

Macro 2

TD 2 - Production Agrégée - Répartition du Revenu

Oscar Fentanes

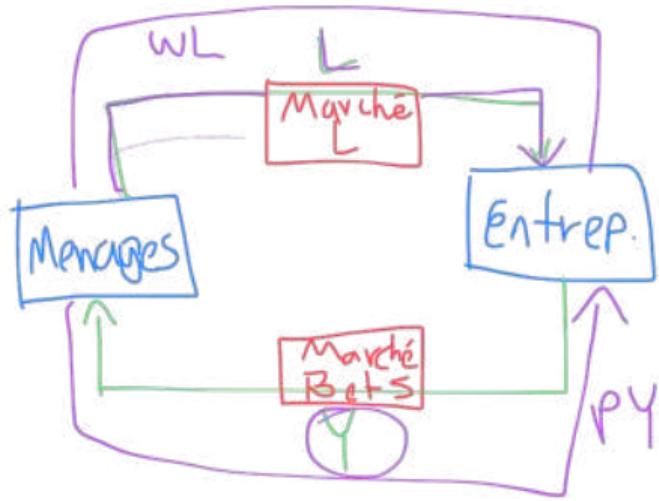
oscar.fentanes@tse-fr.eu

TSE

28 Janvier (17h00-18h30), 2021

Plan des TD

- ① Rendements d'échelle et productivité marginale
- ② Production agrégée - Répartition du revenu ←
- ③ Épargne, investissement et taux d'intérêt
- ④ Politiques budgétaires : taxes et dépenses publiques
- ⑤ L'économie ouverte
- ⑥ Monnaie, Inflation et taux d'intérêt



Problème

Fonction de production :

Description de l'économie

$$Y = F(K, L) = 24K^{1/2}L^{1/2}$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2}$$

Offre de capital et travail :

$$\bar{K} = 9, \bar{L} = 4$$

$$\alpha + \beta = 1$$

Consommation :

$$C(Y_d) = 0.8 * Y_d, Y_d = Y - T$$

Demande d'investissement :

$$I(r) = 30 - r$$

Dépenses publiques :

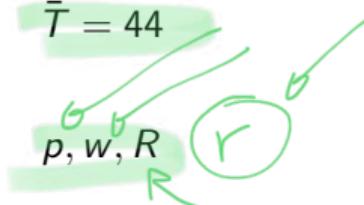
$$\bar{G} = 45$$

Impôts :

$$\bar{T} = 44$$

Prix flexibles :

$$p, w, R$$



Question 1 (a)

Rappelez la définition de rendements d'échelle constants. La fonction de production est-elle à rendements constants ?

REC

$$\text{Si } \lambda > 0, F(\lambda L, \lambda K) = \lambda F(L, K)$$

Homogène degré 1 = REC

$$\begin{aligned} F(\lambda K, \lambda L) &= 24 (\lambda K)^{1/2} (\lambda L)^{1/2} \\ &= 24 \lambda^{1/2} K^{1/2} \lambda^{1/2} L^{1/2} \\ &= (24)^{1/2+1/2} K^{1/2} L^{1/2} \\ &= \lambda F(L, K) \end{aligned}$$

Question 1 (b)

Fonction de consommation : commentez la forme fonctionnelle.

$$C(Y_d) = C_0 + C_1(Y_d)$$

$\checkmark C_0 = 0$

Affine Long Terme

↑ ↗

consommation incompressible Propension marginale à la consom.

$$\Delta Y_d = 1 \text{ €}$$
$$\Rightarrow \Delta C = 80 \text{ cent.}$$

Question 1 (c)

Fonction d'investissement : commentez la forme fonctionnelle.

