

第 9.4 节 电磁感应中的动力学和能量问题

要点一 电磁感应中的动力学问题

[典例] 如图 9-4-1 所示, 两根足够长的平行金属导轨固定在倾角 $\theta=30^\circ$ 的斜面上, 导轨电阻不计, 间距 $L=0.4\text{ m}$ 。导轨所在空间被分成区域 I 和 II, 两区域的边界与斜面的交线为 MN , I 中的匀强磁场方向垂直斜面向下, II 中的匀强磁场方向垂直斜面向上, 两磁场的磁感应强度大小均为 $B=0.5\text{ T}$ 。在区域 I 中, 将质量 $m_1=0.1\text{ kg}$, 电阻 $R_1=0.1\ \Omega$ 的金属条 ab 放在导轨上, ab 刚好不下滑。然后, 在区域 II 中将质量 $m_2=0.4\text{ kg}$, 电阻 $R_2=0.1\ \Omega$ 的光滑导体棒 cd 置于导轨上, 由静止开始下滑。 cd 在滑动过程中始终处于区域 II 的磁场中, ab 、 cd 始终与导轨垂直且两端与导轨保持良好接触, 取 $g=10\text{ m/s}^2$ 。问:

{INCLUDEPICTURE"14DG-21.TIF"}

图 9-4-1

- (1) cd 下滑的过程中, ab 中的电流方向;
- (2) ab 刚要向上滑动时, cd 的速度 v 多大;
- (3)从 cd 开始下滑到 ab 刚要向上滑动的过程中, cd 滑动的距离 $x=3.8\text{ m}$, 此过程中 ab 上产生的热量 Q 是多少。

[针对训练]

1. 某电子天平原理如图 9-4-2 所示, E 形磁铁的两侧为 N 极, 中心为 S 极, 两极间的磁感应强度大小均为 B , 磁极宽度均为 L , 忽略边缘效应。一正方形线圈套于中心磁极, 其

骨架与秤盘连为一体，线圈两端 C 、 D 与外电路连接。当质量为 m 的重物放在秤盘上时，弹簧被压缩，秤盘和线圈一起向下运动(骨架与磁极不接触)，随后外电路对线圈供电，秤盘和线圈恢复到未放重物时的位置并静止，由此时对应的供电电流 I 可确定重物的质量。已知线圈匝数为 n ，线圈电阻为 R ，重力加速度为 g 。问：

{INCLUDEPICTURE"14LZCQ9.TIF"}

图 9-4-2

- (1)线圈向下运动过程中，线圈中感应电流是从 C 端还是从 D 端流出？
- (2)供电电流 I 是从 C 端还是从 D 端流入？求重物质量与电流的关系。
- (3)若线圈消耗的最大功率为 P ，该电子天平能称量的最大质量是多少？

2. 如图 9-4-3 所示，间距 $l=0.3\text{ m}$ 的平行金属导轨 $a_1b_1c_1$ 和 $a_2b_2c_2$ 分别固定在两个竖直面内。在水平面 $a_1b_1b_2a_2$ 区域内和倾角 $\theta=37^\circ$ 的斜面 $c_1b_1b_2c_2$ 区域内分别有磁感应强度 $B_1=0.4\text{ T}$ 、方向竖直向上和 $B_2=1\text{ T}$ 、方向垂直于斜面向上的匀强磁场。电阻 $R=0.3\ \Omega$ 、质量 $m_1=0.1\text{ kg}$ 、长为 l 的相同导体杆 K 、 S 、 Q 分别放置在导轨上， S 杆的两端固定在 b_1 、 b_2 点， K 、 Q 杆可沿导轨无摩擦滑动且始终接触良好。一端系于 K 杆中点的轻绳平行于导轨绕过轻质定滑轮自然下垂，绳上穿有质量 $m_2=0.05\text{ kg}$ 的小环。已知小环以 $a=6\text{ m/s}^2$ 的加速度沿

绳下滑， K 杆保持静止， Q 杆在垂直于杆且沿斜面向下的拉力 F 作用下匀速运动。不计导轨电阻和滑轮摩擦，绳不可伸长。取 $g=10\text{ m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ=0.6$ ， $\cos 37^\circ=0.8$ 。求

