

1. Mivel foglalkozik a kriptográfia?

A kriptográfia klasszikus értelemben a titkosítás tudománya, titkosítási rendszerek (kriptorendszerek) felépítésével és biztonsági elemzésével (kriptoanalízisével) foglalkozik. Modern értelemben azonban a kriptográfia fogalma magába foglal olyan aktuális téma-köröket is, mint a digitális aláírások, hitelesítések, hash függvények stb.

2. Mi a különbség a kriptográfia és a kriptoanalízis között?

A kriptográfia azoknak a matematikai eljárásoknak, algoritmusoknak, biztonsági rendszabályoknak kutatását, alkalmazását jelenti, amelyek elsődleges célja az információnak illetéktelenek előli elrejtése. A kriptoanalízis viszont a kriptográfiai rendszerek elemzésével és azok feltörésének kutatásával foglalkozik.

3. Mondjon két szteganografai módszert!

Szteganográfia(adatrejtés, data hiding): „A szteganográfia üzenetek elrejtése, tipikusan az üzenetnél nagyobb adathalmazban úgy, hogy az üzenetátadás ténye is rejtve marad a külső megfigyelő számára.

- rabszolga fejbőrére írva (hátránya meg kell várni, míg kinő a haja)
- képben a színeket leíró bájtok alacsony helyi értéű bitjeiben (szemmel nem látható)
- szórt spektrumú adásban (fehér zajként észleli a külső megfigyelő)

4. Mik az informatikai biztonság alapvető céljai/szolgáltatásai?

Az informatikai biztonság alapvető célja, hogy az információkat titkosítva tudunk továbbítani valamint tárolni, oly módon, hogy biztosítva legyünk affelöl, hogy ezek az információk nem lesznek megsemmisítve vagy eltulajdonítva.

5. Mit jelent a bizalmasság (confidentiality)?

A bizalmasság azt jelenti, hogy az információkat csak azok érhetik el, akik arra jogosultak. Vagyis a titkos információk nem kerülnek illetéktelen kezekbe.

6. Mit jelent a hitelesség (integrity)?

A hitelesség (authenticity) azt jelenti, hogy az üzeneteknek tudjuk az eredetet, tartalmat, küldési idejét, valamint, hogy kitől jött az üzenet, mivel ezek hitelesítve vannak kommunikáció szereplői által. A hitelesség magába foglalja a sérültlenséget (integrity) is, ami azt jelenti, hogy az adatok nem módosíthatóak.

7. Mit jelent a rendelkezésre állás (availability)?

A rendelkezésre állás azt jelenti, hogy az adatokhoz hozza tudunk férni bizonyos feltételek mellett ha szükségünk van rájuk.

8. Mit jelent a letagadhatatlanság (non-repudiation)?

A letagadhatatlanság azt jelenti, hogy utólag nem módosíthatóak az adatok. Valamint, hogy utólag egyik fél sem tagadhatja le a cselekedeteit vagy kötelességvállalását. A letagadhatatlanság alkalmazásakor ez ilyen vitákat egy megbízható harmadik fel (trusted third party) helyesen el tudja dönteni. (Pl: elektronikus aláírás)

9. Mondjon három példát a kriptográfia alkalmazási területeire!

A kriptografiát több területen is alkalmazzák, például: üzenetek titkosításához (encryption), banki tranzakcióknál, elektronikus aláírás, elektronikus kereskedelelem (vevő, bank, bolt – mindenki csak a rá tartozó információkat láthatja).

10. Mondjon három olyan területet, mely az informatikai biztonság körébe beletartozik, a kriptográfiába viszont nem!

Az antivirusok, a szoftware hibák kivédése, valamint a programozási hibák kivédése az informatikai biztonsághoz sorolhatóak, viszont nem tatoznak a kriptográfia körébe.

11,12. A küldő fél a nyílt szöveget (plaintext) szeretné eljuttatni egy másik félhez.Titkosítja (encrypt) a szöveget,így megkapja a titkosított változatát (ciphertext),amely értelmezhetetlen a kulcs (key) nélkül. A fogadó fél megfejtí (decrypt) a kódolt szöveget ez után elolvashatja az eredeti üzenetet. Egy harmadik fél feltöri (break) az üzenetet,ha kriptoanalízissel megfejtí a nyílvános csatornán küldött kódolt szöveget.

13, 14, 15.A szimmetrikus kulcsú rendszerek esetén a kódoláshoz és dekódoláshoz használt kulcsok azonosak vagy megkapható az egyik a másikból. Nyilvános kulcsú rendszerek esetén a kulcsok nem azonosak. A kódoláshoz használt kulcs nyilvános,a dekódoláshoz használt nem. Szimmetrikus kulcsú rendszerek esetén nem lehet nyilvános kulcs.

16. Miért van szükség nyilvános kulcsú kriptografiára?

A szimmetrikus kulcsú kriptografiában a kulcs cseréjével kapcsolatosan még egy másik probléma is felmerül: n egyén közti titkosított kommunikáció lebonyolításához összesen $n(n-1)/2$ kulcs szükséges (egy 5 csomópontot tartalmazó hálózatban is már $5 \cdot 4 / 2 = 10$ kulcsra van szükség – 2.3 ábra). Ha a kulcsok el”oállítása és célba juttatása költséges, ez nagy többletkiadáshoz vezet, ezenkívül a nagyszámú kulccscsere miatt számottev”oen megn”o annak a valószín”usége is, hogy a támadó fél kezére jut egy vagy több kulcs.

-Ezt a problemat oldja meg a nyilvanos kulcsu kriptografia."

"Azert van ra szukseg, mert ha Bobnak tobb ember is akar irni, akkor mindenivel meg kell, hogy ossza a kulcsot, ami noveli az eselyet annak, hogy a kulcs rossz kezekbe kerül. Bob megtehetne azt is, hogy minden egyes partnerevel külön meggyezik különbozo titkos kulcsokban, de ez nagyon idoigenyes es lehet, hogy mindenivel nem is tud biztonsagban

kulcsot cserelni. A nyilvanos kulcsu kriptografia erre a kellemetlensegre kinal okos megoldast, hiszen Bob partnereinek elegendo csak Bob nyilvanos kulcsat ismerniuk ahhoz, hogy titkositott uzenetet küldjenek neki. Mindegyik kodolt uzenet dekodolasahoz Bob ugyanazt a sajat titkos kulcsot hasznalja, amit csak o ismer."

17. Mi a teljes kipróbálás (kimerítő kulcskeresés vagy angolul brute-force)? Mondjon rá példát!

Bármely kriptorendszer titkos kulcsait próbálhatással el lehet elvileg találni. Ehhez azonban (a legrosszabb esetben) szisztematikusan az összes lehetséges kulcsot végig kell próbálni. Ezt nevezzük kimerítő kulcskeresésnek vagy angolul brute-force-nak.

Példa Caesar-kód: Mivel a lehetséges kulcsok száma kicsi, kipróbálhatjuk az összes lehetséges kulcsot. Elkészítünk az illető nyelv gyakori szavaiból egy listát. Az a kulcs lesz jó, mellyel a titkosított szöveget dekódolva a legtöbb listabeli szó beazonosítható.

18. Mik a Kerchoff követelmények?

1. Ha elméletileg nem is, a rendszernek gyakorlatilag feltörhetetlennek kell lennie.
2. A módszerrel titkosított üzenetek biztonsága ne függön magának a módszernek a titkosságától: a módszer leírását ugyanis az ellenség is megszerezheti.
3. A kulcs könnyen megjegyezhető, továbbítható és változtatható kell, hogy legyen (anélkül, hogy azt papírra kellene írni).
4. A kódolt üzenetnek olyan formája legyen, hogy azt táviraton továbbítani lehessen.
5. A rendszer által használt segédeszközök hordozhatóak kell, hogy legyenek, és a kódolás/dekódolás műveletét egyetlen személynek is el kell tudnia végezni.
6. A módszer használata legyen egyszerű (ne kelljen túl sok szabályt, lépést megjegyezni), szellemileg ne terhelje túl használóját.

19. Csoportosítsa a titkosítás elleni támadásokat a támadó rendelkezésére álló információ alapján!

1. Csak a kódolt üzenet ismeretén alapuló támadás: A támadónak csak a kódolt üzenetekhez van hozzáférése, semmit sem tud az eredeti üzenetek tartalmáról vagy a titkosításhoz használt kulcsról.

2. Nyílt szöveg ismeretén alapuló támadás: A támadó ismer bizonyos (P,C) párokat, vagyis ismer bizonyos nyílt üzeneteket a megfelelő kódolt üzenetekkel együtt, ezek az információk viszont adottak. Nem ismert még a titkosításhoz használt kulcs.
3. Választható nyílt szövegen alapuló támadás: Marvin akármilyen általa választott nyílt üzenetet tud titkosítani Alice módszerével (ismeri és használja $E_k \cdot t$, így ő maga tudja előállítani a (P,C) pá- rokat). Az ilyen típusú támadásoknak a nyilvános kulcsú rendszereknél van nagy jelentősége, ahol a titkosításhoz használt k kulcs nyilvános, tehát a támadó akármilyen nyílt szöveget kódolhat vele.
4. Választható titkosított üzeneten alapuló támadás: A támadó akármilyen általa választott titkosított üzenetnek megkaphatja a dekódolt változatát (tehát gyakorlatilag ismeri és használja $D_k \cdot t$) anélkül azonban, hogy a K' kulcsot ismerné.

