

## 第 12.1 节机械振动

## INCLUDEPICTURE

## 要点一 简谐运动

## 1. 动力学特征

$F = -kx$ , “-”表示回复力的方向与位移方向相反,  $k$  是比例系数, 不一定是弹簧的劲度系数。

## 2. 运动学特征

简谐运动的加速度与物体偏离平衡位置的位移成正比而方向相反, 为变加速运动, 远离平衡位置时,  $x$ 、 $F$ 、 $a$ 、 $E_p$  均增大,  $v$ 、 $E_k$  均减小, 靠近平衡位置时则相反。

## 3. 运动的周期性特征

相隔  $T$  或  $nT$  的两个时刻振子处于同一位置且振动状态相同。

## 4. 对称性特征

(1)相隔 $\{eq \Wf(T,2)\}$ 或 $\{eq \Wf((2n+1)T,2)\}$ ( $n$  为正整数)的两个时刻, 振子位置关于平衡位置对称, 位移、速度、加速度大小相等, 方向相反。

(2)如图 12-1-1 所示, 振子经过关于平衡位置  $O$  对称的两点  $P$ 、 $P'$  ( $OP=OP'$ ) 时, 速度的大小、动能、势能相等, 相对于平衡位置的位移大小相等。

## INCLUDEPICTURE

图 12-1-1

(3)振子由  $P$  到  $O$  所用时间等于由  $O$  到  $P'$  所用时间, 即  $t_{PO}=t_{OP'}$

(4)振子往复过程中通过同一段路程(如  $OP$  段)所用时间相等, 即  $t_{OP}=t_{PO}$ 。

## 5. 能量特征

振动的能量包括动能  $E_k$  和势能  $E_p$ , 简谐运动过程中, 系统动能与势能相互转化, 系统的机械能守恒。

[典例 1] 一位游客在千岛湖边欲乘坐游船, 当日风浪较大, 游船上下浮动。可把游船浮动简化成竖直方向的简谐运动, 振幅为 20 cm, 周期为 3.0 s。当船上升到最高点时, 甲板刚好与码头地面平齐。地面与甲板的高度差不超过 10 cm 时, 游客能舒服地登船。在一个周期内, 游客能舒服登船的时间是( )

- A. 0.5 s                      B. 0.75 s                      C. 1.0 s                      D. 1.5 s

[典例 2] (多选)一简谐振子沿  $x$  轴振动, 平衡位置在坐标原点。  $t=0$  时刻振子的位移  $x=-0.1$  m;  $t=\{eq \Wf(4,3)\}$  s 时刻  $x=0.1$  m;  $t=4$  s 时刻  $x=0.1$  m。该振子的振幅和周期可能为( )

- A. 0.1 m,  $\{eq \Wf(8,3)\}$  s      B. 0.1 m, 8 s                      C. 0.2 m,  $\{eq \Wf(8,3)\}$  s      D. 0.2 m, 8 s

### 分析简谐运动的技巧

(1)分析简谐运动中各物理量的变化情况时，一定要以位移为桥梁，位移增大时，振动质点的回复力、加速度、势能均增大，速度、动能均减小；反之，则产生相反的变化。另外，各矢量均在其值为零时改变方向。

(2)分析过程中要特别注意简谐运动的周期性和对称性。

#### [针对训练]

1. (多选)某质点做简谐运动，其位移随时间变化的关系式为  $x = A \sin[\omega t + \frac{\pi}{4}]$ ，则质点( )

- A. 第 1 s 末与第 3 s 末的位移相同
- B. 第 1 s 末与第 3 s 末的速度相同
- C. 第 3 s 末至第 5 s 末的位移方向都相同
- D. 第 3 s 末至第 5 s 末的速度方向都相同

2. 一竖直悬挂的弹簧振子，下端装有一记录笔，在竖直面内放置有一记录纸。当振子上下振动时，以速率  $v$  水平向左匀速拉动记录纸，记录笔在纸上留下如图 12-1-2 所示的图像。 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $x_0$ 、 $2x_0$  为纸上印迹的位置坐标。由此图求振动的周期和振幅。

