模型的计算方法

研究内容（三）（2）基于  
归结的算法 CTL-forget

研究内容（三）（3）算法  
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

# 敬请各位专家批评指正

## 谢谢!



## 绪论

## 研究背景和意义

### 研究内容（一）：CTL和 $\mu$ -演算的遗忘理论

### 研究内容(二) 遗忘理论在电子商务系统中的应用

用

## 在反应式系统中的应用

## 总结

## 参考文献

- [1] Michael C. Browne, Edmund M. Clarke, and Orna Grümberg. “Characterizing finite Kripke structures in propositional temporal logic”. In: Theoretical Computer Science 59.1-2 (1988), pp. 115–131.
- [2] Patrick Doherty, Witold Lukaszewicz, and Andrzej Szalas. “Computing Strongest Necessary and Weakest Sufficient Conditions of First-Order Formulas”. In: Proceedings of IJCAI'01. Ed. by Bernhard Nebel. Morgan Kaufmann, 2001, pp. 145–154. ISBN: 1-55860-777-3.
- [3] Fangzhen Lin. “Compiling causal theories to successor state axioms and STRIPS-like systems”. In: Journal of Artificial Intelligence Research 19 (2003), pp. 279–314.





## 参考文献

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ≡ ↺ 🔍 ↻



## 参考文献

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ | ≡ ↺ 🔍 ↻



## 6 背景知识

- ## 7 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

- ## 8 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

- ## 9 CTL 遗忘计算方法

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡|≡ ↺ 🔍 ↻



$\mathcal{A}$ : 原子命题的集合

Ind: 索引的集合

## 定义 3 (初始 Ind-Kripke 结构)

一个初始 Ind-Kripke 结构是一个五元组  $\mathcal{M} = (S, R, L, [\_], s_0)$ , 其中:

- $S$  是状态的非空集合,  $s_0$  是  $\mathcal{M}$  的初始状态 (参见下文);
- $R \subseteq S \times S$  是状态转换函数, 且对任意  $s \in S$ , 存在  $s' \in S$  使得  $(s, s') \in R$ ;
- $L: S \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$  是一个标签函数;
- $[\_]: \text{Ind} \rightarrow 2^{S \times S}$  是一个函数, 其使得对任意  $ind \in \text{Ind}$ , 若  $s \in S$ , 则存在唯一一个  $s' \in S$  使得  $(s, s') \in [ind] \cap R$ .

## 相关概念

- **(Ind-) 结构**: 初始 (Ind-)Kripke 结构  $\mathcal{M}$  和是  $\mathcal{M}$  中的状态  $s$  构成的二元组  $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$ ;
- **初始 (Ind-) 结构**: (Ind-) 结构  $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$  中  $s$  为初始状态的情形。



## CTL 的语言符号

- 原子命题集  $\mathcal{A}$ ; 可数无限索引集合  $\text{Ind}$ ; 命题常量 **start**;
- 常量符号:  $\top$  和  $\perp$ , 分别表示“真”和“假”;
- 联结符号:  $\vee$  和  $\neg$ , 分别表示“析取”和“否定”;
- 路径量词:  $A$ 、 $E$  和  $E_{ind}$ , 分别表示“所有”、“存在”和“存在索引为  $ind \in \text{Ind}$ ”的路径;
- 时序操作符:  $X$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $U$  和  $W$ , 分别表示“下一个状态”、“将来某一个状态”、“将来所有状态”、“直到”和“除非”;
- 标点符号: “(” 和 “)”。

## 定义 4 (带索引的 CTL)

带索引的 CTL 公式的存在范式 (existential normal form, ENF)可以用巴科斯范式递归定义如下:

$$\phi ::= \text{start} \mid \perp \mid p \mid \neg \phi \mid \phi \vee \phi \mid EX\phi \mid EG\phi \mid E(\phi \ U \ \phi) \mid E_{\langle ind \rangle} X\phi \mid E_{\langle ind \rangle} G\phi \mid E_{\langle ind \rangle} (\phi \ U \ \phi)$$

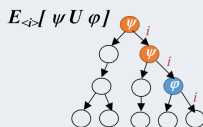
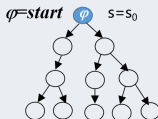
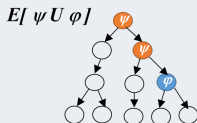
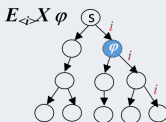
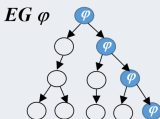
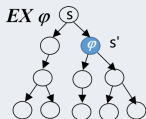
其中,  $p \in \mathcal{A}$ ,  $ind \in \text{Ind}$ 。

没有索引和 **start** 的公式称为 CTL 公式。



## 定义 5 (带索引的 CTL 的语义)

给定公式  $\varphi$ , 初始 Ind-Kripke 结构  $\mathcal{M} = (S, R, L, [\_], s_0)$  和状态  $s \in S$ .  $(\mathcal{M}, s)$  与  $\varphi$  之间的可满足关系  $(\mathcal{M}, s) \models \varphi$  定义如下:



## 小贴士

- **模型**: 满足公式  $\varphi$  的初始 Ind-结构称为  $\varphi$  的一个模型:  $Mod(\varphi)$ : 公式  $\varphi$  的所有模型构成的集合;
- **$IR(\varphi, V)$** : 如果存在一个公式  $\psi$  使得  $Var(\psi) \cap V = \emptyset$  且  $\varphi \equiv \psi$ , 则说  $\varphi$  与  $V$  中的原子命题**无关**, 简称为**V-无关**:  
 $Var(\varphi)$ : 出现在  $\varphi$  中的原子命题集;
- 可满足、逻辑蕴涵、逻辑等值、文字、子句等跟经典命题情形中的定义一样。



## SNF<sub>CTL</sub><sup>g</sup> 子句

具有下面几种形式的公式称为 CTL 全局子句分离范式 (separated normal form with global clauses for CTL, SNF<sub>CTL</sub><sup>g</sup> 子句) [8, 7]:

$AG(\text{start} \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(初始句, initial clause)
$AG(\top \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(全局子句, global clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AX \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(A-步子句, A-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} X \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(E-步子句, E-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AF l)$	(A-某时子句, A-sometime clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} F l)$	(E-某时子句, E-sometime clause)

其中  $k$  和  $n$  都是大于 0 的常量,  $l_i$  ( $1 \leq i \leq n$ )、 $m_j$  ( $1 \leq j \leq k$ ) 和  $l$  都是文字且  $ind \in \text{Ind}$ 。



## 转换规则

一个 CTL 公式  $\varphi$  可以通过下表中的规则转换为一个  $\text{SNF}_{\text{CTL}}^{\varepsilon}$  子句集, 记为  $T_{\varphi}$ 。

表 2: 转换规则

$\text{Trans(1)} \frac{q \rightarrow \text{ET}\varphi}{q \rightarrow \text{E}_{\langle \text{ind} \rangle} T\varphi};$	$\text{Trans(2)} \frac{q \rightarrow \text{E}(\varphi_1 \cup \varphi_2)}{q \rightarrow \text{E}_{\langle \text{ind} \rangle} (\varphi_1 \cup \varphi_2)};$	$\text{Trans(3)} \frac{q \rightarrow \varphi_1 \wedge \varphi_2}{q \rightarrow \varphi_1, q \rightarrow \varphi_2};$
$\text{Trans(4)} \frac{q \rightarrow \varphi_1 \vee \varphi_2 \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow \varphi_1 \vee p, p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans(5)} \frac{q \rightarrow D}{\top \rightarrow \neg q \vee D}; \frac{q \rightarrow \perp}{\top \rightarrow \neg q}; \frac{q \rightarrow \top}{\{ \}};$
$\text{Trans(6)} \frac{q \rightarrow Qx\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow Qx p, p \rightarrow \varphi};$		$\text{Trans(7)} \frac{q \rightarrow Q\mathbb{F}\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q\mathbb{F} p, p \rightarrow \varphi};$
$\text{Trans(8)} \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup p), p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans(10)} \frac{q \rightarrow QG\varphi}{q \rightarrow p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx p};$
$\text{Trans(9)} \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} p), p \rightarrow \varphi_2};$		
$\text{Trans(11)} \frac{q \rightarrow Q(\varphi \cup I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p), q \rightarrow Q\mathbb{F} I};$		$\text{Trans(12)} \frac{q \rightarrow Q(\varphi \mathbb{W} I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p)}.$

其中,  $T \in \{X, G, F\}$ ,  $\text{ind}$  是规则中引入的新索引且  $Q \in \{A, E_{\langle \text{ind} \rangle}\}$ ;  $q$  是一个原子命题,  $I$  是一个文字,  $D$  是文字的析取 (即子句),  $p$  是新的原子命题;  $\varphi, \varphi_1$ , 和  $\varphi_2$  都是 CTL 公式。





## 例 6

令  $\varphi = \neg AFp \wedge AF(p \wedge \top)$ , 下面给出将  $\varphi$  转换为  $SNF_{CTL}^g$  子句集的详细步骤。