21. Mi a feltétlen biztonság (unconditional security, perfect security)?

Függetlenül a rendelkezésre álló titkos szöveg mennyiségtől, időtől és számítási kapacitástól a titkosítás nem törhető fel, mert a titkosított szöveg a kulcs ismerete nélkül nem hordoz elég információt a nyílt szöveg rekonstruálásához. (ilyen a one-time pad, amikor is a kulcs hossza nagyobb mint a kodolando szöveg)

22. Van-e feltörhetetlen titkosítási algoritmus?

Az általunk ismert titkosítási algoritmusok csak gyakorlatban feltörhetetlenek, elméltileg azonban feltörenhetők. Ugyanakkor a ONE TIME PAD elméletileg ilyen.

23. Mi a számítási biztonság (computational security)?

A ma ismert algoritmusokkal, belátható időn belül, lehetetlen megfejteni a titkosítási eljárást

24. Hogyan növelhető egy megbízható titkosítási algoritmus esetén az általa megvalósított titkosság mértéke?

A kriptográfiai algoritmus biztonsága függ

- a választott algoritmus erősségtől
- a kulcs hosszától

Jó algoritmus esetén a kulcshossz növelésével a biztonság növelhető.

Például: Ha egy algoritmus csak teljes kipróbálással (Brute Force) törhető,

akkor plusz egy bit kétszeres biztonságnövelést jelent.

25. Mi a hamis biztonság csapdája?

Ha a saját magunk által kitalált es vagy implementált titkosítást erősebbnek gondoljuk, mint amilyen az valójában, akkor veszélyes tévedésben élünk. Inkább megbizható implementaciokat használunk.

26. Mi a különbség a következő fogalmak között: számítási biztonság – feltétlen biztonság?

Számítási biztonság alatt értjük azt, hogyha egy kriptorendszer elméletileg feltörhető, viszont gyakorlatilag nincs rá elegendő idő, hogy bárki is feltörje. A feltétlen biztonság alatt pedig azt értjük, hogy elméletileg feltörhetetlen a kriptorendszer.

27. Mit jelent a csak kódolt üzenet ismeretén alapuló támadás?

A támadónak (Marvinnak) csak a kódolt üzenetekhez van hozzáférése, semmit sem tud az eredeti üzenetek tartalmáról vagy a titkosításhoz használt kulcsról.

28. Mit jelent a nyílt szöveg ismeretén alapuló támadás?

A támadó (Marvin) ismer bizonyos (P,C) párokat, vagyis ismer bizonyos nyílt üzeneteket a megfelelő kódolt üzenetekkel együtt, ezek az információk viszont adottak (például egy kém vagy egy titkos ügynök szerzi be neki). Nem ismeri még a titkosításukhoz használt kulcsot, ezért ő maga nem tud ilyen párokat előállítani.

29. Mit jelent a választható nyílt szövegen alapuló támadás?

A támadó (Marvin) akármilyen általa választott nyílt üzenetet tud titkosítani (vagy titkosítatni) a küldő (Alice) módszerével (tehát gyakorlatilag ismeri és használja Ek-t, így ő maga tudja előállítani a (P,C) párokat). Az ilyen típusú támadásoknak a nyilvános kulcsú rendszereknél van nagy jelentősége, ahol a titkosításhoz használt k kulcs nyilvános, tehát a támadó akármilyen nyílt szöveget kódolhat vele.

30. Mit jelent a választható titkosított üzeneten alapuló támadás?

A támadó (Marvin) akármilyen általa választott titkosított üzenetnek megkaphatja a dekódolt változatát (tehát gyakorlatilag ismeri és használja Dk'-t) anélkül azonban, hogy a k' kulcsot ismerné.

31. Mi a kriptoanalízis? Adjon rá egy példát!

- A kriptoanalízis titkosítási eljárások elemzésével és feltörésével foglalkozik.
 1. Pelda: a kodolt szövegről betugyakoriság statisztikát készítünk és ezt osszevetjük a nyelv(pl. angol) betugyakoriságaval.

2. Pelda: brute force = sorra vesszük az osszes lehetseges esetet
3. Pelda: birtokunkban all tobb kodolt szoveg is es tudjuk azt, hogy mindegyikben szerepel egy kozos resz, pl. nemet idojarasjelentesek esete, ahol tudtak azt, hogy minden szoveg vegen ugyanugy koszontek el.
4. Pelda: ismerunk tobb (P,C) part is, es ezeket osszevetve eszrevehetunk bizonyos osszefugggeseket, mint peldaul ismetlodeseket egy konkret poziciotol egy bizonyos tavolsagra.

32. Definiálja a kriptorendszer fogalmát!

- Kriptorendszernek nevezzük azt az agat, amely titkositasi eljarasok felepitesevel/szerekzesesevel foglalkozik.

33. Miért kell a kriptorendszer definíciójában az Ek titkosító leképzésnek injektívnek lennie?

- Ha a titkosito fuggveny injektiv, akkor maga az eljaras bijektivve valik, azaz lesz inverze. Ez azt jelenti, hogy egy nyilt szovegnek megfelel egy es csak is egy kodolt szoveg, es egy kodolt szovegnek megfelel egy es csakis egy nyilt szoveg.

34. Definiálja az (eltolásos) Caesar-titkosítót kriptorendszerként!

- A modszer lenyege abban all, hogy a nyilt szoveg betuit egyenkent eltoljuk korkorosen jobbra egy konkret szammal az ABC-ben.

35. Definiálja a monoalfabetikus kódot kriptorendszerként!

- A monoalfabetikus kriptorendszer betunkent kodolja a nyilt szoveget ugy, hogy egy bizonyos betunek mindig ugyanazt a betut felelteti meg. Ilyen pl. a CAESAR kod.

36. Mekkora a kulcstér mérete monoalfabetikus kód esetén?

Monoalfabetikus kód esetén a kulcstér mérete megegyezik a használt ABC betűi permutációinak számával.

Tehát pl. ha az angol ABC-t használjuk (26 betű), akkor a kulcstér mérete 26!.

37. Definiálja az affin titkosítót kriptorendszerként!

Az *affin-rejtjelek* lényege szintén egy partikuláris betűpermutáció, tehát az affin-rejtjelek is egy monoalfabetikus helyettesítő kód. Akárcsak a Caesar-rejtjelek esetében, itt is veszünk egy n betűs ábécét, és a betűket azonosítjuk a Z_n -beli elemekkel a 0-tól számított ábécébeli sorszámaik alapján.

Kulcs: $k = (a, b) \in Z_{2n}$ úgy, hogy létezik $a-1 \pmod n$, vagyis $(a, n) = 1$.

Kódolás: $C = Ek(P) = (aP + b) \pmod n$, ahol $P \in Z_n$ (egy betű).

Dekódolás: $P = Dk(C) = (a^{-1}C - a^{-1}b) \text{ mod } n$, ahol $C \in \mathbb{Z}_n$ (egy betű).

38. Hogyan alkalmazhatók a nyelvi statisztikák a monoalfabetikus helyettesítés kriptoanalízisében?

2. Betügyakoriság-vizsgálattal elegendő két betű kódolt megfelelőjét beazonosítani. Legyenek ezek (P_1, C_1) és (P_2, C_2) . Ekkor

$$\begin{cases} C_1 = (aP_1 + b) \text{ mod } n \\ C_2 = (aP_2 + b) \text{ mod } n \end{cases} \implies a(P_1 - P_2) \equiv (C_1 - C_2) \pmod{n}$$

és ez a kongruencia biztosan megoldható. Legyen $(P_1 - P_2, n) = d$. A következő két eset lehetséges:

(a) Ha $d = 1$, akkor $a \equiv (P_1 - P_2)^{-1}(C_1 - C_2) \pmod{n}$.

2.1. KLASSZIKUS TITKOSÍTÁSI RENDSZEREK

21

(b) Ha $d > 1$, akkor $a \equiv \left(\frac{P_1 - P_2}{d}\right)^{-1} \left(\frac{C_1 - C_2}{d}\right) \equiv u \pmod{\frac{n}{d}}$, ahol $u = \left(\frac{P_1 - P_2}{d}\right)^{-1} \left(\frac{C_1 - C_2}{d}\right)$.

Az a lehetséges értékei tehát:

$$\begin{aligned} a &\equiv u \pmod{n} \\ a &\equiv u + \frac{n}{d} \pmod{n} \\ a &\equiv u + 2\frac{n}{d} \pmod{n} \\ &\vdots \\ a &\equiv u + (d-1)\frac{n}{d} \pmod{n} \end{aligned}$$

Van tehát összesen d lehetőségünk a -ra.

39. Milyen módszereket lehetne alkalmazni a monoalfabetikus helyettesítés könnyű feltörhetőségének elkerülésére?

A monoalfabetikus helyettesítés könnyű feltöréhetőségének elkerülése érdekében fontos, hogy a használt ABC egy random permutációját használjuk a kódoláshoz.

