



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

二〇二二年六月

姓名： 冯仁艳

导师： 王以松

联合导师： Erman Acar¹

研究方向： 软件工程技术与人工智能

¹LIACS, Leiden University, The Netherlands



1 绪论

2 背景知识

- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算

3 CTL 和 μ -演算遗忘理论

- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论

4 遗忘理论在反应式系统中的应用

- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新

5 CTL 遗忘计算方法

6 总结与展望



研究背景和意义——系统正确对国防、太空勘测和交通运输至关重要

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



图 1: 系统故障引起的系列灾难现场

表 1: 由系统故障引起的重大事件概览

时间	事故原因	损失
1991 年	美国爱国者导弹系统舍入错误	28 名士兵死亡、100 人受伤等
1996 年	阿丽亚娜 5 火箭代码重用	火箭与其它卫星毁灭
1999 年	火星探测器用错度量单位	探测器坠毁并造成了 3.27 亿美元的损失
2011 年	温州 7.23 动车 <u>信号设备</u> 在设计上存在严重的缺陷	动车脱节脱轨、多人失去生命



研究背景和意义：形式化验证为系统的正确提供了有力依据

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

自动定理证明 (Automated theorem proving)

令 ϕ_{imp} 和 ϕ_{spec} 分别表示系统模型和规范对应的时序逻辑公式：

- $\phi_{imp} \rightarrow \phi_{spec}$, 或
- $\phi_{imp} \leftrightarrow \phi_{spec}$.

消解 (Resolution)

表推理 (Tableau)

Hoare 三元组

Hoare三元组: $\{P\} S \{Q\}$

最弱前件 (WP) 演算

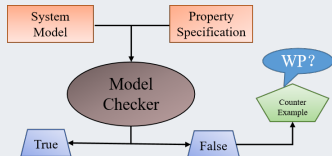
负例产生

系统精化

程序终止、
寻找不变式

模型检测 (Model Checking)

- $\mathcal{M} \models? \phi_{spec}$.
- 反应式系统 (reactive system): 是指与环境有着持续不断交互的系统。
- 如何计算反应式系统的 WP?





例 1 (汽车制造企业模型)

一个汽车制造企业能够生产两种汽车：小轿车 (se) 和跑车 (sp)。每隔一段时间，该企业都会做一个生产决策 (d)，即：合理的生产计划。刚开始的时候，该企业做出了具有三个选择 (s) 的方案：

- (1) 先生产足够的 se ，然后在再生产 sp ；
- (2) 先生产足够的 sp ，然后再生产 se ；
- (3) 同时生产 se 和 sp 。

这一过程可以由图 2 中的 Kripke 结构（带标签的状态转换图） $\mathcal{M} = (S, R, L)$ 形式化地展现出来，其中：

- $V = \{d, s, se, sp\}$ 为该工厂所需要考虑的原子命题集；
- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 为状态空间；
- $R = \{(s_0, s_1), (s_1, s_2), (s_1, s_3), (s_1, s_4), (s_2, s_0), (s_3, s_0), (s_4, s_0)\}$ 为状态转换关系集；
- $L : S \rightarrow 2^V$ 为标签函数，具体地： $L(s_0) = \{d\}$ 、 $L(s_1) = \{s\}$ 、 $L(s_2) = \{se\}$ 、 $L(s_3) = \{sp\}$ 和 $L(s_4) = \{se, sp\}$ 。

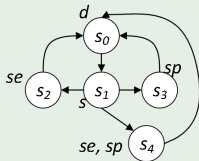


图 2: 汽车制造企业模型

假定，由于经济危机或者战略调整，导致该企业不能再生生产跑车。这意味着所有规范和 Kripke 结构都不再需要考虑 sp 的，因此应该“移除”。



最强必要条件 (SNC) 和最弱充分条件 (WSC)

SNC 和 WSC 分别用于描述给定理论下的最一般的结果 (consequence) 和最一般的诱因 (abduction) [4]。满足下面两个条件的 φ 称为 q 在理论 Σ 下的 SNC:

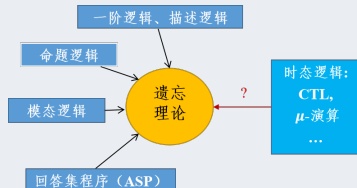
- (1) $\Sigma \models q \rightarrow \varphi$;
- (2) 对任意 φ' 且 $\Sigma \models q \rightarrow \varphi'$, 有 $\Sigma \models \varphi \rightarrow \varphi'$ 。

满足下面两个条件的 ψ 称为 q 在理论 Σ 下的 (WSC):

- (1) $\Sigma \models \psi \rightarrow q$;
- (2) 对任意 ψ' 且 $\Sigma \models \psi' \rightarrow q$, 有 $\Sigma \models \psi' \rightarrow \psi$ 。

遗忘理论 (Forgetting)

遗忘是一种从理论中抽取知识的技术 [5], 被用于规划[2, 3] 和知识更新中 [9]。非形式化地, 对于逻辑语言 L 中的任意公式和原子集合, 如果从该公式中遗忘掉该原子集合后得到的结果仍然在 L 中, 则称遗忘存在, 同时也称该公式和原子集合的遗忘存在。





A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



国内外研究现状

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

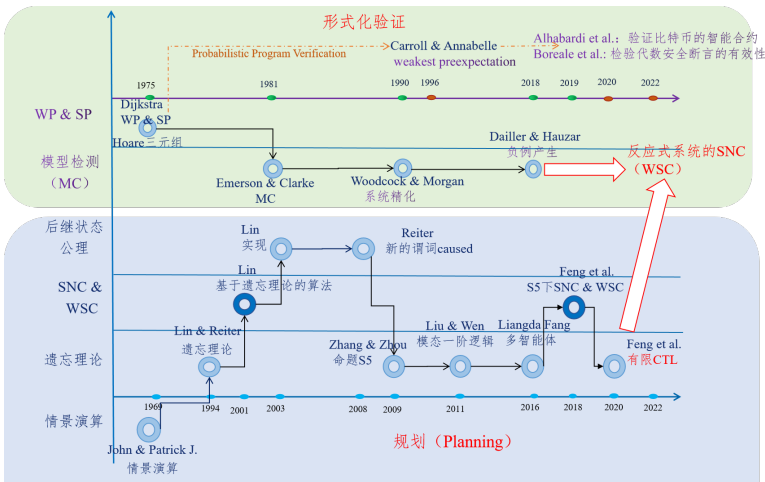
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献





研究目标

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

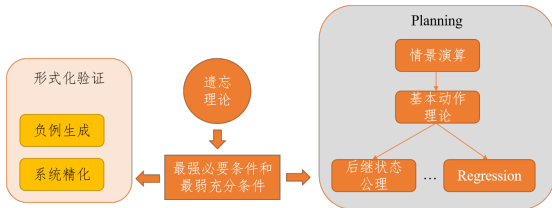
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



通过人工智能的知识表示与推理 (KR) 技术, 从遗忘理论出发, 研究反应式系统(在某个符号集上)SNC 和 WSC 的表示与计算, 提高反应式系统的可靠性 (或辅助证明反应式系统的正确性)。



研究内容

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
- 计算 CTL 遗忘的计算方法

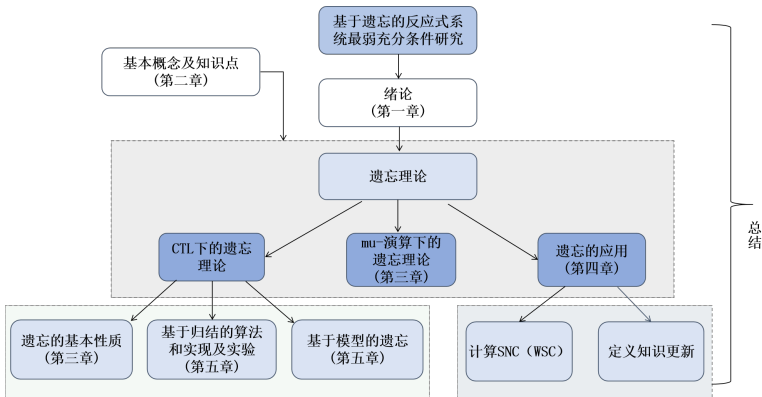


图 3: 文章组织结构示意图



拟解决的关键科学问题

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

拟解决的关键科学问题

- CTL 的遗忘什么情形下存在? (CTL 不具有均匀插值 (uniform interpolation) 性质)
- 遗忘理论与反应式系统的 SNC 和 WSC 的关系
 - 反应式系统不终止
 - 遗忘理论的作用对象是公式
- CTL 和 μ -演算的遗忘在推理问题上的复杂性



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

参考文献

2 背景知识

- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算

- 3 CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论

- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望

 \mathcal{A} : 原子命题的集合

Ind: 索引的集合

一个初始 Ind-Kripke 结构是一个五元组 $\mathcal{M} = (S, R, L, [_], s_0)$, 其中:

- S 是状态的非空集合, s_0 是 \mathcal{M} 的初始状态 (参见下文);
- $R \subseteq S \times S$ 是状态转换函数, 且对任意 $s \in S$, 存在 $s' \in S$ 使得 $(s, s') \in R$;
- $L: S \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$ 是一个标签函数;
- $[_]: \text{Ind} \rightarrow 2^{S \times S}$ 是一个函数, 其使得对任意 $ind \in \text{Ind}$, 若 $s \in S$, 则存在唯一一个 $s' \in S$ 使得 $(s, s') \in [ind] \cap R$ 。

- (Ind-) 结构: 初始 (Ind-)Kripke 结构 \mathcal{M} 和是 \mathcal{M} 中的状态 s 构成的二元组 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$;
- 初始 (Ind-) 结构: (Ind-) 结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$ 中 s 为初始状态的情形。



CTL 的语言符号

- 原子命题集 \mathcal{A} ; 可数无限索引集合 Ind ; 命题常量 **start**;
- 常量符号: \top 和 \perp , 分别表示“真”和“假”;
- 联结符号: \vee 和 \neg , 分别表示“析取”和“否定”;
- 路径量词: A 、 E 和 E_{ind} , 分别表示“所有”、“存在”和“存在索引为 $ind \in \text{Ind}$ ”的路径;
- 时序操作符: X 、 F 、 G 、 U 和 W , 分别表示“下一个状态”、“将来某一个状态”、“将来所有状态”、“直到”和“除非”;
- 标点符号: “(” 和 “)”。

定义 3 (带索引的 CTL)

带索引的 CTL 公式的存在范式 (existential normal form, ENF)可以用巴科斯范式递归定义如下:

$$\phi ::= \text{start} \mid \perp \mid p \mid \neg\phi \mid \phi \vee \phi \mid EX\phi \mid EG\phi \mid E(\phi \cup \phi) \mid E_{\langle ind \rangle}X\phi \mid E_{\langle ind \rangle}G\phi \mid E_{\langle ind \rangle}(\phi U \phi)$$

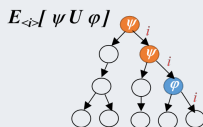
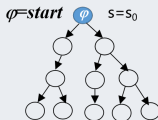
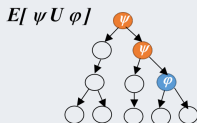
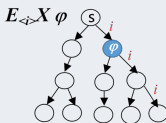
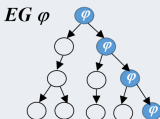
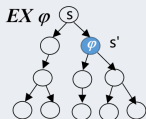
其中, $p \in \mathcal{A}$, $ind \in \text{Ind}$ 。

没有索引和 **start** 的公式称为 CTL 公式。



定义 4 (带索引的 CTL 的语义)

给定公式 φ , 初始 Ind-Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, [_], s_0)$ 和状态 $s \in S$. (\mathcal{M}, s) 与 φ 之间的可满足关系 $(\mathcal{M}, s) \models \varphi$ 定义如下:



小贴士

- 模型: 满足公式 φ 的初始 Ind-结构称为 φ 的一个模型: $Mod(\varphi)$: 公式 φ 的所有模型构成的集合:
- $IR(\varphi, V)$: 如果存在一个公式 ψ 使得 $Var(\psi) \cap V = \emptyset$ 且 $\varphi \equiv \psi$, 则说 φ 与 V 中的原子命题无关, 简称为 V-无关:
 $Var(\varphi)$: 出现在 φ 中的原子命题集;
- 可满足、逻辑蕴涵、逻辑等值、文字、子句等跟经典命题情形中的定义一样。



SNF_{CTL}^g 子句

具有下面几种形式的公式称为 CTL 全局子句分离范式 (separated normal form with global clauses for CTL, SNF_{CTL}^g 子句) [8, 7]:

$AG(\text{start} \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(初始句, initial clause)
$AG(\top \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(全局子句, global clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AX \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(A-步子句, A-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} X \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(E-步子句, E-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AF l)$	(A-某时子句, A-sometime clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} F l)$	(E-某时子句, E-sometime clause)

其中 k 和 n 都是大于 0 的常量, l_i ($1 \leq i \leq n$)、 m_j ($1 \leq j \leq k$) 和 l 都是文字且 $ind \in \text{Ind}$ 。



转换规则

一个 CTL 公式 φ 可以通过下表中的规则转换为一个 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^{\varepsilon}$ 子句集, 记为 T_{φ} 。

表 2: 转换规则

$\text{Trans}(1) \frac{q \rightarrow \text{ET}\varphi}{q \rightarrow \text{E}\langle \text{ind} \rangle T\varphi};$	$\text{Trans}(2) \frac{q \rightarrow \text{E}(\varphi_1 \cup \varphi_2)}{q \rightarrow \text{E}\langle \text{ind} \rangle (\varphi_1 \cup \varphi_2)};$	$\text{Trans}(3) \frac{q \rightarrow \varphi_1 \wedge \varphi_2}{q \rightarrow \varphi_1, q \rightarrow \varphi_2};$
$\text{Trans}(4) \frac{q \rightarrow \varphi_1 \vee \varphi_2 \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow \varphi_1 \vee p, p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans}(5) \frac{q \rightarrow D}{\top \rightarrow \neg q \vee D}; \frac{q \rightarrow \perp}{\top \rightarrow \neg q}; \frac{q \rightarrow \top}{\{\}};$
$\text{Trans}(6) \frac{q \rightarrow Qx\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow Qx p, p \rightarrow \varphi};$		$\text{Trans}(7) \frac{q \rightarrow Q\mathbb{F}\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q\mathbb{F} p, p \rightarrow \varphi};$
$\text{Trans}(8) \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup p), p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans}(10) \frac{q \rightarrow QG\varphi}{q \rightarrow p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx p};$
$\text{Trans}(9) \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} p), p \rightarrow \varphi_2};$		
$\text{Trans}(11) \frac{q \rightarrow Q(\varphi \cup I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p), q \rightarrow Q\mathbb{F} I};$		$\text{Trans}(12) \frac{q \rightarrow Q(\varphi \mathbb{W} I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p)}.$

其中, $T \in \{X, G, F\}$, ind 是规则中引入的新索引且 $Q \in \{A, E, \langle \text{ind} \rangle\}$; q 是一个原子命题, I 是一个文字, D 是文字的析取 (即子句), p 是新的原子命题; φ , φ_1 , 和 φ_2 都是 CTL 公式。



例 5

令 $\varphi = \neg \text{AF} p \wedge \text{AF}(p \wedge \top)$, 下面给出将 φ 转换为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集的详细步骤。

(1) 将公式 φ 转换为其 NNF 形式: $\text{EG} \neg p \wedge \text{AF}(p \wedge \top)$;

(2) 化简 (1) 中的公式为: $\text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p$;

(3) 使用转换规则转换 $\{\text{AG}(\text{start} \rightarrow z), \text{AG}(z \rightarrow (\text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p))\}$, 详细步骤如下:

$$1. \text{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow \text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p$$

$$3. z \rightarrow \text{EG} \neg p \quad (2, \text{Trans}(3))$$

$$4. z \rightarrow \text{AF} p \quad (2, \text{Trans}(3))$$

$$5. z \rightarrow E_{(1)} G \neg p \quad (3, \text{Trans}(1))$$

$$6. z \rightarrow x \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$7. x \rightarrow \neg I \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$8. x \rightarrow E_{(1)} G x \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$9. \top \rightarrow \neg z \vee x \quad (6, \text{Trans}(5))$$

$$10. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p \quad (7, \text{Trans}(5))$$

因此, 得到的 φ 对应的 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集为:

$$1. \text{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow \text{AF} p$$

$$3. x \rightarrow E_{(1)} G x$$

$$4. \top \rightarrow \neg z \vee x$$

$$5. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p.$$



μ -演算的语法和语义

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

不动点符号: μ 和 ν ; \mathcal{V} : 变元符号的可数集。

定义 6 (μ -演算公式)

μ -演算公式 (简称为 μ -公式或公式) 递归定义如下:

$$\varphi ::= p \mid X \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{AX}\varphi \mid \nu X.\varphi$$

其中 $p \in \mathcal{A}$ 且 $X \in \mathcal{V}$ 。

定义 7

给定 μ -演算公式 φ 、Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, r)$ 和一个从 \mathcal{V} 中的变量到 \mathcal{M} 中状态的赋值函数 $\nu: \mathcal{V} \rightarrow 2^S$ 。公式在 \mathcal{M} 和 ν 上的解释是 S 的一个子集 $\|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}$ (如果在上下文中 \mathcal{M} 是明确的, 则可以省去上标):

$$\|p\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \{s \mid p \in L(s)\},$$

$$\|X\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \nu(X),$$

$$\|\varphi_1 \vee \varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \|\varphi_1\|_{\nu}^{\mathcal{M}} \cup \|\varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}},$$

$$\|\text{AX}\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \{s \mid \forall s'. (s, s') \in R \Rightarrow s' \in \|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}\},$$

$$\|\nu X.\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \bigcup \{S' \subseteq S \mid S' \subseteq \|\varphi\|_{\nu[X:=S']}^{\mathcal{M}}\}.$$

其中, $\nu[X:=S']$ 是一个赋值函数, 它除了 $\nu[X:=S'](X) = S'$ 之外, 和 ν 完全相同。

小贴士

- 赋值: (\mathcal{M}, s, ν) , (\mathcal{M}, ν) ;
- 若 $s \in \|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}$, 则称 s “满足” φ , 记为 $(\mathcal{M}, s, \nu) \models \varphi$;
- 这里的 Kripke 结构不要求其二元关系是完全的;
- 当公式 φ 为 μ -句子时, 可以将赋值函数 ν 省略;
- 范式: 析取 μ -公式。



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

3 CTL 和 μ -演算遗忘理论

- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



CTL 和 μ 遗忘理论——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

存在性、
不同子类

1.1 CTL的遗忘理论

↓ V-互模拟
互模拟等价

$$\varphi' = \text{forget}(\varphi, V)$$

互模拟不变性

1.2 μ -演算的遗忘理论

↓ 命题-变元-互模拟

$$\psi' = \text{forget}(\psi, V)$$

基本性质:

(W)、(PP)、(NP)、
(IR)可表达性理论

分解性

同质性... ..