(1) 将公式  $\varphi$  转换为其 NNF 形式:  $EG\neg p \wedge AF(p \wedge \top)$ ;

(2) 化简 (1) 中的公式为:  $EG\neg p \wedge AFP$ ;

(3) 使用转换规则转换  $\{AG(\mathbf{start} \rightarrow z), AG(z \rightarrow (EG\neg p \wedge AFP))\}$ , 详细步骤如下:

$$1. \mathbf{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow EG\neg p \wedge AFP$$

$$3. \boxed{z \rightarrow EG\neg p}$$

(2, Trans(3))

$$4. \boxed{z \rightarrow AFP}$$

(2, Trans(3))

$$5. z \rightarrow E_{(1)} G\neg p$$

(3, Trans(1))

$$6. z \rightarrow x$$

(5, Trans(10))

$$7. x \rightarrow \neg I$$

(5, Trans(10))

$$8. x \rightarrow E_{(1)} Gx$$

(5, Trans(10))

$$9. \top \rightarrow \neg z \vee x$$

(6, Trans(5))

$$10. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p$$

(7, Trans(5))

因此, 得到的  $\varphi$  对应的  $SNF_{CTL}^g$  子句集为:

$$1. \mathbf{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow AFP$$

$$3. x \rightarrow E_{(1)} Gx$$

$$4. \top \rightarrow \neg z \vee x$$

$$5. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p.$$



# $\mu$ -演算的语法和语义

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

不动点符号:  $\mu$  和  $\nu$ ;  $\mathcal{V}$ : 变元符号的可数集。

## 定义 7 ( $\mu$ -演算公式)

$\mu$ -演算公式 (简称为  $\mu$ -公式或公式) 递归定义如下:

$$\varphi ::= p \mid X \mid \neg \varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid AX\varphi \mid \nu X.\varphi$$

其中  $p \in \mathcal{A}$  且  $X \in \mathcal{V}$ 。

## 定义 8

给定  $\mu$ -演算公式  $\varphi$ 、Kripke 结构  $\mathcal{M} = (S, R, L, r)$  和一个从  $\mathcal{V}$  中的变量到  $\mathcal{M}$  中状态的赋值函数  $\nu: \mathcal{V} \rightarrow 2^S$ 。公式在  $\mathcal{M}$  和  $\nu$  上的解释是  $S$  的一个子集  $\|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}$  (如果在上下文中  $\mathcal{M}$  是明确的, 则可以省去上标):

$$\begin{aligned} \|\rho\|_{\nu}^{\mathcal{M}} &= \{s \mid \rho \in L(s)\}, \\ \|X\|_{\nu}^{\mathcal{M}} &= \nu(X), \\ \|\varphi_1 \vee \varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}} &= \|\varphi_1\|_{\nu}^{\mathcal{M}} \cup \|\varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}}, \\ \|AX\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} &= \{s \mid \forall s'. (s, s') \in R \Rightarrow s' \in \|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}\}, \\ \|\nu X.\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} &= \bigcup \{S' \subseteq S \mid S' \subseteq \|\varphi\|_{\nu[X:=S']}^{\mathcal{M}}\}. \end{aligned}$$

其中,  $\nu[X:=S']$  是一个赋值函数, 它除了  $\nu[X:=S'](X) = S'$  之外, 和  $\nu$  完全相同。

### 小贴士

- 赋值:  $(\mathcal{M}, s, \nu)$ ,  $(\mathcal{M}, \nu)$ ;
- 若  $s \in \|\varphi\|_{\nu}$ , 则称  $s$  “满足”  $\varphi$ , 记为  $(\mathcal{M}, s, \nu) \models \varphi$ ;
- 这里的 Kripke 结构不要求其二元关系是完全的;
- 当公式  $\varphi$  为  $\mu$ -句子时, 可以将赋值函数  $\nu$  省略;
- 范式: 析取  $\mu$ -公式。



6

### ● $\mu$ -演算

### 基于归结的遗忘计算方法

7

### ● $\mu$ -演算遗忘理论

8

9

### ● 基于归结的遗忘计算方法



# CTL 和 $\mu$ 遗忘理论——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介  
研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介  
基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

存在性、  
不同子类

## 1.1 CTL的遗忘理论

V-互模拟  
互模拟等价

$$\varphi' = \text{forget}(\varphi, V)$$

互模拟不变性

## 1.2 $\mu$ -演算的遗忘理论

命题-变元-互模拟

$$\psi' = \text{forget}(\psi, V)$$

基本性质：

(W)、(PP)、(NP)、  
(IR)可表达性理论

分解性

同质性... ..

遗忘存在性

负例

CTL遗忘不总是存在的

$\mu$ -演算下推理问题的复杂性：

Var-weak

$\psi \models ? \varphi'$

Exptime-complete

Var-independence

$\varphi' \equiv ? \varphi$

Var-strong

$\varphi' \models ? \psi$

Var-match

$\varphi' \equiv ? \psi$

Exptime

Model checking

$M \models ? \psi'$

Var-entailment

$\varphi' \models ? \psi'$

Var-equivalence

$\varphi' \equiv ? \psi'$

图 8: CTL 和  $\mu$ -演算遗忘理论



## 定义 9 ( $V$ -互模拟)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合  $I \subseteq \text{Ind}$  和初始 Ind-结构  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [\_], i, s_0^i)$  ( $i = 1, 2$ )。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$  为二元关系, 对任意  $s_1 \in S_1$  和  $s_2 \in S_2$ , 若  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则:

(i)  $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$ ;

(ii)  $\forall r_1 \in S_1$ , 若  $(s_1, r_1) \in R_1$ , 则  $\exists r_2 \in S_2$  使得  $(s_2, r_2) \in R_2$  和  $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ ;

(iii)  $\forall r_2 \in S_2$ , 若  $(s_2, r_2) \in R_2$ , 则  $\exists r_1 \in S_1$  使得  $(s_1, r_1) \in R_1$  和  $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称  $\mathcal{B}_V$  是  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间的一个  $V$ -互模拟关系。

- **结构互模拟**: 若  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间存在一个  $V$ -互模拟关系  $\mathcal{B}_V$  使得  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则称两个 Ind-结构  $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$  和  $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$  是  $V$ -互模拟的, 记为  $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$ ;
- **路径互模拟**: 令  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$  为  $\mathcal{M}_i$  上的路径, 若对任意  $j \geq 1$  都有  $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$ , 则称这两条路径是  $V$ -互模拟的, 记为  $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$ , 其中  $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。

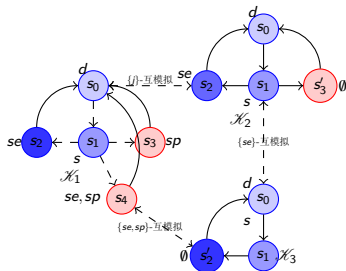


图 9: 汽车制造企业模型



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 9 (V-互模拟)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合  $I \subseteq \text{Ind}$  和初始 Ind-结构  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [\_], i, s_0^i)$  ( $i = 1, 2$ )。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$  为二元关系, 对任意  $s_1 \in S_1$  和  $s_2 \in S_2$ , 若  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则:

(i)  $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$ ;

(ii)  $\forall r_1 \in S_1$ , 若  $(s_1, r_1) \in R_1$ , 则  $\exists r_2 \in S_2$  使得  $(s_2, r_2) \in R_2$  和  $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ ;

(iii)  $\forall r_2 \in S_2$ , 若  $(s_2, r_2) \in R_2$ , 则  $\exists r_1 \in S_1$  使得  $(s_1, r_1) \in R_1$  和  $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称  $\mathcal{B}_V$  是  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间的一个 V-互模拟关系。

- **结构互模拟**: 若  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间存在一个 V-互模拟关系  $\mathcal{B}_V$  使得  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则称两个 Ind-结构  $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$  和  $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$  是 V-互模拟的, 记为  $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$ ;
- **路径互模拟**: 令  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$  为  $\mathcal{M}_i$  上的路径, 若对任意  $j \geq 1$  都有  $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$ , 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为  $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$ , 其中  $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。

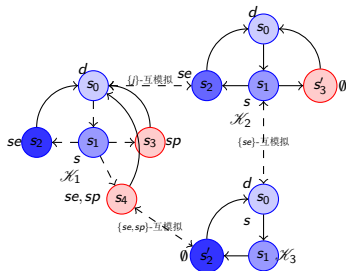


图 9: 汽车制造企业模型



## 定义 9 ( $V$ -互模拟)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合  $I \subseteq \text{Ind}$  和初始 Ind-结构  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [\_], i, s_0^i)$  ( $i = 1, 2$ )。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$  为二元关系, 对任意  $s_1 \in S_1$  和  $s_2 \in S_2$ , 若  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则:

$$(i) \quad L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V;$$

$$(ii) \quad \forall r_1 \in S_1, \text{ 若 } (s_1, r_1) \in R_1, \text{ 则 } \exists r_2 \in S_2 \text{ 使得 } (s_2, r_2) \in R_2 \text{ 和 } (r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V;$$

$$(iii) \quad \forall r_2 \in S_2, \text{ 若 } (s_2, r_2) \in R_2, \text{ 则 } \exists r_1 \in S_1 \text{ 使得 } (s_1, r_1) \in R_1 \text{ 和 } (r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V.$$