40. Titkosítsa kulcsszavas Caesar-kóddal a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26- betűs angol ábécét használva).

Kulcsszavas Ceaser-kódolás:

* Felírjuk az ABC egy sorba

* Alája beírjuk a kulcsszót, olyan formában, hogy ha ismétlődik benne egy betű, akkor csak egyszer írjuk le (az első előfordulásakor)

* Ha leírtuk a kulcsszót, akkor az ABC megmaradt betűit (ami nincs a kulcsban) folytatónak leírjuk

* Maga a kódolás folyamata: Felső sor betűi -> alsó sor betűi

* Pl. kulcs = ALMA

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

A L M B C D E F G H I J K N O P Q R S T U V W X Y Z

41. Fejtse meg a kulcsszavas Caesar-kóddal titkosított „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

-Ugyanugy mint fenneb, csak visszafele.

42. Hogyan működik a Vigenère-rejtjel (vagy Vigenère-titkosító)?

Kulcs: A kulcs egy szó, melynek egymásutáni ismétlésével megkapjuk a kulcsszöveget. A kulcs hosszát periódusnak nevezzük.

Kódolás: A kódolt szöveg k-adik betujét a következő módon kapjuk meg: megkeressük az eredeti szöveg kadik betujét (mondjuk ez az ábécé i-edik betuje) és a kulcsszöveg k-adik betujét (mondjuk ez az ábécé j-edik betuje); ekkor a kódolt betű a Vigenère-tábla i-edik sorában és j-edik oszlopában levo betű. Vegyük észre, hogy ez megegyezik a tábla j-edik sorában és i-edik oszlopában levo betűvel, hiszen a tábla szimmetrikus a foátlóra nézve.

Dekódolás: Az eredeti szöveg k-adik betujét a következő módon kapjuk vissza: ha a kulcsszöveg k-adik betüje az i-edik az ábécében, akkor a tábla i-edik sorában megkeressük a kódolt szöveg k-adik betujét. Tételezzük fel, hogy ez az i-edik sor j-edik pozíójában van. Ekkor az eredeti betű az ábécé j-edik betüje.

43. Titkosítsa Vigenère-titkosítással a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

Kulcs: LE

Szoveg: ATTA

Kulcsfolyam:LELE

A sor L.ik betuje: L

T sor E.ik betuje: X

T sor L.ik betuje: E

A sor E.ik betuje: E

Kodolt szoveg: LXEE

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	
F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	
H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	
I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	
J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	

44. Fejtse meg a Vigenère-titkosítással kódolt „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

Kodolt: LXEE

L.ik sor L betuje: A

L.ik sor E betuje T

Kulcsf: LELE

E.ik sor X betuje: T

E.ik sor E betuje: A

45. Mi a Kasiski-teszt és mire jó?

W. Kasiski módszerevel periódust lehet meghatározni. (A kulcs hosszát periódusnak nevezzük.)

W. Kasiski módszer lényege a következő: a kódolt szövegben ismétlődő szövegrészleteket keresünk. Legyen például UCLA egy ismétlődő szövegrész. Megkeressük, mikor a legkisebb két UCLA előfordulás között a távolság, és ekkor a periódus hossza osztja az első előfordulás U betűjétől (első betűjétől) a második előfordulás U betűjéig (U-t kizárvva) a betűk számát.

Vagyis ha: U C L A X U S T A V Z B U C L A

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 akkor a osztója 12-nek.

46. Hogyan működik a Playfair-kód (vagy Playfair-titkosító)?

Kulcs: A kulcs egy 5×5 -ös betűtábla, melyben az angol ábécé betűi szerepelnek a J kivételével. Ezt a betűtáblát egy kulcsszó segítségével is ki lehet tölteni a kulcsszavas Caesar-kódnál megismert módon: a kulcsszó (betuisméltések nélkül) a legfelső sor bal sarkából indul balról jobbra és fentrol lefelé (ha 5 betűnél hosszabb); a kimerült betűk ábécésrendben követik a kulcsszót balról jobbra és fentrol lefelé.

Kódolás: A kódolás betupáronként történik, ehhez a szöveget betupárokra bontjuk, az esetleges J betűket I-re cserélve. Ha egy betupárban kétszer szerepel ugyanaz a betű, akkor az első betű után egy X-et szűrünk be. Ha a betűk száma páratlan, akkor a szöveget egy X-szel egészítjük ki a végén. A betupárokat három eset szerint a következő módon kódoljuk:

1. Ha a betupár betűi a tábla azonos sorában vannak, akkor a táblában ciklikusan jobbra toljuk őket egy pozícióval.
2. Ha a betupár betűi a tábla azonos oszlopában vannak, akkor ciklikusan lefelé toljuk őket egy pozícióval.
3. Ha a betupár betűi nincsenek sem azonos sorban, sem azonos oszlopban, akkor a táblában az általuk (állandó csúcsokként) meghatározott téglalap másik két állandó csúcsába kódolódnak úgy, hogy az eredeti betupár első betűje és a kódolt betupár első betűje egy sorban legyenek.

Dekódolás: Ugyanúgy történik, mint a kódolás, csak az első esetben ciklikusan balra tolunk egy pozícióval és a második esetben ciklikusan lefelé tolunk egy pozícióval.

47. Titkosítsa Playfair-titkosítással a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

https://en.wikipedia.org/wiki/Playfair_cipher#Example

48. Fejtse meg a Playfair-titkosítással kódolt „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26- betűs angol ábécét használva).

49. Hogyan működik a Vernam-titkosító?

A módszer neve angolul onetime pad. Lényege az, hogy az eredeti szöveget szövegegységenként (karakterenként, betunként, bitenként) összeadjuk modulo n a szöveggel azonos hosszúságú kulccsal. Itt n a használt karakterek száma (pl. abc esetében 26).

Kulcs: Az eredeti szöveggel azonos méretű, lehetőleg véletlenszerű szövegegység sorozat, amelyet csak egyszer használunk fel (innen az angol elnevezés). Az ilyen kulcsot még kulcsfolyamnak is nevezzük. Jelöljük k_i -vel a k kulcs i-edik egységét.

Kódolás: $E_k(P) = C$, $C_i = (P_i + k_i) \text{ mod } n$, ahol P_i az eredeti szöveg i-edik egysége, C_i pedig a titkosított szöveg i-edik egysége.

Dekódolás: $D_k(C) = P$, $P_i = (C_i - k_i) \text{ mod } n$.

50. Mit jelent az, hogy az egyszeri hozzáadásos módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos?

Feltétlen biztonság: matematikailag bizonyítottan nem feltörhető; elméletileg sincs támadás ellene

Azt jelenti, hogy a kódolt szöveg nem árul el semmi információt az eredeti szövegről. Ha a kulcsot többször használjuk fel, akkor a rendszer sebezhetővé válik a nyílt szöveg ismeretén alapuló támadással szemben. Rendkívül fontos, hogy egy bizonyos kulcs felhasználása egyszeri legyen.

51. Igaz-e, hogy az egyszeri hozzáadásos módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos? Válaszát inkodolja!

Igaz, mivel ha egy n. hosszúságú szöveget titkosítottunk és a támadó minden kulcsot kipróbál akkor visszakap minden n hosszúságú szöveget amelyek közül nem lehet eldönthetni, hogy melyik volt az eredeti kódolatlan szöveg. Pl ha titkosítjuk, hogy igen akkor brute-force támadás esetén a támadó azt is visszakapja majd, hogy alma.

52. Ha az egyszeri hozzáadásos módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos, akkor miért nem elterjedt a gyakorlatban?

Mert nem praktikus, túl sok tárhelyet foglalna a kulcsok tárolása és kicserelese koltseges.

53. Mi a C-36 rejtjelező gép és mi a működési elve (illetve matematikai modellje)? Melyik titkosító generációhoz tartozik?

A C-36 rejtjelező gép egy mechanikus rejtjelező a klasszikus titkosító rendszerekhez tartozik. Matematikai modelljének alapja két mátrix egy cipelő mátrix(M eleme $M_{6,27}(Z_2)$) és egy lépcsőforma.

A cipelő mátrix egy $6 * 27$ es bináris mátrix úgy, hogy minden oszlopban legfeljebb két egyes van. A lépcsőforma első sora 17, a második 19, ..., az ötödik 25, a hatodik 26 darab értéket tartalmaz. A lépcsőformát kiegészíthetjük egy sor ismétlésével, így egy $6 * \infty$ mátrixot kapva. Kulcsnak egy (M, N) mátrixpárt választunk.

54. Milyen hosszú kulcsot vár a szabványosan megvalósított DES és mennyi ebből az effektív kulcsméret? Hogyan értékelhető ez az algoritmus biztonsága szempontjából?

A DES 64 bites kulcsot vár azonban ebből az effektív kulcsméret az 56 bit mivel minden byte utolsó bitje a kulcsban az hibaellenőrzésre van fenntartva. Ezáltal csökken a DES kulcstere ($64 - ről 56 - ra$) így a biztonsága is.

55. Hogyan szokták megadni a DES S-dobozait? Igaz-e, hogy egyetlen DES S-doboz egy 4 bites bemenetből 6 bites kimenetet készít?

