

## **1. Mivel foglalkozik a kriptográfia?**

A kriptográfia klasszikus értelemben a titkosítás tudománya, titkosítási rendszerek (kriptorendszerek) felépítésével és biztonsági elemzésével (kriptoanalízisével) foglalkozik. Modern értelemben azonban a kriptográfia fogalma magába foglal olyan aktuális témaköröket is, mint a digitális aláírások, hitelesítések, hash függvények stb.

## **2. Mi a különbség a kriptográfia és a kriptoanalízis között?**

A kriptográfia azoknak a matematikai eljárásoknak, algoritmusoknak, biztonsági rendszabályoknak kutatását, alkalmazását jelenti, amelyek elsődleges célja az információk illetéktelenek előli elrejtése. A kriptoanalízis viszont a kriptográfiai rendszerek elemzésével és azok feltörésének kutatásával foglalkozik.

## **3. Mondjon két szteganografiai módszert!**

Szteganográfia(adatrejtés, data hiding): „A szteganográfia üzenetek elrejtése, tipikusan az üzenetnél nagyobb adathalmazban úgy, hogy az üzenetátadás ténye is rejtve marad a külső megfigyelő számára.

- rabszolga fejbőrére írva (hátránya meg kell várni, míg kinő a haja)
- képben a színeket leíró bájtok alacsony helyi értékű bitjeiben (szemmel nem látható)
- szórt spektrumú adásban (fehér zajként észleli a külső megfigyelő)

## **4. Mik az informatikai biztonság alapvető céljai/szolgáltatásai?**

Az informatikai biztonság alapvető célja, hogy az információkat titkosítva tudjunk továbbítani valamint tárolni, oly módon, hogy biztosítva legyünk affelől, hogy ezek az információk nem lesznek megsemmisítve vagy eltulajdonítva.

## **5. Mit jelent a bizalmasság (confidentiality)?**

A bizalmasság azt jelenti, hogy az információkat csak azok érhetik el, akik arra jogosultak. Vagyis a titkos információk nem kerülnek illetéktelen kezekbe.

## **6. Mit jelent a hitelesség (integrity)?**

A hitelesség (authenticity) azt jelenti, hogy az üzeneteknek tudjuk az eredetét, tartalmát, küldési idejét, valamint, hogy kitől jött az üzenet, mivel ezek hitelesítve vannak kommunikáció szereplői által. A hitelesség magába foglalja a sértetlenséget (integrity) is, ami azt jelenti, hogy az adatok nem módosíthatók.

## **7. Mit jelent a rendelkezésre állás (availability)?**

A rendelkezésre állás azt jelenti, hogy az adatokhoz hozzá tudunk férni bizonyos feltételek mellett ha szükségünk van rájuk.

## 8. Mit jelent a letagadhatatlanság (non-repudiation)?

A letagadhatatlanság azt jelenti, hogy utólag nem módosíthatóak az adatok. Valamint, hogy utólag egyik fél sem tagadhatja le a cselekedeteit vagy köteletségvállalását. A letagadhatatlanság alkalmazásakor ez ilyen vitákat egy megbízható harmadik fél (trusted third party) helyesen el tudja dönteni. (Pl: elektronikus aláírás)

## 9. Mondjon három példát a kriptográfia alkalmazási területeire!

A kriptográfiát több területen is alkalmazzák, például: üzenetek titkosításához (encryption), banki tranzakciónál, elektronikus aláírás, elektronikus kereskedelem (vevő, bank, bolt – mindenki csak a rá tartozó információkat láthatja).

## 10. Mondjon három olyan területet, mely az informatikai biztonság körébe beletartozik, a kriptográfiába viszont nem!

Az antivirusok, a software hibák kivédése, valamint a programozási hibák kivédése az informatikai biztonsághoz sorolhatóak, viszont nem tartoznak a kriptográfia körébe.

**11,12.** A küldő fél a nyílt szöveget (plaintext) szeretné eljuttatni egy másik félhez. Titkosítja (encrypt) a szöveget, így megkapja a titkosított változatát (ciphertext), amely értelmezhetetlen a kulcs (key) nélkül. A fogadó fél megfejti (decrypt) a kódolt szöveget ez után elolvashatja az eredeti üzenetet. Egy harmadik fél feltöri (break) az üzenetet, ha kriptóanalízissel megfejti a nyilvános csatornán küldött kódolt szöveget.

