Taules de contrasts d'hipòtesi més usuals

1 Introducció

En aquest document donarem unes quantes taules especificant tots els contrasts d'hipòtesi paramètrics més usuals.

Donarem les condicions per a cada contrast, l'estadístic a usar en cada cas, la regió crítica i l'interval de confiança corresponent a cada paràmetre que surt en el contrast.

En l'estadístic hem usat la notació següent:

- X_α: Donada una variable aleatòria X, direm X_α, també anormenat α-quantil, al valor on la funció de distribució de X val α, o sigui,
$$p\{X \leq X_\alpha\} = \alpha.$$
- Z: Distribució normal $N(0,1)$.
- t_n: Distribució t de Student amb n graus de llibertat.
- χ^2_n: Distribució khi-quadrat amb n graus de llibertat.
- F_{n_1,n_2}: Distribució F de Fisher-Snedecor amb n_1 i n_2 graus de llibertat.

Les propietats de les distribucions anteriors són:

- Simetria de la normal: $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$.
- Simetria de la t de Student: $t_{n,\alpha} = -t_{n,1-\alpha}$.
- Permutació dels graus de llibertat de la F de Fisher-Snédecor: $F_{n_1,n_2,\alpha} = \frac{1}{F_{n_2,n_1,1-\alpha}}$.

2 Taula de contrasts d'hipòtesi per al paràmetre μ d'una variable aleatòria normal

2.1 Tipus de contrasts i condicions

Tipus	Condicions	Mostra	Hipòtesi alternativa	Cas
Una sola mitjana. $H_0 : \mu = \mu_0$	σ coneguda. Població normal o n gran.	n observacions independents.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	**I**
			$H_1 : \mu < \mu_0$	**II**
			$H_1 : \mu > \mu_0$	**III**
	σ desconeguda. Població Normal	n observacions independents.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	**IV**
			$H_1 : \mu < \mu_0$	**V**
			$H_1 : \mu > \mu_0$	**VI**
	σ desconeguda. n gran.	n observacions independents.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	**VII**
			$H_1 : \mu < \mu_0$	**VIII**
			$H_1 : \mu > \mu_0$	**IX**
Dues mitjanes. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$	σ_1 i σ_2 conegudes. Poblacions Normals o n_1 i n_2 grans	n_1 i n_2 observacions totes independents.	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	**X**
			$H_1 : \mu_1 < \mu_2$	**XI**
			$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	**XII**
	σ_1 i σ_2 desconegudes. $\sigma_1 = \sigma_2$. Poblacions Normals o n_1 i n_2 grans	n_1 i n_2 observacions totes independents.	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	**XIII**
			$H_1 : \mu_1 < \mu_2$	**XIV**
			$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	**XV**
	σ_1 i σ_2 desconegudes. $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Poblacions Normals o n_1 i n_2 grans.	n_1 i n_2 observacions totes independents.	$H_1 : \mu \neq \mu_2$	**XVI**
			$H_1 : \mu_1 < \mu_2$	**XVII**
			$H_1 : \mu_1 > \mu_2$	**XVIII**

Continua en la pàgina següent

<table>
<tr><th>Tipus</th><th>Condicions</th><th>Mostra</th><th>Hipòtesi alternativa</th><th>Cas</th></tr>
<tr><td rowspan="9">Diferència de mitjanes dependents. $H_0 : \mu_d = 0$, on $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$.</td><td rowspan="3">Dues poblacions normals dependents o n gran. σ_d coneguda. (veure (a))</td><td rowspan="3">n diferències independents.</td><td>$H_1 : \mu_d \neq 0$</td><td>XIX</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d < 0$</td><td>XX</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d > 0$</td><td>XXI</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Dues poblacions normals dependents. σ_d desconeguda.</td><td rowspan="3">n diferències independents.</td><td>$H_1 : \mu_d \neq 0$</td><td>XXII</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d < 0$</td><td>XXIII</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d > 0$</td><td>XXIV</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Dues poblacions dependents, n gran. σ_d desconeguda.</td><td rowspan="3">n diferències independents.</td><td>$H_1 : \mu_d \neq 0$</td><td>XXV</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d < 0$</td><td>XXVI</td></tr>
<tr><td>$H_1 : \mu_d > 0$</td><td>XXVII</td></tr>
</table>

(a) σ_d és la variància de la variable $D = X_1 - X_2$.

