



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

二〇二二年六月

姓名：冯仁艳

导师：王以松

联合导师：Erman Acar¹

研究方向：软件工程技术与人工智能

¹LIACS, Leiden University, The Netherlands



1 绪论

2 背景知识

- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算

3 CTL 和 μ -演算遗忘理论

- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论

4 遗忘理论在反应式系统中的应用

- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新

5 CTL 遗忘计算方法

6 总结与展望



研究背景和意义——系统正确对国防、太空勘测和交通运输至关重要

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



图 1: 系统故障引起的系列灾难现场

表 1: 由系统故障引起的重大事件概览

时间	事故原因	损失
1991 年	美国爱国者导弹系统舍入错误	28 名士兵死亡、100 人受伤等
1996 年	阿丽亚娜 5 火箭代码重用	火箭与其它卫星毁灭
1999 年	火星探测器用错度量单位	探测器坠毁并造成了 3.27 亿美元的损失
2011 年	温州 7.23 动车 <u>信号设备</u> 在设计上存在严重的缺陷	动车脱节脱轨、多人失去生命



研究背景和意义：形式化验证为系统的正确提供了有力依据

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

自动定理证明 (Automated theorem proving)

令 ϕ_{imp} 和 ϕ_{spec} 分别表示系统模型和规范对应的时序逻辑公式：

- $\phi_{imp} \rightarrow \phi_{spec}$, 或
- $\phi_{imp} \leftrightarrow \phi_{spec}$.

消解 (Resolution)

表推理 (Tableau)

Hoare 三元组

Hoare三元组: $\{P\} S \{Q\}$

最弱前件 (WP) 演算[1]

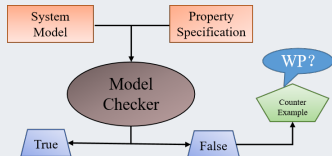
负例产生[2]

系统精化[3]

程序终止、
寻找不变式

模型检测 (Model Checking)

- $\mathcal{M} \models? \phi_{spec}$.
- 反应式系统 (reactive system): 是指与环境有着持续不断交互的系统。
- 如何计算反应式系统的 WP?





例 1 (汽车制造企业模型)

一个汽车制造企业能够生产两种汽车：小轿车 (se) 和跑车 (sp)。每隔一段时间，该企业都会做一个生产决策 (d)，即：合理的生产计划。刚开始的时候，该企业做出了具有三个选择 (s) 的方案：

- (1) 先生产足够的 se ，然后在再生产 sp ；
- (2) 先生产足够的 sp ，然后再生产 se ；
- (3) 同时生产 se 和 sp 。

这一过程可以由图 2 中的 Kripke 结构（带标签的状态转换图） $\mathcal{M} = (S, R, L)$ 形式化地展现出来，其中：

- $V = \{d, s, se, sp\}$ 为该工厂所需要考虑的原子命题集；
- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 为状态空间；
- $R = \{(s_0, s_1), (s_1, s_2), (s_1, s_3), (s_1, s_4), (s_2, s_0), (s_3, s_0), (s_4, s_0)\}$ 为状态转换关系集；
- $L : S \rightarrow 2^V$ 为标签函数，具体地： $L(s_0) = \{d\}$ 、 $L(s_1) = \{s\}$ 、 $L(s_2) = \{se\}$ 、 $L(s_3) = \{sp\}$ 和 $L(s_4) = \{se, sp\}$ 。

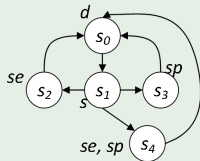


图 2: 汽车制造企业模型

假定，由于经济危机或者战略调整，导致该企业不能再生生产跑车。这意味着所有规范和 Kripke 结构都不再需要考虑 sp 的，因此应该“移除”。



最强必要条件（SNC）和最弱充分条件（WSC）

SNC 和 WSC 分别用于描述给定理论下的最一般的结果（consequence）和最一般的诱因（abduction）[5]。满足下面两个条件的 φ 称为 q 在理论 Σ 下的 SNC：

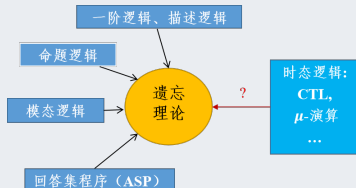
- (1) $\Sigma \models q \rightarrow \varphi$;
- (2) 对任意 φ' 且 $\Sigma \models q \rightarrow \varphi'$ ，有 $\Sigma \models \varphi \rightarrow \varphi'$ 。

满足下面两个条件的 ψ 称为 q 在理论 Σ 下的（WSC）：

- (1) $\Sigma \models \psi \rightarrow q$;
- (2) 对任意 ψ' 且 $\Sigma \models \psi' \rightarrow q$ ，有 $\Sigma \models \psi' \rightarrow \psi$ 。

遗忘理论（Forgetting）

遗忘是一种从理论中抽取知识的技术 [6]，被用于规划[3, 4] 和知识更新 中 [10]。非形式化地，对于逻辑语言 L 中的任意公式和原子集合，如果从该公式中遗忘掉该原子集合后得到的结果仍然在 L 中，则称遗忘存在，同时也称该公式和原子集合的遗忘存在。





- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

- CTL (Computation tree logic): 计算树逻辑, 是一种分支时序逻辑
 - 其模型检测 (MC) 问题能在多项时间内完成;
 - 能很好的表达系统要求的各种属性:
 - 安全属性 (Safety properties): something bad never happens. ($AG\neg\phi$)
 - 活性属性 (Liveness properties): something good will eventually happen. ($AGAF\phi$)
 - 持续属性 (Persistence properties): eventually for ever a certain proposition holds. ($AFAG\phi$)
 - 公平属性 (Fairness properties): does, under certain conditions, an event occur repeatedly? (一种约束: 在约束 $fair = GFa$ 下 $AG(a \rightarrow AFb)$ 是否成立?)
- μ -演算 (μ -calculus): 是其他形式体系的机械基础
 - LTL、CTL、 L_w 等时态逻辑都能用 μ -演算表示;
 - S1S 表达能力严格不如 μ -演算;
 - μ -演算与 S2S 有相同的表达能力;
 -

形成时序逻辑系统遗忘理论的框架，架起形式化验证（**verification**）和知识表示与推理（**KR**）的桥梁。



国内外研究现状

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

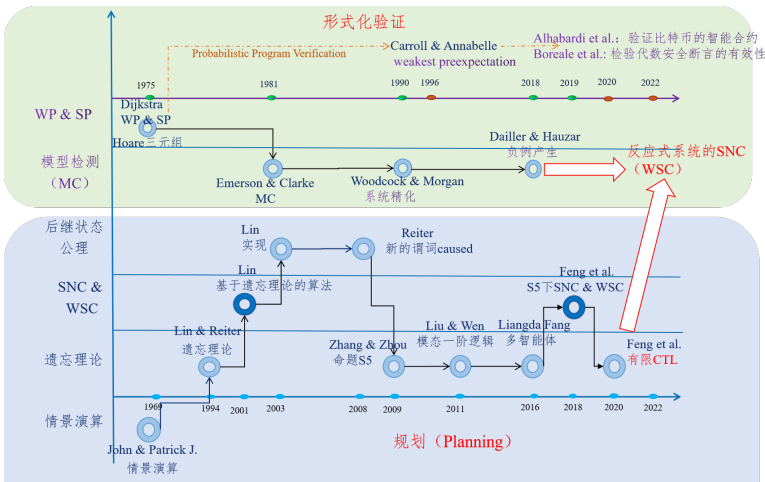
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献





研究目标

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

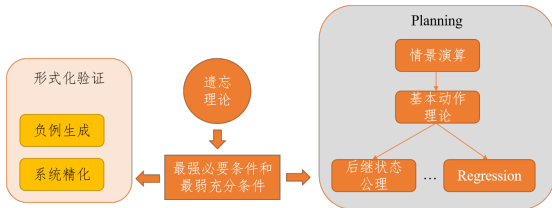
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献



通过人工智能的知识表示与推理 (KR) 技术, 从遗忘理论出发, 研究反应式系统(在某个符号集上)SNC 和 WSC 的表示与计算, 提高反应式系统的可靠性 (或辅助证明反应式系统的正确性)。



研究内容

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
- 计算 CTL 遗忘的计算方法

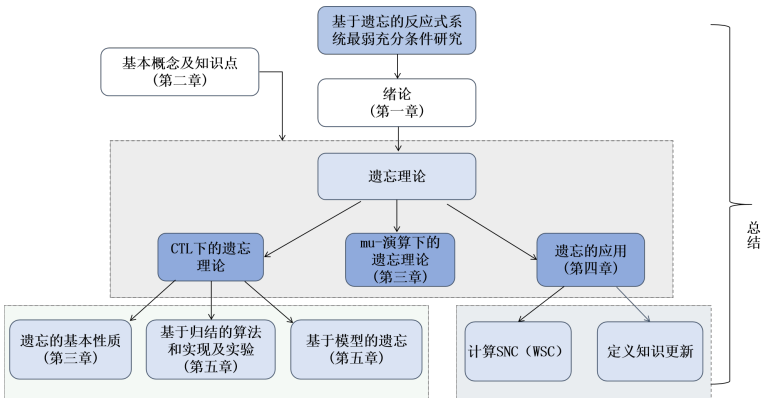


图 3: 文章组织结构示意图



拟解决的关键科学问题

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

拟解决的关键科学问题

- CTL 的遗忘什么情形下存在? (CTL 不具有均匀插值 (uniform interpolation) 性质)
- 遗忘理论与反应式系统的 SNC 和 WSC 的关系
 - 反应式系统不终止
 - 遗忘理论的作用对象是公式
- CTL 和 μ -演算的遗忘在推理问题上的复杂性



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 2 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- 3 CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论

- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望

 \mathcal{A} : 原子命题的集合

Ind: 索引的集合

一个初始 Ind-Kripke 结构是一个五元组 $\mathcal{M} = (S, R, L, [_], s_0)$, 其中:

- S 是状态的非空集合, s_0 是 \mathcal{M} 的初始状态 (参见下文);
- $R \subseteq S \times S$ 是状态转换函数, 且对任意 $s \in S$, 存在 $s' \in S$ 使得 $(s, s') \in R$;
- $L: S \rightarrow 2^{\mathcal{A}}$ 是一个标签函数;
- $[_]: \text{Ind} \rightarrow 2^{S \times S}$ 是一个函数, 其使得对任意 $ind \in \text{Ind}$, 若 $s \in S$, 则存在唯一一个 $s' \in S$ 使得 $(s, s') \in [ind] \cap R$ 。