$$I(r) = 30 - r$$

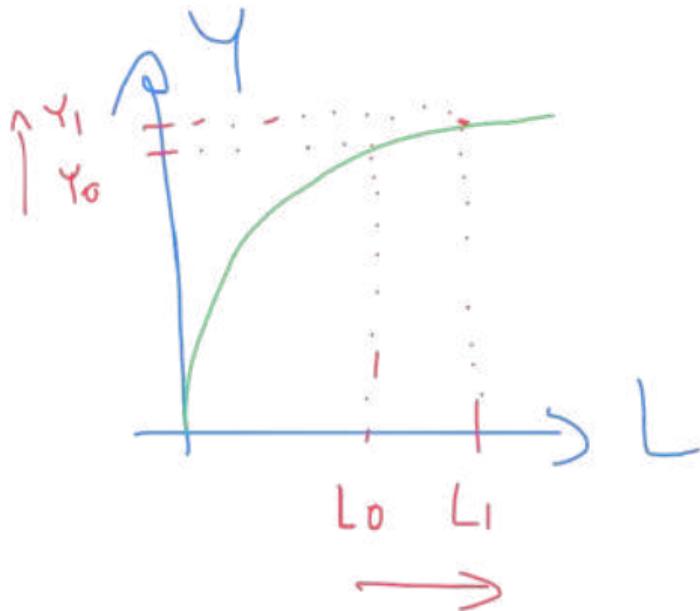
$$I(r) = I_0 + I_1 r, \quad I_0 > 0 \\ I_1 < 0$$

Invest. Maximal (quand $r=0$) = 30

Prop. Marg. Invest. = -1

Question 2 (a)

Rappelez la définition de productivité marginale d'un facteur de production.



$$P_m L = \frac{\partial Y}{\partial L}$$

$$P_m K = \frac{\partial Y}{\partial K}$$

Question 2 (b)

Calculez la productivité marginale du travail et du capital.

$$Y = F(K, L) = 24K^{1/2}L^{1/2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Y}{\partial L} &= 24 \left(\frac{1}{2}\right) K^{1/2} L^{-1/2} \\ &= 12 K^{1/2} L^{-1/2} = 12 \sqrt{\frac{K}{L}}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = 24 \left(\frac{1}{2}\right) K^{-1/2} L^{1/2} = 12 \sqrt{\frac{L}{K}}$$

$$\text{Réponse : } PmL = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} = 12 \sqrt{\frac{K}{L}} \text{ et } PmK = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} = 12 \sqrt{\frac{L}{K}}.$$

Question 3 (a)

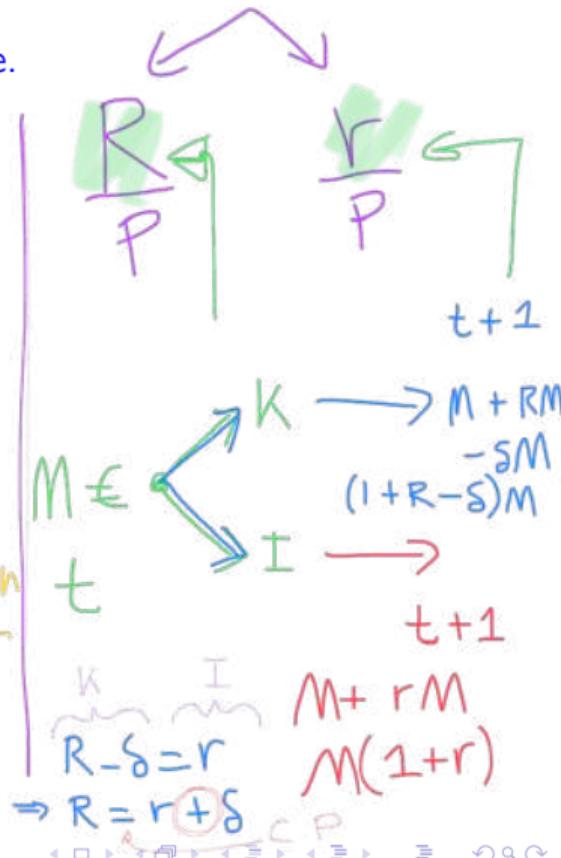
Écrire le problème de maximisation du profit de l'entreprise et le résoudre.