INCLUDEPICTURE

图 12-1-2

#### 1. 对简谐运动图像的认识

(1)简谐运动的图像是一条正弦或余弦曲线，如图 12-1-3 所示。

INCLUDEPICTURE

图 12-1-3

(2)图像反映的是位移随时间的变化规律，随时间的增加而延伸，图像不代表质点运动的轨迹。

#### 2. 图像信息

(1)由图像可以得出质点做简谐运动的振幅、周期和频率。

(2)可以确定某时刻质点离开平衡位置的位移。

(3)可以确定某时刻质点回复力、加速度的方向：因回复力总是指向平衡位置，故回复力和加速度在图像上总是指向  $t$  轴。

(4)确定某时刻质点速度的方向：速度的方向可以通过下一时刻位移的变化来判定，下一时刻位移如增加，振动质点的速度方向就是远离  $t$  轴，下一时刻位移如减小，振动质点的速度方向就是指向  $t$  轴。

(5)比较不同时刻回复力、加速度的大小。

(6)比较不同时刻质点的动能、势能的大小。

[典例] 一个弹簧振子沿  $x$  轴做简谐运动，取平衡位置  $O$  为  $x$  轴坐标原点。从某时刻开

始计时，经过四分之一周期，振子具有沿  $x$  轴正方向的最大加速度。能正确反映振子位移  $x$  与时间  $t$  关系的图像是( )

INCLUDEPICTURE

图 12-1-4

[思路点拨]

(1)具有沿  $x$  轴正方向最大加速度的位置？

提示：振子在负的最大位移处。

(2)具有沿  $x$  轴负方向的最大加速度的位置？

提示：振子在正的最大位移处。

(3)从平衡位置到最大位移处所用时间最少为多少？

提示：{eq Wf(1,4)}周期。

[针对训练]

1. 一质点做简谐运动的图像如图 12-1-5 所示，下列说法正确的是( )

INCLUDEPICTURE

图 12-1-5

- A. 质点振动频率是 4 Hz  
B. 在 10 s 内质点经过的路程是 20 cm  
C. 第 4 s 末质点的速度为零  
D. 在  $t=1$  s 和  $t=3$  s 两时刻，质点位移大小相等，方向相同
2. 一质点做简谐运动，其位移和时间的关系如图 12-1-6 所示。

INCLUDEPICTURE

图 12-1-6

- (1)求  $t=0.25\times 10^{-2}$  s 时的位移；  
(2)在  $t=1.5\times 10^{-2}$  s 到  $t=2\times 10^{-2}$  s 的振动过程中，质点的位移、回复力、速度、动能、势能如何变化？  
(3)在  $t=0$  到  $t=8.5\times 10^{-2}$  s 时间内，质点的路程、位移各多大？

1. 自由振动、受迫振动和共振的关系比较

振动项目	自由振动	受迫振动	共振
受力情况	仅受回复力	受驱动力作用	受驱动力作用
振动周期或频率	由系统本身性质决定，即固有周期 $T_0$ 或固有频率 $f_0$	由驱动力的周期或频率决定，即 $T=T_{\text{驱}}$ 或 $f=f_{\text{驱}}$	$T_{\text{驱}}=T_0$ 或 $f_{\text{驱}}=f_0$
振动能量	振动物体的机械能不变	由产生驱动力的物体提供	振动物体获得的能量最大
常见例子	弹簧振子或单摆( $\theta\leq 5^\circ$ )	机械工作时底座发生的振动	共振筛、声音的共

			鸣等
--	--	--	----

## 2. 对共振的理解

(1)共振曲线: 如图 12-1-7 所示, 横坐标为驱动力频率  $f$ , 纵坐标为振幅  $A$ 。它直观地反映了驱动力频率对某固有频率为  $f_0$  的振动系统受迫振动振幅的影响, 由图可知,  $f$  与  $f_0$  越接近, 振幅  $A$  越大; 当  $f=f_0$  时, 振幅  $A$  最大。

INCLUDEPICTURE

图 12-1-7

(2)受迫振动中系统能量的转化: 做受迫振动的系统的机械能不守恒, 系统与外界时刻进行能量交换。

[多角练通]