2.2 Estadístic de contrast, regions crítiques i intervals de confiança

Cas	Estadístic	Regió crítica	Interval confiança	p-valor
I	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left(\overline{X}-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	$2p(Z \geq \lvert z \rvert)$
II	Normal	$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left(-\infty, \overline{X}-z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$	$p(Z \leq z)$
III	$N(0,1)$	$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{X}-z_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, +\infty\right)$	$p(Z \geq z)$
IV	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}}$	$\{T \leq -t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \geq t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left(\overline{X}-t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}, \overline{X}+t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}\right)$	$2p(t_{n-1} \geq \lvert T \rvert)$
V	t_{n-1}	$\{T \leq t_{n-1,\alpha}\}$	$\left(-\infty, \overline{X}-t_{n-1,\alpha}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}\right)$	$p(t_{n-1} \leq T)$
VI	veure (a)	$\{T \geq t_{n-1,1-\alpha}\}$	$\left(\overline{X}-t_{n-1,1-\alpha}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}, +\infty\right)$	$p(t_{n-1} \geq T)$
VII	$Z \approx \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}}$	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left(\overline{X}-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}, \overline{X}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}\right)$	$2p(Z \geq \lvert z \rvert)$
VIII	Normal	$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left(-\infty, \overline{X}-z_\alpha \frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}\right)$	$p(Z \leq z)$
IX	$N(0,1)$	$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{X}-z_{1-\alpha}\frac{\tilde{S}}{\sqrt{n}}, +\infty\right)$	$p(Z \geq z)$
X	$Z = \frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\tilde{S}}$	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}, \overline{X}_1-\overline{X}_2+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}\right)$	$2p(Z \geq \lvert z \rvert)$
XI	Normal $N(0,1)$	$\{Z \leq z_\alpha\}$	$\left(-\infty, \overline{X}_1-\overline{X}_2-z_\alpha \tilde{S}\right)$	$p(Z \leq z)$
XII	veure (b)	$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2-z_{1-\alpha}\tilde{S}, +\infty\right)$	$p(Z \geq z)$
XIII	$T = \frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\tilde{S}_{1,2}}$	$\{T \leq -t_{m,1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \geq t_{m,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{m,1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}_{1,2}, \overline{X}_1-\overline{X}_2+t_{m,1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}_{1,2})$	$2p(t_m > \lvert T \rvert)$
XIV	$t_{n_1+n_2-2}$	$\{T \leq t_{m,\alpha}\}$	$(-\infty, \overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{m,\alpha}\tilde{S}_{1,2})$	$p(t_m \leq T)$
XV	veure (c), (d), (e)	$\{T \geq t_{m,1-\alpha}\}$	$(\overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{m,1-\alpha}\tilde{S}_{1,2}, +\infty)$	$p(t_m \geq T)$
XVI	$T = \frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\tilde{S}_{1,2}}$	$\{T \leq -t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \geq t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}_{1,2}, \overline{X}_1-\overline{X}_2+t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}\tilde{S}_{1,2})$	$2p(t_f > \lvert T \rvert)$
XVII	t_f	$\{T \leq t_{f,\alpha}\}$	$(-\infty, \overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{f,\alpha}\tilde{S}_{1,2})$	$p(t_f \leq T)$
XVIII	veure (f), (g)	$\{T \geq t_{f,1-\alpha}\}$	$(\overline{X}_1-\overline{X}_2-t_{f,1-\alpha}\tilde{S}_{1,2}, +\infty)$	$p(t_f \geq T)$
XIX	$Z = \frac{\overline{D}}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}}$ Normal	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{D}-z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}, \overline{D}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}})$	$2p(Z \geq \lvert z \rvert)$
XX	$N(0,1)$	$\{Z \leq z_\alpha\}$	$(-\infty, \overline{D}-z_\alpha \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}})$	$p(Z \leq z)$
XXI	veure (h)	$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$(\overline{D}-z_{1-\alpha}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}, +\infty)$	$p(Z \geq z)$

Continua en la pàgina següent

(a) t_{n-1} és la distribució t de Student amb $n-1$ graus de llibertat.