那么, 称  $\mathcal{B}_V$  是  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间的一个  $V$ -互模拟关系。

- **结构互模拟:** 若  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间存在一个  $V$ -互模拟关系  $\mathcal{B}_V$  使得  $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$ , 则称两个 Ind-结构  $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$  和  $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$  是  $V$ -互模拟的, 记为  $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$ ;
- **路径互模拟:** 令  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$  为  $\mathcal{M}_i$  上的路径, 若对任意  $j \geq 1$  都有  $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$ , 则称这两条路径是  $V$ -互模拟的, 记为  $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$ , 其中  $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。

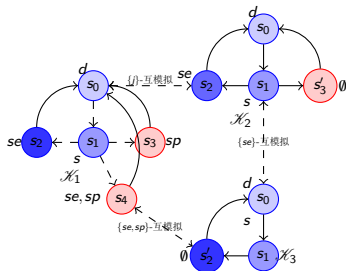


图 9: 汽车制造企业模型



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 10 (互模拟等价, bisimilar equivalence)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ , 公式  $\varphi$  和  $\psi$ 。若对任意  $\mathcal{K} \models \varphi$ , 都存在一个  $\mathcal{K}' \models \psi$ , 使得  $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$ ; 且对任意  $\mathcal{K}' \models \psi$ , 都存在一个  $\mathcal{K} \models \varphi$ , 使得  $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$ , 则称公式  $\varphi$  和  $\psi$  是 V-互模拟等价的 (bisimilar equivalence), 记为  $\varphi \equiv_V \psi$ 。

## 命题 3

令  $\varphi$  为一个 CTL 公式。则  $\varphi \equiv_U T_\varphi$ , 其中  $T_\varphi = \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$  和  $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ 。





基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 10 (互模拟等价, bisimilar equivalence)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ , 公式  $\varphi$  和  $\psi$ 。若对任意  $\mathcal{K} \models \varphi$ , 都存在一个  $\mathcal{K}' \models \psi$ , 使得  $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$ ; 且对任意  $\mathcal{K}' \models \psi$ , 都存在一个  $\mathcal{K} \models \varphi$ , 使得  $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$ , 则称公式  $\varphi$  和  $\psi$  是 V-互模拟等价的 (bisimilar equivalence), 记为  $\varphi \equiv_V \psi$ 。

## 命题 3

令  $\varphi$  为一个 CTL 公式。则  $\varphi \equiv_U T_\varphi$ , 其中  $T_\varphi = \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$  和  $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ 。



### 基于归结的遗忘计算方法

- (W) 削弱:  $\varphi \models \varphi'$ ;
- (PP) 正支持: 对任意与  $V$  无关的公式  $\eta$ , 若  $\varphi \models \eta$  则  $\varphi' \models \eta$ ;
- (NP) 负支持: 对任意与  $V$  无关的公式  $\eta$ , 若  $\varphi \not\models \eta$  则  $\varphi' \not\models \eta$ ;
- (IR) 无关性:  $\text{IR}(\varphi', V)$ 。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定理 12 (表达性定理, Representation Theorem)

给定 CTL 公式  $\varphi$  和  $\varphi'$ ,  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集。下面的陈述是等价的:

- (i)  $\varphi' \equiv F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ ,
- (ii)  $\varphi' \equiv \{\phi \mid \phi \models \varphi \text{ 和 } \text{IR}(\phi, V)\}$ ,
- (iii) 若  $\varphi$ 、 $\varphi'$  和  $V$  与 (i) 和 (ii) 中提到的符号相同, 则公设 **(W)**、**(PP)**、**(NP)** 和 **(IR)** 成立。



## 例 12

令  $p$  和  $x$  为两个不同的原子命题,  $\varphi(p, x)^a$  为下面公式合取 [6]:

$$AG(\neg x \wedge \neg AGp \rightarrow \neg AX\neg x), \quad AG(\neg AX\neg x \rightarrow AXx),$$

$$AG(AXx \rightarrow \neg x \wedge \neg AGp), \quad AG(x \rightarrow \neg AGp), \quad AG(AFAGp).$$

Maksimova 证明了  $\varphi(p, x) \wedge \varphi(p, y) \models x \leftrightarrow y$ , 且不存在 CTL 公式  $\psi$  使得  $Var(\psi) = \{p\}$  且  $\varphi(p, x) \models x \leftrightarrow \psi$ , 即 CTL 不具有 Beth 性质。

<sup>a</sup> $\varphi(p, x)$  表示具有原子命题集  $Var(\varphi) = \{p, x\}$  的公式。

## 命题 4

$F_{CTL}(x \wedge \varphi(p, x), \{x\})$  在 CTL 中是不可表示的。

## 定理 13

给定一个命题公式  $\varphi$  和原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ , 则下面逻辑等式成立。

$$F_{CTL}(\varphi, V) \equiv Forget(\varphi, V).$$



### 基于归结的遗忘计算方法



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容(一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容(二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容(二) 简介  
研究内容(二) 最弱充分  
条件

研究内容(二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 12 ( $V$ -互模拟)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和两个 Kripke 结构  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$ , 其中  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, r_i)$  ( $i=1,2$ ). 若  $\mathcal{B} \subseteq S_1 \times S_2$  满足下面几个条件:

- $r_1 \mathcal{B} r_2$ ,
- 对任意  $s \in S_1$  和  $t \in S_2$ , 若  $s \mathcal{B} t$ , 则对任意  $p \in \mathcal{A} - V$ , 有  $p \in L_1(s)$  当且仅当  $p \in L_2(t)$ ,
- 若  $(s, s') \in R_1$  和  $s \mathcal{B} t$ , 则存在一个  $t'$ , 使得  $s' \mathcal{B} t'$  和  $(t, t') \in R_2$ , 且
- 若  $s \mathcal{B} t$  和  $(t, t') \in R_2$ , 则存在一个  $s'$ , 使得  $(s, s') \in R_1$  和  $t' \mathcal{B} s'$ .

则称  $\mathcal{B}$  是  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  的  $V$ -互模拟关系。

$\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{M}_2$ 、 $(\mathcal{M}_1, r_1) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}_2, r_2)$ : 如果  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间存在一个  $V$ -互模拟关系。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 例 12 (不变性反例)

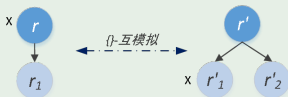
令  $\varphi = AX \neg X \vee AX X$ ,  $(\mathcal{M}, \nu)$  和  $(\mathcal{M}', \nu')$  为赋值, 其中  $\mathcal{M} = (S, r, R, L)$ ,  $\mathcal{M}' = (S', r', R', L')$  且

$$S = \{r, r_1\}, R = \{(r, r_1)\}, L(r) = L(r_1) = \emptyset, \nu(X) = \{r_1\},$$

$$S' = \{r', r'_1, r'_2\}, R' = \{(r', r'_1), (r', r'_2)\}, L(r') = L(r'_1) = L(r'_2) = \emptyset, \nu'(X) = \{r'_1\}.$$

$\mathcal{B} = \{(r, r'), (r_1, r'_1), (r_1, r'_2)\}$  是  $\mathcal{M}$  和  $\mathcal{M}'$  之间的一个  $\emptyset$ -互模拟。

但是,  $(\mathcal{M}, \nu) \models \varphi$  而  $(\mathcal{M}', \nu') \not\models \varphi$ 。





基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 12 (变元 -命题 -互模拟)

给定  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\mathcal{V}_1 \subseteq \mathcal{V}$ 、 $\mathcal{M}_i = (S_i, r_i, R_i, L_i)$  为 Kripke 结构、 $s_i \in S_i$  且  $v_i: \mathcal{V} \rightarrow 2^{S_i}$ , 其中  $i \in \{1, 2\}$ 。若关系  $\mathcal{B} \subseteq S_1 \times S_2$  满足:

- $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}$ ,
- $\mathcal{B}$  是  $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$  之间的  $V$ -互模拟, 且
- 对任意  $(t_1, t_2) \in \mathcal{B}$  和  $X \in \mathcal{V} - \mathcal{V}_1$ ,  $t_2 \in v_2(X)$  当且仅当  $t_1 \in v_1(X)$ 。

则称  $\mathcal{B}$  是  $(\mathcal{M}_1, s_1, v_1)$  和  $(\mathcal{M}_2, s_2, v_2)$  之间的一个  $(\mathcal{V}_1, V)$ -互模拟。

## 命题 6 (不变性)

令  $\varphi$  为  $\mu$ -公式、 $\mathcal{V}_1 \subseteq \mathcal{V}$  且  $V \subseteq \mathcal{A}$ 。若  $(\mathcal{M}, s, v) \leftrightarrow_{(\mathcal{V}_1, V)} (\mathcal{M}', s', v')$  且  $\text{IR}(\varphi, V \cup \mathcal{V}_1)$ , 则  $(\mathcal{M}, s, v) \models \varphi$  当且仅当  $(\mathcal{M}', s', v') \models \varphi$ 。