- (Ind-) 结构: 初始 (Ind-)Kripke 结构 \mathcal{M} 和是 \mathcal{M} 中的状态 s 构成的二元组 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$;
- 初始 (Ind-) 结构: (Ind-) 结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s)$ 中 s 为初始状态的情形。



CTL 的语言符号

- 原子命题集 \mathcal{A} ; 可数无限索引集合 Ind ; 命题常量 **start**;
- 常量符号: \top 和 \perp , 分别表示“真”和“假”;
- 联结符号: \vee 和 \neg , 分别表示“析取”和“否定”;
- 路径量词: A 、 E 和 E_{ind} , 分别表示“所有”、“存在”和“存在索引为 $ind \in \text{Ind}$ ”的路径;
- 时序操作符: X 、 F 、 G 、 U 和 W , 分别表示“下一个状态”、“将来某一个状态”、“将来所有状态”、“直到”和“除非”;
- 标点符号: “(” 和 “)”。

定义 3 (带索引的 CTL)

带索引的 CTL 公式的存在范式 (existential normal form, ENF)可以用巴科斯范式递归定义如下:

$$\phi ::= \text{start} \mid \perp \mid p \mid \neg\phi \mid \phi \vee \phi \mid EX\phi \mid EG\phi \mid E(\phi \ U \ \phi) \mid E_{\langle ind \rangle} X\phi \mid E_{\langle ind \rangle} G\phi \mid E_{\langle ind \rangle} (\phi \ U \ \phi)$$

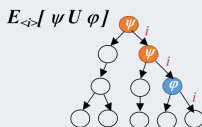
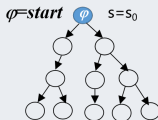
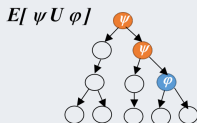
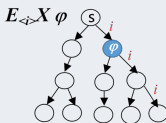
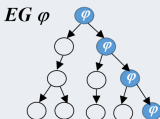
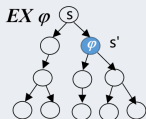
其中, $p \in \mathcal{A}$, $ind \in \text{Ind}$ 。

没有索引和 **start** 的公式称为 CTL 公式。



定义 4 (带索引的 CTL 的语义)

给定公式 φ , 初始 Ind-Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, [_], s_0)$ 和状态 $s \in S$. (\mathcal{M}, s) 与 φ 之间的可满足关系 $(\mathcal{M}, s) \models \varphi$ 定义如下:



小贴士

- 模型: 满足公式 φ 的初始 Ind-结构称为 φ 的一个模型: $Mod(\varphi)$: 公式 φ 的所有模型构成的集合:
- $IR(\varphi, V)$: 如果存在一个公式 ψ 使得 $Var(\psi) \cap V = \emptyset$ 且 $\varphi \equiv \psi$, 则说 φ 与 V 中的原子命题无关, 简称为V-无关:
 $Var(\varphi)$: 出现在 φ 中的原子命题集:
- 可满足、逻辑蕴涵、逻辑等值、文字、子句等跟经典命题情形中的定义一样。



SNF_{CTL}^g 子句

具有下面几种形式的公式称为 CTL 全局子句分离范式 (separated normal form with global clauses for CTL, SNF_{CTL}^g 子句) [9, 8]:

$AG(\text{start} \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(初始句, initial clause)
$AG(\top \rightarrow \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(全局子句, global clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AX \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(A-步子句, A-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} X \bigvee_{j=1}^k m_j)$	(E-步子句, E-step clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow AF l)$	(A-某时子句, A-sometime clause)
$AG(\bigwedge_{i=1}^n l_i \rightarrow E_{(ind)} F l)$	(E-某时子句, E-sometime clause)

其中 k 和 n 都是大于 0 的常量, l_i ($1 \leq i \leq n$)、 m_j ($1 \leq j \leq k$) 和 l 都是文字且 $ind \in \text{Ind}$ 。



转换规则

一个 CTL 公式 φ 可以通过下表中的规则转换为一个 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^{\varepsilon}$ 子句集, 记为 T_{φ} 。

表 2: 转换规则

$\text{Trans}(1) \frac{q \rightarrow \text{ET}\varphi}{q \rightarrow \text{E}\langle \text{ind} \rangle T\varphi};$	$\text{Trans}(2) \frac{q \rightarrow \text{E}(\varphi_1 \cup \varphi_2)}{q \rightarrow \text{E}\langle \text{ind} \rangle (\varphi_1 \cup \varphi_2)};$	$\text{Trans}(3) \frac{q \rightarrow \varphi_1 \wedge \varphi_2}{q \rightarrow \varphi_1, q \rightarrow \varphi_2};$
$\text{Trans}(4) \frac{q \rightarrow \varphi_1 \vee \varphi_2 \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow \varphi_1 \vee p, p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans}(5) \frac{q \rightarrow D}{\top \rightarrow \neg q \vee D}; \frac{q \rightarrow \perp}{\top \rightarrow \neg q}; \frac{q \rightarrow \top}{\{ \}};$
$\text{Trans}(6) \frac{q \rightarrow Qx\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是子句)}}{q \rightarrow Qx p, p \rightarrow \varphi};$		$\text{Trans}(7) \frac{q \rightarrow Q\mathbb{F}\varphi \text{ (如果 } \varphi \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q\mathbb{F} p, p \rightarrow \varphi};$
$\text{Trans}(8) \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \cup p), p \rightarrow \varphi_2};$		$\text{Trans}(10) \frac{q \rightarrow QG\varphi}{q \rightarrow p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx p};$
$\text{Trans}(9) \frac{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} \varphi_2) \text{ (如果 } \varphi_2 \text{ 不是文字)}}{q \rightarrow Q(\varphi_1 \mathbb{W} p), p \rightarrow \varphi_2};$		
$\text{Trans}(11) \frac{q \rightarrow Q(\varphi \cup I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p), q \rightarrow Q\mathbb{F} I};$		$\text{Trans}(12) \frac{q \rightarrow Q(\varphi \mathbb{W} I)}{q \rightarrow I \vee p, p \rightarrow \varphi, p \rightarrow Qx(I \vee p)}.$

其中, $T \in \{X, G, F\}$, ind 是规则中引入的新索引且 $Q \in \{A, E, \langle \text{ind} \rangle\}$; q 是一个原子命题, I 是一个文字, D 是文字的析取 (即子句), p 是新的原子命题; φ , φ_1 , 和 φ_2 都是 CTL 公式。



例 5

令 $\varphi = \neg \text{AF} p \wedge \text{AF}(p \wedge \top)$, 下面给出将 φ 转换为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集的详细步骤。

(1) 将公式 φ 转换为其 NNF 形式: $\text{EG} \neg p \wedge \text{AF}(p \wedge \top)$;

(2) 化简 (1) 中的公式为: $\text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p$;

(3) 使用转换规则转换 $\{\text{AG}(\text{start} \rightarrow z), \text{AG}(z \rightarrow (\text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p))\}$, 详细步骤如下:

$$1. \text{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow \text{EG} \neg p \wedge \text{AF} p$$

$$3. z \rightarrow \text{EG} \neg p \quad (2, \text{Trans}(3))$$

$$4. z \rightarrow \text{AF} p \quad (2, \text{Trans}(3))$$

$$5. z \rightarrow E_{(1)} G \neg p \quad (3, \text{Trans}(1))$$

$$6. z \rightarrow x \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$7. x \rightarrow \neg I \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$8. x \rightarrow E_{(1)} G x \quad (5, \text{Trans}(10))$$

$$9. \top \rightarrow \neg z \vee x \quad (6, \text{Trans}(5))$$

$$10. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p \quad (7, \text{Trans}(5))$$

因此, 得到的 φ 对应的 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集为:

$$1. \text{start} \rightarrow z$$

$$2. z \rightarrow \text{AF} p$$

$$3. x \rightarrow E_{(1)} G x$$

$$4. \top \rightarrow \neg z \vee x$$

$$5. \top \rightarrow \neg x \vee \neg p.$$



μ -演算的语法和语义

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

不动点符号: μ 和 ν ; \mathcal{V} : 变元符号的可数集。

定义 6 (μ -演算公式)

μ -演算公式 (简称为 μ -公式或公式) 递归定义如下:

$$\varphi ::= p \mid X \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{AX}\varphi \mid \nu X.\varphi$$

其中 $p \in \mathcal{A}$ 且 $X \in \mathcal{V}$ 。

定义 7

给定 μ -演算公式 φ 、Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, r)$ 和一个从 \mathcal{V} 中的变量到 \mathcal{M} 中状态的赋值函数 $\nu: \mathcal{V} \rightarrow 2^S$ 。公式在 \mathcal{M} 和 ν 上的解释是 S 的一个子集 $\|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}$ (如果在上下文中 \mathcal{M} 是明确的, 则可以省去上标):

$$\|p\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \{s \mid p \in L(s)\},$$

$$\|X\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \nu(X),$$

$$\|\varphi_1 \vee \varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \|\varphi_1\|_{\nu}^{\mathcal{M}} \cup \|\varphi_2\|_{\nu}^{\mathcal{M}},$$

$$\|\text{AX}\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \{s \mid \forall s'. (s, s') \in R \Rightarrow s' \in \|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}\},$$

$$\|\nu X.\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}} = \bigcup \{S' \subseteq S \mid S' \subseteq \|\varphi\|_{\nu[X:=S']}^{\mathcal{M}}\}.$$

其中, $\nu[X:=S']$ 是一个赋值函数, 它除了 $\nu[X:=S'](X) = S'$ 之外, 和 ν 完全相同。

小贴士

- 赋值: (\mathcal{M}, s, ν) , (\mathcal{M}, ν) ;
- 若 $s \in \|\varphi\|_{\nu}^{\mathcal{M}}$, 则称 s “满足” φ , 记为 $(\mathcal{M}, s, \nu) \models \varphi$;
- 这里的 Kripke 结构不要求其二元关系是完全的;
- 当公式 φ 为 μ -句子时, 可以将赋值函数 ν 省略;
- 范式: 析取 μ -公式。



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

3 CTL 和 μ -演算遗忘理论

- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



CTL 和 μ 遗忘理论——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

存在性、
不同子类

1.1 CTL的遗忘理论

↓ V-互模拟
互模拟等价

$$\varphi' = \text{forget}(\varphi, V)$$

互模拟不变性

1.2 μ -演算的遗忘理论

↓ 命题-变元-互模拟

$$\psi' = \text{forget}(\psi, V)$$

基本性质:

(W)、(PP)、(NP)、
(IR)可表达性理论

分解性

同质性... ..