(b) $\tilde{S} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

(c) $\tilde{S}_{1,2} = \sqrt{\frac{(n_1-1)\tilde{S}_1{}^2+(n_2-1)\tilde{S}_2^2}{n_1+n_2-2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$

(d) Distribució t de Student amb n_1+n_2-2 graus de llibertat.

(e) $m = n_1 + n_2 - 2$

(f) $\tilde{S}_{1,2} = \sqrt{\frac{\tilde{S}_1^2}{n_1} + \frac{\tilde{S}_2^2}{n_2}}$

(g) Distribució t de Student amb f graus de llibertat on

$$f = \left\lfloor \frac{\left(\frac{\widetilde{S}_1^2}{n_1} + \frac{\widetilde{S}_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1-1}\left(\frac{\widetilde{S}_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2-1}\left(\frac{\widetilde{S}_2^2}{n_2}\right)^2} \right\rfloor - 2$$

(h) D és la variable aleatòria: $D = X_1 - X_2$

Cas	Estadístic	Regió Crítica	Interval Confiança	p-valor
XXII	$T = \frac{\overline{D}}{\frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}}}$	$\{T \leq -t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \geq t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{D} - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}}, \overline{D} + t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}})$	$2p(t_{n-1} > \lvert T \rvert)$
XXIII	t_{n-1}	$\{T \leq t_{n-1,\alpha}\}$	$(-\infty, \overline{D} - t_{n-1,\alpha} \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}})$	$p(t_{n-1} \leq T)$
XXIV	veure (a), (b)	$\{T \geq t_{n-1,1-\alpha}\}$	$(\overline{D} - t_{n-1,1-\alpha} \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}, +\infty)$	$p(t_{n-1} \geq T)$
XXV	$Z \approx \frac{\overline{D}}{\frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}}}$ Normal	$\{Z \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{Z \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{D} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}}, \overline{D} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}})$	$2p(Z \geq \lvert z \rvert)$
XXVI	$N(0,1)$	$\{Z \leq z_\alpha\}$	$(-\infty, \overline{D} - z_\alpha \frac{\tilde{S}_D}{\sqrt{n}})$	$p(Z \leq z)$
XXVII	veure (a)	$\{Z \geq z_{1-\alpha}\}$	$(\overline{D} - z_{1-\alpha} \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}, +\infty)$	$p(Z \geq z)$

(a) D és la variable aleatòria: $D = X_1 - X_2$

(b) t_{n-1} és la variable t de Student amb $n-1$ graus de llibertat

3 Contrats d'hipòtesi per al paràmetre σ d'una normal i pel paràmetre p d'una Bernoulli

3.1 Tipus de contrasts i condicions

Tipus	Condicions	Mostra	Hipòtesi alternativa	Cas
Una sola variància $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	Població Normal. μ desconeguda.	n observacions independents.	$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	**I**
			$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	**II**
			$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	**III**
Dues variàncies. Observacions independents. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	Poblacions normals.	Dues mostres de grandàries n_1 i n_2 totes independents.	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	**IV**
			$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	**V**
			$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	**VI**
Dues variàncies. Observacions dependents. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	Poblacions normals.	Dues mostres independents de grandària n correlacionades entre si.	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	**VII**
			$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	**VIII**
			$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	**IX**
Una proporció. $H_0 : p = p_0$	Població Bernoulli.	n observacions independents.	$H_1 : p \neq p_0$	**X**
			$H_1 : p < p_0$	**XI**
			$H_1 : p > p_0$	**XII**
Dues proporcions. Observacions independents. $H_0 : p_1 = p_2$	Poblacions Bernoulli.	Dues mostres de grandàries n_1 i n_2 totes independents.	$H_1 : p_1 \neq p_2$	**XIII**
			$H_1 : p_1 < p_2$	**XIV**
			$H_1 : p_1 > p_2$	**XV**
Dues proporcions. Observacions dependents. $H_0 : p_a = p_d$	Poblacions Bernoulli.	Dues mostres de grandària n correlacionades entre si.	$H_1 : p_a \neq p_b$	**XVI**
			$H_1 : p_a < p_b$	**XVII**
			$H_1 : p_a > p_b$	**XVIII**