遗忘存在性

负例

CTL遗忘不总是存在的

推理问题的复杂性:

Var-weak

$$\psi \models \varphi'$$

Exptime-complete

Var-independence

$$\varphi' \equiv \varphi$$

Var-strong

$$\varphi' \models \psi$$

Var-match

$$\varphi' \equiv \psi$$

Exptime

Model checking

$$M \models \psi'$$

Var-entailment

$$\varphi' \models \psi'$$

Var-equivalence

$$\varphi' \equiv \psi'$$

图 4: CTL 和 μ 遗忘理论



基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 8 (V-互模拟)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

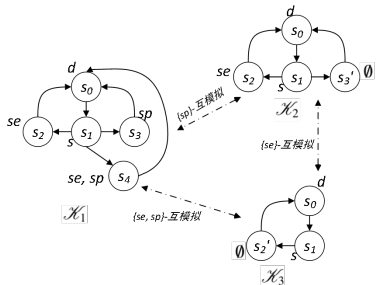
(i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;

(ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;

(iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 8 (V-互模拟)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

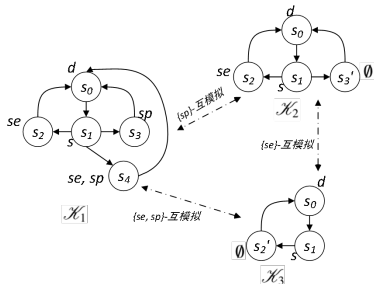
(i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;

(ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;

(iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 8 (V-互模拟)

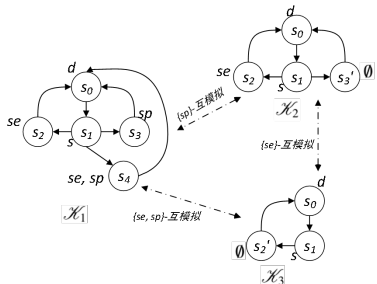
给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

- (i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;
- (ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;
- (iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 9 (互模拟等价, bisimilar equivalence)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$, 公式 φ 和 ψ 。若对任意 $\mathcal{K} \models \varphi$, 都存在一个 $\mathcal{K}' \models \psi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$; 且对任意 $\mathcal{K}' \models \psi$, 都存在一个 $\mathcal{K} \models \varphi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$, 则称公式 φ 和 ψ 是 V-互模拟等价的 (bisimilar equivalence), 记为 $\varphi \equiv_V \psi$ 。

命题 1

令 φ 为一个 CTL 公式。则 $\varphi \equiv_U T_\varphi$, 其中 $T_\varphi = \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$ 和 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ 。



参考文献

(IR) 无关性: $\text{IR}(\phi', V)$ 。



参考文献

- (i) $\varphi' \equiv F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$,
(ii) $\varphi' \equiv \{\phi \mid \varphi \models \phi \text{ 和 } \text{IR}(\phi, V)\}$,
(iii) 若 φ 、 φ' 和 V 与 (i) 和 (ii) 中提到的符号相同, 则公设 **(W)**、**(PP)**、**(NP)** 和 **(IR)** 成立。



例 11

令 p 和 x 为两个不同的原子命题, $\varphi(p, x)^a$ 为下面公式合取 [6]:

$$AG(\neg x \wedge \neg AGp \rightarrow \neg AX\neg x), \quad AG(\neg AX\neg x \rightarrow AXx),$$

$$AG(AXx \rightarrow \neg x \wedge \neg AGp), \quad AG(x \rightarrow \neg AGp), \quad AG(AGAGp).$$

Maksimova 证明了 $\varphi(p, x) \wedge \varphi(p, y) \models x \leftrightarrow y$, 且不存在 CTL 公式 ψ 使得 $Var(\psi) = \{p\}$ 且 $\varphi(p, x) \models x \leftrightarrow \psi$, 即 CTL 不具有 Beth 性质。

^a $\varphi(p, x)$ 表示具有原子命题集 $Var(\varphi) = \{p, x\}$ 的公式。

命题 2

$F_{CTL}(x \wedge \varphi(p, x), \{x\})$ 在 CTL 中是不可表示的。

定理 12

给定一个命题公式 φ 和原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$, 则下面逻辑等式成立。

$$F_{CTL}(\varphi, V) \equiv Forget(\varphi, V).$$



参考文献

$$F_{\text{CTL}}(\mathcal{PT}\phi, P) \equiv \mathcal{PT}F_{\text{CTL}}(\phi, P).$$



◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ◻ ↺ 🔍 ↻



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

例 11 (不变性反例)

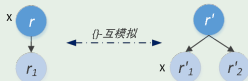
令 $\varphi = AX \neg X \vee AX X$, (\mathcal{M}, ν) 和 (\mathcal{M}', ν') 为赋值, 其中 $\mathcal{M} = (S, r, R, L)$ 、 $\mathcal{M}' = (S', r', R', L')$ 且

$$S = \{r, r_1\}, R = \{(r, r_1)\}, L(r) = L(r_1) = \emptyset, \nu(X) = \{r_1\},$$

$$S' = \{r', r'_1, r'_2\}, R' = \{(r', r'_1), (r', r'_2)\}, L(r') = L(r'_1) = L(r'_2) = \emptyset, \nu'(X) = \{r'_1\}.$$

$\mathcal{B} = \{(r, r'), (r_1, r'_1), (r_1, r'_2)\}$ 是 \mathcal{M} 和 \mathcal{M}' 之间的一个 \emptyset -互模拟。

但是, $(\mathcal{M}, \nu) \models \varphi$ 而 $(\mathcal{M}', \nu') \not\models \varphi$ 。





A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



定义 12 (μ -演算遗忘)

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 φ 为 μ -公式。若 $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$ 且下面等式成立，则称 ψ 是从 φ 中遗忘 V 后得到的结果：

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

定理 13 (存在性)

给定原子命题 $q \in \mathcal{A}$ 和 μ -句子 φ ，则存在一个 μ -句子 ψ 使得 $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$ 且 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

命题 5 (同质性)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 μ -公式 φ ，则：

(iii) 如果 $vX.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(vX.\varphi, V) \equiv vX.F_\mu(\varphi, V)$ ；

(iv) 如果 $\mu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



定义 12 (μ -演算遗忘)

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 φ 为 μ -公式。若 $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$ 且下面等式成立，则称 ψ 是从 φ 中遗忘 V 后得到的结果：

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

定理 13 (存在性)

给定原子命题 $q \in \mathcal{A}$ 和 μ -句子 φ ，则存在一个 μ -句子 ψ 使得 $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$ 且 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

命题 5 (同质性)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 μ -公式 φ ，则：

(iii) 如果 $\nu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\nu X.\varphi, V) \equiv \nu X.F_\mu(\varphi, V)$ ；

(iv) 如果 $\mu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

x-类

不含有不定点操作的 μ -公式集，记为 **x-类**。通过等值式： $AX\varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \equiv AX(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$ 和 $EX\varphi_1 \vee EX\varphi_2 \equiv EX(\varphi_1 \vee \varphi_2)$ ，可以将 x-类中的任意公式转换为具有下面形式的公式的析取：

$$\varphi_0 \wedge AX\varphi_1 \wedge EX\varphi_2 \wedge \cdots \wedge EX\varphi_n, \quad (1)$$

其中 φ_0 是不含有时序算子的 x-类中的公式， φ_i ($1 \leq i \leq n$) 为 x-类中的公式，且任意 φ_i ($0 \leq i \leq n$) 都有可能缺失。

命题 6

若 $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集、 φ 为 x-类中的公式，则存在 x-类中的公式 ψ 使得 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, V)$ 。



例 14

令 $\varphi_1 = X \wedge p$ 、 $\varphi_2 = AX(c \wedge EXd) \wedge AXe$ 、 $\varphi_3 = EX \neg d \wedge (EX \neg p \vee EXP)$ 、 $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$ 且 $V = \{e, d\}$ ，其中 $X \in \mathcal{V}$ 且 p, c, d, e 为原子命题。