**13, 14, 15.** A szimmetrikus kulcsú rendszerek esetén a kódoláshoz és dekódoláshoz használt kulcsok azonosak vagy megkapható az egyik a másiktól. Nyilvános kulcsú rendszerek esetén a kulcsok nem azonosak. A kódoláshoz használt kulcs nyilvános, a dekódoláshoz használt nem. Szimmetrikus kulcsú rendszerek esetén nem lehet nyilvános kulcs.

## 16. Miért van szükség nyilvános kulcsú kriptográfiára?

A szimmetrikus kulcsú kriptográfiában a kulcs cseréjével kapcsolatosan még egy másik probléma is felmerül:  $n$  egyén közti titkosított kommunikáció lebonyolításához összesen  $n(n-1)/2$  kulcs szükséges (egy 5 csomópontot tartalmazó hálózatban is már  $5 \cdot 4/2 = 10$  kulcsra van szükség – 2.3 ábra). Ha a kulcsok előállítás és célba juttatása költséges, ez nagy többletkiadáshoz vezet, ezenkívül a nagyszámú kulcscsere miatt számottevően megnövekszik annak a valószínűsége is, hogy a támadó fél kezére jut egy vagy több kulcs.  
-Ezt a problémát oldja meg a nyilvános kulcsú kriptográfia."

"Azért van rá szükség, mert ha Bobnak több ember is akar írni, akkor mindenkivel meg kell, hogy ossza a kulcsot, ami növeli az esélyt annak, hogy a kulcs rossz kezekbe kerül. Bob megtehetné azt is, hogy minden egyes partnerevel külön megyezik különbozó titkos kulcsokban, de ez nagyon időigényes és lehet, hogy mindenkivel nem is tud biztonságban

kulcsot cserélni. A nyilvános kulcsu kriptografia erre a kellemetlenségre kínál okos megoldást, hiszen Bob partnereinek elegendő csak Bob nyilvános kulcsát ismerniük ahhoz, hogy titkosított üzenetet küldjenek neki. Mindegyik kódolt üzenet dekódolásához Bob ugyanazt a saját titkos kulcsot használja, amit csak ő ismer."

### **17. Mi a teljes kipróbálás (kimerítő kulcskeresés vagy angolul brute-force)? Mondjon rá példát!**

Bármely kriptorendszer titkos kulcsait próbálgatással el lehet elvileg találni. Ehhez azonban (a legrosszabb esetben) szisztematikusan az összes lehetséges kulcsot végig kell próbálni. Ezt nevezzük kimerítő kulcskeresésnek vagy angolul brute-forcennak.

Példa Caesar-kód: Mivel a lehetséges kulcsok száma kicsi, kipróbálhatjuk az összes lehetséges kulcsot. Elkészítünk az illető nyelv gyakori szavaiból egy listát. Az a kulcs lesz jó, mellyel a titkosított szöveget dekódolva a legtöbb listabeli szó beazonosítható.

### **18. Mik a Kerchoff követelmények?**

1. Ha elméletileg nem is, a rendszernek gyakorlatilag feltörhetetlennek kell lennie.
2. A módszerrel titkosított üzenetek biztonsága ne függjön magának a módszernek a titkosságától: a módszer leírását ugyanis az ellenség is megszerezheti.
3. A kulcs könnyen megjegyezhető, továbbítható és változtatható kell, hogy legyen (anélkül, hogy azt papírra kellene írni).
4. A kódolt üzenetnek olyan formája legyen, hogy azt táviraton továbbítani lehessen.
5. A rendszer által használt segédeszközök hordozhatóak kell, hogy legyenek, és a kódolás/dekódolás műveletét egyetlen személynek is el kell tudnia végezni.
6. A módszer használata legyen egyszerű (ne kelljen túl sok szabályt, lépést megjegyezni), szellemileg ne terhelje túl használóját.