$$Y = F(K, L) = 24K^{1/2}L^{1/2}$$

$$\begin{aligned}\Pi &= \text{Ravenu} - \text{Coûts} \\ &= PY - [wL + RK] \\ &= P[24K^{1/2}L^{1/2}] - wL - RK\end{aligned}$$

$$\Pi^* = \max_{\{L, K\}} \Pi \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{depreciation}}$$

$$\text{Réponse : } \frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0 \iff \frac{w}{P} = 12\sqrt{\frac{K}{L}} \text{ et } \frac{\partial \Pi}{\partial K} = 0 \iff \frac{R}{P} = 12\sqrt{\frac{L}{K}}.$$



$$\max P_{24} K^{1/2} L^{1/2} - wL - RK$$

C.P.O.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow P 12 \sqrt{\frac{K}{L}} = w \Rightarrow 12 \sqrt{\frac{K}{L}} = \frac{w}{P}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow P 12 \sqrt{\frac{L}{K}} = R \Rightarrow 12 \sqrt{\frac{L}{K}} = \frac{R}{P}$$

Prod Marg

CPO

$L^{\frac{1}{2}}$

$$P(24) K^{1/2} L^{-1/2} \left(\frac{1}{2}\right) = w$$

$$P(12) K^{1/2} L^{-1/2} = w$$

$$12 \sqrt{\frac{K}{L}} = \frac{3}{P}$$

$$12 \sqrt{\frac{L}{K}} = \frac{R}{P}$$

$$L^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{L^{1/2}}$$

$$12 P \frac{K^{1/2}}{L^{1/2}} = w$$

$$\Rightarrow 12 P \left(\frac{K}{L}\right)^{1/2} = w$$

Question 3 (b)

Déterminez le taux de salaire réel et le prix réel du capital sur le marché des facteurs de production.

w/p

R/p

$$12 \sqrt{\frac{K}{L}} = \frac{w}{P}$$

$$12 \sqrt{\frac{L}{K}} = \frac{R}{P}$$

OFFre = Demande

\iff Prix Eq.

$$\text{Offre : } L = 9 = L^d \quad K = 4 = K^d$$

$$12 \sqrt{\frac{K_{\text{dem}}}{L_{\text{dem}}}} = \frac{w}{P} = 12 \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{w}{P} \Rightarrow 12 \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{w}{P}$$

Réponse : $(\frac{w}{P})^* = 18$ et $(\frac{R}{P})^* = 8$

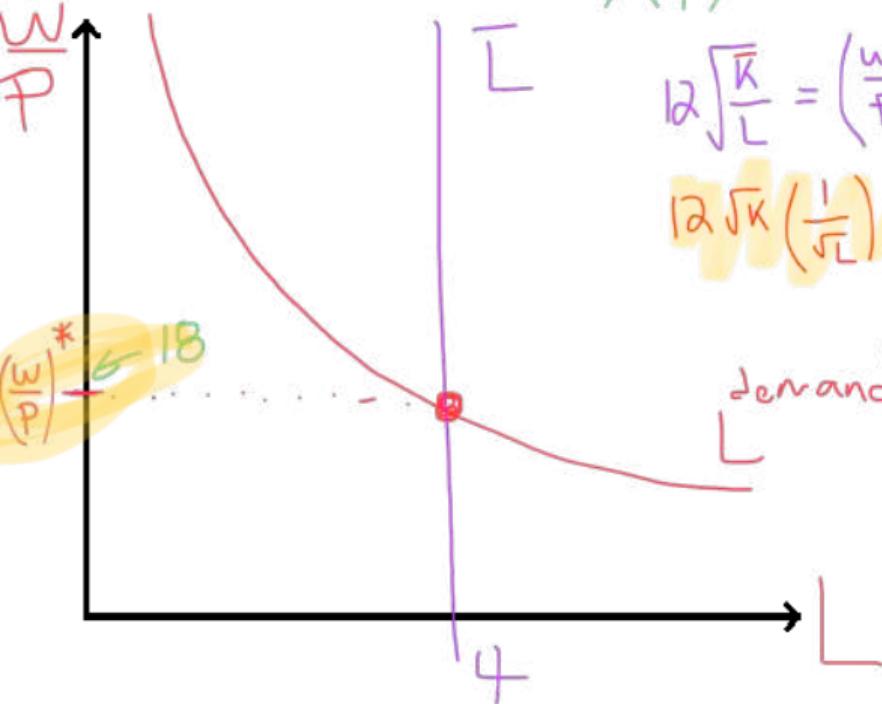
$$12 \sqrt{\frac{L}{K}} = \frac{R}{P} = 12 \sqrt{\frac{4}{9}} = 12 \left(\frac{2}{3} \right) = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{w}{P} = 18}$$