## 定义 13 ( $\mu$ -演算遗忘)

令  $V \subseteq \mathcal{A}$  和  $\varphi$  为  $\mu$ -公式。若  $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$  且下面等式成立, 则称  $\psi$  是从  $\varphi$  中遗忘  $V$  后得到的结果:

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

## 与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

## 定理 14 (存在性)

给定原子命题  $q \in \mathcal{A}$  和  $\mu$ -句子  $\varphi$ , 则存在一个  $\mu$ -句子  $\psi$  使得  $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$  且  $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

## 命题 7 (同质性)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和  $\mu$ -公式  $\varphi$ , 则:

(iii) 如果  $vX.\varphi$  为  $\mu$ -句子,  $F_\mu(vX.\varphi, V) \equiv vX.F_\mu(\varphi, V)$ ;

(iv) 如果  $\mu X.\varphi$  为  $\mu$ -句子,  $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）简介

研究内容（二）最弱充分  
条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 定义 13 ( $\mu$ -演算遗忘)

令  $V \subseteq \mathcal{A}$  和  $\varphi$  为  $\mu$ -公式。若  $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$  且下面等式成立，则称  $\psi$  是从  $\varphi$  中遗忘  $V$  后得到的结果：

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

## 与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

## 定理 14 (存在性)

给定原子命题  $q \in \mathcal{A}$  和  $\mu$ -句子  $\varphi$ ，则存在一个  $\mu$ -句子  $\psi$  使得  $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$  且  $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

## 命题 7 (同质性)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和  $\mu$ -公式  $\varphi$ ，则：

(iii) 如果  $\nu X.\varphi$  为  $\mu$ -句子， $F_\mu(\nu X.\varphi, V) \equiv \nu X.F_\mu(\varphi, V)$ ；

(iv) 如果  $\mu X.\varphi$  为  $\mu$ -句子， $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）简介

研究内容（二）最弱充分  
条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## x-类

不含有点操作符的  $\mu$ -公式集，记为 **x-类**。通过等值式：

$$\bullet AX\varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \equiv AX(\varphi_1 \wedge \varphi_2); \text{ 和}$$

$$\bullet EX\varphi_1 \vee EX\varphi_2 \equiv EX(\varphi_1 \vee \varphi_2);$$

可以将 **x-类**中的任意公式转换为具有下面形式的公式的析取：

$$\varphi_0 \wedge AX\varphi_1 \wedge EX\varphi_2 \wedge \cdots \wedge EX\varphi_n, \quad (1)$$

其中  $\varphi_0$  是不含有时序算子的 **x-类**中的公式， $\varphi_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 为 **x-类**中的公式，且任意  $\varphi_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) 都有可能缺失。

## 命题 8

若  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集、 $\varphi$  为 **x-类**中的公式，则存在 **x-类**中的公式  $\psi$  使得  $\psi \equiv F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论  
在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 命题 9 (模型检测)

给定一个有限的 Kripke 结构  $\mathcal{M}$ 、一个  $\mu$ -句子  $\varphi$  和原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 。有:

- (i) 判定  $\mathcal{M} \models^? F_\mu(\varphi, V)$  在 EXPTIME 中;
- (ii) 若  $\varphi$  是一个析取  $\mu$ -公式, 则判定  $\mathcal{M} \models^? F_\mu(\varphi, V)$  在  $NP \cap co-NP$  中。

## 定理 15 (Entailment)

给定  $\mu$ -句子  $\varphi$  和  $\psi$ ,  $V$  为原子命题集, 则:

- (i) 判定  $F_\mu(\varphi, V) \models^? \psi$  是 EXPTIME-完全的,
- (ii) 判定  $\psi \models^? F_\mu(\varphi, V)$  在 EXPTIME 里,
- (iii) 判定  $F_\mu(\varphi, V) \models^? F_\mu(\psi, V)$  在 EXPTIME 里。



- 背景知识
  - Kripke 结构
  - CTL 的语法和语义
  - $\mu$ -演算
- 研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论
  - CTL 遗忘理论
  - $\mu$ -演算遗忘理论
- 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用
  - 研究内容（二）简介
  - 研究内容（二）最弱充分条件
  - 研究内容（二）知识更新
- CTL 遗忘计算方法
  - 简介
  - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
  - 基于归结的遗忘计算方法



## 研究内容（二）简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介

研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

- 反应式系统被表示成 Kripke 结构；
- 初始 Kripke 结构的特征公式看作 CTL 公式—— $\mathcal{F}_d(\mathcal{M})$ ；

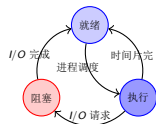
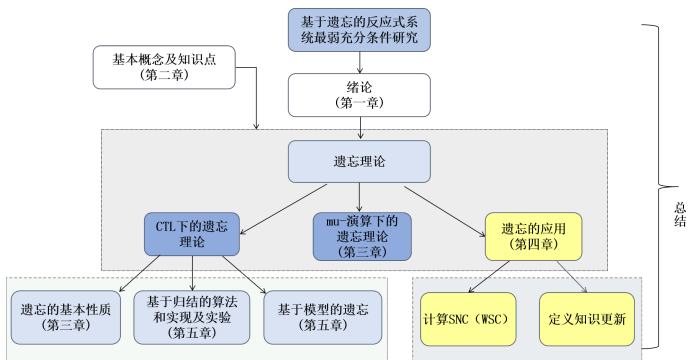


图 10: 进程的三种基本状态及其转换





## 定义 16 (充分和必要条件)

给定两个公式  $\varphi$  和  $\psi$ ,  $V \subseteq \text{Var}(\varphi)$ ,  $q \in \text{Var}(\varphi) - V$  和  $\text{Var}(\psi) \subseteq V$ 。

- 若  $\varphi \models q \rightarrow \psi$ , 则称  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的必要条件 (necessary condition, NC) ;
- 若  $\varphi \models \psi \rightarrow q$ , 则称  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的充分条件 (sufficient condition, SC) ;
- 若  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的必要条件, 且对于任意  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的必要条件  $\psi'$ , 都有  $\varphi \models \psi \rightarrow \psi'$ , 则称  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的最强必要条件 (strongest necessary condition, SNC) ;
- 若  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的充分条件, 且对于任意  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的充分条件  $\psi'$ , 都有  $\varphi \models \psi' \rightarrow \psi$ , 则称  $\psi$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的最弱充分条件 (weakest sufficient condition, WSC) 。

## 定理 17

给定公式  $\varphi$ 、原子命题集  $V \subseteq \text{Var}(\varphi)$  和原子命题  $q \in \text{Var}(\varphi) - V$ 。

- $F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的  $\text{SNC}$ ;
- $\neg F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge \neg q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$  是  $q$  在  $V$  和  $\varphi$  上的  $\text{WSC}$ 。



## 约定

- 本小节假设所有初始结构都是有限的，即：状态来源于有限状态空间且  $\mathcal{A}$  为有限原子命题集；
- 任意  $\mathcal{A}$  上的有限初始结构  $\mathcal{M}$ （为了简化符号，用初始 Kripke 结构  $\mathcal{M}$  代替初始结构  $(\mathcal{M}, s_0)$ ）都能用一个 CTL 公式——特征公式  $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$  来表示；
- 给定公式  $\varphi$  和  $\psi$ ， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$  为使得  $F_{CTL}(\varphi, V_{min}) \wedge \psi$  可满足的极小子集。
- 记

$$\bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi)$$

为所有  $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi$  的模型集合的并集。

## 定义 18

给定公式  $\Gamma$  和  $\varphi$ 。知识更新操作  $\diamond_{CTL}$  定义如下：

$$Mod(\Gamma \diamond_{CTL} \varphi) = \bigcup_{\mathcal{M} \in Mod(\Gamma)} \bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \varphi),$$

其中， $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$  是  $\mathcal{M}$  在  $\mathcal{A}$  上的特征公式， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$  是使得  $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min})$  可满足的极小子集。





## 定义 19

给定三个有限初始结构  $\mathcal{M}$ 、 $\mathcal{M}_1$  和  $\mathcal{M}_2$ ， $\mathcal{M}_1$  比  $\mathcal{M}_2$  更接近  $\mathcal{M}$ （记为  $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ ），当且仅当对任意  $V_2 \subseteq \mathcal{A}$ ，若  $\mathcal{M}_2 \leftrightarrow_{V_2} \mathcal{M}$ ，则存在  $V_1 \subseteq V_2$  使得  $\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_{V_1} \mathcal{M}$ 。 $\mathcal{M}_1 <_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$  当且仅当  $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$  且  $\mathcal{M}_2 \not\leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_1$ 。