1. 如图 12-1-8 所示的装置, 弹簧振子的固有频率是  $4\text{ Hz}$ 。现匀速转动把手, 给弹簧振子以周期性的驱动力, 测得弹簧振子振动达到稳定时的频率为  $1\text{ Hz}$ , 则把手转动的频率为 ( )

INCLUDEPICTURE

图 12-1-8

- A. 1 Hz                      B. 3 Hz  
C. 4 Hz                      D. 5 Hz

2. (多选)如图 12-1-9 所示,  $A$  球振动后, 通过水平细绳迫使  $B$ 、 $C$  振动, 振动达到稳定时, 下列说法中正确的是( )

INCLUDEPICTURE

图 12-1-9

- A. 只有  $A$ 、 $C$  的振动周期相等      B.  $C$  的振幅比  $B$  的振幅小  
C.  $C$  的振幅比  $B$  的振幅大      D.  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的振动周期相等

3. 一个单摆在地面上做受迫振动, 其共振曲线(振幅  $A$  与驱动力频率  $f$  的关系)如图 12-1-10 所示, 则( )

INCLUDEPICTURE

图 12-1-10

- A. 此单摆的固有周期约为 0.5 s
- B. 此单摆的摆长约为 1 m
- C. 若摆长增大, 单摆的固有频率增大
- D. 若摆长增大, 共振曲线的峰将向右移动

1. 做简谐振动的物体, 当它每次经过同一位置时, 可能不同的物理量是

- A. 位移      B. 速度      C. 加速度      D. 回复力

2. 如图 1 所示, 弹簧振子在振动过程中, 振子从  $a$  到  $b$  历时  $0.2\text{ s}$ , 振子经  $a$ 、 $b$  两点时速度相同, 若它从  $b$  再回到  $a$  的最短时间为  $0.4\text{ s}$ , 则该振子的振动频率为( )

INCLUDEPICTURE

图 1

- A.  $1\text{ Hz}$       B.  $1.25\text{ Hz}$       C.  $2\text{ Hz}$       D.  $2.5\text{ Hz}$

3. 如图 2 所示, 物体  $A$  和  $B$  用轻绳相连, 挂在轻弹簧下静止不动,  $A$  的质量为  $m$ ,  $B$  的质量为  $M$ , 弹簧的劲度系数为  $k$ 。当连接  $A$ 、 $B$  的绳突然断开后, 物体  $A$  将在竖直方向上做简谐运动, 则  $A$  振动的振幅为( )

INCLUDEPICTURE

图 2

- A.  $\frac{Mg}{k}$       B.  $\frac{mg}{k}$       C.  $\frac{(M+m)g}{k}$   
D.  $\frac{(M+m)g}{2k}$

4. 有一个在  $y$  方向上做简谐运动的物体, 其振动图像如图 3 所示。下列关于图 4 中(1)~(4)的判断正确的是( )

INCLUDEPICTURE

图 3

INCLUDEPICTURE

图 4

- A. 图(1)可作为该物体的速度—时间图像  
B. 图(2)可作为该物体的回复力—时间图像  
C. 图(3)可作为该物体的回复力—时间图像  
D. 图(4)可作为该物体的加速度—时间图像

5. (多选)弹簧振子做简谐运动的图像如图 5 所示, 下列说法正确的是( )

INCLUDEPICTURE

图 5

- A. 在第 5 秒末, 振子的速度最大且沿  $+x$  方向  
B. 在第 5 秒末, 振子的位移最大且沿  $+x$  方向  
C. 在第 5 秒末, 振子的加速度最大且沿  $-x$  方向  
D. 在 0 到 5 秒内, 振子通过的路程为  $10\text{ cm}$

6. 图 6 为一弹簧振子的振动图像, 由此可知( )

INCLUDEPICTURE

图 6

- A. 在  $t_1$  时刻, 振子的动能最大, 所受的弹性力最大  
B. 在  $t_2$  时刻, 振子的动能最大, 所受的弹性力最小

- C. 在  $t_3$  时刻, 振子的动能最大, 所受的弹性力最小  
 D. 在  $t_4$  时刻, 振子的动能最大, 所受的弹性力最大  
 7. 如图 7 所示是弹簧振子的振动图像, 由此图像可得, 该弹簧振子做简谐运动的公式是( )