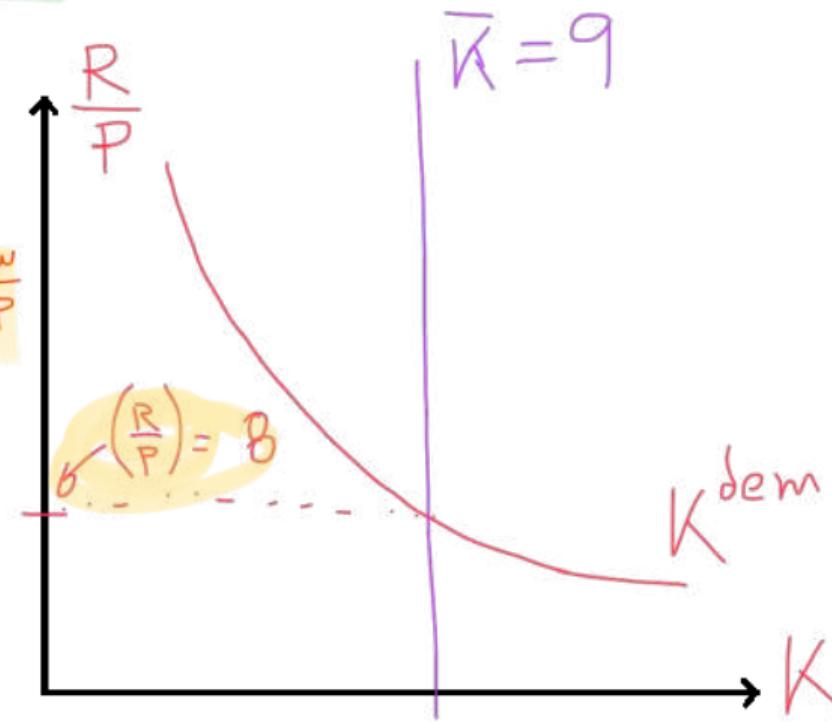
Question 3 (c)

Représentez graphiquement l'équilibre sur chacun des marchés des facteurs de production.

$$L = 4, \bar{K} = 9, \left(\frac{w}{P}\right)^* = 18, \left(\frac{R}{P}\right)^* = 8$$



$$12\sqrt{\bar{K}} = \left(\frac{w}{P}\right)$$
$$12\sqrt{K} \left(\frac{1}{\sqrt{L}}\right) = \frac{w}{P}$$



Question 4 (a)

Rappelez le théorème d'Euler.

Si $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$, donc $M_p L * L + M_p K * K = F(K, L)$

$\underbrace{M_p L}_{REC} = P_m L, \underbrace{M_p K}_{T \cdot E} = P_m K$

$$P_m L = \frac{\omega}{P}, P_m K = \frac{R}{P}$$

$$\frac{\omega}{P} L + \frac{R}{P} K = Y$$

$$\Rightarrow WL + RK = PY$$

$$\begin{aligned} \Pi &= PY - WL - RK \\ &= WL + RK - WL - RK \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\Pi = 0$$

Th Euler:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

Dériver deux côtés par rapport à λ .
Démonst.