遗忘存在性

负例

CTL遗忘不总是存在的

推理问题的复杂性:

Var-weak

$$\psi \models \varphi'$$

Exptime-complete

Var-independence

$$\varphi' \equiv \varphi$$

Var-strong

$$\varphi' \models \psi$$

Var-match

$$\varphi' \equiv \psi$$

Exptime

Model checking

$$M \models \psi'$$

Var-entailment

$$\varphi' \models \psi'$$

Var-equivalence

$$\varphi' \equiv \psi'$$

图 4: CTL 和 μ 遗忘理论



基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 8 (V-互模拟)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

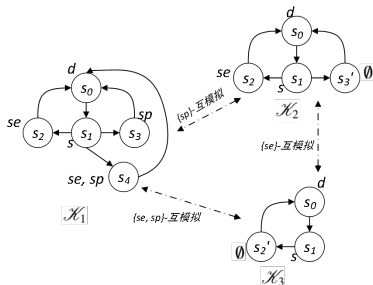
(i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;

(ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;

(iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 8 (V-互模拟)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

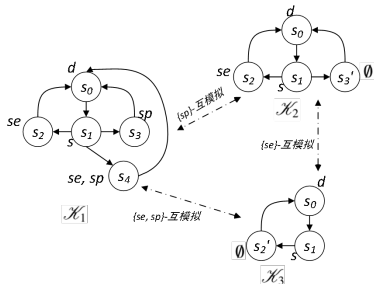
(i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;

(ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;

(iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





定义 8 (V-互模拟)

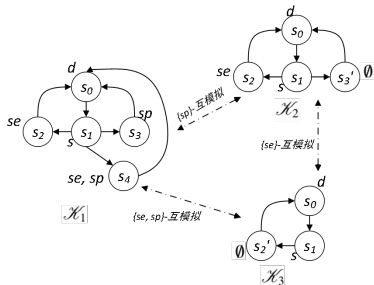
给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、索引集合 $I \subseteq \text{Ind}$ 和初始 Ind-结构 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, [_], i, s_0^i)$ ($i = 1, 2$)。

$\mathcal{B}_V \subseteq S_1 \times S_2$ 为二元关系, 对任意 $s_1 \in S_1$ 和 $s_2 \in S_2$, 若 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则:

- (i) $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$;
- (ii) $\forall r_1 \in S_1$, 若 $(s_1, r_1) \in R_1$, 则 $\exists r_2 \in S_2$ 使得 $(s_2, r_2) \in R_2$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$;
- (iii) $\forall r_2 \in S_2$, 若 $(s_2, r_2) \in R_2$, 则 $\exists r_1 \in S_1$ 使得 $(s_1, r_1) \in R_1$ 和 $(r_1, r_2) \in \mathcal{B}_V$ 。

那么, 称 \mathcal{B}_V 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间的一个 V-互模拟关系。

- 结构互模拟: 若 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V-互模拟关系 \mathcal{B}_V 使得 $(s_1, s_2) \in \mathcal{B}_V$, 则称两个 Ind-结构 $\mathcal{K}_1 = (\mathcal{M}_1, s_1)$ 和 $\mathcal{K}_2 = (\mathcal{M}_2, s_2)$ 是 V-互模拟的, 记为 $\mathcal{K}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{K}_2$;
- 路径互模拟: 令 $i \in \{1, 2\}$, $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$ 为 \mathcal{M}_i 上的路径, 若对任意 $j \geq 1$ 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \leftrightarrow_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则称这两条路径是 V-互模拟的, 记为 $\pi_1 \leftrightarrow_V \pi_2$, 其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。





基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 9 (互模拟等价, bisimilar equivalence)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$, 公式 φ 和 ψ 。若对任意 $\mathcal{K} \models \varphi$, 都存在一个 $\mathcal{K}' \models \psi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$; 且对任意 $\mathcal{K}' \models \psi$, 都存在一个 $\mathcal{K} \models \varphi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$, 则称公式 φ 和 ψ 是 V-互模拟等价的 (bisimilar equivalence), 记为 $\varphi \equiv_V \psi$ 。

命题 1

令 φ 为一个 CTL 公式。则 $\varphi \equiv_U T_\varphi$, 其中 $T_\varphi = \text{SNF}_{\text{CTL}}^{\mathcal{G}}(\varphi)$ 和 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 9 (互模拟等价, bisimilar equivalence)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$, 公式 φ 和 ψ 。若对任意 $\mathcal{K} \models \varphi$, 都存在一个 $\mathcal{K}' \models \psi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$; 且对任意 $\mathcal{K}' \models \psi$, 都存在一个 $\mathcal{K} \models \varphi$, 使得 $\mathcal{K} \leftrightarrow_V \mathcal{K}'$, 则称公式 φ 和 ψ 是 V-互模拟等价的 (bisimilar equivalence), 记为 $\varphi \equiv_V \psi$ 。

命题 1

令 φ 为一个 CTL 公式。则 $\varphi \equiv_U T_\varphi$, 其中 $T_\varphi = \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$ 和 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$ 。



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ▶ ↺ 🔍 ↻



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定理 11 (表达性定理, Representation Theorem)

给定 CTL 公式 φ 和 φ' , $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集。下面的陈述是等价的:

- (i) $\varphi' \equiv F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$,
- (ii) $\varphi' \equiv \{\phi \mid \phi \models \varphi \text{ 和 } \text{IR}(\phi, V)\}$,
- (iii) 若 φ 、 φ' 和 V 与 (i) 和 (ii) 中提到的符号相同, 则公设 **(W)**、**(PP)**、**(NP)** 和 **(IR)** 成立。



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ ▢ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



参考文献



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 11 (V -互模拟)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和两个 Kripke 结构 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 , 其中 $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, r_i)$ ($i = 1, 2$)。若 $\mathcal{B} \subseteq S_1 \times S_2$ 满足下面几个条件:

- $r_1 \mathcal{B} r_2$,
- 对任意 $s \in S_1$ 和 $t \in S_2$, 若 $s \mathcal{B} t$, 则对任意 $p \in \mathcal{A} - V$, 有 $p \in L_1(s)$ 当且仅当 $p \in L_2(t)$,
- 若 $(s, s') \in R_1$ 和 $s \mathcal{B} t$, 则存在一个 t' , 使得 $s' \mathcal{B} t'$ 和 $(t, t') \in R_2$, 且
- 若 $s \mathcal{B} t$ 和 $(t, t') \in R_2$, 则存在一个 s' , 使得 $(s, s') \in R_1$ 和 $t' \mathcal{B} s'$ 。

则称 \mathcal{B} 是 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 的 V -互模拟关系。

$\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_V \mathcal{M}_2$ 、 $(\mathcal{M}_1, r_1) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}_2, r_2)$: 如果 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 之间存在一个 V -互模拟关系。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

例 11 (不变性反例)

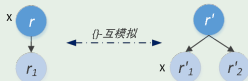
令 $\varphi = AX \neg X \vee AX X$, (\mathcal{M}, v) 和 (\mathcal{M}', v') 为赋值, 其中 $\mathcal{M} = (S, r, R, L)$ 、 $\mathcal{M}' = (S', r', R', L')$ 且

$$S = \{r, r_1\}, R = \{(r, r_1)\}, L(r) = L(r_1) = \emptyset, v(X) = \{r_1\},$$

$$S' = \{r', r'_1, r'_2\}, R' = \{(r', r'_1), (r', r'_2)\}, L(r') = L(r'_1) = L(r'_2) = \emptyset, v'(X) = \{r'_1\}.$$

$\mathcal{B} = \{(r, r'), (r_1, r'_1), (r_1, r'_2)\}$ 是 \mathcal{M} 和 \mathcal{M}' 之间的一个 \emptyset -互模拟。

但是, $(\mathcal{M}, v) \models \varphi$ 而 $(\mathcal{M}', v') \not\models \varphi$ 。





参考文献

A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



定义 12 (μ -演算遗忘)

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 φ 为 μ -公式。若 $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$ 且下面等式成立，则称 ψ 是从 φ 中遗忘 V 后得到的结果：

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

定理 13 (存在性)

给定原子命题 $q \in \mathcal{A}$ 和 μ -句子 φ ，则存在一个 μ -句子 ψ 使得 $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$ 且 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

命题 5 (同质性)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 μ -公式 φ ，则：

(iii) 如果 $vX.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(vX.\varphi, V) \equiv vX.F_\mu(\varphi, V)$ ；

(iv) 如果 $\mu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

定义 12 (μ -演算遗忘)

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 φ 为 μ -公式。若 $\text{Var}(\psi) \cap V = \emptyset$ 且下面等式成立，则称 ψ 是从 φ 中遗忘 V 后得到的结果：

$$\text{Mod}(\psi) = \{(\mathcal{M}, v) \mid \exists (\mathcal{M}', v') \in \text{Mod}(\varphi) \text{ 且 } (\mathcal{M}', v') \leftrightarrow_V (\mathcal{M}, v)\}.$$

与 CTL 共同性质

表达性定理、分解性、同质性等。

定理 13 (存在性)

给定原子命题 $q \in \mathcal{A}$ 和 μ -句子 φ ，则存在一个 μ -句子 ψ 使得 $\text{Var}(\psi) \cap \{q\} = \emptyset$ 且 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, \{q\})$ 。

命题 5 (同质性)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和 μ -公式 φ ，则：

(iii) 如果 $\nu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\nu X.\varphi, V) \equiv \nu X.F_\mu(\varphi, V)$ ；

(iv) 如果 $\mu X.\varphi$ 为 μ -句子， $F_\mu(\mu X.\varphi, V) \equiv \mu X.F_\mu(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

x-类

不含有不定点操作的 μ -公式集，记为 **x-类**。通过等值式： $AX\varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \equiv AX(\varphi_1 \wedge \varphi_2)$ 和 $EX\varphi_1 \vee EX\varphi_2 \equiv EX(\varphi_1 \vee \varphi_2)$ ，可以将 x-类中的任意公式转换为具有下面形式的公式的析取：

$$\varphi_0 \wedge AX\varphi_1 \wedge EX\varphi_2 \wedge \cdots \wedge EX\varphi_n, \quad (1)$$

其中 φ_0 是不含有时序算子的 x-类中的公式， φ_i ($1 \leq i \leq n$) 为 x-类中的公式，且任意 φ_i ($0 \leq i \leq n$) 都有可能缺失。

命题 6

若 $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集、 φ 为 x-类中的公式，则存在 x-类中的公式 ψ 使得 $\psi \equiv F_\mu(\varphi, V)$ 。