### **19. Csoportosítsa a titkosítás elleni támadásokat a támadó rendelkezésére álló információ alapján!**

1. Csak a kódolt üzenet ismeretén alapuló támadás: A támadónak csak a kódolt üzenetekhez van hozzáférése, semmit sem tud az eredeti üzenetek tartalmáról vagy a titkosításhoz használt kulcsról.

2. Nyíltszöveg ismeretén alapuló támadás: A támadó ismer bizonyos  $(P,C)$  párokat, vagyis ismer bizonyos nyílt üzeneteket a megfelelő kódolt üzenetekkel együtt, ezek az információk viszont adottak. Nem ismert még a titkosításhoz használt kulcs.
3. Választható nyílt szövegen alapuló támadás: Marvin akármilyen általa választott nyílt üzenetet tud titkosítani Alice módszerével (ismeri és használja  $E_k$ -t, így ő maga tudja előállítani a  $(P,C)$  párokat). Az ilyen típusú támadásoknak a nyilvános kulcsú rendszereknél van nagy jelentősége, ahol a titkosításhoz használt  $k$  kulcs nyilvános, tehát a támadó akármilyen nyílt szöveget kódolhat vele.
4. Választható titkosított üzeneten alapuló támadás: A támadó akármilyen általa választott titkosított üzenetnek megkaphatja a dekódolt változatát (tehát gyakorlatilag ismeri és használja  $D_k$ -t) anélkül azonban, hogy a  $k'$  kulcsot ismerné.

## 21. Mi a feltétlen biztonság (unconditional security, perfect security)?

Függetlenül a rendelkezésre álló titkos szöveg mennyiségétől, időtől és számítási kapacitástól a titkosítás nem törhető fel, mert a titkosított szöveg a kulcs ismerete nélkül nem hordoz elég információt a nyílt szöveg rekonstruálásához. (ilyen a one-time pad, amikor is a kulcs hossza nagyobb mint a kodolando szoveg)

## 22. Van-e feltörhetetlen titkosítási algoritmus?

Az általunk ismert titkosítási algoritmusok csak gyakorlatban feltörhetetlenek, elméletileg azonban feltörhetőek. Ugyanakkor a ONE TIME PAD elméletileg ilyen.

## 23. Mi a számítási biztonság (computational security)?

A ma ismert algoritmusokkal, belátható időn belül, lehetetlen megfejteni a titkosítási eljárást

## 24. Hogyan növelhető egy megbízható titkosítási algoritmus esetén az általa megvalósított titkosság mértéke?

A kriptográfiai algoritmus biztonsága függ

- a választott algoritmus erősségétől
- a kulcs hosszától

Jó algoritmus esetén a kulcshossz növelésével a biztonság növelhető.

Például: Ha egy algoritmus csak teljes kipróbálással (Brute Force) törhető,

akkor plusz egy bit kétszeres biztonságnövelést jelent.

## **25. Mi a hamis biztonság csapdája?**

Ha a saját magunk által kitalált es vagy implementált titkosítást erősebbnek gondoljuk, mint amilyen az valójában, akkor veszélyes tévedésben élünk. Inkább megbízható implementációkat használjunk.

## **26. Mi a különbség a következő fogalmak között: számítási biztonság – feltétlen biztonság?**

Számítási biztonság alatt értjük azt, hogyha egy kriptorendszer elméletileg feltörhető, viszont gyakorlatilag nincs rá elegendő idő, hogy bárki is feltörje. A feltétlen biztonság alatt pedig azt értjük, hogy elméletileg feltörhetetlen a kriptorendszer.

## **27. Mit jelent a csak kódolt üzenet ismeretén alapuló támadás?**

A támadónak (Marvinnak) csak a kódolt üzenetekhez van hozzáférése, semmit sem tud az eredeti üzenetek tartalmáról vagy a titkosításhoz használt kulcsról.

## **28. Mit jelent a nyílt szöveg ismeretén alapuló támadás?**

A támadó (Marvin) ismer bizonyos (P,C) párokat, vagyis ismer bizonyos nyílt üzeneteket a megfelelő kódolt üzenetekkel együtt, ezek az információk viszont adottak (például egy kém vagy egy titkos ügynök szerzi be neki). Nem ismeri még a titkosításukhoz használt kulcsot, ezért ő maga nem tud ilyen párokat előállítani.