Question 4 (b)

Dans l'économie étudiée comment le revenu national se répartit-il entre travail et capital ?

$$PY \begin{cases} L \\ K \end{cases}$$

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

$$\frac{WL}{PY} = 1 - \alpha$$

Réponse : $\frac{WL}{Y} = \frac{1}{2}$ et $\frac{RK}{Y} = \frac{1}{2}$.

$$1: F(K, L), \frac{RK}{PY} = \alpha, \frac{WL}{PY} = 1 - \alpha$$

$$2: \frac{RK}{PY} = \frac{P_m K \cdot K}{Y} = \frac{\alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} \cdot K}{Y} = \frac{\alpha K^{\alpha-1} + 1 L^{1-\alpha}}{Y}$$

$\boxed{R/P = P_m K}$

$$\frac{RK}{PY} = \alpha$$

$$\frac{WL}{PY} = \frac{(1-\alpha)K^\alpha L^{1-\alpha} \cdot L}{Y} = (1-\alpha) \frac{Y}{Y} = \alpha$$

Question 5 (a)

Quelles sont les composantes de la demande agrégée ?

$$D = C + I + G$$

$$D = 0.8(Y - T) + 30 - r + \bar{G}$$

Réponse : $Y^D = 0.8(\bar{Y} - \bar{T}) + 30 - r + 45.$

Question 5 (b)

Donnez la condition d'équilibre sur le marché des biens et services. Comment se réalise cet équilibre.

$$D = C + I + G \quad , \quad \bar{Y} = F(\bar{k}, \bar{l}) = 24(4)^{1/2}(9)^{1/2} \\ D = Y = \bar{Y} \quad = 24(2)(3) = 144$$

$$\bar{Y} = 0.8(\bar{Y} - \bar{T}) + 30 - r + 45 \quad | \quad 144 = 80 + 30 - r \\ \uparrow r \quad + 45$$

$$144 = 0.8(144 - 44) + 30 - r + 45 \quad | \quad \Rightarrow r = 155 - 144 \\ 144 = 0.8(100) + 30 - r + 45 \quad | \quad \Rightarrow \boxed{r^* = 11}$$

Réponse : $Y^S = Y^D$. Variable d'ajustement : taux d'intérêt réel r .

Question 5 (c)

Calculez les valeurs du taux d'intérêt d'équilibre, de la consommation et de l'investissement.

$$Y = C + I + G$$

$$PY = P(C + I + G)$$

$$P \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{P = 1}$$

$$C = 0.8(Y - T)$$

$$= 0.8(144 - 44)$$

$$= 80$$

$$I = 30 - r^* = 30 - 11$$

$$\boxed{I = 19}$$

Réponse : $Y^S = Y^D$ and $r^* = 11$.

Question 5 (d)

Peut-on calculer les valeurs nominales d'équilibre de w et R ?