例 14

令 $\varphi_1 = X \wedge p$ 、 $\varphi_2 = AX(c \wedge EXd) \wedge AXe$ 、 $\varphi_3 = EX \neg d \wedge (EX \neg p \vee EXP)$ 、 $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$ 且 $V = \{e, d\}$ ，其中 $X \in \mathcal{V}$ 且 p, c, d, e 为原子命题。

此外，公式 φ 可如下转换为具有形式 (1) 的公式的析取：

如下计算公式 φ 的度：

$$\begin{aligned} \text{degree}(\varphi) &= \max\{\text{degree}(\varphi_1), \text{degree}(\varphi_2 \wedge \varphi_3)\} \\ &= \max\{0, \max\{\text{degree}(\varphi_2), \text{degree}(\varphi_3)\}\} \end{aligned}$$

$$= 2,$$

$$\text{degree}(\varphi_1) = 0,$$

$$\text{degree}(\varphi_2) = \max\{\text{degree}(AX(c \wedge EXd)), \text{degree}(AXe)\}$$

$$= \max\{\max\{0, 1\} + 1, 1\}$$

$$= 2,$$

$$\text{degree}(\varphi_3) = \max\{\text{degree}(EX \neg d), \text{degree}(EX \neg p \vee EXP)\}$$

$$= \max\{1, \max\{1, 1\}\}$$

$$= 1.$$

$$\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$$

$$\equiv X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge (EX \neg p \vee EXP)$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EX \neg p) \vee$$

$$(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EXP).$$

则从 φ 中遗忘 V 的结果为：

$$F_{\mu}(\varphi, V) \equiv F_{\mu}(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EX \neg p, V) \vee$$

$$F_{\mu}(X \wedge p \wedge AX(c \wedge e \wedge EXd) \wedge EX \neg d \wedge EXP, V)$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX F_{\mu}(c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge$$

$$EX F_{\mu}(\neg d \wedge c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge EX F_{\mu}(\neg p \wedge c \wedge e \wedge EXd, V)) \vee$$

$$(X \wedge p \wedge AX F_{\mu}(c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge$$

$$EX F_{\mu}(\neg d \wedge c \wedge e \wedge EXd, V) \wedge EX F_{\mu}(p \wedge c \wedge e \wedge EXd, V))$$

$$\equiv (X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge EX(\neg p \wedge c)) \vee (X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge EX(p \wedge c))$$

$$\equiv X \wedge p \wedge AX c \wedge EX c \wedge (EX(\neg p \wedge c) \vee EX(p \wedge c)).$$



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ 📄 ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- 3 CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论

4 遗忘理论在反应式系统中的应用

- 简介
- 最弱充分条件
- 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

- 反应式系统被表示成 Kripke 结构：
- 初始 Kripke 结构的特征公式看作 CTL 公式：

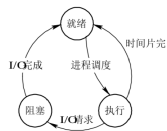
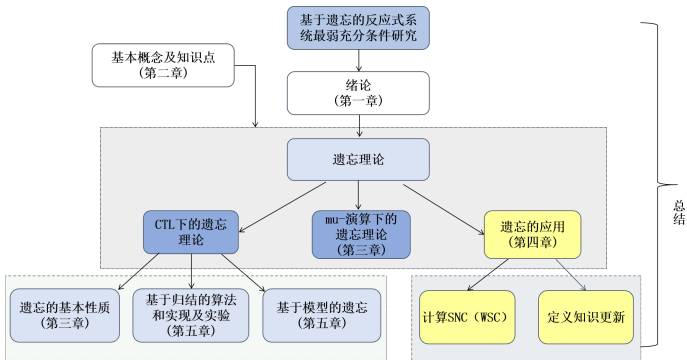


图 5：进程的三种基本状态及其转换





◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡



定理 17

给定公式 φ 、原子命题集 $V \subseteq \text{Var}(\varphi)$ 和原子命题 $q \in \text{Var}(\varphi) - V$ 。

- (i) $F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$ 是 q 在 V 和 φ 上的 SNC;
- (ii) $\neg F_{\text{CTL}}(\varphi \wedge \neg q, (\text{Var}(\varphi) \cup \{q\}) - V)$ 是 q 在 V 和 φ 上的 WSC。

例 18 (例 1 的延续)

令 $\mathcal{A} = \{d, se, sp, s\}$ 和 $V = \{d, se\}$, 求 s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC, 其中 \mathcal{M} 为例 1 中初始状态为 s_0 的汽车制造企业模型结构。

由上面的定理可知, s 在 V 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$ 上的 WSC 为 $\neg F_{\text{CTL}}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{K}) \wedge \neg s, \{s\} \cup \{sp\})$ 。

由于涉及到后文中遗忘的计算方法, 本例的详细计算过程放到后面。



约定

- 本小节假设所有初始结构都是有限的，即：状态来源于有限状态空间且 \mathcal{A} 为有限原子命题集；
- 任意 \mathcal{A} 上的有限初始结构 \mathcal{M} （为了简化符号，本节用初始 Kripke 结构 \mathcal{M} 代替初始结构 (\mathcal{M}, s_0) ）都能用一个 CTL 公式——特征公式 $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$ 来表示；
- 给定公式 φ 和 ψ ， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$ 为使得 $F_{CTL}(\varphi, V_{min}) \wedge \psi$ 可满足的极小子集。
- 记

$$\bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi)$$

为所有 $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \psi$ 的模型集合的并集。

定义 19

给定公式 Γ 和 φ 。知识更新操作 \diamond_{CTL} 定义如下：

$$Mod(\Gamma \diamond_{CTL} \varphi) = \bigcup_{\mathcal{M} \in Mod(\Gamma)} \bigcup_{V_{min} \subseteq \mathcal{A}} Mod(F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min}) \wedge \varphi),$$

其中， $\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M})$ 是 \mathcal{M} 在 \mathcal{A} 上的特征公式， $V_{min} \subseteq \mathcal{A}$ 是使得 $F_{CTL}(\mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}), V_{min})$ 可满足的极小子集。



定义 20

给定三个有限初始结构 \mathcal{M} 、 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 ， \mathcal{M}_1 比 \mathcal{M}_2 更接近 \mathcal{M} （记为 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ ），当且仅当对任意 $V_2 \subseteq \mathcal{A}$ ，若 $\mathcal{M}_2 \leftrightarrow_{V_2} \mathcal{M}$ ，则存在 $V_1 \subseteq V_2$ 使得 $\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_{V_1} \mathcal{M}$ 。 $\mathcal{M}_1 <_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 当且仅当 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 且 $\mathcal{M}_2 \not\leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_1$ 。

例 21

令 $\mathcal{M} = (S, R, L, r)$ 、 $\mathcal{M}_1 = (S_1, R_1, L_1, r_1)$ 、 $\mathcal{M}_2 = (S_2, R_2, L_2, r_2)$ 为三个初始结构（如图 6），其中 $S = S_1 = S_2 = \{s_0, s_1\}$ ， $r = r_1 = r_2 = s_0$ ， $R = R_1 = R_2 = \{(s_0, s_1), (s_1, s_1)\}$ ， $L(s_0) = \{ch, j\}$ ， $L_1(s_0) = L_2(s_0) = \{ch\}$ ， $L(s_1) = L_1(s_1) = \emptyset$ ， $L_2(s_1) = \{j\}$ 。

可以检查 $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j\}} \mathcal{M}_1$ ， $\mathcal{M} \leftrightarrow_{\{j, ch\}} \mathcal{M}_2$ ， $\{j\} \subseteq \{j, ch\}$ ，且对任意原子命题集 $V \subset \{j\}$ （或 $V \subset \{j, ch\}$ ），有 $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_1$ （或 $\mathcal{M} \not\leftrightarrow_V \mathcal{M}_2$ ）。因此， $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 。

图 6: 初始结构间的 $\leq_{\mathcal{M}}$ 关系。



定义 20

给定三个有限初始结构 \mathcal{M} 、 \mathcal{M}_1 和 \mathcal{M}_2 , \mathcal{M}_1 比 \mathcal{M}_2 更接近 \mathcal{M} (记为 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$), 当且仅当对任意 $V_2 \subseteq \mathcal{A}$, 若 $\mathcal{M}_2 \leftrightarrow_{V_2} \mathcal{M}$, 则存在 $V_1 \subseteq V_2$ 使得 $\mathcal{M}_1 \leftrightarrow_{V_1} \mathcal{M}$. $\mathcal{M}_1 <_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 当且仅当 $\mathcal{M}_1 \leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_2$ 且 $\mathcal{M}_2 \not\leq_{\mathcal{M}} \mathcal{M}_1$.

定理 21

给定 μ -句子 Γ 和 φ , 则:

$$\text{Mod}(\Gamma \diamond_{\text{CTL}} \varphi) = \bigcup_{\mathcal{M} \in \text{Mod}(\Gamma)} \text{Min}(\text{Mod}(\varphi), \leq_{\mathcal{M}}).$$

其中, $\text{Min}(\text{Mod}(\varphi), \leq_{\mathcal{M}})$ 是 φ 的关于偏序关系 $\leq_{\mathcal{M}}$ 的极小模型集。

定理 22

知识更新操作 \diamond_{CTL} 满足 Katsuno 和 Mendelzon 提出的基本条件 (U1)-(U8)。



例 23

令 $\mathcal{A} = \{ch, j\}$ 、 $\phi = vX.j \wedge ch \wedge EXEXX$ 、 $\psi = vX.\neg j \wedge ch \wedge EXEXX$ 且 Kripke 结构的状态空间为 $\{s_0, s_1\}$, 则用 ψ 更新 ϕ 计算如下:

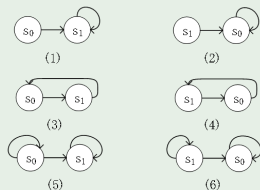
$$Mod(\varphi) = \{((1), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \{ch, j\}),$$
$$((2), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \{ch, j\}),$$
$$((3), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((4), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \mathcal{C}),$$
$$((5), r = s_0, L(s_0) = \{ch, j\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((6), r = s_1, L(s_1) = \{ch, j\}, L(s_0) = \mathcal{C}), \dots\}$$
$$Mod(\psi) = \{((1), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \{ch\})\},$$
$$((2), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \{ch\}),$$
$$((3), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((4), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \mathcal{C}),$$
$$((5), r = s_0, L(s_0) = \{ch\}, L(s_1) = \mathcal{C}),$$
$$((6), r = s_1, L(s_1) = \{ch\}, L(s_0) = \mathcal{C}), \dots \}$$