3.2 Estadístic de contrast, regions crítiques i intervals de confiança

Cas	Estadístic	Regió Crítica	Interval Confiança	p-valor
I veure (a)	$\chi^2 = \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\sigma_0^2}$ veure (b)	$\{\chi^2 \le \chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{\chi^2 \ge \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$\left(\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}}\right)$	$2\min\{p(\chi^2_{n-1} \le \chi^2),$ $p(\chi^2_{n-1} \ge \chi^2\}$
II		$\{\chi^2 \le \chi^2_{n-1,\alpha}\}$	$\left(0, \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{n-1,\alpha}}\right)$	$p(\chi^2_{n-1} \le \chi^2)$
III		$\{\chi^2 \ge \chi^2_{n-1,1-\alpha}\}$	$\left(\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha}}, +\infty\right)$	$p(\chi^2_{n-1} \ge \chi^2)$
IV	$F = \frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2}$ veure (c)	$\{F \le F_{n_1-1,n_2-1,\frac{\alpha}{2}}\} \cup$ $\{F \ge F_{n_1-1,n_2-1,1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} F_{n_1-1,n_2-1,\frac{\alpha}{2}},$ $\frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} F_{n_1-1,n_2-1,1-\frac{\alpha}{2}})$	$2\min\{p(F_{n_1-1,n_2-1} \le F),$ $p(F_{n_1-1,n_2-1} \ge F)\}$
V		$\{F \le F_{n_1-1,n_2-1,\alpha}\}$	$\left(0, \frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} F_{n_1-1,n_2-1,1-\alpha}\right)$	$p(F_{n_1-1,n_2-1} \le F)$
VI		$\{F \ge F_{n_1-1,n_2-1,1-\alpha}\}$	$\left(\frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} F_{n_1-1,n_2-1,\alpha}, +\infty\right)$	$p(F_{n_1-1,n_2-1} \ge F)$
VII	$T = \frac{\sqrt{n-2}(S_1-S_2)}{2\sqrt{S_1S_2-S_3^2}}$ Distribució t_{n-2} veure (d), (e), (f), (g)	$\{T \le t_{n-2,\frac{\alpha}{2}}\} \cup \{T \ge t_{n-2,1-\frac{\alpha}{2}}\}$		$2p(t_{n-2} > \|T\|)$
VIII		$\{T \le t_{n-2,\alpha}\}$		$p(t_{n-2} \le T)$
IX		$\{T \ge t_{n-2,1-\alpha}\}$		$p(t_{n-2} \ge T)$
X	$n\overline{p}$ veure (h), (i)	$\{n\overline{p} \le \max_{k\in\mathbb{N}}\{p\{B(n,p_0) \le k\} \le \frac{\alpha}{2}\}\} \cup$ $\{n\overline{p} \ge \min_{k\in\mathbb{N}}\{p\{B(n,p_0) \ge k\} \le \frac{\alpha}{2}\}\}$		
XI		$\{n\overline{p} \le \max_{k\in\mathbb{N}}\{p\{B(n,p_0) \le k\} \le \alpha\}\}$		
XII		$\{n\overline{p} \ge \min_{k\in\mathbb{N}}\{p\{B(n,p_0) \ge k\} \ge \alpha\}\}$		

(a) Si μ fos coneguda, l'estadístic és $\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}$ i la seva distribució és χ^2_n (distribució khi quadrat amb n graus de llibertat

(b) Distribució khi quadrat amb $n-1$ graus de llibertat

(c) Distribució F de Fisher-Snedecor amb $n_1 - 1$ i $n_2 - 1$ graus de llibertat

(d) $S_1 = \sum_{i=1}^{n} x_{1,i}^2$, on $x_{1,i} = X_{1,i} - \overline{X}_1$

(e) $S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_{2,i}^2$, on $x_{2,i} = X_{2,i} - \overline{X}_2$