$$\frac{w}{P} = 18, \quad \frac{R}{P} = 8$$

$$w = ?, \quad R = ?$$

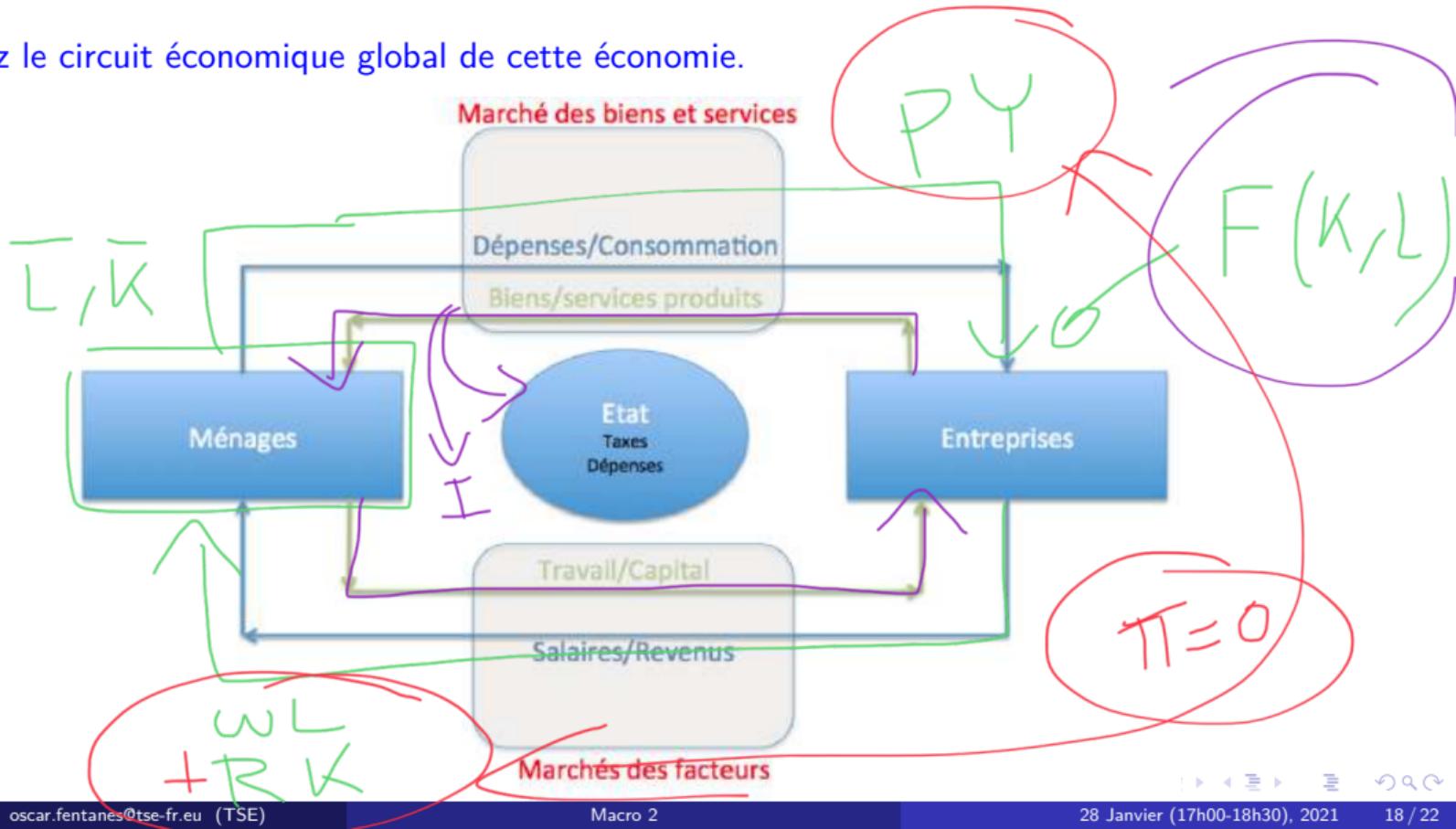
$$P = 1$$

$$w = 18, \quad R = 8$$

Réponse : Non.

Question 5 (e)

Représentez le circuit économique global de cette économie.



Question 6 (a)

Définir l'épargne nationale et la calculer.