Nem igaz, 6 bites bemenetből készít 4 bites kimenetet. Az S dobozokat úgy szokták megadni, hogy egyenletes eloszlású legyen a tábla (minden sorában egyszer szerepeljen egy szám 0..F -ig) és hogy minél jobban ellenálljon a differenciál - kriptoanalízisnek (a kimeneti differencia különbözzön a bemeneti differenciától).

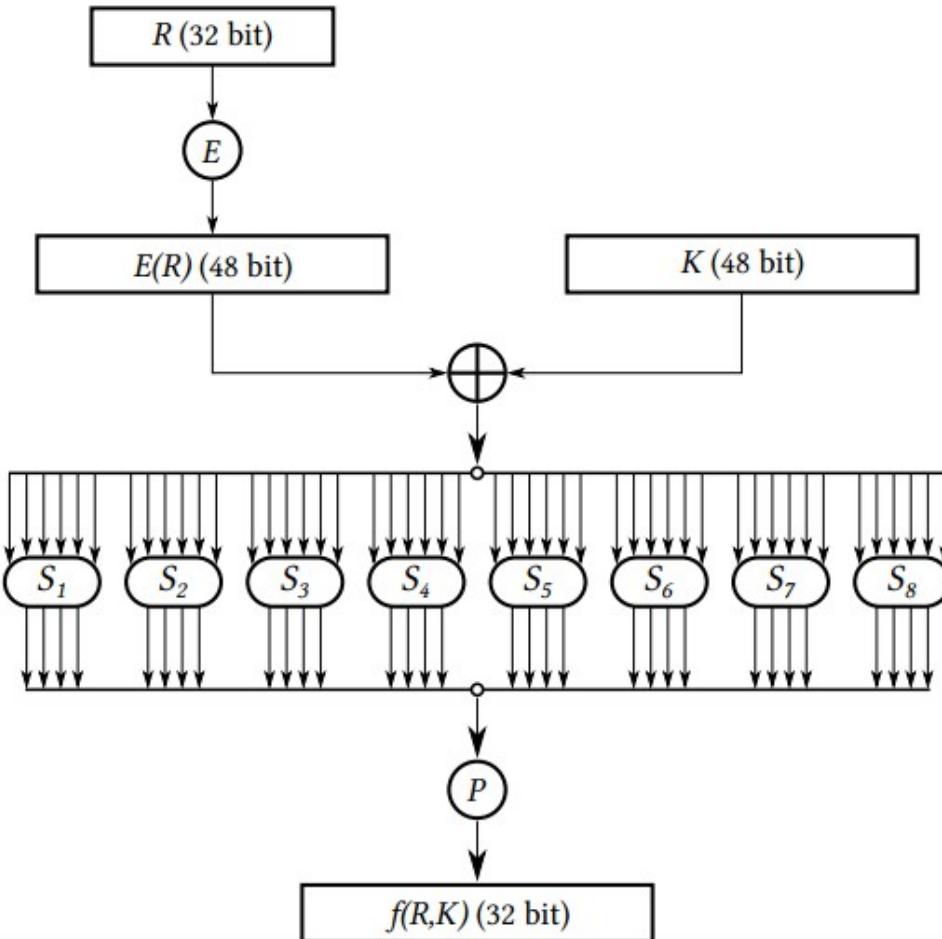
56. Vázolja a DES egy körfüggvényét!

R – jobb fele a kodolando résznek($64/2=32$ bit)

E – expansion(48 bitet csinal a 32bol)

K – előzőleg előállított segedkucs

S_i – i.ik S-box (6bit bol 4-et csinal) P – a vegen még permutal rajta egyet



57. Hogyan lehet előállítani az AES S-dobozait?

Az AES S-dobozait úgy kell előállítani, hogy egyenletes eloszlást mutassanak és habár az S-boksz differenciál táblája nem lehet tökéletesen egyenletes eloszlású, de legyenek magasan kiugró értékek. Szóval az értékeket minél inkább úgy kell beállítani, hogy a rendszer ellenálljon a differenciál-kriptoanalízisnek.

58. Mi a különbség a szabványosított AES változatok között (AES-128, AES-192, AES-256)?

A különböző változatok eltérnek a kulcsok hosszában, ahogy a nevük is mutatja. Ha N_k -val jelöljük a kulcs szavakban mért hosszát, akkor a lehetséges értékei: 4, 6 és 8. Ezen kívül különbözik a menetek számában is, N_r rendre: 10, 12, 14.

59. Mi a lavinahatás? Rendelkezik-e vele a DES vagy az AES?

Egy kis változtatás az eredeti üzenetben vagy kulcsban a kimenet drasztikus változását eredményezi. Ez a tulajdonságot a hash függvények szigorúbban veszik, de a DES és az AES is rendelkezik velük.

60. Ismertesse röviden a véges testek szerkesztését, legalapvetőbb tulajdonságait, a testbeli műveletek elvégzésének módját!

Ha $(K, +, \cdot)$ véges test, akkor $|K| = p^n$, ahol p prímszám

Izomorfizmus erejéig egyetlen $q = p^n$ elemszámú test létezik, egyik alakja

$F_q = Zp[X]/(f)$, ahol f egy n -ed fokú irreducibilis fópolinom $Zp[X]$ -ben.

$$F_q = \{a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \text{ mod } f \mid a_i \in Z_p\}.$$

A testbeli műveletek az összeadás és szorzás amit minden a redukálás követ moduló f .

61. Hogyan szerkeszthető meg egy 4 elemű véges test?

Ha $p^n=4$, akkor $p=n=2$ és vesszük a polinomokat Z_2 -ben. Szükségünk van egy $f \in Z_2[X]$ irreducibilis polinomra. Legyen x^2+x+1 , és felírjuk a $\{a_1X + a_0 \text{ mod } f \mid a_i \in Z_2\} = \{0, 1, X, X+1\}$ halmazt.

62. Hogyan szerkeszthető meg egy 9 elemű véges test?

Ha $p^n=9$, akkor $p=3$, $n=2$ és vesszük a polinomokat Z_3 -ban. Szükségünk van egy $f \in Z_3[X]$ irreducibilis polinomra, legyen x^2+1 , és felírjuk a $\{a_1X + a_0 \text{ mod } f \mid a_i \in Z_3\} = \{0, 1, 2, X, X+1, X+2, 2X, 2X+1, 2X+2\}$ halmazt.

63. Miért előnyös a 256 elemű test használata a gyakorlatban?

A gyakorlatban az információt bináris formában tároljuk, így a blokkok hossza $[\log_2 256] = 8$. Vagyis pont egy byte. Az AES használ 256 elemű testeket az algoritmusaiban.

64. Milyen véges testek jelennék meg az AES algoritmusában és mi a szerepük?

Az AES algoritmusában megjelenik az $F_2^8 = Z_2[X]/(f)$ test. A SubBytes, MixColumns eljárásoknál és ezek íverzeinél, az S állapottábla egy-egy oszlopának transzformálásánál kap lényeges szerepet.

65. Mi a szerepe a nyilvános kulcsú kriptográfiában a nyilvános kulcsnak?

A nyilvános kulcsú kriptográfiában a nyilvános kulcs szerepe az, hogy megkerüli a kulcs cserét. Így az illetőnek bárki kódolhat üzeneteket, de megfejteni csak ő tudja saját titkos kulcsával.

66. Mi a szerepe a nyilvános kulcsú kriptografiában a titkos kulcsnak?

Az $f = Ek$ függvény értékeit roved idő alatt könnyen kiszámíthatjuk, $f^{-1} = Dk'$ értékeit viszont csak nagyon nehezen (nagyon hosszú idő alatt) tudjuk meghatározni, kivéve ha ismerjük a k' kiskaput (a dekódolás titkos kulcsát). A kiskapu ismerete $f^{-1} = Dk'$ számolását hatékonyá teszi.

67. Miert hivjak aszimmetrikusnak a nyilvanos kulcsu kriptografiat?

Azert, mert az E_k kódoló eljárás kulcsa is nyilvános, tehát az egyetlen titkos adat a D_k' dekódoló eljárás k' kulcsa.

68. Mit jelent az, hogy 2048 bites RSA titkositás? Pontosan mi 2048 bites?

$n = p * q$ ahol p és q nagy primek. Ekkor n tekinthető az RSA kulcsnak. Mivel 2010-ben egy 768bit hosszúságú számot faktorizáltak, így javasolt legalább 2048 bites n számot venni. Ez jelenti a 2048 bit az elnevezésben.

69. Milyen alkalmazásai vannak a nyilvanos kulcsu kriptografianak?

- Ha egy hálózatban n személy szeretné páronként titkosan kommunikálni, akkor aszimmetrikus kulcsú rendszer esetében csupán n titkos kulcsra van szükség (mindenki kap egy titkos dekódoló kulcsot, a kódoló kulcs nyilvános).
- az úgynevezett digitális aláírásokat csak nyilvános kulcsú rendszerekkel lehet megvalósítani

70. Milyen függvényeken alapszik a nyilvanos kulcsu kriptográfia biztonsága (általaban)?

Milyen tulajdonságokkal kell rendelkezniük ezeknek a függvényeknek?