(f) $S_3 = \sum_{i=1}^{n} x_{1,i}x_{2,i}$

(g) Distribució t de Student amb $n-2$ graus de llibertat

(h) $\overline{p}$ és la proporció mostral

(i) $B(n, p_0)$ és la distribució binomial de paràmetres n i p_0

Cas	Estadístic	Regió Crítica	Interval Confiança	p-valor
X	$Z=\frac{\overline{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ Normal $N(0,1)$ veure (a)	$\{Z\leq z_{\frac{\alpha}{2}}\}\cup\{Z\geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{p}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}},$ $\overline{p}+z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}})$	$2p(Z\geq\|z\|)$
XI		$\{Z\leq z_{\alpha}\}$	$\left(-\infty,\overline{p}+z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\right)$	$p(Z\leq z)$
XII		$\{Z\geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{p}+z_{\alpha}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}},+\infty\right)$	$p(Z\geq z)$
XIII	$Z=\frac{\overline{p}_1-\overline{p}_2}{\sqrt{\overline{pq}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$ Normal $N(0,1)$ veure (b), (c)	$\{Z\leq z_{\frac{\alpha}{2}}\}\cup\{Z\geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{p}_1-\overline{p_2}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\overline{pq}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)},$ $\overline{p}_1-\overline{p_2}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\overline{pq}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)})$	$2p(Z\geq\|z\|)$
XIV		$\{Z\leq z_{\alpha}\}$	$\left(-\infty,\overline{p}_1-\overline{p_2}+z_{1-\alpha}\sqrt{\overline{pq}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}\right)$	$p(Z\leq z)$
XV		$\{Z\geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{p}_1-\overline{p_2}+z_{\alpha}\sqrt{\overline{pq}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)},+\infty\right)$	$p(Z\geq z)$
XVI	$Z=\frac{\overline{p}_{1\bullet}-\overline{p}_{\bullet 1}}{\sqrt{\frac{b+d}{n^2}}}$ Normal $N(0,1)$ veure (d)	$\{Z\leq z_{\frac{\alpha}{2}}\}\cup\{Z\geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$	$(\overline{p}_{1\bullet}-\overline{p}_{\bullet 1}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{b+d}{n^2}},$ $\overline{p}_{1\bullet}-\overline{p}_{\bullet 1}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{b+d}{n^2}})$	$2p(Z\geq\|z\|)$
XVII		$\{Z\leq z_{\alpha}\}$	$\left(-\infty,\overline{p}_{1\bullet}-\overline{p}_{\bullet 1}+z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{b+d}{n^2}}\right)$	$p(Z\leq z)$
XVIII		$\{Z\geq z_{1-\alpha}\}$	$\left(\overline{p}_{1\bullet}-\overline{p}_{\bullet 1}+z_{\alpha}\sqrt{\frac{b+d}{n^2}},+\infty\right)$	$p(Z\geq z)$

(a) Aquest estadístic és vàlid si $np(1-p)\geq 3$ i $\overline{p}$ és la proporció mostral

(b) $\overline{p}=\frac{n_1\overline{p}_1+n_2\overline{p}_2}{n_1+n_2}$

(c) $\overline{q}=1-\overline{p}$

(d) L'estadístic de contrast es pot posar com $Z=\frac{\frac{b}{n}-\frac{d}{n}}{\sqrt{\frac{b+d}{n^2}}}$. Per fer el contrast, hem de construir la taula següent:

		Mostra després			
		Èxit	Fracàs	Freqüència	Proporció
Mostra abans	Èxit	a	b	$a+b$	$\overline{p}_{1\bullet}=\frac{a+b}{n}$
	Fracàs	d	c	$c+d$	$\overline{p}_{2\bullet}=\frac{c+d}{n}$
	Freqüència	$a+d$	$b+c$	n	
	Proporció	$\overline{p}_{\bullet 1}=\frac{a+d}{n}$	$\overline{p}_{\bullet 2}=\frac{b+c}{n}$		1

Per tant a representa el nombre d'individus en les dues mostres (abans i després) que han obtengut èxit, b el nombre d'individus que han obtengut èxit en la mostra d'abans i fracàs en la mostra de després, c el nombre d'individus que han obtengut fracàs en les dues mostres i d el nombre d'individus que han obtengut èxit en la mostra de després i fracàs en la mostra d'abans. Les proporcions $\overline{p}_{1\bullet}$ i $\overline{p}_{\bullet 1}$ les donen les fórmules en la taula anterior.