

第 4.4 节 万有引力定律及其应用

要点一 开普勒行星运动定律

1. 火星和木星沿各自的椭圆轨道绕太阳运行, 根据开普勒行星运动定律可知()

- A. 太阳位于木星运行轨道的中心
- B. 火星和木星绕太阳运行速度的大小始终相等
- C. 火星与木星公转周期之比的平方等于它们轨道半长轴之比的立方
- D. 相同时间内, 火星与太阳连线扫过的面积等于木星与太阳连线扫过的面积

2. 卫星电话信号需要通过地球同步卫星传送。如果你与同学在地面上用卫星电话通话, 则从你发出信号至对方接收到信号所需最短时间最接近于(可能用到的数据: 月球绕地球运动的轨道半径约为 $3.8 \times 10^5 \text{ km}$, 运行周期约为 27 天, 地球半径约为 6 400 km, 无线电信号的传播速度为 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$)()

- A. 0.1 s
- B. 0.25 s
- C. 0.5 s
- D. 1 s

3.(多选)2009 年 5 月, 航天飞机在完成对哈勃空间望远镜的维修任务后, 在 A 点从圆形轨道 I 进入椭圆轨道 II, B 为轨道 II 上的一点, 如图 4-4-1 所示。关于航天飞机的运动, 下列说法中正确的有()

{INCLUDEPICTURE"15WL4-103.TIF"}

图 4-4-1

- A. 在轨道 II 上经过 A 的速度小于经过 B 的速度
- B. 在轨道 II 上经过 A 的动能小于在轨道 I 上经过 A 的动能
- C. 在轨道 II 上运动的周期小于在轨道 I 上运动的周期
- D. 在轨道 II 上经过 A 的加速度小于在轨道 I 上经过 A 的加速度

要点二 万有引力的计算

1. 两个半径均为 r 的实心铁球靠在一起时, 彼此之间的万有引力大小为 F 。若两个半径为 $2r$ 的实心铁球靠在一起时, 它们之间的万有引力大小为()

- A. $2F$
- B. $4F$
- C. $8F$
- D. $16F$

2. (多选)如图 4-4-2 所示, 三颗质量均为 m 的地球同步卫星等间隔分布在半径为 r 的圆轨道上, 设地球质量为 M , 半径为 R 。下列说法正确的是()

{INCLUDEPICTURE"15WL4-104.TIF"}

图 4-4-2

- A. 地球对一颗卫星的引力大小为 $\frac{GMm}{(r-R)^2}$
- B. 一颗卫星对地球的引力大小为 $\frac{GMm}{r^2}$
- C. 两颗卫星之间的引力大小为 $\frac{Gm^2}{3r^2}$
- D. 三颗卫星对地球引力的合力大小为 $\frac{3GMm}{r^2}$

3. (多选)用 m 表示地球的通讯卫星(同步卫星)的质量, h 表示离地面的高度, 用 R 表示

地球的半径, g 表示地球表面的重力加速度, ω 表示地球自转的角速度, M 表示地球的质量 G 为万有引力常数, 则通讯卫星所受的地球对它的万有引力的大小为()

- A. $G\frac{Mm}{(R+h)^2}$ B. $\frac{mgR^2}{(R+h)^2}$ C. $m\omega^2(R+h)$ D. $m\sqrt{3R^2g\omega^4}$

注意: 如果知道线速度 v , 则万有引力又可以表达为 $F = \frac{mv^4}{gR^2}$

要点三 天体表面的重力加速度问题

(一) 利用重力等于万有引力计算天体表面的重力加速度(黄金代换 $GM = gR^2$)

[典例 1] 有一星球的密度跟地球密度相同, 但它表面处的重力加速度是地球表面处重力加速度的 4 倍, 则该星球的质量是地球质量的(忽略其自转影响)()

- A. $\frac{1}{4}$ B. 4 倍 C. 16 倍 D. 64 倍

(二) 求天体表面某高度或某深度处的重力加速度

[典例 2] 假设地球是一半径为 R 、质量分布均匀的球体。一矿井深度为 d 。已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零(此结论需同学们记住)。矿井底部和地面处的重力加速度大小之比为()

- A. $1 - \frac{d}{R}$ B. $1 + \frac{d}{R}$ C. $\frac{(R-d)^2}{R^2}$ D. $\frac{R^2}{(R-d)^2}$

(三) 重力加速度与抛体运动的综合(有关比例的计算)

[典例 3] (多选) 为了实现人类登陆火星的梦想, 近期我国宇航员王跃与俄罗斯宇航员一起进行“模拟登火星”实验活动。已知火星半径是地球半径的 $\frac{1}{2}$, 质量是地球质量的 $\frac{1}{9}$, 自转周期也基本相同。地球表面重力加速度是 g , 若王跃在地面上能向上跳起的最大高度是 h , 在忽略自转影响的条件下, 下述分析正确的是()

- A. 王跃在火星表面受到的万有引力是在地球表面受到的万有引力的 $\frac{4}{9}$ 倍
B. 火星表面的重力加速度是 $\frac{2}{3}g$
C. 王跃以相同的初速度在火星上起跳时, 在空中的时间为在地球上的 $\frac{9}{4}$ 倍
D. 王跃以相同的初速度在火星上起跳时, 可跳的最大高度是 $\frac{3}{2}h$

要点四 天体质量和密度的计算

[典例] 若宇航员在月球表面附近自高 h 处以初速度 v_0 水平抛出一个球, 测出小球的水平射程为 L 。已知月球半径为 R , 万有引力常量为 G 。则下列说法正确的是()

- A. 月球表面的重力加速度 $g_{月} = \frac{hv_0^2}{L^2}$ B. 月球的质量 $m_{月} = \frac{hR^2v_0^2}{GL^2}$
C. 月球的第一宇宙速度 $v_1 = \frac{v_0L}{R}$ D. 月球的平均密度 $\rho = \frac{3hv_0^2}{2\pi GL^2R}$

[针对训练]

1. 我国实施“嫦娥三号”的发射和落月任务, 进一步获取月球的相关数据。如果该卫

星在月球上空绕月做匀速圆周运动，经过时间 t ，卫星行程为 s ，卫星与月球中心连线扫过的角度是 1 弧度，万有引力常量为 G ，根据以上数据估算月球的质量是()

A. $\sqrt[3]{\frac{t^2}{Gs^3}}$

B. $\sqrt[3]{\frac{s^3}{Gt^2}}$

C. $\sqrt[3]{\frac{Gt^2}{s^3}}$

D. $\sqrt[3]{\frac{Gs^3}{t^2}}$

2. 假设地球可视为质量均匀分布的球体。已知地球表面重力加速度在两极的大小为 g_0 ，在赤道的大小为 g ；地球自转的周期为 T ，引力常量为 G 。地球的密度为()

A. $\frac{3\pi}{GT^2} \sqrt{\frac{g_0 - g}{g_0}}$

B. $\frac{3\pi}{GT^2} \sqrt{g_0(g_0 - g)}$

C. $\frac{3\pi}{GT^2}$

D. $\frac{3\pi}{GT^2} \sqrt{\frac{g_0}{g}}$

$\frac{3\pi}{GT^2} \sqrt{\frac{g_0}{g}}$