

Aufgabe 18

a) Das Array, welches die Bedingungen der Aufgabenstellung genügt, ist

gegeben durch: $\text{int}[\text{ }][\text{ }] \text{ matrix} = \{ \{ 2, 5, 11, 21, 29, 32, 42 \},$
 $\{ 3, 7, 15, 22, 30, 37, 49 \},$
 $\{ 8, 10, 23, 40, 43, 47, 52 \},$
 $\{ 14, 19, 33, 47, 46, 54, 63 \},$
 $\{ 29, 31, 34, 45, 51, 58, 67 \};$

und repräsentiert die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 11 & 21 & 28 & 32 & 42 \\ 3 & 7 & 15 & 22 & 30 & 37 & 49 \\ 8 & 10 & 23 & 40 & 43 & 47 & 52 \\ 14 & 19 & 33 & 47 & 46 & 54 & 63 \\ 29 & 31 & 34 & 45 & 51 & 58 & 67 \end{pmatrix} \in M(5 \times 7, \mathbb{N})$

b) Der Algorithmus startet bei der Zahl auf Position m_1 , wobei
~~m~~ m die Zeilen- und ~~n~~ n die Spaltenanzahl angeben.

① Die Zahl der aktuellen Position wird mit der Zahl, die
 zu suchen ist, verglichen.

Falls die Zahl der gesuchten Zahl entspricht, so ist nichts
 weiter zu tun und der Algorithmus gibt true zurück und terminiert.

Sonst falls die Zahl der aktuellen Position größer ist, als die
 gesuchte Zahl, folgt ②, ansonsten ③

② Der Zeilenindex wird um eins erniedrigt, wodurch sich die
 aktuelle Position ändert. Danach folgt ①.

③ Der Spaltenindex wird um eins erhöht, wodurch sich die
 aktuelle Position ändert. Danach folgt ①

In ② und ③ kann es passieren, dass es den Zeilen- oder
 Spaltenindex nicht gibt, wodurch der Algorithmus false zurückführt,
 da es die gesuchte Zahl dann nicht gibt.

Bsp: $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$, wobei i Zeilenindex und j Spaltenindex

1. Fall: gesuchte Zahl ist enthalten bspw. $x = 9$

1. Schritt: $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ $4 \neq 9$, mache weiter und vergleiche 4 mit 9

2. Schritt: $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ $4 > 9 = \text{false} \Rightarrow j++$ (Spaltenindex wird um 1 erhöht)

3.4. Schritt: $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ $10 \neq 9$, $10 > 9 = \text{true} \Rightarrow i++$ (Zeilenindex wird um 1 erhöht)

4.5. Schritt: $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ $8 \neq 9$, $8 > 9 = \text{false} \Rightarrow j++$

6. Schritt: $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ $9 = 9$ Zahl wurde gefunden

2. Fall: Zahl x ist nicht enthalten bspw $x=12$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 4 & 10 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Algorithmus terminiert, da es eine weitere Spalte nicht gibt

Skizze 2: Da das Array sortiert ist und man weiß, dass die Zahlen über der aktuellen Position kleiner sind und rechts der aktuellen Position (aktuelle Zeile) größer sind, schließt der Algorithmus nach jedem Schritt entweder eine Zeile oder Spalte aus.

Bsp gesucht $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$

d) Folgende Invariante gilt an Position(1): $(0 \leq i < a.length) \wedge (0 \leq j < a[i].length) \wedge (a[i][j] = x)$

1. $\forall m, n: 0 \leq m < a.length \quad \forall n, 0 \leq n < j < a[m].length: a[m][n] \neq x$

1. $a[k][n] \neq x \quad \forall 0 \leq n < a[k].length \quad \forall 0 \leq k < a.length$

Bed. an Position(2):

$(0 \leq i < a.length) \wedge (0 \leq j < a[i].length) \wedge (a[i][j] = x)$

1 *

Bed. an Position(3):

$(a[i][r] \neq x) \wedge (a[k][j] \neq x) \wedge 0 \leq r < a[k].length \quad \forall 0 \leq k < a.length$

1 $((i=-1) \vee (j = a[i].length))$

wobei i ein beliebiges i ist.

Die Laufzeit beträgt $\Theta(mn)$, da nach jedem Durchlauf eine Zeile oder eine Spalte ausgeschlossen werden kann (siehe Skizze 2).