$$S_{\text{privée}} = \bar{Y} - \bar{C} = \bar{Y} - \bar{T} - C$$

$$S_{\text{publique}} = \bar{T} - G$$

$$S_{\text{nationale}} = S_{\text{priv}} + S_{\text{pub}}$$

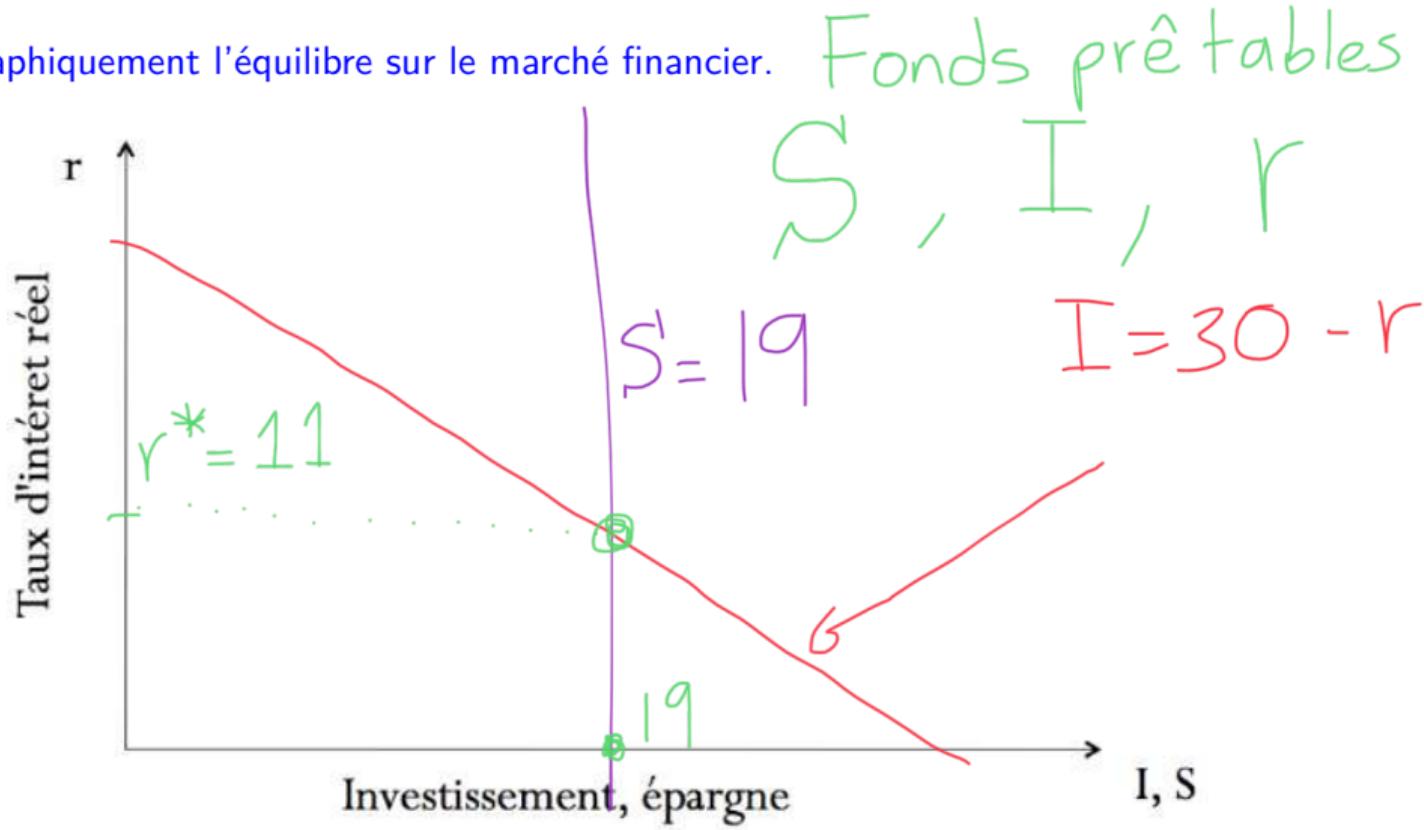
Réponse : $S = \bar{Y} - C - G = 19$.

$$\begin{aligned} &= \bar{Y} - \cancel{\bar{T}} - C + \cancel{\bar{T}} - G \\ &= \bar{Y} - C - G \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \bar{Y} - C - G \\ &= 144 - 80 - 45 \\ &= 99 - 80 \\ &= 19 \\ Y &\leftarrow C + I + G \\ I &= Y - C - G \\ &= S_{\text{nationale}} \end{aligned}$$

Question 6 (b)

Représenter graphiquement l'équilibre sur le marché financier.



Question 7 (a)

On suppose que le gouvernement décide d'augmenter les dépenses publiques de 10 unités. Quel est le nouveau PIB d'équilibre ?

$$Y = C + I + G \leftarrow \text{Politique expansioniste}$$

$$\underline{144} = 0,8(\underline{144} - r) + 30 - r + \underline{55}$$

$$\underline{144} = \underline{80} + 30 - r + \underline{55}$$

$$\Rightarrow r = 165 - 144$$

$$\Rightarrow r^{**} = 21$$

Réponse : $\Delta G > 0 \rightarrow \Delta S < 0 \rightarrow \Delta I < 0 \rightarrow \Delta r > 0$ et $r^{**} = 21$.