图 6: 状态空间为 $\{s_0, s_1\}$ 的六个 Kripke 结构示意图^a

^a这里只列出部分转换关系，其余转换关系可以容易地枚举出来。

其中, 四元组 $((i), r = s_k, L(s_0) = V_1, L(s_1) = V_1)$ 表示 Kripke 结构 (S, r, R, L) , 其中 $S = \{s_0, s_1\}$ 、 $r = s_k$ ($r \in \{0, 1\}$)、转换关系如图 6 中的 (i) ($i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$)、 s_0 和 s_1 分别被 $V_1 \subseteq \{ch, j\}$ 和 $V_2 \subseteq \{ch, j\}$ 标记且 $\mathcal{C} \in \{\emptyset, \{j\}, \{ch\}, \{j, ch\}\}$ 。

$Mod(\varphi \diamond \psi) = \bigcup_{\mathcal{M} \in Mod(\varphi)} Min(Mod(\psi), \leq_{\mathcal{M}})$, 根据定义 20 容易检查 $Mod(\varphi \diamond \psi) = Mod(\psi)$ 。直观地说, 由于在 ψ 中 j 在偶数状态不再为真, ch 保持为真且 ψ 和 φ 都不知道模型偶数状态的信息, 因而用 ψ 更新 φ 得到的结果为 ψ 自身。



- 1 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新
- 5 CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望



简介

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

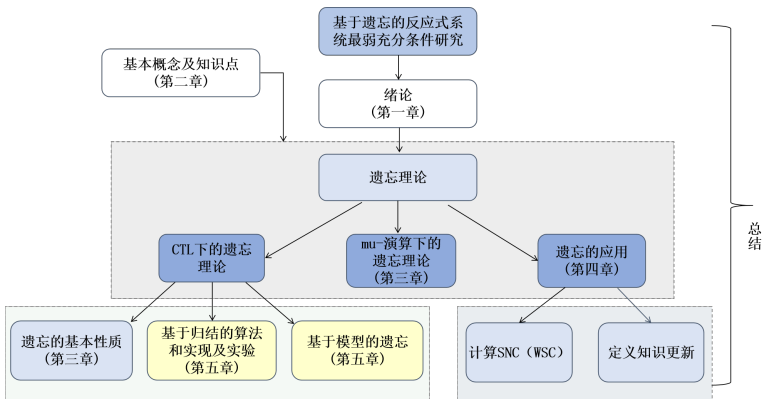
总结与展望

总结

展望

参考文献

- 基于模型的计算方法;
- 基于归结的计算方法 (CTL-forget 算法);
- 基于 Prolog 的 CTL-forget 算法实现。





基于模型的计算方法总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算
 - CTL 和 μ -演算遗忘理论
 - CTL 遗忘理论
 - μ -演算遗忘理论
 - 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法
 - CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
 - 总结
 - 展望
- 参考文献

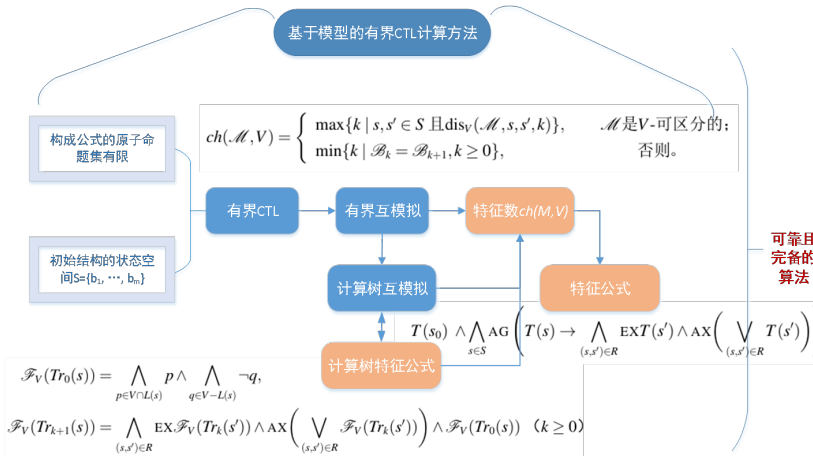


图 7: 基于模型的有界 CTL 遗忘方法



\mathcal{B}_n^V

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 是原子命题集, $i \in \{1, 2\}$, $\mathcal{M}_i = (S_i, R_i, L_i, s_0^i)$ 是初始 Kripke 结构, $\mathcal{K}_i = (\mathcal{M}_i, s_i)$ 是结构。 \mathcal{B}_n^V 递归定义如下:

- 若 $L_1(s_1) - V = L_2(s_2)$, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
- 对任意 $n \geq 0$, 若满足下面几个条件, 则 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_{n+1}^V$ 成立:

- $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_0^V$;
- 对任意 $(s_1, s'_1) \in R_1$, 存在 $(s_2, s'_2) \in R_2$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$;
- 对任意 $(s_2, s'_2) \in R_2$, 存在 $(s_1, s'_1) \in R_1$, 使得 $(\mathcal{K}_1', \mathcal{K}_2') \in \mathcal{B}_n^V$ 。

其中 $\mathcal{K}_i' = (\mathcal{M}_i, s'_i)$ 。

定义 24 (有界 V-互模拟)

令 V 是 \mathcal{A} 的一个子集, $i \in \{1, 2\}$, \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是结构。

- \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是有界 V-互模拟的, 当且仅当对所有 $n \geq 0$, 都有 $(\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2) \in \mathcal{B}_n$ 。若 \mathcal{K}_1 和 \mathcal{K}_2 是有界 V-互模拟的, 则记为 $\mathcal{K}_1 \stackrel{B}{\sim}_V \mathcal{K}_2$ 。
- 对 \mathcal{M}_i 上的路径 $\pi_i = (s_{i,1}, s_{i,2}, \dots)$, 若对于任意 $j \in \mathbb{N}_{\geq 1}^a$, 都有 $\mathcal{K}_{1,j} \stackrel{B}{\sim}_V \mathcal{K}_{2,j}$, 则 $\pi_1 \stackrel{B}{\sim}_V \pi_2$ 。其中 $\mathcal{K}_{i,j} = (\mathcal{M}_i, s_{i,j})$ 。

^a \mathbb{N} 为整数集, $\mathbb{N}_{\geq 1}$ 是大于等于 1 的整数集。



坐立立

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



计算树

给定一个初始 Kripke 结构 $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$ 和一个状态 $s \in S$, \mathcal{M} 上以 s 为根节点、深度为 n ($n \geq 0$) 的计算树 $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s)$ 递归定义如下 [1]:

- $\text{Tr}_0^{\mathcal{M}}(s)$ 是只有一个节点 s (其标签为 $L(s)$) 的树。
- $\text{Tr}_{n+1}^{\mathcal{M}}(s)$ 是以 s 为根节点 (标签为 $L(s)$) 的树, 并且若 $(s, s') \in R$, 则 s 有一棵子树 $\text{Tr}_n^{\mathcal{M}}(s')$ 。

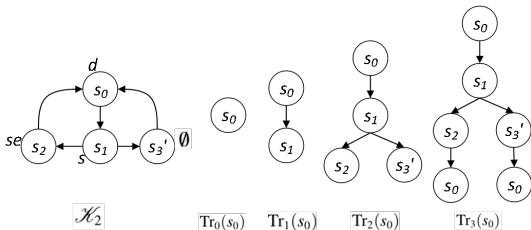


图 8: 初始结构 \mathcal{K}_2 及其计算树示意图



参考文献

◀ ◻ ▶ ◀ ▢ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻



计算树互模拟

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和初始 Kripke 结构 \mathcal{M}_i ($i=1,2$)。如果下面条件同时满足:

- $L_1(s_1) - V = L_2(s_2) - V$,
- 对 $\text{Tr}_n(s_1)$ 的任意子树 $\text{Tr}_{n-1}(s'_1)$, 都存在 $\text{Tr}_n(s_2)$ 的子树 $\text{Tr}_{n-1}(s'_2)$, 使得 $\text{Tr}_{n-1}(s'_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_{n-1}(s'_2)$, 且
- 对任意 $\text{Tr}_n(s_2)$ 的子树 $\text{Tr}_{n-1}(s'_2)$, 都存在 $\text{Tr}_n(s_1)$ 的子树 $\text{Tr}_{n-1}(s'_1)$, 使得 $\text{Tr}_{n-1}(s'_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_{n-1}(s'_2)$;

则称 \mathcal{M}_1 的计算树 $\text{Tr}_n(\mathbf{s}_1)$ 和 \mathcal{M}_2 的计算树 $\text{Tr}_n(\mathbf{s}_2)$ 是 V -互模拟的 (记为 $(\mathcal{M}_1, \text{Tr}_n(\mathbf{s}_1)) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}_2, \text{Tr}_n(\mathbf{s}_2))$, 简写为 $\text{Tr}_n(\mathbf{s}_1) \leftrightarrow_V \text{Tr}_n(\mathbf{s}_2)$)。

命题 8

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、初始 Kripke 结构 \mathcal{M} 和两个状态 $s, s' \in S$ 。若 $s \not\sim_V s'$ ，则存在一个最小整数 k ，使得 $\text{Tr}_k(s)$ 和 $\text{Tr}_k(s')$ 不是 V -互模拟的。



V -可区分

若初始 Kripke 结构 \mathcal{M} 的两个状态 s 和 s' 不是 \bar{V} -互模拟的（即： $s \not\sim_{\bar{V}} s'$ ），则称 s 和 s' 是 V -可区分的。用 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)$ 表示状态 s 和 s' 在命题8中所说的最小数 k 下是 V -可区分的。

特征数

\mathcal{M} 关于原子命题集 V 的特征数，记为 $ch(\mathcal{M}, V)$ 定义如下：

$$ch(\mathcal{M}, V) = \begin{cases} \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k)\}, & \mathcal{M} \text{ 是 } V\text{-可区分的;} \\ \min\{k \mid \mathcal{B}_k = \mathcal{B}_{k+1}, k \geq 0\}, & \text{否则。} \end{cases}$$



定义 26 (特征公式)

给定原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和初始结构 $\mathcal{K} = (\mathcal{M}, s_0)$, 其中 $c = ch(\mathcal{M}, V)$ 。对任意 \mathcal{M} 上的状态 $s' \in S$, 记 $T(s') = \mathcal{F}_V(\text{Tr}_c(s'))$ 。 \mathcal{K} 关于 V 的特征公式 $\mathcal{F}_V(\mathcal{K})$ 定义为:

$$T(s_0) \wedge \bigwedge_{s \in S} \text{AG} \left(T(s) \rightarrow \bigwedge_{(s, s') \in R} \text{EX } T(s') \wedge \text{AX} \left(\bigvee_{(s, s') \in R} T(s') \right) \right).$$