## 例 20

如图 11 中的三个初始结构。

可以检查  $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j\}} \mathcal{M}_1$ ， $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j, ch\}} \mathcal{M}_2$ ， $\{j\} \subseteq \{j, ch\}$ ，且对任意原子命题集  $V \subset \{j\}$ （或  $V \subset \{j, ch\}$ ），有  $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_1$ （或  $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_2$ ）。因此， $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 。

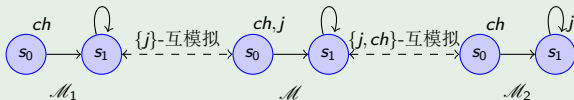


图 11: 初始结构间的  $\leq_{\mathcal{M}}$  关系。

从而为系统正确性和系统更新提供了理论依据。



### 基于归结的遗忘计算方法

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ≡ ↺ 🔍 ↻



- 背景知识
  - Kripke 结构
  - CTL 的语法和语义
  - $\mu$ -演算

### 基于归结的遗忘计算方法

## 7 研究内容（一）：CTL 和 $\mu$ -演算的遗忘理论

## 8 研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

## 9 CTL 遗忘计算方法



# 简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介  
研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

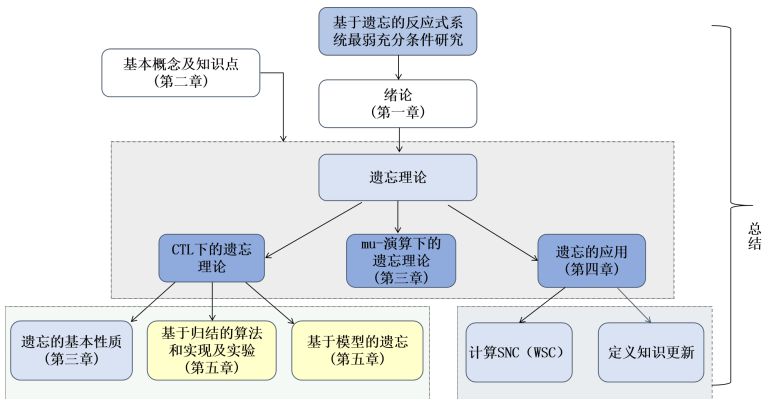
CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

- 基于模型的计算方法；
- 基于归结的计算方法（CTL-forget 算法）；
- 基于 Prolog 的 CTL-forget 算法实现。





# 基于模型的计算方法总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识  
Kripke 结构  
CTL 的语法和语义  
 $\mu$ -演算  
研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论  
CTL 遗忘理论  
 $\mu$ -演算遗忘理论  
研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用  
研究内容 (二) 简介  
研究内容 (二) 最弱充分条件  
研究内容 (二) 知识更新  
CTL 遗忘计算方法  
简介  
基于模型的有界 CTL 遗忘计算  
基于归结的遗忘计算方法

## 基于模型的有界 CTL 计算方法

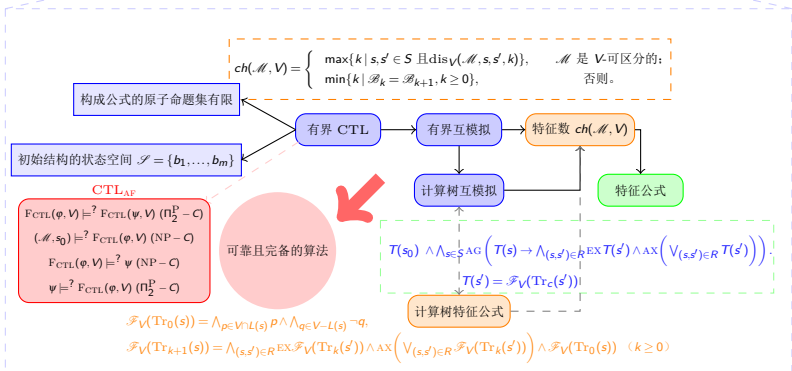


图 11: 基于模型的有界 CTL 遗忘方法



$\mathcal{B}_n^V$

令  $V \subseteq \mathcal{A}$  是原子命题集,  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_0^i)$  是初始 Kripke 结构,  $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$  是结构.  $\mathcal{B}_n^V$  递归定义如下:

- 若  $L_1(s_1) - V = L_2(s_2)$ , 则  $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$ ;
- 对任意  $n \geq 0$ , 若满足下面几个条件  $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_{n+1}^V$  成立:

- $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$ ;
- 对任意  $(s_1, s'_1) \in R_1$ , 存在  $(s_2, s'_2) \in R_2$ , 使得  $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ ;
- 对任意  $(s_2, s'_2) \in R_2$ , 存在  $(s_1, s'_1) \in R_1$ , 使得  $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ .

其中  $\mathcal{K}_i' = (\mathcal{M}_i, s'_i)$ .

## 定义 22 (有界 V-互模拟)

令  $V$  是  $\mathcal{A}$  的一个子集,  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\mathcal{K}_1$  和  $\mathcal{K}_2$  是结构。

- $\mathcal{K}_1$  和  $\mathcal{K}_2$  是有界 V-互模拟的, 当且仅当对所有  $n \geq 0$ , 都有  $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_n$ . 若  $\mathcal{K}_1$  和  $\mathcal{K}_2$  是有界 V-互模拟的, 则记为  $\mathcal{K}_1 \overset{B}{\leftrightarrow}_V \mathcal{K}_2$ .
- 对  $\mathcal{M}_i$  上的路径  $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ , 若对于任意  $j \in \mathbb{N}_{\geq 1}^a$ , 都有  $\mathcal{K}_{1,j} \overset{B}{\leftrightarrow}_V \mathcal{K}_{2,j}$ , 则  $\pi_1 \overset{B}{\leftrightarrow}_V \pi_2$ . 其中  $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ .

<sup>a</sup> $\mathbb{N}$  为整数集,  $\mathbb{N}_{\geq 1}$  是大于等于 1 的整数集。



$$\mathcal{B}_n^V$$

令  $V \subseteq \mathcal{A}$  是原子命题集,  $i \in \{1, 2\}$ ,  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_i^j)$  是初始 Kripke 结构,  $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$  是结构。  $\mathcal{B}_n^V$  递归定义如下:

- 若  $L_1(s_1) - V = L_2(s_2)$ , 则  $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$ ;
- 对任意  $n \geq 0$ , 若满足下面几个条件  $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_{n+1}^V$  成立:
  - $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$ ;
  - 对任意  $(s_1, s'_1) \in R_1$ , 存在  $(s_2, s'_2) \in R_2$ , 使得  $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ ;
  - 对任意  $(s_2, s'_2) \in R_2$ , 存在  $(s_1, s'_1) \in R_1$ , 使得  $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ 。

其中  $\mathcal{K}_i' = (\mathcal{M}_i, s_i')$ 。

## 定理 22

令  $V \subseteq \mathcal{A}$  和  $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$  ( $i \in \{1, 2\}$ )。若  $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_i^j)$  是有限的初始 Kripke 结构, 则  $s_1$  和  $s_2$  是有界  $V$ -互模拟的, 当且仅当  $s_1 \leftrightarrow_V s_2$ 。



## 计算树

给定一个初始 Kripke 结构  $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$  和一个状态  $s \in S$ ,  $\mathcal{M}$  上以  $s$  为根节点、深度为  $n$  ( $n \geq 0$ ) 的计算树  $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s)$  递归定义如下 [1]:

- $\text{Tr}_0^{\mathcal{M}}(s)$  是只有一个节点  $s$  (其标签为  $L(s)$ ) 的树。
- $\text{Tr}_{n+1}^{\mathcal{M}}(s)$  是以  $s$  为根节点 (标签为  $L(s)$ ) 的树, 并且若  $(s, s') \in R$ , 则  $s$  有一棵子树  $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s')$ 。

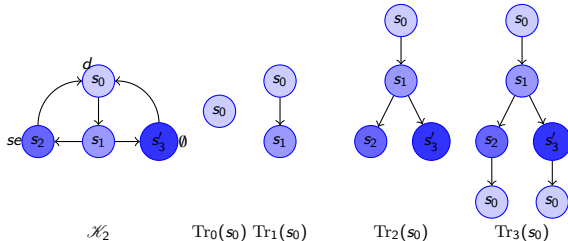


图 12: 初始结构  $\mathcal{K}_2$  及其计算树示意图





### 基于归结的遗忘计算方法

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ | ≡ ↺ 🔍 ↻



## 计算树互模拟

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和初始 Kripke 结构  $\mathcal{M}_i$  ( $i = 1, 2$ )。如果下面条件同时满足：

- $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$ ,
- 对  $\text{Tr}_n(s_1)$  的任意子树  $\text{Tr}_{n-1}(s'_1)$ ，都存在  $\text{Tr}_n(s_2)$  的子树  $\text{Tr}_{n-1}(s'_2)$ ，使得  $\text{Tr}_{n-1}(s'_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_{n-1}(s'_2)$ ，且
- 对任意  $\text{Tr}_n(s_2)$  的子树  $\text{Tr}_{n-1}(s'_2)$ ，都存在  $\text{Tr}_n(s_1)$  的子树  $\text{Tr}_{n-1}(s'_1)$ ，使得  $\text{Tr}_{n-1}(s'_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_{n-1}(s'_2)$ ；