此外，公式 φ 可如下转换为具有形式 (1) 的公式的析取：

如下计算公式 φ 的度：

$$\begin{aligned} degree(\varphi) &= \max\{degree(\varphi_1), degree(\varphi_2 \wedge \varphi_3)\} \\ &= \max\{0, \max\{degree(\varphi_2), degree(\varphi_3)\}\} \end{aligned}$$

$$= 2,$$

$$degree(\varphi_1) = 0,$$

$$degree(\varphi_2) = \max\{degree(AX(c \wedge EXd)), degree(AXe)\}$$

$$= \max\{\max\{0, 1\} + 1, 1\}$$

$$= 2,$$

$$degree(\varphi_3) = \max\{degree(EX \neg d), degree(EX \neg p \vee EXP)\}$$

$$= \max\{1, \max\{1, 1\}\}$$

$$= 1.$$

$$\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$$

$$\equiv X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge (EX \neg p \vee EXP)$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EX \neg p) \vee$$

$$(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EXP).$$

则从 φ 中遗忘 V 的结果为：

$$F_{\mu}(\varphi, V) \equiv F_{\mu}(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EX \neg p, V) \vee$$

$$F_{\mu}(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EXP, V)$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX F_{\mu}(c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge$$

$$EX F_{\mu}(\neg d \wedge c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge EX F_{\mu}(\neg p \wedge c \wedge e \wedge EXd, V)) \vee$$

$$(X \wedge p \wedge AX F_{\mu}(c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge$$

$$EX F_{\mu}(\neg d \wedge c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge EX F_{\mu}(p \wedge c \wedge e \wedge EXd, V))$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge EX(\neg p \wedge c)) \vee (X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge EX(p \wedge c))$$

$$\equiv X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge (EX(\neg p \wedge c) \vee EX(p \wedge c)).$$



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ ▢ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- 3 CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论

- 4 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- 反应式系统被表示成 Kripke 结构:
- 初始 Kripke 结构的特征公式看作 CTL 公式:

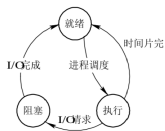
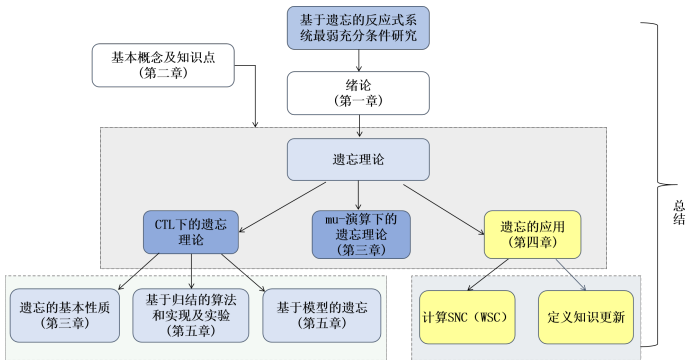


图 5: 进程的三种基本状态及其转换







定理 17

给定公式 φ 、原子命题集 $V \subseteq \text{Var}(\varphi)$ 和原子命题 $q \in \text{Var}(\varphi) - V$ 。

- (i) $F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$ 是 q 在 V 和 φ 上的 SNC;
- (ii) $\neg F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge \neg q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$ 是 q 在 V 和 φ 上的 WSC。

例 18 (例 1 的延续)

令 $\mathcal{A} = \{d, se, sp, s\}$ 和 $V = \{d, se\}$, 求 s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC, 其中 \mathcal{M} 为例 1 中初始状态为 s_0 的汽车制造企业模型结构。

由上面的定理可知, s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC 为 $\neg F_{\text{CTL}}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$ 。

由于涉及到后文中遗忘的计算方法, 本例的详细计算过程放到后面。



约定

- 本小节假设所有初始结构都是有限的，即：状态来源于有限状态空间且 \mathcal{A} 为有限原子命题集；
- 任意 \mathcal{A} 上的有限初始结构 \mathcal{M} （为了简化符号，本节用初始 Kripke 结构 \mathcal{M} 代替初始结构 (\mathcal{M}, s_0) ）都能用一个 CTL 公式——特征公式 $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$ 来表示；
- 给定公式 φ 和 ψ ， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$ 为使得 $F_{CTL}(\varphi, V_{min}) \wedge \psi$ 可满足的极小子集。
- 记

$$\bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi)$$

为所有 $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi$ 的模型集合的并集。

定义 19

给定公式 Γ 和 φ 。知识更新操作 \diamond_{CTL} 定义如下：

$$Mod(\Gamma \diamond_{CTL} \varphi) = \bigcup_{\mathcal{M} \in Mod(\Gamma)} \bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \varphi),$$

其中， $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$ 是 \mathcal{M} 在 \mathcal{A} 上的特征公式， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$ 是使得 $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min})$ 可满足的极小子集。



定义 20

给定三个有限初始结构 \mathcal{M} 、 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 , \mathcal{M}_1 比 \mathcal{M}_2 更接近 \mathcal{M} (记为 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$), 当且仅当对任意 $V_2 \subseteq \mathcal{A}$, 若 $\mathcal{M}_2 \leftrightarrow_{V_2} \mathcal{M}$, 则存在 $V_1 \subseteq V_2$ 使得 $\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_{V_1} \mathcal{M}$. $\mathcal{M}_1 <_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 当且仅当 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 且 $\mathcal{M}_2 \not\leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_1$.

例 21

如图 6 中的三个初始结构。

可以检查 $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j\}} \mathcal{M}_1$, $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j, ch\}} \mathcal{M}_2$, $\{j\} \subseteq \{j, ch\}$, 且对任意原子命题集 $V \subset \{j\}$ (或 $V \subset \{j, ch\}$), 有 $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_1$ (或 $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_2$)。因此, $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 。

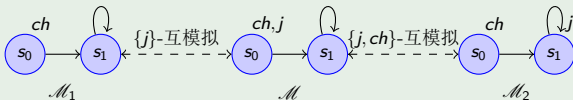


图 6: 初始结构间的 $\leq_{\mathcal{M}}$ 关系。



参考文献



例 23

令 $\mathcal{A} = \{ch, j\}$ 、 $\phi = vX.j \wedge ch \wedge EXEXX$ 、 $\psi = vX.\neg j \wedge ch \wedge EXEXX$ 且 Kripke 结构的状态空间为 $\{s_0, s_1\}$, 则用 ψ 更新 ϕ 计算如下:

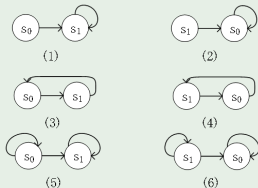
$$Mod(\varphi) = \{((1), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \{ch, j\}),$$
$$((2), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \{ch, j\}),$$
$$((3), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((4), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \mathcal{C}),$$
$$((5), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((6), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \mathcal{C}), \dots \}$$
$$Mod(\psi) = \{((1), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \{ch\})\}.$$
$$((2), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \{ch\}),$$
$$((3), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((4), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \mathcal{C}),$$
$$((5), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((6), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \mathcal{C}), \dots \}$$


图 6: 状态空间为 $\{s_0, s_1\}$ 的六个 Kripke 结构示意图^a

^a这里只列出部分转换关系，其余转换关系可以容易地枚举出来。

其中, 四元组 $((i), r = s_k, L(s_0) = V_1, L(s_1) = V_1)$ 表示 Kripke 结构 (S, r, R, L) , 其中 $S = \{s_0, s_1\}$ 、 $r = s_k$ ($r \in \{0, 1\}$)、转换关系如图 6 中的 (i) ($i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$)、 s_0 和 s_1 分别被 $V_1 \subseteq \{ch, j\}$ 和 $V_2 \subseteq \{ch, j\}$ 标记且 $\mathcal{C} \in \{\emptyset, \{j\}, \{ch\}, \{j, ch\}\}$ 。

$Mod(\varphi \diamond \psi) = \bigcup \mathcal{M} \in Mod(\varphi) \mid Min(Mod(\psi)) \leq \mathcal{M}$, 根据定义 20 容易检查 $Mod(\varphi \diamond \psi) = Mod(\psi)$ 。直观地说, 由于在 ψ 中 j 在偶数状态不再为真, ch 保持为真且 ψ 和 φ 都不知道模型偶数状态的信息, 因而用 ψ 更新 φ 得到的结果为 ψ 自身。



