Ашихмин Анатолий (M3239), Клепов Дмитрий (M3238), Тарасов Егор (M3238)
Обратная связь: dimkakirov43@mail.ru

Задача.

Для случайных величин выполнить следующие действия:

- Построить графики функций распределения
- Построить выборку и по ней график эмпирической функции распределения
- На графике построить доверительную полосу для нее и убедиться, что функция распределения попадает в полосу
- На основе критериев Колмогорова и Смирнова провести проверку гипотез

1. **Графики.**

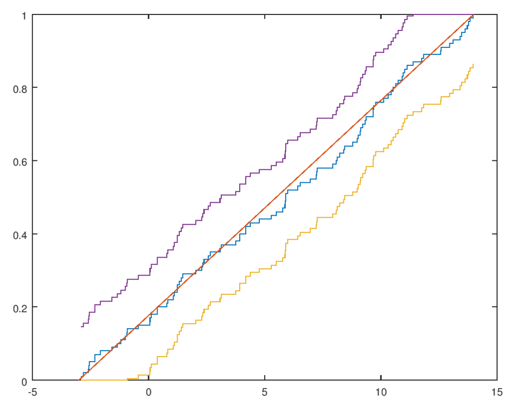

Рис. 1: Равномерное: $U_{-3,14}$

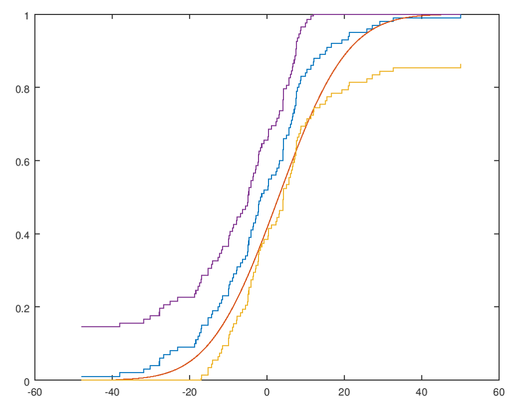

Рис. 2: Нормальное: $N_{3,14}$

- Нормальное ($N_{3,14}$), код:

```
pkg load statistics;
clear;
clc;

N = 100;
A = 3;
SIGMA = 14;

V = sort(normrnd(A, SIGMA, N, 1));
F_n = 1 / N : 1 / N : 1;
[L, R] = stairs(V, F_n);
t = (A - 3 * SIGMA) : 0.5 : (A + 3 * SIGMA);
F = normcdf(t, A, SIGMA);
delta = 1.36 / sqrt(N);
plot(L, R, t, F, L, max(0, R - delta), L, min(1, R + delta));
```

- Равномерное ($U_{-3,14}$), код:

```
pkg load statistics;
clear;
clc;

N = 100;
A = -3;
B = 14;

V = sort(unifrnd(A, B, N, 1));
F_n = 1 / N : 1 / N : 1;
[L, R] = stairs(V, F_n);
```

```
t = A : 1 / N : B;
F = unifcdf(t, A, B);
delta = 1.36 / sqrt(N);
plot(L, R, t, F, L, max(0, R - delta), L, min(1, R + delta));
```

2. **Тесты:**

- Нормальное

```
pkg load statistics;
clear;
clc;

function ans = kolmogorov_test(n, m, a, s)
  x = sort(normrnd(a, s, n, m));
  res = 0.0;
  for i = 1:n
    F_x_i = normcdf(x(i, :), a, s );
    res = max(res, abs(F_x_i - i / n));
    res = max(res, abs(F_x_i - (i - 1) / n));
  endfor
  ans = mean((sqrt(n) * res) > 1.36);
endfunction

function ans = smirnov_test(n, m, a, s)
  x = sort(normrnd(a, s, n, m));
  sum = 1 / (12 * n);
  for i = 1:n
    F_x_i = normcdf(x(i, :) , a, s);
    sum = sum + (F_x_i - (2 * i - 1) / (2 * n)).^2;
  endfor
  ans = mean(sum > 0.4614);
endfunction

function do_test(n, m, a, s)
  printf("Kolmogorov: n = %d, alpha = %g\n\n", m, kolmogorov_test(n, m, a, s));
  printf("Smirnov: n = %d, alpha = %g\n\n" , m, smirnov_test(n, m, a, s));
endfunction

n = 100;
A = 3;
SIGMA = 14;
w = 0.4614;

do_test(n, 10^4, A, SIGMA);
do_test(n, 10^6, A, SIGMA);
```

Выход:

```
Kolmogorov: n = 10000, alpha = 0.0455

Smirnov: n = 10000, alpha = 0.0488

Kolmogorov: n = 1000000, alpha = 0.044717

Smirnov: n = 1000000, alpha = 0.049323
```

- Равномерное

```
pkg load statistics;
clear;
clc;

function ans = ko_te(n, m, a, b, u)
  x = sort(unifrnd(a, b, n, m));
  res = 0.0;
  for i = 1:n
```

```
    F_x_i = unifcdf(x(i, :), a, b);
    res = max(res, abs(F_x_i - i / n));
    res = max(res, abs(F_x_i - (i - 1) / n));
  endfor
  ans = mean((sqrt(n) * res) > 1.36);
endfunction

function ans = sm_te(n, m, a, b)
  x = sort(unifrnd(a, b, n, m));
  sum = 1 / (12 * n);
  for i = 1:n
    F_x_i = unifcdf(x(i, :), a, b);
    sum = sum + (F_x_i - (2 * i - 1) / (2 * n)).^2;
  endfor
  ans = mean(sum > 0.4614);
endfunction

function do_test(n, m, a, b)
  printf("Kolmogorov: n = %d, alpha = %g\n\n", m, ko_te(n, m, a, b));
  printf("Smirnov: n = %d, alpha = %g\n\n" , m, sm_te(n, m, a, b));
endfunction

n = 100;
A = -3;
B = 14;

do_test(n, 10^4, A, B);
do_test(n, 10^6, A, B);
```

Выход:

```
Kolmogorov: n = 10000, alpha = 0.0447

Smirnov: n = 10000, alpha = 0.0508

Kolmogorov: n = 1000000, alpha = 0.044915

Smirnov: n = 1000000, alpha = 0.049568
```

3. **Вывод:**

   Реальная функция распределения попала в доверительную полосу.
   Эмпирическая функция распределения является качественной оценкой функции распределения. Это подтверждается результатом тестов, проведенных на основе критерия Колмогорова и Смирнова.