定理 27

令 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\mathcal{M} = (S, R, L, s_0)$ 且 $\mathcal{M}' = (S', R', L', s'_0)$, 则:

- (i) $(\mathcal{M}', s'_0) \models \mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0)$ 当且仅当 $(\mathcal{M}, s_0) \leftrightarrow_V (\mathcal{M}', s'_0)$;
- (ii) 若 $s_0 \leftrightarrow_V s'_0$ 则 $\mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) \equiv \mathcal{F}_V(\mathcal{M}', s'_0)$ 。



基于模型的有界 CTL 遗忘计算——描述初始结构：特征公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

例 26

考虑右下图左边的初始结构 $\mathcal{M}_2 = (\mathcal{M}, s_0)$ 。左边的为 \mathcal{M} 上的四棵计算树：从左到右表示以 s_0 为根、深度分别为 0、1、2 和 3 的计算树（为简化图，计算树的标签没有给出，但是每个树节点的标签可从 \mathcal{M}_2 找到）。令 $V = \{d\}$ ，则 $\bar{V} = \{s, se\}$ 。因为 $L(s_1) - \bar{V} = L(s_2) - \bar{V}$ ，所以有 $\text{Tr}_0(s_1) \leftrightarrow \nabla \text{Tr}_0(s_2)$ 。由于存在 $(s_1, s_2) \in R$ ，使得对任意 $(s_2, s') \in R$ ，都有 $L(s_2) - \bar{V} \neq L(s') - \bar{V}$ ，所以， $\text{Tr}_1(s_1) \not\leftrightarrow \nabla \text{Tr}_1(s_2)$ 。由此可知， s_1 和 s_2 是 V -可区分的，且 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s_2, 1)$ 。同理可得： $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_1, 0)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_1, s'_3, 1)$ 、 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s_2, 0)$ 和 $\text{dis}_V(\mathcal{M}, s_0, s'_3, 0)$ 。此外， $s_2 \leftrightarrow \nabla s'_3$ 。因此，可以计算 \mathcal{M} 关于 V 的特征数为：

$$\text{ch}(\mathcal{M}, V) = \max\{k \mid s, s' \in S \text{ 且 } \text{dis}_V(\mathcal{M}, s, s', k) = 1\}.$$

所以，可以由以下步骤计算 \mathcal{M}_2 关于 V 的特征公式：

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_0)) = d, \quad \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_1)) = \neg d,$$

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s_2)) = \neg d, \quad \mathcal{F}_V(\text{Tr}_0(s'_3)) = \neg d,$$

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_0)) = \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} \neg d \wedge d \equiv \text{AX} \neg d \wedge d,$$

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_1)) = \text{EX} \neg d \wedge \text{EX} \neg d \wedge \text{AX} (\neg d \vee d) \wedge \neg d \equiv \text{AX} \neg d \wedge \neg d,$$

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)) = \text{EX} d \wedge \text{AX} d \wedge \neg d \equiv \text{AX} d \wedge \neg d,$$

$$\mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s'_3)) \equiv \mathcal{F}_V(\text{Tr}_1(s_2)),$$

$$\mathcal{F}_V(\mathcal{M}, s_0) \equiv \text{AX} \neg d \wedge d \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} \neg d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} d \wedge \neg d)) \wedge$$

$$\text{AG}(\text{AX} d \wedge \neg d \rightarrow \text{AX}(\text{AX} \neg d \wedge d)).$$

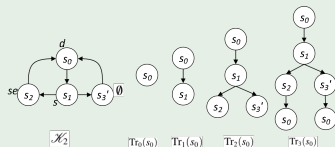


图 9：初始结构 \mathcal{M}_2 及其计算树示意图



参考文献



引理 27

给定 CTL 公式 φ , 下面等式成立:

$$\varphi \equiv \bigvee_{(\mathcal{M}, s_0) \in \text{Mod}(\varphi)} \mathcal{F}_{\mathcal{A}}(\mathcal{M}, s_0).$$

遗忘封闭性

从 φ 中遗忘 V 中的元素得到的结果为:

$$\bigvee_{\mathcal{K} \in \{\mathcal{K}' \mid \exists \mathcal{K}'' \in \text{Mod}(\phi), \mathcal{K}'' \leftrightarrow_V \mathcal{K}'\}} \mathcal{F}_V(\mathcal{K}).$$



基于模型的遗忘算法

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.1 基于模型的CTL遗忘过程

Input: CTL公式 φ 和原子命题集 V

Output: $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$

```

 $\psi \leftarrow \perp$  foreach  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{S}$  上的初始结构  $\mathcal{H}$  do
    if  $\mathcal{H} \not\models \varphi$  then continue
    foreach 满足  $\mathcal{H} \leftrightarrow_V \mathcal{H}'$  的初始结构  $\mathcal{H}'$  do
         $\psi \leftarrow \psi \vee F_V(\mathcal{H}')$ 
    end
end
return  $\psi$ 

```

命题 8

令 φ 为 CTL 公式, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集, 状态空间大小为 $|\mathcal{S}| = m$, $|\mathcal{A}| = n$, $|V| = x$. 使用算法 5.1 计算从 φ 中遗忘 V 中原子的空间复杂度为 $O((n-x)m^{2(m+2)}2^{nm} \log m)$, 且时间复杂性至少与空间复杂性相同。



遗忘复杂性

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

CTL_{AF} : 表示 CTL 公式只包含时序算子 AF 的子类。

命题 9 (模型检测)

给定一个结构 (\mathcal{M}, s_0) 、原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 和公式 $\varphi \in \text{CTL}_{\text{AF}}$, 判定 (\mathcal{M}, s_0) 是否为 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 的模型是 NP-完全的。

定理 28 (Entailment)

令 φ 和 ψ 为 CTL_{AF} 中的两个公式, V 为原子命题集。则:

- (i) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? \psi$ 是 co-NP-完全的,
- (ii) 判定 $\psi \models^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 是 Π_2^P -完全的,
- (iii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \models^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$ 是 Π_2^P -完全的。

推论 29

令 φ 和 ψ 为 CTL_{AF} 中的两个公式, V 原子公式集。则

- (i) 判定 $\psi \equiv^? F_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 是 Π_2^P -完全的,
- (ii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? \varphi$ 是 co-NP-完全的,
- (iii) 判定 $F_{\text{CTL}}(\varphi, V) \equiv^? F_{\text{CTL}}(\psi, V)$ 是 Π_2^P -完全的。



基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

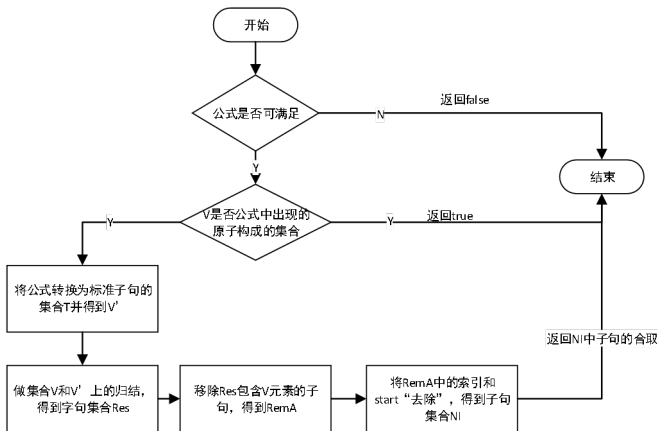


图 10: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系？
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引？



基于归结的算法 CTL-forget——总体框架

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

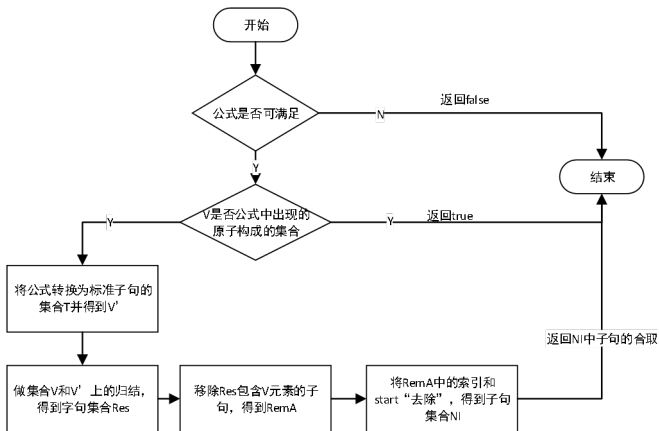


图 10: 基于归结的遗忘的主要流程图

- 如何表示 CTL 公式和带索引的 CTL 公式之间的关系？
- 如何“移除”无关的原子命题（包括需要遗忘的原子命题和转换过程中引入的新的原子命题），以及如何“消除”索引？



基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

表 3: $R_{CTL}^{>,S}$ 归结系统

(SRES1) $\frac{P \rightarrow AX(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow AX(C \vee D)}$;	(SRES2) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;
(SRES3) $\frac{P \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee I), Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{P \wedge Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;	(SRES4) $\frac{\text{start} \rightarrow C \vee I, \text{start} \rightarrow D \vee \neg I}{\text{start} \rightarrow C \vee D}$;
(SRES5) $\frac{\top \rightarrow C \vee I, \text{start} \rightarrow D \vee \neg I}{\text{start} \rightarrow C \vee D}$;	(SRES6) $\frac{\top \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow AX(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow AX(C \vee D)}$;
(SRES7) $\frac{\top \rightarrow C \vee I, Q \rightarrow E_{(ind)}X(D \vee \neg I)}{Q \rightarrow E_{(ind)}X(C \vee D)}$;	(SRES8) $\frac{\top \rightarrow C \vee I, \top \rightarrow D \vee \neg I}{\top \rightarrow C \vee D}$;
(RW1) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow AX \perp}{\top \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$;	(RW2) $\frac{\bigwedge_{i=1}^n m_i \rightarrow E_{(ind)}X \perp}{\top \rightarrow \bigvee_{i=1}^n \neg m}$;
(ERES1) $\frac{\Lambda \rightarrow EXEGI, Q \rightarrow AF \neg I}{Q \rightarrow A(\neg \Lambda W \neg I)}$;	(ERES2) $\frac{\Lambda \rightarrow E_{(ind)}XE_{(ind)}GI, Q \rightarrow E_{(ind)}F \neg I}{Q \rightarrow E_{(ind)}(\neg \Lambda W \neg I)}$.