## **29. Mit jelent a választható nyílt szövegen alapuló támadás?**

A támadó (Marvin) akármilyen általa választott nyílt üzenetet tud titkosítani (vagy titkosíttatni) a küldő (Alice) módszerével (tehát gyakorlatilag ismeri és használja  $E_k$ -t, így ő maga tudja előállítani a (P,C) párokat). Az ilyen típusú támadásoknak a nyilvános kulcsú rendszereknél van nagy jelentősége, ahol a titkosításhoz használt  $k$  kulcs nyilvános, tehát a támadó akármilyen nyílt szöveget kódolhat vele.

## **30. Mit jelent a választható titkosított üzeneten alapuló támadás?**

A támadó (Marvin) akármilyen általa választott titkosított üzenetnek megkaphatja a dekódolt változatát (tehát gyakorlatilag ismeri és használja  $D_{k'}$ -t) anélkül azonban, hogy a  $k$  kulcsot ismerné.

## **31. Mi a kriptóanalízis? Adjon rá egy példát!**

- A kriptóanalízis titkosítási eljárások elemzésével és feltörésevel foglalkozik.
1. Példa: a kódolt szövegről betűgyakoriság statisztikát készítünk és ezt összevetjük a nyelv(pl. angol) betűgyakoriságával.

2. Pelda: brute force = sorra vesszük az összes lehetséges esetet
3. Pelda: birtokunkban áll több kódolt szöveg is és tudjuk azt, hogy mindegyikben szerepel egy közös rész, pl. német időjárásjelentések esete, ahol tudtuk azt, hogy minden szöveg végén ugyanugy köszöntek el.
4. Pelda: ismerünk több (P,C) párt is, és ezeket összevetve észrevehetünk bizonyos összefüggéseket, mint például ismétlődéseket egy konkrét pozíciótól egy bizonyos távolságra.

### 32. Definiálja a kriptorendszer fogalmát!

- Kriptorendszernek nevezzük azt az agat, amely titkosítási eljárások felépítésével/szerekesztésével foglalkozik.

### 33. Miért kell a kriptorendszer definíciójában az $E_k$ titkosító leképezésnek injektívnek lennie?

- Ha a titkosító függvény injektív, akkor maga az eljárás bijektívnek válik, azaz lesz inverze. Ez azt jelenti, hogy egy nyílt szövegnek megfelel egy és csak egy kódolt szöveg, és egy kódolt szövegnek megfelel egy és csak egy nyílt szöveg.

### 34. Definiálja az (eltolós) Caesar-titkosítót kriptorendszerként!

- A módszer lényege abban áll, hogy a nyílt szöveg betűit egyenként eltoljuk körkörösén jobbra egy konkrét számmal az ABC-ben.

### 35. Definiálja a monoalfabetikus kódot kriptorendszerként!

- A monoalfabetikus kriptorendszer betűnként kódolja a nyílt szöveget úgy, hogy egy bizonyos betűnek mindig ugyanazt a betűt felelteti meg. Ilyen pl. a CAESAR kód.

### 36. Mekkora a kulcs tér mérete monoalfabetikus kód esetén?

Monoalfabetikus kód esetén a kulcs tér mérete megegyezik a használt ABC betűi permutációinak számával.

Tehát pl. ha az angol ABC-t használjuk (26 betű), akkor a kulcs tér mérete  $26!$ .

### 37. Definiálja az affin titkosítót kriptorendszerként!

Az *affin-rejtjel* lényege szintén egy partikuláris betűpermutáció, tehát az affin-rejtjel is egy monoalfabetikus helyettesítő kód. Akárcsak a Caesar-rejtjel esetében, itt is veszünk egy  $n$  betűs ábécét, és a betűket azonosítjuk a  $\mathbb{Z}_n$ -beli elemekkel a 0-tól számított ábécébeli sorszámuk alapján.