{INCLUDEPICTURE"15WL9-93.tif"}

图 9-4-3

- (1)小环所受摩擦力的大小；
- (2) Q 杆所受拉力的瞬时功率。

3.如图 9-4-4 所示，相距为 L 的两条足够长的光滑平行金属导轨， MN 、 PQ 与水平面的夹角为 θ ， N 、 Q 两点间接有阻值为 R 的电阻。整个装置处于磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向垂直导轨平面向下。将质量为 m 、阻值也为 R 的金属杆 ab 垂直放在导轨上，杆 ab 由静止释放，下滑距离 x 时达到最大速度。重力加速度为 g ，导轨电阻不计，杆与导轨接触良好。求：

{INCLUDEPICTURE"15WL9-94.TIF"}

图 9-4-4

- (1)杆 ab 下滑的最大加速度；
- (2)杆 ab 下滑的最大速度；
- (3)上述过程中，杆上产生的热量。

要点二 电磁感应中的能量问题

[典例] 如图 9-4-5 所示，在匀强磁场中有一倾斜的平行金属导轨，导轨间距为 L ，长为 $3d$ ，导轨平面与水平面的夹角为 θ ，在导轨的中部刷有一段长为 d 的薄绝缘涂层。匀强磁场的磁感应强度大小为 B ，方向与导轨平面垂直。质量为 m 的导体棒从导轨的顶端由静止释放，在滑上涂层之前已经做匀速运动，并一直匀速滑到导轨底端。导体棒始终与导轨垂直，且仅与涂层间有摩擦，接在两导轨间的电阻为 R ，其他部分的电阻均不计，重力加速度为 g 。

求：

{INCLUDEPICTURE"14GW-15.TIF"}

图 9-4-5

- (1)导体棒与涂层间的动摩擦因数 μ ；
- (2)导体棒匀速运动的速度大小 v ；
- (3)整个运动过程中，电阻产生的焦耳热 Q 。

[针对训练]

1. 其同学设计一个发电测速装置，工作原理如图 9-4-6 所示。一个半径为 $R=0.1\text{ m}$ 的圆形金属导轨固定在竖直平面上，一根长为 R 的金属棒 OA ， A 端与导轨接触良好， O 端固定在圆心处的转轴上。转轴的左端有一个半径为 $r=\frac{R}{3}$ 的圆盘，圆盘和金属棒能随转轴一起转动。圆盘上绕有不可伸长的细线，下端挂着一个质量为 $m=0.5\text{ kg}$ 的铝块。在金属导轨区域内存在垂直于导轨平面向右的匀强磁场，磁感应强度 $B=0.5\text{ T}$ 。 a 点与导轨相连， b 点通过电刷与 O 端相连。测量 a 、 b 两点间的电势差 U 可算得铝块速度。铝块由静止释放，下落 $h=0.3\text{ m}$ 时，测得 $U=0.15\text{ V}$ 。(细线与圆盘间没有滑动，金属棒、导轨、导线及电刷的电阻均不计，重力加速度 $g=10\text{ m/s}^2$)

{INCLUDEPICTURE"14LZZJ11.TIF"}

图 9-4-6

- (1)测 U 时，与 a 点相接的是电压表的“正极”还是“负极”？
- (2)求此时铝块的速度大小；
- (3)求此下落过程中铝块机械能的损失。

2.如图 9-4-7 所示,足够长的光滑平行金属导轨 MN 、 PQ 竖直放置,一匀强磁场垂直穿过导轨平面,导轨的上端 M 与 P 间连接阻值为 $R=0.40\ \Omega$ 的电阻,质量为 $m=0.01\ \text{kg}$ 、电阻为 $r=0.30\ \Omega$ 的金属棒 ab 紧贴在导轨上。现使金属棒 ab 由静止开始下滑,其下滑距离与时间的关系如下表所示,导轨电阻不计,重力加速度 g 取 $10\ \text{m/s}^2$ 。试求:

{INCLUDEPICTURE"15WL9-95.TIF"}

图 9-4-7

时间 $t(\text{s})$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
下滑距离 $s(\text{m})$	0	0.1	0.3	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5

- (1)当 $t=0.7\ \text{s}$ 时,重力对金属棒 ab 做功的功率;
- (2)金属棒 ab 在开始运动的 $0.7\ \text{s}$ 内,电阻 R 上产生的焦耳热;
- (3)从开始运动到 $t=0.4\ \text{s}$ 的时间内,通过金属棒 ab 的电荷量。