Kell egy $f = E_k$ bijektív függvényt úgy, hogy f nyilvános és értékeit rövid idő alatt könnyen kiszámíthatjuk, $f^{-1} = D_k'$ értékeit viszont csak nagyon nehezen (nagyon hosszú idő alatt) tudjuk meghatározni.

Az előbbi tulajdonsággal rendelkező f függvényt csapóajtó-függvénynek nevezzük. Az ilyen függvények képezik az alapját valamennyi nyilvános kulcsú rendszernek.

Csapóajtó-függvények esetében f^{-1} kiszámításának nehézsége általában egy NP-feladatra vezethető vissza.

71. Konkretan milyen függvényeken alapszik az RSA illetve a Diffie-Hellman rendszerek biztonsága?

Az RSA esetében nagyon nagy primek szorzataval dolgozunk, míg a Diffie-Hellman rendszerekkel maradekosztalyon belül hatványozunk. Ezek adják a rendszerek kulcsát amelyeket nem lehet visszafejteni mivel faktorizálnunk illetve diszkert logaritmalunk kellene. Jelenleg emberi időn belül ezeket nem tudjuk kivitelezni.

72. Mi a véleménye a következő állításról: „Az RSA biztonságosabb az AES-nél, mert az RSA nyilvanos kulcsu, az AES pedig titkos kulcsu modoszer.”

Osszehasonlíthatatlan a két biztonsági szempontból. Mindkét ugyanolyan jó a maga területén.

73. Mi a véleménye a következő állításról: „A nyilvanos kulcsu modern rendszerek idővel ki fogják szorítani a szimmetrikus modoszereket.”

Jelenleg e két rendszer között a kezben dolgozik hogy a lehető legangyobb biztonságot biztosítanak. Kettem közül valamelyik is képes lenne a másikat kiszorítani.

74. Mi a véleménye a következő állításról: „A modern szimmetrikus kulcsu titkositások jóval gyorsabbak a jelenleg ismert nyilvanos kulcsu modoszerekkel.”

Jap, ez így van.

75. Mi a véleménye a következő állításról: „Az RSA titkosítás azért biztonságos, mert nem ismerünk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy egy szám prim-e vagy sem.”

Ez nem igaz. Hatékony algoritmusok vannak egy szám eldöntésére hogy prim-e, pl. Miller-Rabin teszt. Az RSA azért biztonságos mert nincs hatékony algoritmusunk a faktorizációról.

76. Ismertesse a Miller-Rabin-tesztet!

A Miller-Rabin-teszt. Legyen n egy nagy (100 számjegyű) páratlan szám. El akarjuk dönteni, hogy n prímszám-e vagy sem. Legyen $n - 1 = 2^s t$ úgy, hogy t páratlan. Választunk egy véletlenszerű b természetes számot úgy, hogy $0 < b < n$ és $(b, n) = 1$. Ezután kiszámoljuk $b^t \bmod n$ -et. Ha ± 1 -et kapunk, akkor n átment a teszt első lépésein, és választunk egy másik véletlenszerű b alapot. Ha $b^t \bmod n \neq \pm 1$, akkor kiszámoljuk sorra $b^{2t} \bmod n$, $b^{2^2 t} \bmod n$, ..., $b^{2^{s-1} t} \bmod n$ -et. Ha valamelyik ezek közül -1 , akkor megállunk, és n átment a teszten. Ha viszont egyik sem -1 , akkor n elbukta a b alapra a tesztet, következésképpen n biztosan összetett.

Ha n átmegy a teszten k darab különböző alapra, akkor a fenti téTEL alapján annak az esélye, hogy n mégis összetett legyen $\left(\frac{1}{4}\right)^k$, tehát $n - 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^k$ valószínűséggel prímszám.

78. Ismertesse az RSA kulcsgenerálását, titkosítási- és megfejtési algoritmusát!

Kulcs: Válasszunk véletlenszerűen két, legalább 100 számjegyű prímszámot úgy, hogy az egyik (kettes számrendszerben felírva) néhány bittel hosszabb, mint

a másik (lásd a 2. függeléket). Jelölje p és q ezeket a prímeket, legyen $n = pq$ és $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1) = n - p - q + 1$ (az Euler-függvény értéke n -ben). Válasszunk egy e egész számot 1 és $\varphi(n)$ között úgy, hogy $(e, \varphi(n)) = 1$ és e -nek lehetőleg minél kevesebb 1-es bitje legyen. Jó választás e -re például $17 = 2^4 + 1$ és $65537 = 2^{16} + 1$ feltéve, hogy ezek egyike sem osztja $\varphi(n)$ -et. A 17 és 65537 is prímszám, tehát ha nem osztják $\varphi(n)$ -et, akkor relatív prímek vele. Legyen $d = e^{-1} \bmod \varphi(n)$. Ekkor a nyilvános kulcs $k = (n, e)$, a titkos kulcs pedig $k' = d$.

Kódolás: Tételezzük fel, hogy a szövegünk egy N betűs ábécében íródott. Legyen ℓ olyan, hogy $N^\ell \leq n \leq N^{\ell+1}$, vagyis $\ell = \lfloor \log_N n \rfloor$. Legyen a P nyílt üzenet egy ℓ betűs tömb. Ez azt jelenti, hogy

$$P = (b_{\ell-1} \dots b_0)_N = b_{\ell-1}N^{\ell-1} + \dots + b_1N + b_0 < N^\ell \leq n,$$

tehát $P \in \mathbb{Z}_n$. Ekkor $C = E_k(P) = P^e \pmod{n}$, tehát $C \in \mathbb{Z}_n$, $C < n < N^{\ell+1}$, vagyis C egy $\ell + 1$ betűs tömb.

Dekódolás: $P = D_K(C) = C^d \pmod{n}$.

79. Ismertesse a Merkle-Hellman (knapsack) kriptorendszerkulcsgenerálását, titkosítási- és megfejtési algoritmusát!

Kulcs: Választunk egy szupermővekvő $v = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$ sorozatot, egy $m \in \mathbb{N}$ -t úgy, hogy $m > \sum_{i=0}^{n-1} v_i$ és $a \in \mathbb{N}$ -t úgy, hogy $(a, m) = 1$ és $0 < a < m$. Ezeket az adatokat véletlenszerűen generálhatjuk a következő módon. Először kiválasztunk egy véletlenszerű pozitív egészkből álló $n + 1$ hosszúságú z_0, \dots, z_n sorozatot. Legyen $v_0 = z_0$, $v_i = z_i + v_{i-1} + v_{i-2} + \dots + v_0$, $i = 1, n - 1$, $m = z_n + \sum_{i=0}^{n-1} v_i$. Ezután választunk egy szintén véletlenszerű $a_0 < m$ értéket. Legyen a az első pozitív egész úgy, hogy $a \geq a_0$ és $(a, m) = 1$. Ha megvannak az előbbi adatok, meghatározzuk (euklidészi algoritmussal) a $b = a^{-1} \pmod{m}$ -met ($b < m$) és a $w = (w_0, \dots, w_{n-1})$, $w_i = av_i \pmod{m}$, $w_i < m$ sorozatot. Ekkor a nyilános kódolási kulcs $k = (w_0, \dots, w_{n-1})$, a titkos dekódolási kulcs pedig

$k' = (b, m)$, ahonnan azonnal megvan a és k ismeretében $(v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$, hiszen $bw_i = v_i \pmod{m}$.

Kódolás: A P üzenet most egy n -bites tömb, vagyis $P = (\varepsilon_{n-1}\varepsilon_{n-2}\dots\varepsilon_1\varepsilon_0)_2$. Ha például angol ábécét használó szövegünk van, akkor minden betű az ábécébeli szorszámán alapulva 5 biten ábrázolható:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &\rightarrow 0 = (00000)_2 \\ \mathbf{B} &\rightarrow 1 = (00001)_2 \\ &\vdots \\ \mathbf{Z} &\rightarrow 25 = (11001)_2 \end{aligned}$$

$$\text{Ekkor } C = E_k(P) = \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i w_i \in \mathbb{N}^*.$$

Dekódolás: Legyen $V = bC \pmod{m}$, $V < m$. Ekkor

$$\begin{aligned} V &= bC \pmod{m} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i bw_i \pmod{m} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i bav_i \pmod{m} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i v_i \pmod{m}, \end{aligned}$$

80. Ismertesse Shamir háromlépésesprotokollját!

3.3.1. Shamir háromlépéses protokollja

Ezt a titkosítási módszert Shamir 1980-ban dolgozta ki.

Legyen q egy nagy prímszám. minden X felhasználó választ magának egy titkos $e_X \in \{1, 2, \dots, q-2\}$ kitevőt úgy, hogy $(e_X, q-1) = 1$, és meghatározza $d_X = e_X^{-1} \pmod{q-1}$ -et (euklidészi algoritmussal).

Alice a következő módon küldi el Bobnak a $P \in \{1, \dots, q-1\}$ üzenetet:

1. lépés: Alice elküldi Bobnak P^{e_A} mod q -t.
 2. lépés: Bob elküldi Alice-nek $P^{e_A e_B}$ mod q -t.
 3. lépés: Alice elküldi Bobnak $P^{e_A e_B d_A} = P^{e_B}$ mod q -t.