INCLUDEPICTURE

图 7

A.  $x=2\sin(2.5\pi t+\{\text{eq Wf}(\pi,2)\})$       B.  $x=2\sin(2.5\pi t-\{\text{eq Wf}(\pi,2)\})$

C.  $x=\{\text{eq Wr}(2)\}\sin(2.5\pi t-\{\text{eq Wf}(\pi,2)\})$       D.  $x=2\sin 2.5\pi t$

8. 劲度系数为 20 N/cm 的弹簧振子, 它的振动图像如图 8 所示, 则( )

INCLUDEPICTURE

图 8

- A. 在图中  $A$  点对应的时刻, 振子所受的弹力大小为 0.5 N, 方向指向  $x$  轴的负方向  
 B. 在图中  $A$  点对应的时刻, 振子的速度方向指向  $x$  轴的正方向  
 C. 在 0~4 s 内振子做了 1.75 次全振动  
 D. 在 0~4 s 内振子通过的路程为 0.35 cm, 位移为 0

9. 如图 9 甲所示, 弹簧振子以  $O$  点为平衡位置, 在  $A$ 、 $B$  两点之间做简谐运动。取向右为正方向, 振子的位移  $x$  随时间  $t$  的变化如图乙所示, 下列说法正确的是( )

INCLUDEPICTURE

图 9

- A.  $t=0.8$  s 时, 振子的速度方向向左  
 B.  $t=0.2$  s 时, 振子在  $O$  点右侧 6 cm 处  
 C.  $t=0.4$  s 和  $t=1.2$  s 时, 振子的加速度完全相同  
 D.  $t=0.4$  s 到  $t=0.8$  s 的时间内, 振子的速度逐渐减小

10. 在飞机的发展史中有一个阶段, 飞机上天后不久, 飞机的机翼很快就抖动起来, 而且越抖越厉害, 后来人们经过了艰苦的探索, 利用在飞机机翼前缘处装置一个配重杆的方法, 解决了这一问题。在飞机机翼前装置配重杆的主要目的是( )

- A. 加大飞机的惯性      B. 使机体更加平衡  
 C. 使机翼更加牢固      D. 改变机翼的固有频率

11. 下表记录了某受迫振动的振幅随驱动力频率变化的关系, 若该振动系统的固有频率为  $f_{\text{固}}$ , 则( )

驱动力频率/Hz	30	40	50	60	70	80
受迫振动振幅/cm	10.2	16.8	27.2	28.1	16.5	8.3

- A.  $f_{\text{固}}=60$  Hz      B.  $60 \text{ Hz} < f_{\text{固}} < 70 \text{ Hz}$

C.  $50\text{ Hz} < f_{\text{固}} < 60\text{ Hz}$

D. 以上三个都不对

12. 一物体沿  $x$  轴做简谐运动，振幅为  $8\text{ cm}$ ，频率为  $0.5\text{ Hz}$ ，在  $t=0$  时，位移是  $4\text{ cm}$ ，且向  $x$  轴负方向运动，试写出用正弦函数表示振动方程并画出相应的振动图像。

13. 弹簧振子以  $O$  点为平衡位置，在  $B$ 、 $C$  两点间做简谐运动，在  $t=0$  时刻，振子从  $O$ 、 $B$  间的  $P$  点以速度  $v$  向  $B$  点运动；在  $t=0.2\text{ s}$  时，振子速度第一次变为  $-v$ ；在  $t=0.5\text{ s}$  时，振子速度第二次变为  $-v$ 。

(1)求弹簧振子振动周期  $T$ ；

(2)若  $B$ 、 $C$  之间的距离为  $25\text{ cm}$ ，求振子在  $4.0\text{ s}$  内通过的路程；

(3)若  $B$ 、 $C$  之间的距离为  $25\text{ cm}$ ，从平衡位置计时，写出弹簧振子位移表达式，并画出弹簧振子的振动图像。

INCLUDEPICTURE