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

5 CTL 遗忘计算方法

- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

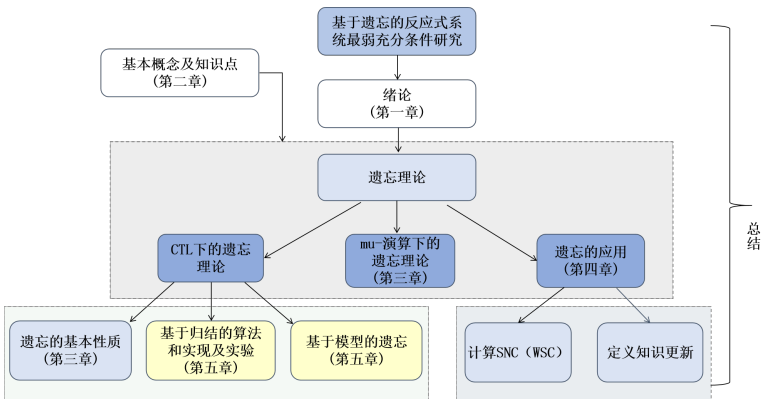
总结与展望

总结

展望

参考文献

- 基于模型的计算方法;
- 基于归结的计算方法 (CTL-forget 算法);
- 基于 Prolog 的 CTL-forget 算法实现。





基于模型的计算方法总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

基于模型的有界CTL计算方法

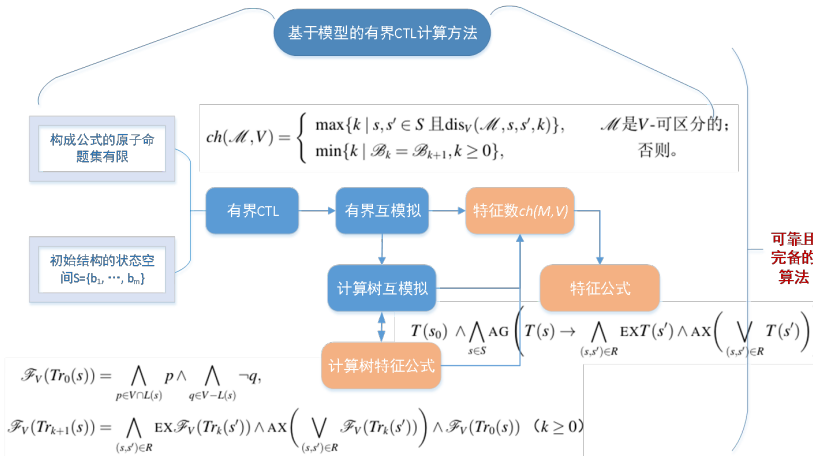


图 7: 基于模型的有界 CTL 遗忘方法



\mathcal{B}_n^V

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 是原子命题集, $i \in \{1, 2\}$, $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_0^i)$ 是初始 Kripke 结构, $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$ 是结构。 \mathcal{B}_n^V 递归定义如下:

- 若 $L_1(s_1) - V = L_2(s_2)$, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
- 对任意 $n \geq 0$, 若满足下面几个条件, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_{n+1}^V$ 成立:

- $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
- 对任意 $(s_1, s'_1) \in R_1$, 存在 $(s_2, s'_2) \in R_2$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$;
- 对任意 $(s_2, s'_2) \in R_2$, 存在 $(s_1, s'_1) \in R_1$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ 。

其中 $\mathcal{K}_i' = (\mathcal{M}_i, s'_i)$ 。

定义 24 (有界 V-互模拟)

令 V 是 \mathcal{A} 的一个子集, $i \in \{1, 2\}$, \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是结构。

- \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是有界 V-互模拟的, 当且仅当对所有 $n \geq 0$, 都有 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_n$ 。若 \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是有界 V-互模拟的, 则记为 $\mathcal{K}_1 \overset{B}{\sim}_V \mathcal{K}_2$ 。
- 对 \mathcal{M}_i 上的路径 $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$, 若对于任意 $j \in \mathbb{N}_{\geq 1}^a$, 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \overset{B}{\sim}_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则 $\pi_1 \overset{B}{\sim}_V \pi_2$ 。其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。

^a \mathbb{N} 为整数集, $\mathbb{N}_{\geq 1}$ 是大于等于 1 的整数集。



\mathcal{B}_n^V

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 是原子命题集, $i \in \{1, 2\}$, $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_0^i)$ 是初始 Kripke 结构, $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$ 是结构。 \mathcal{B}_n^V 递归定义如下:

- 若 $L_1(s_1) - V = L_2(s_2)$, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
- 对任意 $n \geq 0$, 若满足下面几个条件, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_{n+1}^V$ 成立:
 - $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
 - 对任意 $(s_1, s_1') \in R_1$, 存在 $(s_2, s_2') \in R_2$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$;
 - 对任意 $(s_2, s_2') \in R_2$, 存在 $(s_1, s_1') \in R_1$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ 。

其中 $\mathcal{K}_i' = (\mathcal{M}_i, s_i')$ 。

定理 24

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$ ($i \in \{1, 2\}$)。若 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_0^i)$ 是有限的初始 Kripke 结构, 则 s_1 和 s_2 是有界 V -互模拟的, 当且仅当 $s_1 \leftrightarrow_V s_2$ 。



计算树

给定一个初始 Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$ 和一个状态 $s \in S$, \mathcal{M} 上以 s 为根节点、深度为 n ($n \geq 0$) 的计算树 $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s)$ 递归定义如下 [1]:

- $\text{Tr}_0^{\mathcal{M}}(s)$ 是只有一个节点 s (其标签为 $L(s)$) 的树。
- $\text{Tr}_{n+1}^{\mathcal{M}}(s)$ 是以 s 为根节点 (标签为 $L(s)$) 的树, 并且若 $(s, s') \in R$, 则 s 有一棵子树 $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s')$ 。

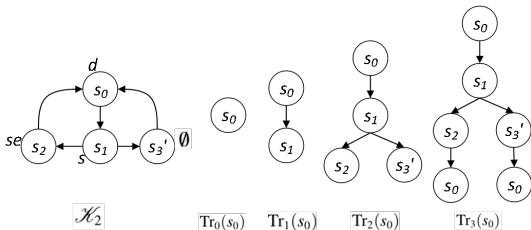


图 8: 初始结构 \mathcal{K}_2 及其计算树示意图



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ ▢ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



◀ ◻ ▶ ◀ 📄 ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



V -可区分

若初始 Kripke 结构 \mathcal{M} 的两个状态 s 和 s' 不是 \bar{V} -互模拟的（即： $s \not\sim_{\bar{V}} s'$ ），则称 s 和 s' 是 V -可区分的。用 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)$ 表示状态 s 和 s' 在命题8中所说的最小数 k 下是 V -可区分的。

特征数

\mathcal{M} 关于原子命题集 V 的特征数，记为 $ch(\mathcal{M}, V)$ 定义如下：

$$ch(\mathcal{M}, V) = \begin{cases} \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)\}, & \mathcal{M} \text{ 是 } V\text{-可区分的;} \\ \min\{k \mid \mathcal{B}_k = \mathcal{B}_{k+1}, k \geq 0\}, & \text{否则。} \end{cases}$$



定义 26 (特征公式)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$, 其中 $c = ch(\mathcal{M}, V)$ 。对任意 \mathcal{M} 上的状态 $s' \in S$, 记 $T(s') = \mathcal{F}_V(\text{Tr}_c(s'))$ 。 \mathcal{K} 关于 V 的特征公式 $\mathcal{F}_V(\mathcal{K})$ 定义为:

$$T(s_0) \wedge \bigwedge_{s \in S} \text{AG} \left(T(s) \rightarrow \bigwedge_{(s, s') \in R} \text{EX } T(s') \wedge \text{AX} \left(\bigvee_{(s, s') \in R} T(s') \right) \right).$$

定理 27

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$ 且 $\mathcal{M}' = (S', R', L', s'_0)$, 则:

- (i) $(\mathcal{M}', s'_0) \models \mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0)$ 当且仅当 $(\mathcal{M}, s_0) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}', s'_0)$;
- (ii) 若 $s_0 \leftrightarrow_V s'_0$ 则 $\mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) \equiv \mathcal{F}_V(\mathcal{M}', s'_0)$ 。



基于模型的有界 CTL 遗忘计算——描述初始结构：特征公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

例 26

考虑右下图左边的初始结构 $\mathcal{M}_2 = (\mathcal{M}, s_0)$ 。左边的为 \mathcal{M} 上的四棵计算树：从左到右表示以 s_0 为根、深度分别为 0、1、2 和 3 的计算树（为简化图，计算树的标签没有给出，但是每个树节点的标签可从 \mathcal{M}_2 找到）。令 $V = \{d\}$ ，则 $\bar{V} = \{s, se\}$ 。因为 $L(s_1) - \bar{V} = L(s_2) - \bar{V}$ ，所以有 $\text{Tr}_0(s_1) \leftrightarrow \nabla \text{Tr}_0(s_2)$ 。由于存在 $(s_1, s_2) \in R$ ，使得对任意 $(s_2, s') \in R$ ，都有 $L(s_2) - \bar{V} \neq L(s') - \bar{V}$ ，所以， $\text{Tr}_1(s_1) \not\leftrightarrow \nabla \text{Tr}_1(s_2)$ 。由此可知， s_1 和 s_2 是 V -可区分的，且 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s_2, 1)$ 。同理可得： $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_1, 0)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s'_3, 1)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_2, 0)$ 和 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s'_3, 0)$ 。此外， $s_2 \leftrightarrow \nabla s'_3$ 。因此，可以计算 \mathcal{M} 关于 V 的特征数为：

$$\text{ch}(\mathcal{M}, V) = \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k) = 1\}.$$