则称  $\mathcal{M}_1$  的计算树  $\text{Tr}_n(s_1)$  和  $\mathcal{M}_2$  的计算树  $\text{Tr}_n(s_2)$  是  $V$ -互模拟的（记为  $(\mathcal{M}_1, \text{Tr}_n(s_1)) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}_2, \text{Tr}_n(s_2))$ ，简写为  $\text{Tr}_n(s_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_n(s_2)$ ）。

## 命题 10

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、初始 Kripke 结构  $\mathcal{M}$  和两个状态  $s, s' \in S$ 。若  $s \not\leftrightarrow_V s'$ ，则存在一个最小整数  $k$ ，使得  $\text{Tr}_k(s)$  和  $\text{Tr}_k(s')$  不是  $V$ -互模拟的。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）简介

研究内容（二）最弱充分  
条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## V-可区分

若初始 Kripke 结构  $\mathcal{M}$  的两个状态  $s$  和  $s'$  不是  $\bar{V}$ -互模拟的（即： $s \not\sim_{\bar{V}} s'$ ），则称  $s$  和  $s'$  是 V-可区分的。用  $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)$  表示状态  $s$  和  $s'$  在命题10中所说的最小数  $k$  下是 V-可区分的。

## 特征数

$\mathcal{M}$  关于原子命题集  $V$  的特征数，记为  $ch(\mathcal{M}, V)$  定义如下：

$$ch(\mathcal{M}, V) = \begin{cases} \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)\}, & \mathcal{M} \text{ 是 } V\text{-可区分的;} \\ \min\{k \mid \mathcal{B}_k = \mathcal{B}_{k+1}, k \geq 0\}, & \text{否则。} \end{cases}$$



## 定义 24 (特征公式)

给定原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和初始结构  $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ , 其中  $c = ch(\mathcal{M}, V)$ 。对任意  $\mathcal{M}$  上的状态  $s' \in S$ , 记  $T(s') = \mathcal{F}_V(\text{Tr}_c(s'))$ 。 $\mathcal{K}$  关于  $V$  的特征公式  $\mathcal{F}_V(\mathcal{K})$  定义为:

$$T(s_0) \wedge \bigwedge_{s \in S} \text{AG} \left( T(s) \rightarrow \bigwedge_{(s, s') \in R} \text{EX } T(s') \wedge \text{AX} \left( \bigvee_{(s, s') \in R} T(s') \right) \right).$$

## 定理 25

令  $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$  且  $\mathcal{M}' = (S', R', L', s'_0)$ , 则:

- (i)  $(\mathcal{M}', s'_0) \models \mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0)$  当且仅当  $(\mathcal{M}, s_0) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}', s'_0)$ ;
- (ii) 若  $s_0 \leftrightarrow_V s'_0$  则  $\mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) \equiv \mathcal{F}_V(\mathcal{M}', s'_0)$ 。

相互互模拟的结构特征公式等价。



# 基于模型的有界 CTL 遗忘计算——描述初始结构：特征公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介  
研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 例 24

考虑右下图左边的初始结构  $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}, s_0)$ 。左边的为  $\mathcal{M}$  上的四棵计算树：从左到右表示以  $s_0$  为根、深度分别为 0、1、2 和 3 的计算树（为简化图，计算树的标签没有给出，但是每个树节点的标签可从  $\mathcal{K}_2$  找到）。令  $V = \{d\}$ ，则  $\bar{V} = \{s, se\}$ 。因为  $L(s_1) - \bar{V} = L(s_2) - \bar{V}$ ，所以有  $\text{Tr}_0(s_1) \leftrightarrow \bar{V} \text{Tr}_0(s_2)$ 。由于存在  $(s_1, s_2) \in R$ ，使得对任意  $(s_2, s') \in R$ ，都有  $L(s_2) - \bar{V} \neq L(s') - \bar{V}$ ，所以， $\text{Tr}_1(s_1) \not\leftrightarrow \bar{V} \text{Tr}_1(s_2)$ 。由此可知， $s_1$  和  $s_2$  是  $V$ -可区分的，且  $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s_2, 1)$ 。同理可得： $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_1, 0)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s'_3, 1)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_2, 0)$  和  $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s'_3, 0)$ 。此外， $s_2 \leftrightarrow \bar{V} s'_3$ 。因此，可以计算  $\mathcal{M}$  关于  $V$  的特征数为：

$$\text{ch}(\mathcal{M}, V) = \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k) = 1\}.$$

所以，可以由以下步骤计算  $\mathcal{K}_2$  关于  $V$  的特征公式：

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_0)) &= d, & \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_1)) &= \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_2)) &= \neg d, & \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s'_3)) &= \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_0)) &= \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} \neg d \wedge d \equiv \text{AX} \neg d \wedge d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_1)) &= \text{EX} \neg d \wedge \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} (\neg d \vee \neg d) \wedge \neg d \equiv \text{AX} \neg d \wedge \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)) &= \text{EX} d \wedge \text{AX} d \wedge \neg d \equiv \text{AX} d \wedge \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s'_3)) &\equiv \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)), \\ \mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) &\equiv \text{AX} \neg d \wedge d \wedge \end{aligned}$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge d)).$$

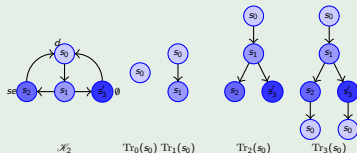


图 13: 初始结构  $\mathcal{K}_2$  及其计算树示意图



## 例 25 (例 ?? 的延续)

令  $\mathcal{A} = \{d, se, sp, s\}$  和  $V = \{d, se\}$ , 求  $s$  在  $V$  和初始结构  $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$  上的 WSC, 其中  $\mathcal{M}$  为例 1 中初始状态为  $s_0$  的汽车制造企业模型结构。

$s$  在  $V$  和初始结构  $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$  上的 WSC 为  $\neg F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$ 。

$$\begin{aligned} F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\}) \\ \equiv F_{CTL}(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{sp\}), \{s\}) \\ \equiv F_{CTL}(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}), \{sp\}) \wedge \neg s, \{s\}). \end{aligned}$$

$F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}), \{sp\}) \equiv \mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K})$   
所以要计算  $\neg F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$ ,

只需计算  $\neg F_{CTL}(\mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\})$ 。

令  $V' = V \cup \{s\} = \{d, se, s\}$ ,

则  $V' = \{sp\}$ 。

$$\begin{aligned} & \neg F_{CTL}(\mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\}) \\ & \equiv \neg F_{CTL}(\mathcal{F}_{V' \cup \{s\}}(\mathcal{K}), \{s\}) \\ & \equiv \neg F_{CTL}(\psi \wedge \text{AG}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4), \{s\}) \\ & \equiv \neg (F_{CTL}(\psi \wedge \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4, \{s\}) \wedge \text{AG} F_{CTL}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4, \{s\})) \\ & \equiv \neg \left( \left( d \vee ((d \vee se) \wedge \text{AX}(d \wedge \neg se)) \vee ((d \vee se \vee \text{AX} \neg d) \wedge \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \text{EX}(\neg d \wedge se) \wedge \text{EX}(\neg d \wedge \neg se)) \right) \vee (d \wedge \text{AX}(\neg d \wedge \neg se)) \vee ((d \vee \neg se) \wedge \text{EX} \neg d) \right) \wedge \\ & \quad \text{AG} \left( ((d \vee se) \wedge \text{AX}(d \wedge \neg se)) \vee (\text{AX} \neg d \wedge \text{EX}(\neg d \wedge se) \wedge \right. \\ & \quad \left. \left. \text{EX}(\neg d \wedge \neg se)) \vee ((d \vee se) \wedge \text{AX}(\neg d \wedge \neg se)) \vee \text{EX} \neg d \right) \right). \end{aligned}$$



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 引理 26

给定 CTL 公式  $\varphi$ , 下面等式成立:

$$\varphi \equiv \bigvee_{(\mathcal{M}, s_0) \in \text{Mod}(\varphi)} \mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}, s_0).$$

## 遗忘封闭性

从  $\varphi$  中遗忘  $V$  中的元素得到的结果为:

$$\bigvee_{\mathcal{K} \in \{\mathcal{K}' \mid \exists \mathcal{K}'' \in \text{Mod}(\varphi), \mathcal{K}'' \leftrightarrow_V \mathcal{K}'\}} \mathcal{F}_V(\mathcal{K}).$$



# 基于模型的遗忘算法

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 算法 5.1 基于模型的CTL遗忘过程

**Input:** CTL公式 $\varphi$ 和原子命题集 $V$

**Output:**  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$

```

 $\psi \leftarrow \perp$  foreach  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{I}$  上的初始结构  $\mathcal{H}$  do
  if  $\mathcal{H} \not\models \varphi$  then continue
  foreach 满足  $\mathcal{H} \leftrightarrow_V \mathcal{H}'$  的初始结构  $\mathcal{H}'$  do
     $\psi \leftarrow \psi \vee F_V(\mathcal{H}')$ 
  end
end
return  $\psi$ 