Bob a P^{e_B} mod q -t dekódolni tudja d_B segítségével, hiszen $P^{e_B d_B} \equiv P \pmod{q}$. Itt felhasználtuk, hogy $P^{e_A d_A} \equiv P^{1+\ell(q-1)} \equiv P \pmod{q}$, hiszen a kis Fermat-tételből $P^{q-1} \equiv 1 \pmod{q} \implies P^{\ell(q-1)} \equiv 1 \pmod{q}$. Hasonlóan $P^{e_B d_B} \equiv P \pmod{q}$.

81.A Diffie–Hellman-hipotézis

A Diffie–Hellman-hipotézis

Legyen \mathbb{F}_q egy véges test, $q = p^\ell$ elég nagy, $\mathbb{F}_q^* = \langle g \rangle$ és $a, b \in \{1, \dots, q-1\}$ véletlenszerűek. Ekkor g , g^a és g^b ismeretéből g^{ab} nem vezethető le, csak diszkrét logaritmnálással.

82.Az ElGamal titkosítási rendszer

3.3.3. Az ElGamal titkosítási rendszer

Ezt a titkosítási rendszert 1985-ben szerkesztette T. ElGamal.

Feltételeztük, hogy \mathbb{F}_q véges test rögzített ($q = p^\ell$ elég nagy) és $\mathbb{F}_q^* = \langle g \rangle$. Ezek az adatok (g is) minden nyilvánosak.

Kulcs: minden X felhasználó választ magának egy véletlenszerű $a_X \in \{1, \dots, q-1\}$ titkos kulcsot, és nyilvánossá teszi $g^{a_X} \in \mathbb{F}_q^*$ -öt. Tehát a nyilvános kulcs $k = g^{a_X}$, a titkos pedig $k' = a_X$.

Kódolás: Tételezzük fel, hogy Bob Alice-nek akar küldeni egy $P \in \mathbb{F}_q^*$ üzenetet. Véletlenszerűen választ egy $b \in \{1, \dots, q-1\}$ egész számot, és elküldi a $(C, C') = (g^b, Pg^{a_A b})$ párt. Vegyük észre, hogy ez kiszámolható, hiszen g^{a_A} nyilvános (ez Alice nyilvános kulcsa).

Dekódolás: Alice kiszámolja $s = C^{aA}$ -t, majd $C's^{-1} = P$ -t, és megkapja a nyílt szöveget. Valóban, $C's^{-1} = Pg^{aAb}(g^{baA})^{-1} = P$. Itt fontos megemlíteni, hogy $s \in \mathbb{F}_q^*$ -ből $s^{-1} \in \mathbb{F}_q^*$ -t könnyen meg lehet kapni kiterjesztett euklidész algoritmusával.

Más lehetőség: Alice kiszámolja $s' = C^{q-1-a_4} \cdot t$ és ekkor $C' \cdot s' = P$. Valóban, $P g^{a_4 b} g^{b(q-1-a_4)} = P g^{b(q-1)} = P$, mert $g^{q-1} = 1$.

Ez is a diszkret logaritmalason alapul.

83. Blokktitkosító módok

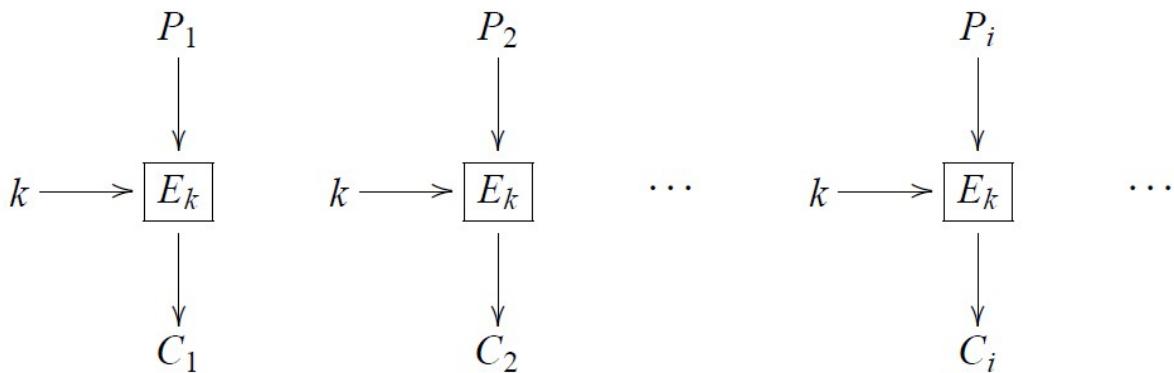
Az ECB mód, a CBC mód, CFB mód, a CTR mód.

84. Mi az ECB mód? Mire alkalmas és mire nem? Miért?

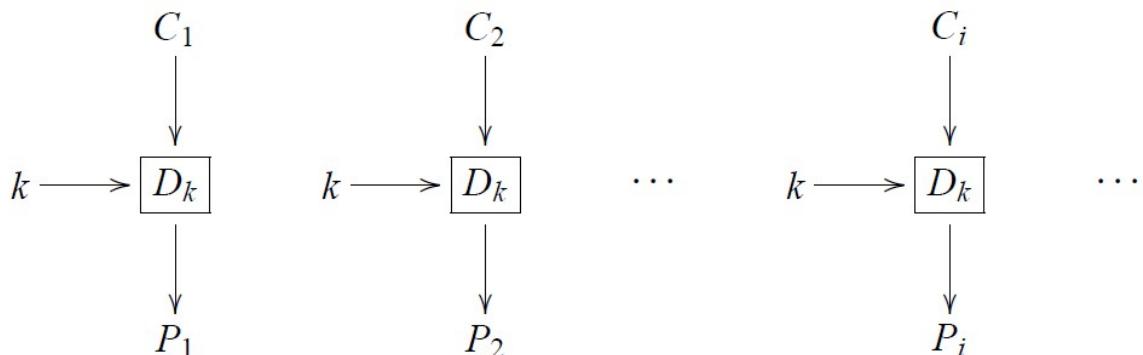
Az ECB mód (Electronic codebook mode) identikus tömböket identikus tömbökbe kódol, (ha $P_i = P_j$, akkor $C_i = C_j$), ami nem takarja el eléggé az eredeti adatstruktúrát. Ezért ezt a működési módot manapság már nem javasolják.

Előnye, hogy párhuzamosítható, ezért gyors, viszont nem minden esetben biztonságos (nagy adatstruktúra esetén)

Kódolás: $C_i = E_k(P_i)$, minden i tömbre. Grafikusan:



Dekódolás: $P_i = D_k(C_i)$, minden i tömbre. Grafikusan:



85. Mi a CBC mód? Mik az előnyei?

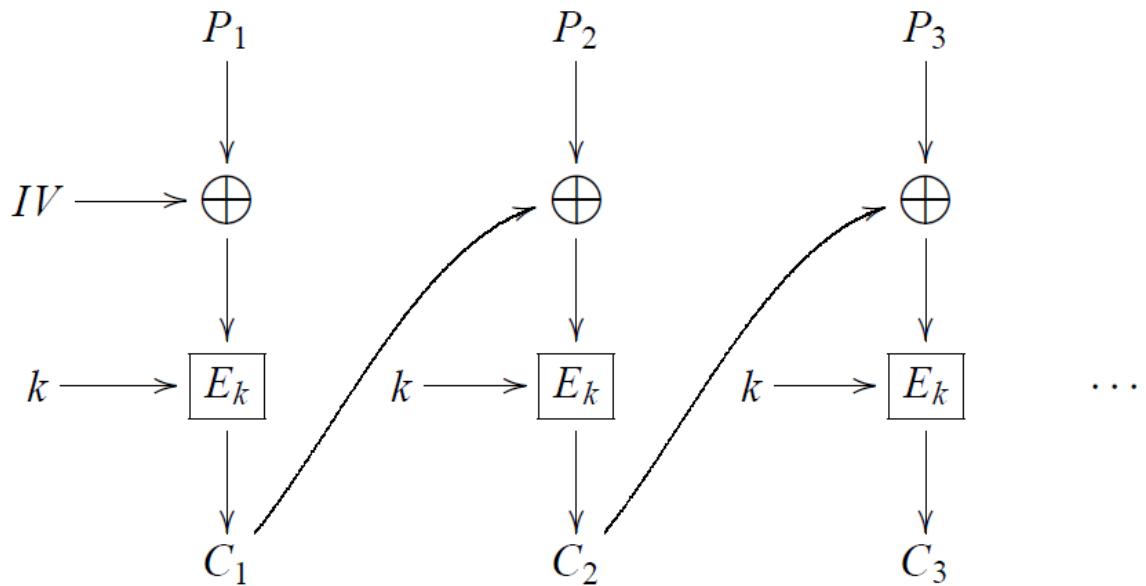
A CBC mód (Cipher-block chaining mode) az egyik legelterjedtebb működési mód.