所以，可以由以下步骤计算 \mathcal{M}_2 关于 V 的特征公式：

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_0)) &= d, & \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_1)) &= \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_2)) &= \neg d, & \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s'_3)) &= \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_0)) &= \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} \neg d \wedge d \equiv \text{AX} \neg d \wedge d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_1)) &= \text{EX} \neg d \wedge \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} (\neg d \vee d) \wedge \neg d \equiv \text{AX} \neg d \wedge \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)) &= \text{EX} d \wedge \text{AX} d \wedge \neg d \equiv \text{AX} d \wedge \neg d, \\ \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s'_3)) &\equiv \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)), \\ \mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) &\equiv \text{AX} \neg d \wedge d \wedge \end{aligned}$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge d)).$$

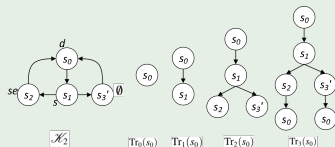


图 9：初始结构 \mathcal{M}_2 及其计算树示意图



例 27 (例 18的延续)

令 $\mathcal{A} = \{d, se, sp, s\}$ 和 $V = \{d, se\}$, 求 s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC, 其中 \mathcal{M} 为例 1 中初始状态为 s_0 的汽车制造企业模型结构。

s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC 为 $\neg \text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$ 。

$$\text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$$

$$\equiv \text{FCTL}(\text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{sp\}), \{s\})$$

$$\equiv \text{FCTL}(\text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}), \{sp\}) \wedge \neg s, \{s\}).$$

$$\text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}), \{sp\}) \equiv \mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K})$$

所以要计算 $\neg \text{FCTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$,

只需计算 $\neg \text{FCTL}(\mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\})$ 。

令 $\check{V} = V \cup \{s\} = \{d, se, s\}$,

则 $\check{V} = \{sp\}$ 。

$$\neg \text{FCTL}(\mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\})$$

$$\equiv \neg \text{FCTL}(\mathcal{F}_{V \cup \{s\}}(\mathcal{K}), \{s\})$$

$$\equiv \neg \text{FCTL}(\psi \wedge \text{AG}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4), \{s\})$$

$$\equiv \neg (\text{FCTL}(\psi \wedge \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4, \{s\}) \wedge \text{AGFCTL}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4, \{s\}))$$

$$\equiv \neg \left((d \vee ((d \vee se) \wedge \text{AX}(d \wedge \neg se)) \vee ((d \vee se \vee \text{AX} \neg d) \wedge \right.$$

$$\text{EX}(\neg d \wedge se) \wedge \text{EX}(\neg d \wedge \neg se))$$

$$\vee (d \wedge \text{AX}(\neg d \wedge \neg se)) \vee ((d \vee \neg se) \wedge \text{EX} \neg d) \Big) \wedge$$

$$\text{AG} \left(((d \vee se) \wedge \text{AX}(d \wedge \neg se)) \vee (\text{AX} \neg d \wedge \text{EX}(\neg d \wedge se) \wedge \right.$$

$$\left. \text{EX}(\neg d \wedge \neg se) \right) \vee ((d \vee se) \wedge \text{AX}(\neg d \wedge \neg se)) \vee \text{EX} \neg d \Big).$$



引理 28

给定 CTL 公式 φ , 下面等式成立:

$$\varphi \equiv \bigvee_{(\mathcal{M}, s_0) \in \text{Mod}(\varphi)} \mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}, s_0).$$

遗忘封闭性

从 φ 中遗忘 V 中的元素得到的结果为:

$$\bigvee_{\mathcal{K} \in \{\mathcal{K}' \mid \exists \mathcal{K}'' \in \text{Mod}(\varphi), \mathcal{K}'' \leftrightarrow_V \mathcal{K}'\}} \mathcal{F}_V(\mathcal{K}).$$



基于模型的遗忘算法

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.1 基于模型的CTL遗忘过程

Input: CTL公式 φ 和原子命题集 V

Output: $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$

```
 $\psi \leftarrow \perp$  foreach  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{S}$  上的初始结构  $\mathcal{K}$  do  
    if  $\mathcal{K} \not\models \varphi$  then continue  
    foreach 满足  $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$  的初始结构  $\mathcal{K}'$  do  
         $\psi \leftarrow \psi \vee F_V(\mathcal{K}')$   
    end  
end  
return  $\psi$ 
```

命题 8

令 φ 为 CTL 公式, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集, 状态空间大小为 $|\mathcal{S}| = m$, $|\mathcal{A}| = n$, $|V| = x$. 使用算法 5.1 计算从 φ 中遗忘 V 中原子的空间复杂度为 $O((n-x)m^{2(m+2)}2^{nm} \log m)$, 且时间复杂性至少与空间复杂性相同。



遗忘复杂性

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

CTL_{AF} : 表示 CTL 公式只包含时序算子 AF 的子类。

命题 9 (模型检测)

给定一个结构 (\mathcal{M}, s_0) 、原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和公式 $\varphi \in \text{CTL}_{\text{AF}}$, 判定 (\mathcal{M}, s_0) 是否为 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 的模型是 NP-完全的。

定理 29 (Entailment)

令 φ 和 ψ 为 CTL_{AF} 中的两个公式, V 为原子命题集。则:

- (i) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? \psi$ 是 co-NP-完全的,
- (ii) 判定 $\psi \models^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 是 Π_2^P -完全的,
- (iii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$ 是 Π_2^P -完全的。

推论 30

令 φ 和 ψ 为 CTL_{AF} 中的两个公式, V 原子公式集。则

- (i) 判定 $\psi \equiv^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 是 Π_2^P -完全的,
- (ii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? \varphi$ 是 co-NP-完全的,
- (iii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$ 是 Π_2^P -完全的。



基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

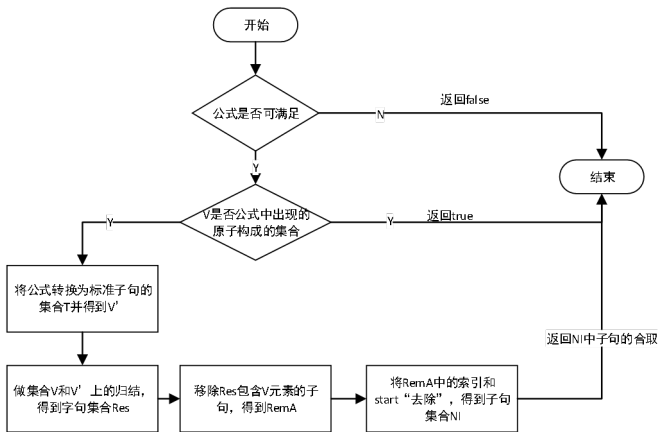


图 10: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系？
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引？



基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

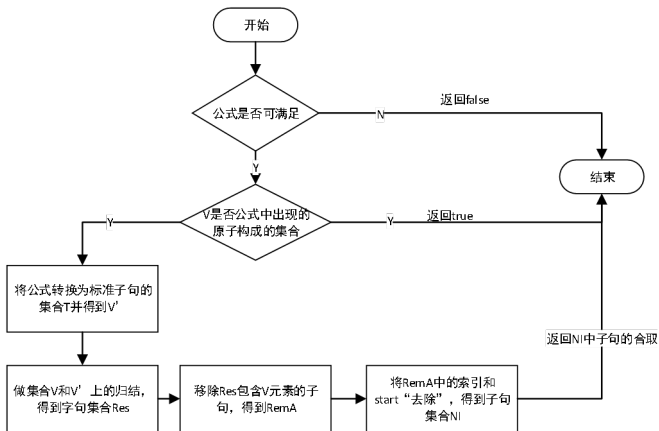


图 10: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系？
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引？



基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

表 3: $R_{CTL}^{>,S}$ 归结系统

(SRES1) $\frac{P \rightarrow AX(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow AX(C \vee D)}$;	(SRES2) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;
(SRES3) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;	(SRES4) $\frac{start \rightarrow C \vee I, start \rightarrow D \vee \neg I}{start \rightarrow C \vee D}$;
(SRES5) $\frac{T \rightarrow C \vee I, start \rightarrow D \vee \neg I}{start \rightarrow C \vee D}$;	(SRES6) $\frac{T \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow AX(C \vee D)}$;
(SRES7) $\frac{T \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;	(SRES8) $\frac{T \rightarrow C \vee I, T \rightarrow D \vee \neg I}{T \rightarrow C \vee D}$;
(RW1) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow AX \perp}{T \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$;	(RW2) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow E_{(ind)}X \perp}{T \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$;
(ERES1) $\frac{\Lambda \rightarrow EXEGI, Q \rightarrow AF \neg I}{Q \rightarrow A(\neg \Lambda W \neg I)}$;	(ERES2) $\frac{\Lambda \rightarrow E_{(ind)}XE_{(ind)}GI, Q \rightarrow E_{(ind)}F \neg I}{Q \rightarrow E_{(ind)}(\neg \Lambda W \neg I)}$.

