Felix Janssen
Benedikt Rips
Marcel Schoppmeier

Aufgabe 26

(a) Einträge auf der Hauptdiagonalen

Sei $i \in \{1, \dots, n\}$. Dann gilt

$$M_{ii} = -M_{ii} \Leftrightarrow 2M_{ii} = 0 \Leftrightarrow M_{ii} = 0$$

(b) Speicherung von antisymmetrischen Matrizen

Anordnung der Daten Wir speichern die Einträge der Matrix M über der Hauptdiagonalen in ein Array a der Laenge c zeilenweise, d.h.

$$a = \{M_{12}, \dots, M_{1n}, M_{23}, \dots, M_{2n}, \dots, M_{n-1,n}\}$$

Für die Länge c des Arrays gilt:

$$\underbrace{n^2}_{\text{Anzahl der Einträge von } M} = \underbrace{n}_{\text{Anzahl der Einträge auf der Hauptdiagonalen}} + 2c \Leftrightarrow c = \frac{n^2 - n}{2}$$

Implementation Um herauszufinden an welcher Stelle m im Array a das Element M_{ij} gespeichert ist, beobachten wir folgende Tatsachen:

1. Die k-te Zeile von M hat $n - k$ Einträge über der Hauptdiagonalen für alle $k = 1, \dots, n$.
2. Vor dem Element M_{ij} befinden sich nach Konstruktion sicherlich die entsprechden Einträge der Zeilen $M_1, \dots, M_{i-1}$.
3. Es befinden sich $j - i$ Einträge M_{ik} über der Hauptdiagonalen die in der selben Zeile wie M_{ij} sind und für die gilt $k \leq j$.

Damit gilt für den Index m des Eintrags M_{ij}:

$$m = \underbrace{\sum_{k=i+1}^{n-1} k}_{\text{nach 1. und 2.}} + \underbrace{(j-i)}_{\text{nach 3.}} \underbrace{-1}_{\text{Index beginnt mit 0}} = \underbrace{\sum_{k=1}^{n-1} k}_{\text{c}} - \sum_{k=1}^{i} k + j - i - 1 = c - \frac{i(i+1)}{2} + j - i - 1$$