Hátránya, hogy a titkosítás szekvenciális(nem lehető párhuzamossá). A dekódolás viszont párhuzamosan is megvalósítható, hiszen P_i csak C_i -től és C_{i-1} -től függ. Egy bit változtatása a P_i tömbben megváltoztatja a C_j -ket, minden $j \geq i$ -re, egy bit változtatása C_i -ben megváltoztatja az egész P_i -t és egy darab bitet P_{i+1} -ben.

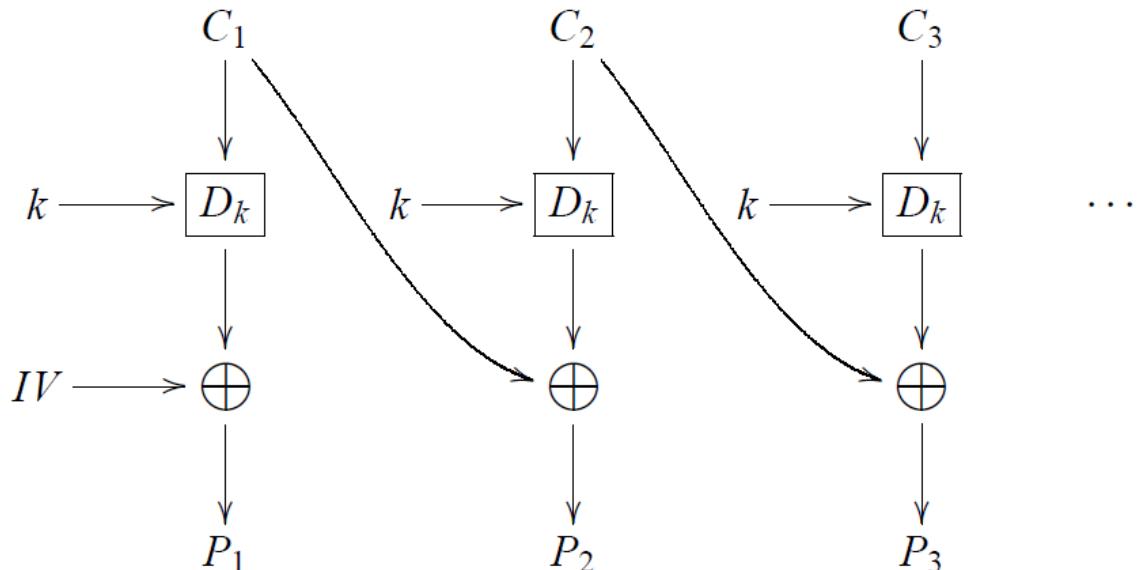
Előnye a biztonság, de lassúbb, mint az ECB, mivel nem párhuzamosítható.

Legyen egy IV kezdeti tömbünk.

Kódolás: $C_0 = IV$, minden további C_i tömbre: $C_i = E_k(P_i \oplus C_{i-1})$, $\forall i > 0$. Grafikusan:



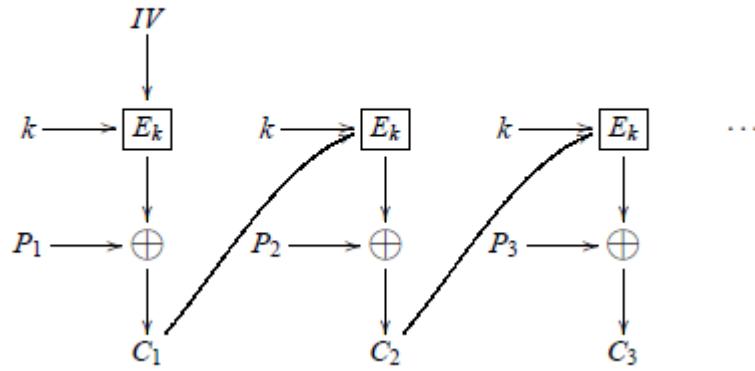
Dekódolás: $P_i = D_k(C_i) \oplus C_{i-1}$, $C_0 = IV$. Grafikusan:



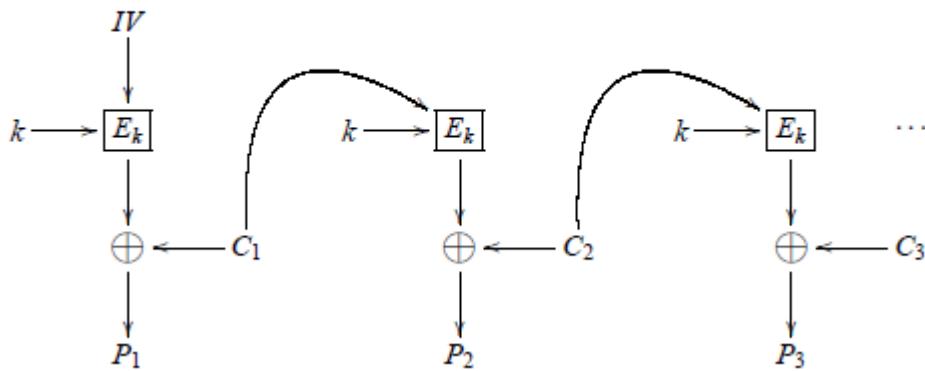
86. Mi a CFB mód és milyen előnye van a CBC móddal szemben?

A CFB mód a tömbtitkosítót átalakítja egy folyamtitkosítóvá.

Kódolás: $C_i = E_k(C_{i-1}) \oplus P_i$, $C_0 = IV$. Grafikusan:



Dekódolás: $P_i = E_k(C_{i-1}) \oplus C_i$, $C_0 = IV$. Grafikusan:



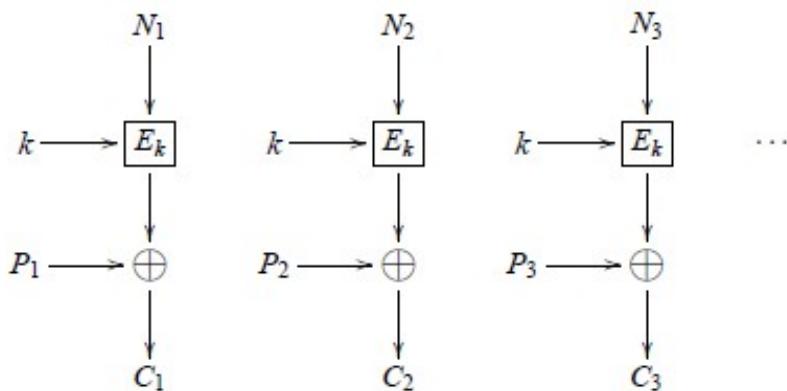
A CFBmód hasonlít a CBCmódra abban, hogy kódolása nem, viszont dekódolása párhuzamossá tehető. Ugyanakkor, egy bit változtatása P_i -ben megváltoztat minden C_j -t, bármely $j \geq i$ -re. Egy bit változtatása C_i -ben egy bitet módosít P_i -ben, és megváltoztatja az egész P_{i+1} -et.

87. Mi a CTR mód? Mik az előnyei?

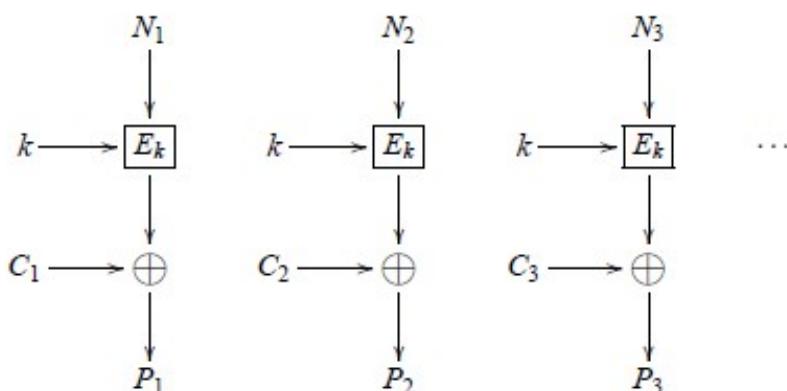
□Counter mode

Ha \parallel -sal jelöljük a bittömbök egymásután való illesztését (konkatenálását), akkor:

Kódolás: $C_i = P_i \oplus E_k(N_i)$, ahol $N_i = IV \parallel \underbrace{00 \dots 0}_\text{számláló}$. Grafikusan:



Dekódolás: $P_i = C_i \oplus E_k(N_i)$, ahol $N_i = IV \parallel \underbrace{00 \dots 0}_\text{számláló}$. Grafikusan:



A CTR mód nagy előnye, hogy alkalmas párhuzamos kódolásra és dekódolásra, tehát nagyon gyors. Azonban itt is vigyáznunk kell, hogy az IV kezdeti vektort ne használjuk újra ugyanazzal a kulccsal.

88. Mi az üzenet helykitöltése (padding)? Miért van rá szükség?

Padding (kitöltés): az eredeti üzenet kiegészítése bizonyos számú bittel úgy, hogy az üzenet bithossza a rögzített tömbméretet egész számú többszöröse legyen (tömbtitkosítók esetében).