```

## 命题 10

令  $\varphi$  为 CTL 公式,  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集, 状态空间大小为  $|\mathcal{S}| = m$ ,  $|\mathcal{A}| = n$ ,  $|V| = x$ 。使用算法 5.1 计算从  $\varphi$  中遗忘  $V$  中原子的空间复杂度为  $O((n-x)m^{2(m+2)}2^{nm} \log m)$ , 且时间复杂性至少与空间复杂性相同。





$\text{CTL}_{\text{AF}}$ : 表示 CTL 公式只包含时序算子 AF 的子类。

## 命题 11 (模型检测)

给定一个结构  $(\mathcal{M}, s_0)$ 、原子命题集  $V \subseteq \mathcal{A}$  和公式  $\varphi \in \text{CTL}_{\text{AF}}$ , 判定  $(\mathcal{M}, s_0)$  是否为  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$  的模型是 NP-完全的。

## 定理 27 (Entailment)

令  $\varphi$  和  $\psi$  为  $\text{CTL}_{\text{AF}}$  中的两个公式,  $V$  为原子命题集。则:

- (i) 判定  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? \psi$  是 co-NP-完全的,
- (ii) 判定  $\psi \models^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$  是  $\Pi_2^P$ -完全的,
- (iii) 判定  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$  是  $\Pi_2^P$ -完全的。

## 推论 28

令  $\varphi$  和  $\psi$  为  $\text{CTL}_{\text{AF}}$  中的两个公式,  $V$  原子公式集。则

- (i) 判定  $\psi \equiv^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$  是  $\Pi_2^P$ -完全的,
- (ii) 判定  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? \varphi$  是 co-NP-完全的,
- (iii) 判定  $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$  是  $\Pi_2^P$ -完全的。



# 基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介

研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

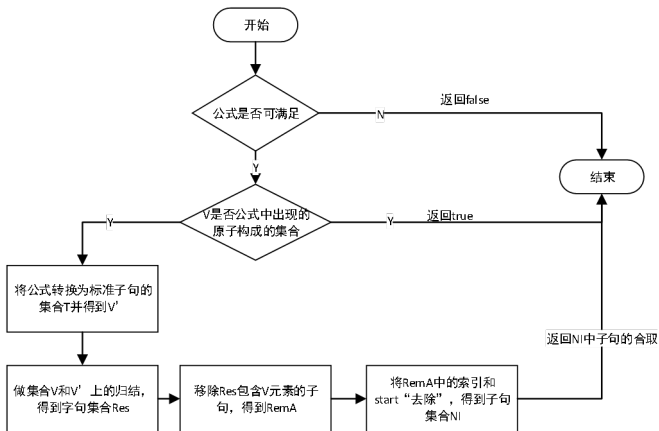


图 14: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系?
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引?



# 基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容（二）简介  
研究内容（二）最弱充分条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介  
基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

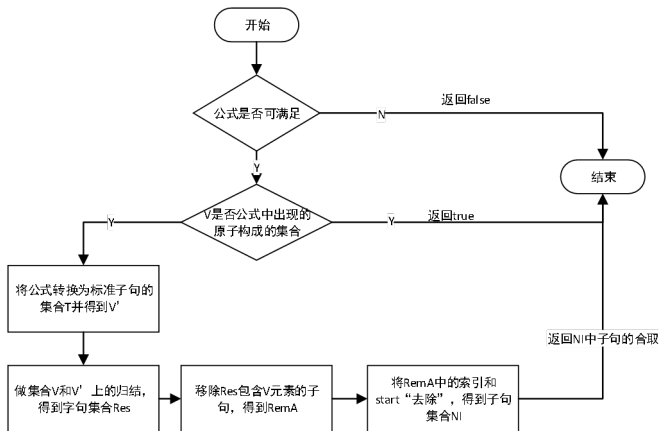


图 14: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系？
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引？



# 基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容（一）：CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容（二）遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容（二）简介  
研究内容（二）最弱充分  
条件

研究内容（二）知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

表 3:  $R_{CTL}^{>S}$  归结系统

(SRES1) $\frac{P \rightarrow AX(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow AX(C \vee D)}$ ;	(SRES2) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$ ;
(SRES3) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$ ;	(SRES4) $\frac{start \rightarrow C \vee I, start \rightarrow D \vee \neg I}{start \rightarrow C \vee D}$ ;
(SRES5) $\frac{T \rightarrow C \vee I, start \rightarrow D \vee \neg I}{start \rightarrow C \vee D}$ ;	(SRES6) $\frac{T \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow AX(C \vee D)}$ ;
(SRES7) $\frac{T \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$ ;	(SRES8) $\frac{T \rightarrow C \vee I, T \rightarrow D \vee \neg I}{T \rightarrow C \vee D}$ ;
(RW1) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow AX \perp}{T \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$ ;	(RW2) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow E_{(ind)}X \perp}{T \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$ ;
(ERES1) $\frac{\Lambda \rightarrow EXEG I, Q \rightarrow AF \neg I}{Q \rightarrow A(\neg \Lambda W \neg I)}$ ;	(ERES2) $\frac{\Lambda \rightarrow E_{(ind)}X E_{(ind)}G I, Q \rightarrow E_{(ind)}F \neg I}{Q \rightarrow E_{(ind)}(\neg \Lambda W \neg I)}$ .

其中  $P$  和  $Q$  是文字的合取,  $C$  和  $D$  是文字的析取,  $I$  是一个文字, 称每条规则横线下面的公式为横线上面的公式关于文字  $I$  的归结结果。此外,  $\Lambda = \bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^m P_j^i$ ,  $P_j^i$  是文字的析取, 其中  $1 \leq i \leq n$  和  $1 \leq j \leq m$ 。



基于遗忘的反应  
式系统最弱充分  
条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL  
和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理  
论在反应式系统中的应  
用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分  
条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗  
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 记号

- 令  $T$  为  $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$  子句集,  $p$  为原子命题。  $T$  在  $p$  上的展开 (记为  $\text{UF}(T, p)$ ) 是集合  $T$  和如下集合的并集:

$\{\alpha \mid \alpha \text{ 是 } T \text{ 中的公式关于文字 } l \in \{p, \neg p\} \text{ 的归结结果}\}.$

- $\text{UF}(T, \emptyset) = T$  且  $\text{UF}(T, \{p\} \cup V) = \text{UF}(\text{UF}(T, p), V);$
- $\text{ERes}(\varphi, V) = \{\alpha \in \text{UF}(T_\varphi, V) \mid \text{Var}(\alpha) \cap V = \emptyset\}.$

## 命题 12

令  $\varphi$  为一个 CTL 公式,  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集。则  $T_\varphi \equiv_U \text{ERes}(\varphi, V)$ , 其中  $U = \text{Var}(\text{UF}(T_\varphi, V)) - (\text{Var}(\varphi) - V)$ 。



# 基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 例 29

令  $\varphi = A((p \wedge q) \vee (f \vee m)) \wedge r$ ,  $V = \{p, r\}$ , 则  $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$  除了  $T_\varphi$  中的子句,

$$1: \text{start} \rightarrow z,$$

$$2: T \rightarrow \neg z \vee r,$$

$$3: T \rightarrow \neg x \vee f \vee m,$$

$$4: T \rightarrow y \vee x \vee \neg z,$$

$$5: T \rightarrow p \vee \neg y,$$

$$6: T \rightarrow \neg y \vee q,$$

$$7: z \rightarrow AFx,$$

$$8: y \rightarrow AX(y \vee x).$$

还包含如下子句:

$$(1) \text{start} \rightarrow r$$

$$(1, 2, \text{SRES5})$$

$$(2) \text{start} \rightarrow x \vee y$$

$$(1, 4, \text{SRES5})$$

$$(3) T \rightarrow \neg z \vee y \vee f \vee m$$

$$(3, 4, \text{SRES8})$$

$$(4) y \rightarrow AX(f \vee m \vee y)$$

$$(3, 8, \text{SRES6})$$

$$(5) T \rightarrow \neg z \vee x \vee p$$

$$(4, 5, \text{SRES8})$$

$$(6) T \rightarrow \neg z \vee x \vee q$$

$$(4, 6, \text{SRES8})$$

$$(7) y \rightarrow AX(x \vee p)$$

$$(5, 8, \text{SRES6})$$

$$(8) y \rightarrow AX(x \vee q)$$

$$(6, 8, \text{SRES6})$$

$$(9) \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y$$

$$(3, (2), \text{SRES5})$$

$$(10) \text{start} \rightarrow x \vee p$$

$$(5, (2), \text{SRES5})$$

$$(11) \text{start} \rightarrow x \vee q$$

$$(6, (2), \text{SRES5})$$

$$(12) T \rightarrow p \vee \neg z \vee f \vee m$$

$$(5, (3), \text{SRES8})$$

$$(13) T \rightarrow q \vee \neg z \vee f \vee m$$

$$(6, (3), \text{SRES8})$$

$$(14) y \rightarrow AX(p \vee f \vee m)$$

$$(5, (4), \text{SRES6})$$

$$(15) y \rightarrow AX(q \vee f \vee m)$$

$$(6, (4), \text{SRES6})$$

$$(16) \text{start} \rightarrow f \vee m \vee p$$

$$(5, (9), \text{SRES5})$$

$$(17) \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q$$

$$(6, (9), \text{SRES5})$$

在从  $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$  中移除包含  $V$  中元素的子句后, 得到  $\underline{ERes}(\varphi, V)$ , 其包含如下子句:

$$\text{start} \rightarrow z, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \quad \text{start} \rightarrow x \vee y, \quad \text{start} \rightarrow q \vee x, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$$

$$T \rightarrow f \vee m \vee \neg x, \quad T \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \quad T \rightarrow f \vee m \vee \neg z \vee y,$$

$$T \rightarrow q \vee x \vee \neg z, \quad T \rightarrow x \vee y \vee \neg z, \quad T \rightarrow q \vee \neg y, \quad z \rightarrow AFx,$$

$$y \rightarrow AX(q \vee f \vee m), \quad y \rightarrow AX(x \vee q), \quad y \rightarrow AX(x \vee y), \quad y \rightarrow AX(f \vee m \vee y).$$