其中 P 和 Q 是文字的合取, C 和 D 是文字的析取, I 是一个文字, 称每条规则横线下面的公式为横线上面的公式关于文字 I 的归结结果。此外, $\Lambda = \bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^{m_i} P_j^i$, P_j^i 是文字的析取, 其中 $1 \leq i \leq n$ 和 $1 \leq j \leq m$ 。



基于归结的算法 CTL-forget——CTL 归结 UF

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

记号

- 令 T 为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句集, p 为原子命题。 T 在 p 上的展开 (记为 $\text{UF}(T, p)$) 是集合 T 和如下集合的并集:

$\{\alpha \mid \alpha \text{ 是 } T \text{ 中的公式关于文字 } l \in \{p, \neg p\} \text{ 的归结结果}\}.$

- $\text{UF}(T, \emptyset) = T$ 且 $\text{UF}(T, \{p\} \cup V) = \text{UF}(\text{UF}(T, p), V);$
- $\text{ERes}(\varphi, V) = \{\alpha \in \text{UF}(T_\varphi, V) \mid \text{Var}(\alpha) \cap V = \emptyset\}.$

命题 10

令 φ 为一个 CTL 公式, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集。则 $T_\varphi \equiv_U \text{ERes}(\varphi, V)$, 其中 $U = \text{Var}(\text{UF}(T_\varphi, V)) - (\text{Var}(\varphi) - V)$ 。



例 30 (例??的延续)

令 $V = \{p, r\}$, 则 $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$ 除了例??中的子句, 还包含如下子句:

- | | | | |
|---|-----------------|---|-----------------|
| (1) $\text{start} \rightarrow r$ | (1, 2, SRES5) | (2) $\text{start} \rightarrow x \vee y$ | (1, 4, SRES5) |
| (3) $\top \rightarrow \neg z \vee y \vee f \vee m$ | (3, 4, SRES8) | (4) $y \rightarrow AX(f \vee m \vee y)$ | (3, 8, SRES6) |
| (5) $\top \rightarrow \neg z \vee x \vee p$ | (4, 5, SRES8) | (6) $\top \rightarrow \neg z \vee x \vee q$ | (4, 6, SRES8) |
| (7) $y \rightarrow AX(x \vee p)$ | (5, 8, SRES6) | (8) $y \rightarrow AX(x \vee q)$ | (6, 8, SRES6) |
| (9) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee y$ | (3, (2), SRES5) | (10) $\text{start} \rightarrow x \vee p$ | (5, (2), SRES5) |
| (11) $\text{start} \rightarrow x \vee q$ | (6, (2), SRES5) | (12) $\top \rightarrow p \vee \neg z \vee f \vee m$ | (5, (3), SRES8) |
| (13) $\top \rightarrow q \vee \neg z \vee f \vee m$ | (6, (3), SRES8) | (14) $y \rightarrow AX(p \vee f \vee m)$ | (5, (4), SRES6) |
| (15) $y \rightarrow AX(q \vee f \vee m)$ | (6, (4), SRES6) | (16) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee p$ | (5, (9), SRES5) |
| (17) $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee q$ | (6, (9), SRES5) | | |

在从 $UF(T_\varphi, V \cup \{x, y, z\})$ 中移除包含 V 中元素的子句后, 得到 $ERes(\varphi, V)$, 其包含如下子句:

- $\text{start} \rightarrow z$, $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee q$, $\text{start} \rightarrow x \vee y$, $\text{start} \rightarrow q \vee x$, $\text{start} \rightarrow f \vee m \vee y$,
 $\top \rightarrow f \vee m \vee \neg x$, $\top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z$, $\top \rightarrow f \vee m \vee \neg z \vee y$,
 $\top \rightarrow q \vee x \vee \neg z$, $\top \rightarrow x \vee y \vee \neg z$, $\top \rightarrow q \vee \neg y$, $z \rightarrow AFX$,
 $y \rightarrow AX(q \vee f \vee m)$, $y \rightarrow AX(x \vee q)$, $y \rightarrow AX(x \vee y)$, $y \rightarrow AX(f \vee m \vee y)$.

可以看出, 尽管 $ERes(\varphi, V)$ 中不包含具有索引的公式, 但有的子句包含出现在 T_φ 中的新原子命题。



两个主要过程

- 消除索引；
- 移除新引入的原子命题。

引理 31

如果 $j \in \mathcal{J}$, ψ_i, φ_i ($1 \leq i \leq n$) 为 CTL 公式, 那么:

- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow E_{(j)} X (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{\psi_i \rightarrow E_{(j)} X \varphi_i \mid 1 \leq i \leq n\} \equiv_0 \{(\bigwedge_{i \in S} \psi_i) \rightarrow EX (\bigwedge_{i \in S} \varphi_i) \mid S \subseteq \{1, \dots, n\}\},$
- $\{(\psi_1 \rightarrow E_{(j)} F \varphi_1), (\psi_2 \rightarrow E_{(j)} X \varphi_2)\} \equiv_0$
 $(\psi_1 \rightarrow \varphi_1 \vee EX EF \varphi_1) \wedge (\psi_2 \rightarrow EX \varphi_2) \wedge (\psi_1 \wedge \psi_2 \rightarrow ((\varphi_1 \wedge EX \varphi_2) \vee EX (\varphi_2 \wedge EF \varphi_1))).$



基于归结的算法 CTL-forget——转子句为 CTL 公式

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.2 RM-index(Σ)

Input: 有限 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^s$ 子句集 Σ

Output: CTL 公式集

foreach Σ 中拥有相同索引 $\langle i \rangle$ 的 E-子句构成的极大子集 Δ **do**

if 存在索引为 $\langle i \rangle$ 的 E-某时子句 $\alpha \in \Sigma$ **then**

foreach $\beta \in \text{rei}(\Delta)$ **do** $\Sigma \leftarrow \Sigma \cup \text{rfi}(\alpha, \beta)$ $\Sigma \leftarrow \Sigma - \{\alpha\}$

end

$\Sigma \leftarrow \Sigma - \Delta \cup \text{rx}(\Delta)$

end

return Σ

$\text{rei}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$,

$\text{rx}(\{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n\})$ 、 $\text{rfi}(\{\beta_1, \alpha_2\})$ 分别

表示引理 30 中 (i)、(ii)、(iii) 等号 \equiv_*

($*$ \in { 空字符串, \emptyset }) 的右边,

$\alpha_i = \psi_i \rightarrow E_{\langle j \rangle} X \varphi_i$ ($1 \leq i \leq n$) 且

$\beta_1 = \psi_1 \rightarrow E_{\langle j \rangle} F \varphi_1$ 。

推论 31

如果 φ 为一个 CTL 公式、 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$, $V \subseteq \mathcal{A}$ 为原子命题集、

$\Sigma = \underline{\text{ERes}}(\text{UF}(\varphi, V \cup U), V)$, 那么 $\text{RM-index}(\Sigma) \equiv_\emptyset \Sigma$ 。

引理 32 (一般化的 Ackermann 引理)

令 x 为一个原子命题、 $\Delta = \{\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_1), \dots,$

$\text{AG}(\top \rightarrow \neg x \vee C_n), \text{AG}(x \rightarrow B_1), \dots, \text{AG}(x \rightarrow B_m)\}$ 为只包含一个 x 的 CTL 公式集 ($n, m \geq 1$)、

Γ 为 x 正出现在其中的有限个 CTL 公式集。下面式子成立:

$$\Gamma \cup \Delta \equiv_{\{x\}} \Gamma \left[x / \bigwedge (\{C_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{B_i \mid 1 \leq i \leq m\}) \right]. \quad (2)$$



例 31 (例??的延续)

首先考虑原子命题 x 、 $\Delta = \{\top \rightarrow f \vee m \vee \neg x\}$ 和 $\Gamma = \underline{ERes}(\varphi, V) - \Delta$ 。 Γ 中包含 x 的公式关于 x 都为正的，因此 $\Gamma[x/(f \vee m)]$ 包含如下公式：

$$\text{start} \rightarrow z, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$$

$$\top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \quad \top \rightarrow f \vee m \vee y \vee \neg z, \quad \top \rightarrow q \vee \neg y, \quad z \rightarrow \text{AF}(f \vee m),$$

$$y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m), \quad y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y).$$

第二步考虑原子命题 z 、 $\Delta' = \{\top \rightarrow q \vee f \vee m \vee \neg z, \top \rightarrow f \vee m \vee y \vee \neg z, z \rightarrow \text{AF}(f \vee m)\}$ 和 $\Gamma' = \Gamma[x/(f \vee m)] - \Delta'$ ，其中 z 正出现在 Γ' 中。因此，

$\Gamma'' = \Gamma'[z/(q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m)]$ 包含如下公式：

$$\text{start} \rightarrow (q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m), \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee q, \quad \text{start} \rightarrow f \vee m \vee y,$$

$$\top \rightarrow q \vee \neg y, \quad y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m), \quad y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y).$$

不难证明 $\underline{ERes}(\varphi, V) \equiv_{\{x,z\}} \Gamma''$ 。因为 Γ'' 包含一个公式，其关于 y 既不是正的也不是负的。因此，这里不能对 Γ'' 和 y 使用上述过程。



基于归结的算法 CTL-forget 及其复杂性

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

算法 5.3 CTL-forget(φ, V)

Input: CTL 公式 φ 和原子命题集 V

Output: 公式集

if $\varphi \equiv \perp$ **then return** \perp ;

if $V = \text{Var}(\varphi)$ **then return** \top ;

$T_\varphi \leftarrow \text{SNF}_{\text{CTL}}^g(\varphi)$;

$\Sigma \leftarrow \text{UF}(T_\varphi, V \cup U)$, 其中 $U = \text{Var}(T_\varphi) - \text{Var}(\varphi)$;

$\Sigma \leftarrow \text{ERes}(\Sigma, V)$;

$\Sigma \leftarrow \text{RM-index}(\Sigma)$;

$\Sigma \leftarrow \text{GAL}(\Sigma, \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi))$;

用 φ 替换 Σ 中的初始子句 “ $\text{AG}(\text{start} \rightarrow \varphi)$ ” ;

return Σ

// 若公式不可满足, 则遗忘结果为 \perp

// 若遗忘所有原子命题, 则结果为 \top

// 将 φ 转换为 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句

// 展开

// 移除包含 V 中元素的子句

// 从 Σ 移除索引

// 移除留存的新的原子命题

// 去除 **start**

定理 32 (可靠性)

若 φ 为一个 CTL 公式、 $V \subseteq \mathcal{A}$ 、 $\Sigma = \text{CTL-forget}(\varphi, V)$ 且 $U = \text{Var}(\Sigma) - \text{Var}(\varphi)$, 则:

(i) $\Sigma \equiv_{V \cup U} \varphi$,

(ii) 若 $U = \emptyset$, 则 $\Sigma \equiv_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。

命题 10

给定 CTL 公式 φ 和原子命题集 $V \subseteq \mathcal{A}$ 。算法 5.3 的时间和空间复杂性为 $O((m+1)2^{4(n+n')})$, 其中 $n = |\text{Var}(\varphi)|$ 、 $n' = |V|$ 为新引入的原子命题的个数、 m 为引入的索引个数。



例 32 (例??的延续)

容易看出 $\text{CTL-forget}(\varphi, \{p, r\})$ 包含下面的公式

$$(q \vee f \vee m) \wedge (f \vee m \vee y) \wedge \text{AF}(f \vee m), \quad \text{AG}(\top \rightarrow q \vee \neg y), \\ \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(q \vee f \vee m)), \quad \text{AG}(y \rightarrow \text{AX}(f \vee m \vee y)).$$

命题 10 (遗忘存在的子类)

给定 CTL 公式 φ , 若 φ 满足下面约束: (1) φ 中不包括操作符 $Pt\mathcal{D}$ (其中 $Pt \in \{A, E\}$ 且 $\mathcal{D} \in \{U, G\}$); (2) 对于任意原子命题 $p \in V$, 若 p 和 $\neg p$ 出现在同一时序算子的范围内。那么, $\text{CTL-forget}(\varphi, V) \equiv \text{F}_{\text{CTL}}(\varphi, V)$ 。



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

系统主要模块

此系统主要包括五个模块^a:

- 转换模块 (transCTL2SNF/6) :
- 归结模块 (两个过程: step_resolution/3 和 temp_resolution/8)
- “移除” 原子命题模块 (removeAtom/3)
- “移除” 索引 (pro6/3)
- “移除” 新引入的原子命题 (ackerm/3)

^a<https://github.com/fengrenyan/forgetting-in-CTL/tree/main/Appendix>



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 1：计算遗忘

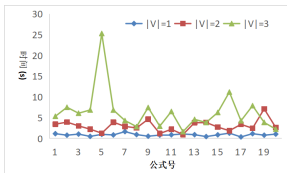
基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

(1) 标准数据集来源于 CTL-RP: <https://sourceforge.net/projects/ctlrp/>

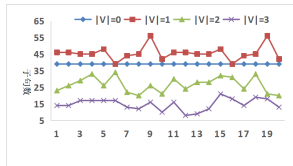
表 5.1: 计算CTL-forget(ϕ, V)所使用的CPU时间 (单位: 秒(s))

$\phi \backslash V $	1	2	3	4
s001	0.0505	0.1053	0.2259	0.3680
s002	0.3645	1.0416	5.6372	10.0184
s003	97.5341	71.5396	190.1157	423.5793
s004	77.5086	77.4246	101.1284	118.7461
s001-3	681.2883	613.1859	1617.047	2356.949

(2) 计算 CTL-forget(ϕ, V) 使用的时间和在“移除原子命题”步骤后 $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句的个数, 其中 $\phi = \phi_1 \wedge \text{AX}\phi_2 \wedge \text{EX}\phi_3$, $\phi_i = 12$ ($i = 1, 2, 3$)。



(a) 计算遗忘需要的 CUP 时间



(b) $\text{SNF}_{\text{CTL}}^g$ 子句的个数



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 2: 计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

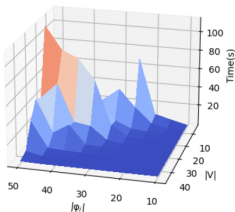
总结

展望

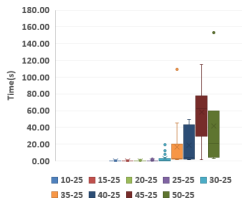
参考文献

计算 q 在 V 和 $\varphi \wedge q$ 上的 SNC ($E_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$), 其中 $V \subseteq Var(\varphi)$, $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$.

(1) 随机 3-CNF, $|A| = 50$, 每组 20 个公式。



(c) 平均 CPU 时间 (s)



(d) $|V| = 25$ 时所用 CPU 时间箱线图

图 11: 计算 3-CNF 公式 SNC 的 CPU 时间

总结: 基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC), 且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。



基于归结的算法 CTL-forget 实验——实验 2：计算 SNC

基于遗忘的反应式系统最弱充分条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

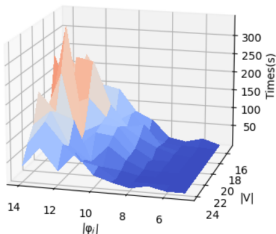
总结

展望

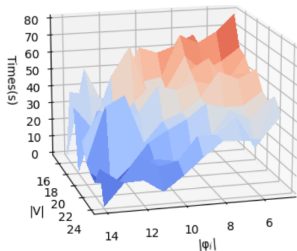
参考文献

计算 q 在 V 和 $\varphi \wedge q$ 上的 SNC ($F_{CTL}(\varphi \wedge q, Var(\varphi) - V \cup \{q\})$), 其中 $V \subseteq Var(\varphi)$, $q \in Var(\varphi \wedge q) - V$.

(2) CTL 公式 $\varphi = \varphi_1 \wedge AX\varphi_2 \wedge EX\varphi_3$, $\varphi_i = 12$ ($i = 1, 2, 3$) 为 $|\mathcal{A}| = 50$ 上的 3-CNF 且 $|\varphi_1| = |\varphi_2| = |\varphi_3|$, 每组 40 个公式。



(a) 平均 CPU 时间 (s)



(b) 存在 SNC 的公式占比 (%)

图 11: 计算 CTLSNC 的平均时间和存在 SNC 的公式占比

总结：基于归结的算法大多数情况下能计算出 SNC (WSC)，且当需要遗忘的原子个数很少或公式长度较小时计算效率较高。



- 绪论
 - 研究背景和意义
 - 国内外研究现状
 - 研究目标
 - 研究内容及拟解决的关键科学问题

- 背景知识
 - Kripke 结构
 - CTL 的语法和语义
 - μ -演算

- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论

- 遗忘理论在反应式系统中的应用
 - 简介
 - 最弱充分条件
 - 知识更新

- CTL 遗忘计算方法
 - 简介
 - 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
 - 基于归结的遗忘计算方法
 - 基于归结的算法 CTL-forget 实现及实验

6 总结与展望



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



总结

基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



- CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论: 基本性质 (表达性理论、代数属性和封闭性等)
- μ -演算的遗忘理论: 基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用



绪论

研究背景和意义

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

遗忘理论在反应式系统中的应用

简介

最弱充分条件

CTI 遗忘计算方法

简介

基于归结的遗忘计算方法
基于归结的算法
CTL-forget 实现及实验

展望

参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实验与实验分析



● CTL 和 μ -演算的遗忘理论

- CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
- μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等

● 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用

- 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
- 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质

● 计算 CTL 遗忘的算法

- 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
- 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
- 实现与实验分析



绪论

研究背景和意义

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

简介

CTL 遗忘计算方法

简介

展望

参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实现与实验分析



绪论

研究背景和意义

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

简介

CTL 遗忘计算方法

简介

展望

参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘理论
 - CTL 的遗忘理论：基本性质（表达性理论、代数属性和封闭性等）
 - μ -演算的遗忘理论：基本性质、复杂性和互模拟不变性等
- 遗忘理论在反应式系统的形式化验证和知识更新中的应用
 - 计算 WSC 和 SNC：定义、基本性质和基于遗忘的计算方法等
 - 定义知识更新：两种知识更新定义和基本性质
- 计算 CTL 遗忘的算法
 - 基于模型的计算方法：有界互模拟、特征值、特征公式、封闭性、复杂性和算法等
 - 基于消解（resolution）的计算方法：算法及其可靠性、遗忘存在的子类
 - 实现与实验分析



参考文献

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ▶ ↺ 🔍 ↻



参考文献

- A set of navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



参考文献

- CTL 和 μ -演算的遗忘
 - 遗忘结果总是存在的子类;
 - 遗忘相关问题复杂性分析;
 - CTL 和 μ -演算遗忘之间的关系。
- “CTL 和 μ -演算公式的遗忘结果是否分别是 CTL 和 μ -演算可表示”这一问题的可判定性研究
- 遗忘与 WSC (SNC) 之间的相互关系与应用



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

作者在攻读博士学位期间参与项目及成果

- 发表了一篇 CCF B 类会议
- 两篇 SCI 论文在审
- 参加国家自然科学基金 3 项



基于遗忘的反应
式系统最弱充分
条件研究

绪论

研究背景和意义

国内外研究现状

研究目标

研究内容及拟解决的关键
科学问题

背景知识

Kripke 结构

CTL 的语法和语义

μ -演算

CTL 和 μ -演算遗忘理
论

CTL 遗忘理论

μ -演算遗忘理论

遗忘理论在反应式系统
中的应用

简介

最弱充分条件

知识更新

CTL 遗忘计算方法

简介

基于模型的有界 CTL 遗
忘计算

基于归结的遗忘计算方法

基于归结的算法

CTL-forget 实现及实验

总结与展望

总结

展望

参考文献

敬请各位老师批评指正

谢谢!



参考文献

- A set of small navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



参考文献

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ◻ ↺ 🔍 ↻



- 绪论
- 研究背景和意义
- 国内外研究现状
- 研究目标
- 研究内容及拟解决的关键科学问题
- 背景知识
- Kripke 结构
- CTL 的语法和语义
- μ -演算
- CTL 和 μ -演算遗忘理论
- CTL 遗忘理论
- μ -演算遗忘理论
- 遗忘理论在反应式系统中的应用
- 简介
- weakest充分条件
- 知识更新
- CTL 遗忘计算方法
- 简介
- 基于模型的有界 CTL 遗忘计算
- 基于归结的遗忘计算方法
- 基于归结的算法
- CTL-forget 实现及实验
- 总结与展望
- 总结
- 展望
- 参考文献

- [8] Lan Zhang, Ullrich Hustadt, and Clare Dixon. “A resolution calculus for the branching-time temporal logic CTL”. In: ACM Transactions on Computational Logic (TOCL) 15.1 (2014), pp. 1–38.
- [9] Lan Zhang, Ullrich Hustadt, and Clare Dixon. First-order Resolution for CTL. Tech. rep. Technical Report ULCS-08-010, Department of Computer Science, University of Liverpool, 2008.
- [10] Yan Zhang and Yi Zhou. “Knowledge forgetting: Properties and applications”. In: Artificial Intelligence 173.16-17 (2009), pp. 1525–1537.