Tipikus kitöltési módok tömbtitkosítóknál:

1. 0 értékű bitekkel pótolunk;
2. (DES módszer) 1 értékű bit, majd 0 értékű bitek;
3. (Schneier, Ferguson) n bajttal egészítjük ki az üzenetet, melyek értéke $n;n$

89. Mi a különbség a blokk- és a folyamtitkosítók (stream cipher) között? Mi a folyamtitkosítók általános működési elve?

A folyamtitkosítók az eredeti szöveg egységeit (betűit, bitjeit vagy bájtjait) egyenként titkosítják, míg a tömbtitkosítók adott méretű adattömböket titkosítanak.

A folyamtitkosítók működése hasonló a one-time pad-hez: a nyílt szöveg hosszával megegyező hosszságú kulcsfolyam (key stream) elemei a nyílt szöveg elemeivel XOR-olva vannak, egyszerre egy elemet titkosít.

Egy kulcs(folyam)ot itt is csak egyszer szabad használni.

90. Hogyan működik a Diffie–Hellman-kulcscsere és mire jó?

Figyelembe véve a nyilvános kulcsú rendszerek előnyeit és hátrányait, a legjobb, ha a tulajdonképpeni titkosítást szimmetrikus rendszerrel végezzük (pl. DES, AES), de a kulcskezelést (kulcscserét) aszimmetrikus kulcsú titkosítási rendszerrel valósítjuk meg.

A *Diffie–Hellman-kulcscsere* protokollt kifejezetten ehhez szerkesztették 1976-ban. Ebben jelenik meg először a nyilvános kulcs fogalma is. Előnye, hogy a két kommunikáló fél megegyezhet az általuk használt szimmetrikus titkosítási rendszer közös kulcsában anélkül, hogy ezt a kulcsot valamilyen formában el kellene küldeni.

Legyen \mathbb{F}_q egy nyilvános véges test (q elég nagy) és g egy nyilvános generátora \mathbb{F}_q^* -nak, vagyis $\mathbb{F}_q^* = \langle g \rangle$. minden X felhasználó véletlenszerűen választ egy $a_X \in \{1, \dots, q-1\}$ titkos elemet (ez lesz a titkos kulcs), és nyilvánossá teszi $g^{a_X} \in \mathbb{F}_q^*$ -öt (ez a nyilvános kulcs). Hogyan egyezik meg Alice és Bob az (E_k, D_k) szimmetrikus kulcsú rendszer k közös kulcsában?

Alice titkos kulcsa $k'_A = a$, nyilvános kulcsa $k_A = g^a$. Bob titkos kulcsa $k'_B = b$, nyilvános kulcsa $k_B = g^b$. Ekkor a közös titkos kulcs $k = g^{ab}$. Ezt Alice és Bob is ki tudja számolni (Alice $(g^b)^a$, Bob pedig $(g^a)^b$ módon), de egy harmadik fél – Marvin

– már nem, csak diszkrét logaritmálással, feltéve persze, hogy teljesül a már említett Diffie–Hellman-hipotézis (g , g^a és g^b ismerete csak diszkrét logaritmálással vezet g^{ab} ismeretéhez). Természetesen $k = g^{ab} \in \mathbb{F}_q^*$, viszont ez megfeleltethető egy q -nál kisebb természetes számnak a következő módon: ha $q = p^n$ (lásd a 3. függeléket), akkor $\mathbb{F}_q = \mathbb{Z}_p[X]/(f) = \{a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \bmod f \mid a_i \in \mathbb{Z}_p\}$.

Egy $a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \bmod f$ elemnek egyértelműen megfelel $a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0 \in \mathbb{Z}$ érték, ahol $a_i \in \{0, \dots, p-1\}$, mitőbb, $0 \leq a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0 < p^n = q$. Az így nyert természetes számból bármely szimmetrikus rendszer titkos kulcsa valamilyen módon felépíthető.

91. Mik a hash függvények (lenyomatkészítő függvények) és hogyan használhatók üzenetek hitelesítésére?

A Hash függvények olyan nem bijektív függvények, melyek egy tetszőleges hosszságú halmazból vett bemenetre, egy rögzített hosszságú elemet adnak meg kimenetként.

f: M->Mr hash ha M tetszőleges hosszságá elemek halmaza és Mr az r hosszságú elemeké.

$$f(M) = MD \text{ (lenyomat)}$$

A hash függvényeket úgy használják hitelesítésre, hogy az elküldött üzenettel együtt, elküldik annak hash lenyomatát. Aki megkepja az üzenetet, le tudja ellenőrizni, hogy hiteles üzenetet kapott-e, méghozzá úgy, hogy lehash-eli a kapott üzenetet és a kapott lenyomatot hasonlítja a kapott hashlenyomathoz.

92. Ismertesse a hash függvények szerkesztéséhez használt Merkle-Damgård-konstrukciót!

A Merkle-Damgård konstrukció szerint:

t hoszzúságú tömbökre osztjuk a kapott üzenetet, ha nem egész számú többszörös akkor padding-eljük.

1. Lépés: **Padding:** 1 db 1-es, néhány db 0-ás és az egész végén az eredeti bemenet hossza.
 $M_p = M || 1 || 000\dots 0 || L(M)$
A bemenet a t egész számú többszöröse kell legyen.
2. Lépés: **Darabolás:** $M_p = B_1 || B_2 || \dots || B_n$ - t hoszzúságú töbszakaszok
3. Lépés: **Rekúrzió:** Szükséges egy $f: Mt \times Mr \rightarrow Mr$ függvényre, illetve egy r hosszságú initial value-ra (IV).
Ekkor :
 $H_0 = IV \rightarrow H_1 = f(B_1, H_0) \rightarrow H_2 = f(B_2, H_1) \rightarrow \dots \rightarrow H_n = f(B_n, H_{n-1}) = MD$

93. Mit jelent egy hash függvény gyenge ütközésmentessége?

Egy hash függvény gyengén ütközésmentes, ha ismerünk M, M' párt úgy, hogy $f(M) = f(M') = MD$ de nem tudunk készíteni tetszőleges M -re M' -et, úgy, hogy $f(M) = f(M') = MD$. Vagyis tetszőleges bemenetre nem tudunk gyártani megfelelő, az eredetivel akár ellenkező tartalmú bemenetet, úgy, hogy ugyanaz legyen a hash lenyomatuk.

94. Mit jelent egy hash függvény erős ütközésmentessége?

Egy hash függvény erősen ütközés mentes, ha nem ismerünk egyetlen, olyan M, M' párt sem, amelyre $f(M) = f(M') = MD$. Vagyis, nem ismerünk egyetlen olyan bemenet part sem melyre megegyeznének a kimenetek.

95. Ismertesse a születésnap-paradoxonra alapuló támadást egy 64-bites hash függvény ellen!

A születésnapi támadás a születésnap-paradoxonon alapül, mely megadja, hogy milyen eséllyel van egy embercsoportban két olyan ember, akinek egy időben lenne a születésnapja. Ezt a módszert alkalmazva 64-bites hash függvény ellen, körülbelül $2^{(64/2)} = 2^{32}$ pár kipróbálása után, nagyon valószínű, hogy ütközést kapunk. (A képletet Szántó mondta 11. Kurzus 2015.12.14 Generikus tamadasok hash fgv-ek ellen)

96.Biztonságosabb-e az SHA-1, mint az MD5? Miért?

Az SHA-1 több szempontból is biztonságosabb, mint az MD5. Először is még nem volt feltörve, még csak az erős ütközésmenetességét sem sikerült megdönten. Ezzel szemben az MD5-re már rengeteg párt ismerünk, és újebbakat tudunk előállítani. Ezen felül az SHA-1 kimenete nagyobb(160 bit) mint az MD5 kimenete(128 bit) ezért időigényesebb klasszikus módszerekkel ütközéseket találni.

97.Melyek a digitális aláírás feladatai?

A digitális aláírás feladatai, többek között, az üzenet hitelesítése, integritásának ellenőrzése illetve az üzenőpartner azonosítása.

98.Melyek a digitális aláírás tulajdonságai?

Egy digitális aláírás egy nyilvános kúlcso kriptorendszert és egy hash függvényt alkalmazva egy szöveget, kap egy aláírást, ami egy titkosított adat. Ez az aláírás kell tudja hitelesíteni a kúldőt, ezen felül, tartalmaznia kell az eredeti szöveg hash lenyomatát is az integritás checking-eléshez.

99.Ismertesse a digitális aláírás szerkesztésének általános elvét!

$C = EB (P || DA (EB (h(P))))$, ebből a vastagjtott rész az aláírás, ahol

C – az az üzenet melyet a fogadó kap, ez egy kódolt üzenet és tartalmazza a digitális aláírást is

EB – a B (fogadó) nyilvános titkositási módszere

DA – az A (kúldő) titkos megfejtési módszere

P – a nyílt szöveg

h – a használt hash függvény

100. Mit tartalmaz egy digitális (nyilvános kulcs-) tanúsítvány? Ki állít ki digitális tanúsítványokat?

A digitális tanusítvány a következőket tartalmazza: Verziószám, Szériaszám, A kiadó hatóság adatai, Érvényességi adatok, Az alany adatai, A kúlc adatai, Melléklet, A hatóság aláírása, A hash típusa, A titkosító eljáras típusa.

Bármilyen megbízható hatóság vagy cég kiállíthat digitális tanusítványokat.