其中 P 和 Q 是文字的合取, C 和 D 是文字的析取, I 是一个文字, 称每条规则横线下面的公式为横线上面的公式关于文字 I 的归结结果。此外, $\Lambda = \bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^m P_j^i$, P_j^i 是文字的析取, 其中 $1 \leq i \leq n$ 和 $1 \leq j \leq m$ 。



基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

记号

- 令 T 为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集, p 为原子命题。 T 在 p 上的展开 (记为 $\text{UF}(T, p)$) 是集合 T 和如下集合的并集:

$\{\alpha \mid \alpha \text{ 是 } T \text{ 中的公式关于文字 } l \in \{p, \neg p\} \text{ 的归结结果}\}.$

- $\text{UF}(T, \emptyset) = T$ 且 $\text{UF}(T, \{p\} \cup V) = \text{UF}(\text{UF}(T, p), V);$
- $\text{ERes}(\varphi, V) = \{\alpha \in \text{UF}(T_\varphi, V) \mid \text{Var}(\alpha) \cap V = \emptyset\}.$

命题 10

令 φ 为一个 CTL 公式, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集。则 $T_\varphi \equiv_U \text{ERes}(\varphi, V)$, 其中 $U = \text{Var}(\text{UF}(T_\varphi, V)) - (\text{Var}(\varphi) - V)$ 。



例 31 (例5的延续)

令 $V = \{p, r\}$, 则 $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$ 除了例5中的子句, 还包含如下子句:

- | | | | |
|---|-----------------|---|-----------------|
| (1) $\text{start} \rightarrow r$ | (1, 2, SRES5) | (2) $\text{start} \rightarrow x \vee y$ | (1, 4, SRES5) |
| (3) $\top \rightarrow \neg z \vee y \vee f \vee m$ | (3, 4, SRES8) | (4) $y \rightarrow AX(f \vee m \vee y)$ | (3, 8, SRES6) |
| (5) $\top \rightarrow \neg z \vee x \vee p$ | (4, 5, SRES8) | (6) $\top \rightarrow \neg z \vee x \vee q$ | (4, 6, SRES8) |
| (7) $y \rightarrow AX(x \vee p)$ | (5, 8, SRES6) | (8) $y \rightarrow AX(x \vee q)$ | (6, 8, SRES6) |
| (9) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee y$ | (3, (2), SRES5) | (10) $\text{start} \rightarrow x \vee p$ | (5, (2), SRES5) |
| (11) $\text{start} \rightarrow x \vee q$ | (6, (2), SRES5) | (12) $\top \rightarrow p \vee \neg z \vee f \vee m$ | (5, (3), SRES8) |
| (13) $\top \rightarrow q \vee \neg z \vee f \vee m$ | (6, (3), SRES8) | (14) $y \rightarrow AX(p \vee f \vee m)$ | (5, (4), SRES6) |
| (15) $y \rightarrow AX(q \vee f \vee m)$ | (6, (4), SRES6) | (16) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee p$ | (5, (9), SRES5) |
| (17) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee q$ | (6, (9), SRES5) | | |

在从 $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$ 中移除包含 V 中元素的子句后, 得到 $ERes(\varphi, V)$, 其包含如下子句:

- $\text{start} \rightarrow z, \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \text{start} \rightarrow x \vee y, \text{start} \rightarrow q \vee x, \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$
 $\top \rightarrow f \vee m \vee \neg x, \top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \top \rightarrow f \vee m \vee \neg z \vee y,$
 $\top \rightarrow q \vee x \vee \neg z, \top \rightarrow x \vee y \vee \neg z, \top \rightarrow q \vee \neg y, z \rightarrow AFX,$
 $y \rightarrow AX(q \vee f \vee m), y \rightarrow AX(x \vee q), y \rightarrow AX(x \vee y), y \rightarrow AX(f \vee m \vee y).$

可以看出, 尽管 $ERes(\varphi, V)$ 中不包含具有索引的公式, 但有的子句包含出现在 T_φ 中的新原子命题。



两个主要过程

- 消除索引；
- 移除新引入的原子命题。

引理 32

如果 $j \in \mathcal{J}$, ψ_i, φ_i ($1 \leq i \leq n$) 为 CTL 公式, 那么:

- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow E_{(j)} X (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv_0 \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow EX (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{(\psi_1 \rightarrow E_{(j)} F \varphi_1), (\psi_2 \rightarrow E_{(j)} X \varphi_2)\} \equiv_0$
 $(\psi_1 \rightarrow \varphi_1 \vee EX EF \varphi_1) \wedge (\psi_2 \rightarrow EX \varphi_2) \wedge (\psi_1 \wedge \psi_2 \rightarrow ((\varphi_1 \wedge EX \varphi_2) \vee EX (\varphi_2 \wedge EF \varphi_1))).$



基于归结的算法 CTL-forget——转子句为 CTL 公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.2 RM-index(Σ)

Input: 有限 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^s$ 子句集 Σ

Output: CTL 公式集

foreach Σ 中拥有相同索引 $\langle i \rangle$ 的 E-子句构成的极大子集 Δ **do**

if 存在索引为 $\langle i \rangle$ 的 E-某时子句 $\alpha \in \Sigma$ **then**

foreach $\beta \in \text{rei}(\Delta)$ **do** $\Sigma \leftarrow \Sigma \cup \text{rfi}(\alpha, \beta)$ $\Sigma \leftarrow \Sigma - \{\alpha\}$

end

$\Sigma \leftarrow \Sigma - \Delta \cup \text{rx}(\Delta)$

end

return Σ

$\text{rei}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$,

$\text{rx}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$, $\text{rfi}(\{\beta_1, \alpha_2\})$ 分别

表示引理 30 中 (i)、(ii)、(iii) 等号 \equiv_*

($*$ \in { 空字符串, \emptyset }) 的右边,

$\alpha_i = \psi_i \rightarrow E_{\langle j \rangle} X \varphi_i$ ($1 \leq i \leq n$) 且

$\beta_1 = \psi_1 \rightarrow E_{\langle j \rangle} F \varphi_1$.

推论 32

如果 φ 为一个 CTL 公式、 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集、

$\Sigma = \underline{\text{ERes}}(\text{UF}(\varphi, V \cup U), V)$, 那么 $\text{RM-index}(\Sigma) \equiv_\emptyset \Sigma$.

引理 33 (一般化的 Ackermann 引理)

令 x 为一个原子命题、 $\Delta = \{\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_1), \dots,$

$\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_n), \text{AG}(x \rightarrow B_1), \dots, \text{AG}(x \rightarrow B_m)\}$ 为只包含一个 x 的 CTL 公式集 ($n, m \geq 1$)、

Γ 为 x 正出现在其中的有限个 CTL 公式集。下面式子成立:

$$\Gamma \cup \Delta \equiv_{\{x\}} \Gamma \left[x / \bigwedge (\{C_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{B_i \mid 1 \leq i \leq m\}) \right]. \quad (2)$$



例 32 (例 30 的延续)

首先考虑原子命题 x 、 $\Delta = \{\top \rightarrow f \vee m \vee \neg x\}$ 和 $\Gamma = \underline{ERes}(\varphi, V) - \Delta$ 。 Γ 中包含 x 的公式关于 x 都为正的，因此 $\Gamma[x/(f \vee m)]$ 包含如下公式：

$$\text{start} \rightarrow z, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$$

$$\top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \quad \top \rightarrow f \vee m \vee y \vee \neg z, \quad \top \rightarrow q \vee \neg y, \quad z \rightarrow \text{AF}(f \vee m),$$

$$y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m), \quad y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y).$$

第二步考虑原子命题 z 、 $\Delta' = \{\top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \top \rightarrow f \vee m \vee y \vee \neg z, z \rightarrow \text{AF}(f \vee m)\}$ 和 $\Gamma' = \Gamma[x/(f \vee m)] - \Delta'$ ，其中 z 正出现在 Γ' 中。因此，

$\Gamma'' = \Gamma'[z/(q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m)]$ 包含如下公式：

$$\text{start} \rightarrow (q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m), \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$$

$$\top \rightarrow q \vee \neg y, \quad y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m), \quad y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y).$$

不难证明 $\underline{ERes}(\varphi, V) \equiv_{\{x,z\}} \Gamma''$ 。因为 Γ'' 包含一个公式，其关于 y 既不是正的也不是负的。因此，这里不能对 Γ'' 和 y 使用上述过程。



基于归结的算法 CTL-forget 及其复杂性

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.3 CTL-forget(φ, V)

Input: CTL 公式 φ 和原子命题集 V

Output: 公式集

if $\varphi \equiv \perp$ **then return** \perp ;

if $V = \text{Var}(\varphi)$ **then return** \top ;

$T_\varphi \leftarrow \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$;

$\Sigma \leftarrow \text{UF}(T_\varphi, V \cup U)$, 其中 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$;

$\Sigma \leftarrow \text{ERes}(\Sigma, V)$;