要点三 电磁感应中的杆+导轨模型

[典例 1] 如图 9-4-8 所示，间距为 L ，电阻不计的足够长平行光滑金属导轨水平放置，导轨左端用一阻值为 R 的电阻连接，导轨上横跨一根质量为 m ，电阻也为 R 的金属棒，金属棒与导轨接触良好。整个装置处于竖直向上、磁感应强度为 B 的匀强磁场中。现使金属棒以初速度 v_0 沿导轨向右运动，若金属棒在整个运动过程中通过的电荷量为 q 。下列说法正确的是()

{INCLUDEPICTURE"15WL9-104.TIF"}

图 9-4-8

- A. 金属棒在导轨上做匀减速运动
- B. 整个过程中电阻 R 上产生的焦耳热为 $\{eq \lf(mv\o\al(2,0),2)\}$
- C. 整个过程中金属棒在导轨上发生的位移为 $\{eq \lf(qR,BL)\}$
- D. 整个过程中金属棒克服安培力做功为 $\{eq \lf(mv\o\al(2,0),2)\}$

[典例 2] 如图 9-4-9 所示，长平行导轨 PQ 、 MN 光滑，相距 $l=0.5$ m，处在同一水平面中，磁感应强度 $B=0.8$ T 的匀强磁场竖直向下穿过导轨面。横跨在导轨上的直导线 ab 的质量 $m=0.1$ kg、电阻 $R=0.8\ \Omega$ ，导轨电阻不计。导轨间通过开关 S 将电动势 $E=1.5$ V、内电阻 $r=0.2\ \Omega$ 的电池接在 M 、 P 两端，试计算分析：

{INCLUDEPICTURE"15WL9-105.TIF"}

图 9-4-9

- (1)导线 ab 的加速度的最大值和速度的最大值是多少？
- (2)在闭合开关 S 后，怎样才能使 ab 以恒定的速度 $v=7.5$ m/s 沿导轨向右运动？试描述这时电路中的能量转化情况(通过具体的数据计算说明)。

[典例 3] (多选)如图 9-4-10, 在水平桌面上放置两条相距为 l 的平行光滑导轨 ab 与 cd , 阻值为 R 的电阻与导轨的 a 、 c 端相连。质量为 m 、电阻也为 R 的导体棒垂直于导轨放置并可沿导轨自由滑动。整个装置放于匀强磁场中, 磁场的方向竖直向上, 磁感应强度的大小为 B 。导体棒的中点系一不可伸长的轻绳, 绳绕过固定在桌边的光滑轻滑轮后, 与一个质量也为 m 的物块相连, 绳处于拉直状态。现若从静止开始释放物块, 用 h 表示物块下落的高度(物块不会触地), g 表示重力加速度, 其他电阻不计, 则()

{INCLUDEPICTURE"15WL9-106.tif"}

图 9-4-10

- A. 电阻 R 中的感应电流方向由 c 到 a
- B. 物块下落的最大加速度为 g
- C. 若 h 足够大, 物块下落的最大速度为 $\sqrt{\frac{2mgR}{B^2 l^2}}$
- D. 通过电阻 R 的电荷量为 $\frac{Blh}{R}$

[典例 4] 如图 9-4-11 所示, 水平面内有两根足够长的平行导轨 L_1 、 L_2 , 其间距 $d=0.5$ m, 左端接有容量 $C=2\,000\ \mu\text{F}$ 的电容。质量 $m=20$ g 的导体棒可在导轨上无摩擦滑动, 导体棒和导轨的电阻不计。整个空间存在着垂直导轨所在平面的匀强磁场, 磁感应强度 $B=2$ T。现用一沿导轨方向向右的恒力 $F_1=0.44$ N 作用于导体棒, 使导体棒从静止开始运动, 经 t 时间后到达 B 处, 速度 $v=5$ m/s。此时, 突然将拉力方向变为沿导轨向左, 大小变为 F_2 , 又经 $2t$ 时

{INCLUDEPICTURE"15WL9-107.TIF"}

图 9-4-11

间后导体棒返回到初始位置 A 处, 整个过程电容器未被击穿。求

- (1)导体棒运动到 B 处时, 电容 C 上的电量;
- (2) t 的大小;
- (3) F_2 的大小。