Effet d'éviction
 $-\Delta I = \Delta G$

$$F(\bar{K}, \bar{L})$$

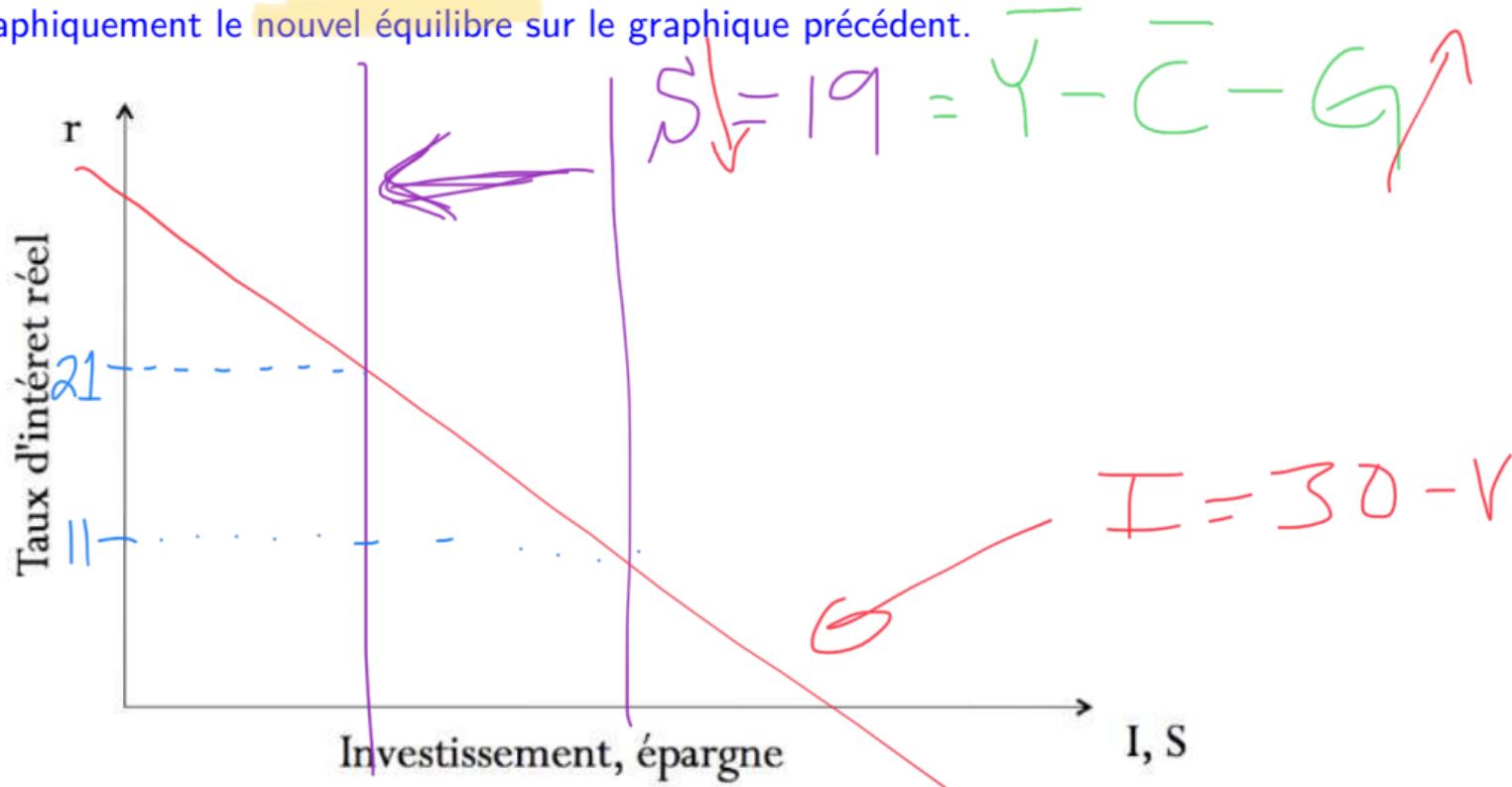
$$= \bar{Y}$$

$$\bar{C} = 0.8(\bar{Y} - \bar{T})$$

$$\begin{aligned} I &= 30 - r \\ &= 30 - 21 = 9 \end{aligned}$$

Question 7 (b)

Représentez graphiquement le nouvel équilibre sur le graphique précédent.



Question 7 (c)

Commentez.

Réponse : Politique de relance pas efficace.