$\Sigma \leftarrow \text{RM-index}(\Sigma)$;

$\Sigma \leftarrow \text{GAL}(\Sigma, \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi))$;

用 φ 替换 Σ 中的初始子句 “ $\text{AG}(\text{start} \rightarrow \varphi)$ ” ;

return Σ

// 若公式不可满足, 则遗忘结果为 \perp

// 若遗忘所有原子命题, 则结果为 \top

// 将 φ 转换为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句

// 展开

// 移除包含 V 中元素的子句

// 从 Σ 移除索引

// 移除留存的新的原子命题

// 去除 **start**

定理 33 (可靠性)

若 φ 为一个 CTL 公式、 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\Sigma = \text{CTL-forget}(\varphi, V)$ 且 $U = \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi)$, 则:

(i) $\Sigma \equiv_{V \cup U} \varphi$,

(ii) 若 $U = \emptyset$, 则 $\Sigma \equiv_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。

命题 10

给定 CTL 公式 φ 和原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 。算法 5.3 的时间和空间复杂性为 $O((m+1)2^{4(n+n')})$, 其中 $n = |\text{Var}(\varphi)|$ 、 $n' = |V|$ 为新引入的原子命题的个数、 m 为引入的索引个数。



例 33 (例 31 的延续)

容易看出 $\text{CTL-forget}(\varphi, \{p, r\})$ 包含下面的公式

$$(q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m), \quad \text{AG}(\top \rightarrow q \vee \neg y), \\ \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m)), \quad \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y)).$$

命题 10 (遗忘存在的子类)

给定 CTL 公式 φ , 若 φ 满足下面约束: (1) φ 中不包括操作符 $Pt\mathcal{D}$ (其中 $Pt \in \{A, E\}$ 且 $\mathcal{D} \in \{U, G\}$); (2) 对于任意原子命题 $p \in V$, 若 p 和 $\neg p$ 出现在同一时序算子的范围内。那么, $\text{CTL-forget}(\varphi, V) \equiv \text{F}_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

系统主要模块

此系统主要包括五个模块^a:

- 转换模块 (transCTL2SNF/6) :
- 归结模块 (两个过程: step_resolution/3 和 temp_resolution/8)
- “移除” 原子命题模块 (removeAtom/3)
- “移除” 索引 (pro6/3)
- “移除” 新引入的原子命题 (ackerm/3)

^a<https://github.com/fengrenyan/forgetting-in-CTL/tree/main/Appendix>



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 1：计算遗忘

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

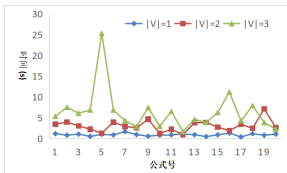
参考文献

(1) 标准数据集来源于 CTL-RP: <https://sourceforge.net/projects/ctlrp/>

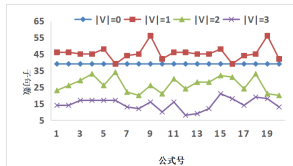
表 5.1: 计算 CTL-forget(ϕ, V) 所使用的 CPU 时间 (单位: 秒(s))

$\phi \backslash V $	1	2	3	4
s001	0.0505	0.1053	0.2259	0.3680
s002	0.3645	1.0416	5.6372	10.0184
s003	97.5341	71.5396	190.1157	423.5793
s004	77.5086	77.4246	101.1284	118.7461
s001-3	681.2883	613.1859	1617.047	2356.949

(2) 计算 CTL-forget(ϕ, V) 使用的时间和在“移除原子命题”步骤后 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句的个数, 其中 $\phi = \phi_1 \wedge \text{AX}\phi_2 \wedge \text{EX}\phi_3$, $\phi_i = 12$ ($i = 1, 2, 3$)。



(a) 计算遗忘需要的 CUP 时间



(b) $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句的个数



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 2: 计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

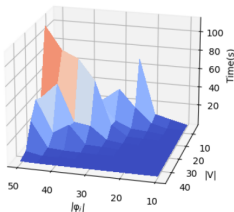
总结

展望

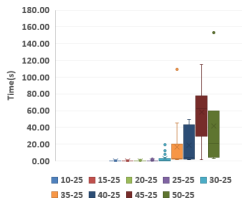
参考文献

计算 q 在 V 和 $\varphi \wedge q$ 上的 SNC ($E_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$), 其中 $V \subseteq Var(\varphi)$, $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$.

(1) 随机 3-CNF, $|A| = 50$, 每组 20 个公式。



(c) 平均 CPU 时间 (s)



(d) $|V| = 25$ 时所用 CPU 时间箱线图

图 11: 计算 3-CNF 公式 SNC 的 CPU 时间

总结: 基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC), 且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 2：计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

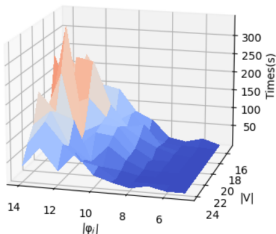
总结

展望

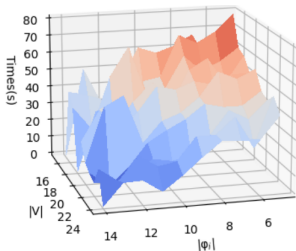
参考文献

计算 q 在 V 和 $\varphi \wedge q$ 上的 SNC ($F_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$), 其中 $V \subseteq Var(\varphi)$, $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$.

(2) CTL 公式 $\varphi = \varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \wedge EX\varphi_3$, $\varphi_i = 12$ ($i = 1, 2, 3$) 为 $|\mathcal{A}| = 50$ 上的 3-CNF 且 $|\varphi_1| = |\varphi_2| = |\varphi_3|$, 每组 40 个公式。



(a) 平均 CPU 时间 (s)



(b) 存在 SNC 的公式占比 (%)

图 11: 计算 CTLSNC 的平均时间和存在 SNC 的公式占比

总结：基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC)，且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



- CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论: 基本性质 (表达性理论、代数属性和封闭性等)
- μ -演算的遗忘理论: 基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用



- CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论: 基本性质 (表达性理论、代数属性和封闭性等)
- μ -演算的遗忘理论: 基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC: 定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新: 两种知识更新定义和基本性质



- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实验与实验分析



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实现与实验分析



参考文献

- A set of navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

总结

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实现与实验分析



参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘
 - 遗忘结果总是存在的子类;
 - 遗忘相关问题复杂性分析;
 - CTL 和 μ -演算遗忘之间的关系。
- “CTL 和 μ -演算公式的遗忘结果是否分别是 CTL 和 μ -演算可表示”这一问题的可判定性研究
- 遗忘与 WSC (SNC) 之间的相互关系与应用



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

作者在攻读博士学位期间参与项目及成果

- 发表了一篇 CCF B 类会议
- 两篇 SCI 论文在审
- 参加国家自然科学基金 3 项



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

敬请各位老师批评指正

谢谢!



绪论

研究背景和意义

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

CTL 遗忘计算方法

简介

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结

展望

参考文献

- [1] Michael C. Browne, Edmund M. Clarke, and Orna Grumberg. "Characterizing finite Kripke structures in propositional temporal logic". In: Theoretical Computer Science 59.1-2 (1988), pp. 115–131.
- [2] Patrick Doherty, Witold Lukaszewicz, and Andrzej Szalas. "Computing Strongest Necessary and Weakest Sufficient Conditions of First-Order Formulas". In: Proceedings of IJCAI'01. Ed. by Bernhard Nebel. Morgan Kaufmann, 2001, pp. 145–154. ISBN: 1-55860-777-3.
- [3] Fangzhen Lin. "Compiling causal theories to successor state axioms and STRIPS-like systems". In: Journal of Artificial Intelligence Research 19 (2003), pp. 279–314.



- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- weakest充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

- [4] Fangzhen Lin. “On strongest necessary and weakest sufficient conditions”. In: Artificial Intelligence 128.1-2 (2001), pp. 143–159. DOI: 10.1016/S0004-3702(01)00070-4. URL: [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00070-4](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00070-4).
- [5] Fangzhen Lin and Ray Reiter. “Forget It!” In: In Proceedings of the AAAI Fall Symposium on Relevance. New Orleans, US, 1994, pp. 154–159.
- [6] Larisa Maksimova. “Temporal logics of “the next” do not have the beth property”. In: Journal of Applied Non-Classical Logics 1 (1991), pp. 73–76.
- [7] Lan Zhang, Ullrich Hustadt, and Clare Dixon. “A resolution calculus for the branching-time temporal logic CTL”. In: ACM Transactions on Computational Logic (TOCL) 15.1 (2014), pp. 1–38.



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算
 - CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法
 - CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
 - 总结
 - 展望
- 参考文献

[8] Lan Zhang, Ullrich Hustadt, and Clare Dixon.
First-order Resolution for CTL. Tech. rep. Technical Report
ULCS-08-010, Department of Computer Science, University of
Liverpool, 2008.

[9] Yan Zhang and Yi Zhou. “Knowledge forgetting: Properties and
applications”. In: Artificial Intelligence 173.16-17 (2009),
pp. 1525–1537.