可以看出, 尽管  $\underline{ERes}(\varphi, V)$  中不包含具有索引的公式, 但有的子句包含出现在  $T_\varphi$  中的新原子命题。



## 两个主要过程

- 消除索引;
- 移除新引入的原子命题。

## 引理 30

如果  $j \in \mathcal{J}$ ,  $\psi_i, \varphi_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 为 CTL 公式, 那么:

- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow E_{(j)} X (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv_0 \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow EX (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{(\psi_1 \rightarrow E_{(j)} F \varphi_1), (\psi_2 \rightarrow E_{(j)} X \varphi_2)\} \equiv_0$   
 $(\psi_1 \rightarrow \varphi_1 \vee EX EF \varphi_1) \wedge (\psi_2 \rightarrow EX \varphi_2) \wedge (\psi_1 \wedge \psi_2 \rightarrow ((\varphi_1 \wedge EX \varphi_2) \vee EX (\varphi_2 \wedge EF \varphi_1))).$



# 基于归结的算法 CTL-forget——转写句为 CTL 公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

$\mu$ -演算

研究内容 (一): CTL 和  $\mu$ -演算的遗忘理论

CTL 遗忘理论

$\mu$ -演算遗忘理论

研究内容 (二) 遗忘理论在反应式系统中的应用

研究内容 (二) 简介

研究内容 (二) 最弱充分条件

研究内容 (二) 知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

## 算法 5.2 RM-index( $\Sigma$ )

**Input:** 有限  $\text{SNF}_{\text{CTL}}^s$  子句集  $\Sigma$

**Output:** CTL 公式集

**foreach**  $\Sigma$  中拥有相同索引  $\langle i \rangle$  的 E-子句构成的极大子集  $\Delta$  **do**

**if** 存在索引为  $\langle i \rangle$  的 E-某时子句  $\alpha \in \Sigma$  **then**

**foreach**  $\beta \in \text{rei}(\Delta)$  **do**  $\Sigma \leftarrow \Sigma \cup \text{rfi}(\alpha, \beta)$   $\Sigma \leftarrow \Sigma - \{\alpha\}$

**end**

$\Sigma \leftarrow \Sigma - \Delta \cup \text{rxi}(\Delta)$

**end**

**return**  $\Sigma$

$\text{rei}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$ ,

$\text{rxi}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$ ,  $\text{rfi}(\{\beta_1, \alpha_2\})$  分别

表示引理 30 中 (i)、(ii)、(iii) 等号  $\equiv_*$

( $*$   $\in \{\text{空字符串}, \emptyset\}$ ) 的右边,

$\alpha_i = \psi_i \rightarrow E_{\langle j \rangle} X \varphi_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 且

$\beta_1 = \psi_1 \rightarrow E_{\langle j \rangle} F \varphi_1$ .

## 推论 30

如果  $\varphi$  为一个 CTL 公式、 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ ,  $V \subseteq \mathcal{A}$  为原子命题集、

$\Sigma = \text{ERes}(\text{UF}(\varphi, V \cup U), V)$ , 那么  $\text{RM-index}(\Sigma) \equiv_\emptyset \Sigma$ .

## 引理 31 (一般化的 Ackermann 引理)

令  $x$  为一个原子命题、 $\Delta = \{\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_1), \dots,$

$\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_n), \text{AG}(x \rightarrow B_1), \dots, \text{AG}(x \rightarrow B_m)\}$  为只包含一个  $x$  的 CTL 公式集 ( $n, m \geq 1$ )、

$\Gamma$  为  $x$  正出现在其中的有限个 CTL 公式集。下面式子成立:

$$\Gamma \cup \Delta \equiv_{\{x\}} \Gamma \left[ x / \bigwedge (\{C_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{B_i \mid 1 \leq i \leq m\}) \right]. \quad (2)$$





## 例 30 (例 30 的延续)

首先考虑原子命题  $x$ ,  $\Delta = \{T \rightarrow fV mV \neg x\}$  和  $\Gamma = \underline{ERes}(\varphi, V) - \Delta$ .  $\Gamma$  中包含  $x$  的公式关于  $x$  都为正的, 因此  $\Gamma[x/(fV m)]$  包含如下公式:

$$\text{start} \rightarrow z, \quad \text{start} \rightarrow fV mV q, \quad \text{start} \rightarrow fV mV y,$$

$$T \rightarrow qV fV mV \neg z, \quad T \rightarrow fV mV yV \neg z, \quad T \rightarrow qV \neg y, \quad z \rightarrow AF(fV m),$$

$$y \rightarrow AX(qV fV m), \quad y \rightarrow AX(fV mV y).$$

第二步考虑原子命题  $z$ ,  $\Delta' = \{T \rightarrow qV fV mV \neg z, T \rightarrow fV mV yV \neg z, z \rightarrow AF(fV m)\}$  和  $\Gamma' = \Gamma[x/(fV m)] - \Delta'$ , 其中  $z$  正出现在  $\Gamma'$  中。因此,

$\Gamma'' = \Gamma'[z/(qV fV m) \wedge (fV mV y) \wedge AF(fV m)]$  包含如下公式:

$$\text{start} \rightarrow (qV fV m) \wedge (fV mV y) \wedge AF(fV m), \quad \text{start} \rightarrow fV mV q, \quad \text{start} \rightarrow fV mV y,$$

$$T \rightarrow qV \neg y, \quad y \rightarrow AX(qV fV m), \quad y \rightarrow AX(fV mV y).$$

不难证明  $\underline{ERes}(\varphi, V) \equiv_{\{x,z\}} \Gamma''$ . 因为  $\Gamma''$  包含一个公式, 其关于  $y$  既不是正的也不是负的。因此, 这里不能对  $\Gamma''$  和  $y$  使用上述过程。



## 算法 5.3 CTL-forget( $\varphi, V$ )

**Input:** CTL 公式  $\varphi$  和原子命题集  $V$

**Output:** 公式集

**if**  $\varphi \equiv \perp$  **then return**  $\perp$  ;

**if**  $V = \text{Var}(\varphi)$  **then return**  $\top$  ;

$T_\varphi \leftarrow \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{UF}(T_\varphi, V \cup U)$ , 其中  $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{ERes}(\Sigma, V)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{RM-index}(\Sigma)$  ;

$\Sigma \leftarrow \text{GAL}(\Sigma, \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi))$  ;

用  $\varphi$  替换  $\Sigma$  中的初始子句 “ $\text{AG}(\text{start} \rightarrow \varphi)$ ” ;

**return**  $\Sigma$

// 若公式不可满足

// 若遗忘所有原子

// 将  $\varphi$  转

// 移除包

// 移除留

## 定理 31 (可靠性)

若  $\varphi$  为一个 CTL 公式、 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\Sigma = \text{CTL-forget}(\varphi, V)$  且  $U = \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi)$ , 则:

(i)  $\Sigma \equiv_{V \cup U} \varphi$ ,

(ii) 若  $U = \emptyset$ , 则  $\Sigma \equiv_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。



### 例 31 (例 31 的延续)

容易看出  $\text{CTL-forget}(\varphi, \{p, r\})$  包含下面的公式

$$(q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m), \quad \text{AG}(\top \rightarrow q \vee \neg y), \\ \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m)), \quad \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y)).$$

### 命题 12 (遗忘存在的子类)

给定 CTL 公式  $\varphi$ , 若  $\varphi$  满足下面约束: (1)  $\varphi$  中不包括操作符  $Pt\mathcal{T}$  (其中  $Pt \in \{A, E\}$  且  $\mathcal{T} \in \{U, G\}$ ); (2) 对于任意原子命题  $p \in V$ , 若  $p$  和  $\neg p$  出现在同一时序算子的范围内。那么,  $CTL\text{-forget}(\varphi, V) \equiv F_{CTL}(\varphi, V)$ 。