**Kulcs:**  $k = (a, b) \in \mathbb{Z}_n^2$  úgy, hogy létezik  $a^{-1} \pmod{n}$ , vagyis  $(a, n) = 1$ .

**Kódolás:**  $C = E_k(P) = (aP + b) \pmod{n}$ , ahol  $P \in \mathbb{Z}_n$  (egy betű).

**Dekódolás:**  $P = Dk(C) = (a^{-1}C - a^{-1}b) \bmod n$ , ahol  $C \in \mathbb{Z}_n$  (egy betű).

**38. Hogyan alkalmazhatók a nyelvi statisztikák a monoalfabetikus helyettesítés kriptóanalízisében?**

2. Betűgyakoriság-vizsgálattal elegendő két betű kódolt megfelelőjét beazonosítani. Legyenek ezek  $(P_1, C_1)$  és  $(P_2, C_2)$ . Ekkor

$$\begin{cases} C_1 = (aP_1 + b) \bmod n \\ C_2 = (aP_2 + b) \bmod n \end{cases} \implies a(P_1 - P_2) \equiv (C_1 - C_2) \pmod{n}$$

és ez a kongruencia biztosan megoldható. Legyen  $(P_1 - P_2, n) = d$ . A következő két eset lehetséges:

(a) Ha  $d = 1$ , akkor  $a \equiv (P_1 - P_2)^{-1}(C_1 - C_2) \pmod{n}$ .

## 2.1. KLASSZIKUS TITKOSÍTÁSI RENDSZEREK

21

(b) Ha  $d > 1$ , akkor  $a \equiv \left(\frac{P_1 - P_2}{d}\right)^{-1} \left(\frac{C_1 - C_2}{d}\right) \equiv u \pmod{\frac{n}{d}}$ , ahol  $u = \left(\frac{P_1 - P_2}{d}\right)^{-1} \left(\frac{C_1 - C_2}{d}\right)$ .

Az  $a$  lehetséges értékei tehát:

$$\begin{aligned} a &\equiv u \pmod{n} \\ a &\equiv u + \frac{n}{d} \pmod{n} \\ a &\equiv u + 2\frac{n}{d} \pmod{n} \\ &\vdots \\ a &\equiv u + (d-1)\frac{n}{d} \pmod{n} \end{aligned}$$

Van tehát összesen  $d$  lehetőségünk  $a$ -ra.

**39. Milyen módszereket lehetne alkalmazni a monoalfabetikus helyettesítés könnyű feltörhetőségének elkerülésére?**

A monoalfabetikus helyettesítés könnyű feltörhetőségének elkerülése érdekében fontos, hogy a használt ABC egy random permutációját használjuk a kódoláshoz.

**40. Titkosítsa kulcsszavas Caesar-kóddal a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26- betűs angol ábécét használva).**

Kulcsszavas Ceaser-kódolás:

- \* Felírjuk az ABC egy sorba
- \* Alája beírjuk a kulcsszót, olyan formában, hogy ha ismétlődik benne egy betű, akkor csak egyszer írjuk le (az első előfordulásakor)
- \* Ha leírtuk a kulcsszót, akkor az ABC megmaradt betűit (ami nincs a kulcsban) folytatólagosan leírjuk
- \* Maga a kódolás folyamata: Felső sor betűi -> alsó sor betűi
- \* Pl. kulcs = ALMA

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

A L M B C D E F G H I J K N O P Q R S T U V W X Y Z

**41. Fejtse meg a kulcsszavas Caesar-kóddal titkosított „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).**

-Ugyanugy mint fenneb, csak visszafele.

**42. Hogyan működik a Vigenère-rejtjel (vagy Vigenère-titkosító)?**

**Kulcs:** A kulcs egy szó, melynek egymásutáni ismétlésével megkapjuk a kulcsszöveget. A kulcs hosszát periódusnak nevezzük.

**Kódolás:** A kódolt szöveg k-adik betujét a következő módon kapjuk meg: megkeressük az eredeti szöveg k-adik betujét (mondjuk ez az ábécé i-edik betuje) és a kulcsszöveg k-adik betujét (mondjuk ez az ábécé j-edik betuje); ekkor a kódolt betu a Vigenère-tábla i-edik sorában és j-edik oszlopában levo betu. Vegyük észre, hogy ez megegyezik a tábla j-edik sorában és i-edik oszlopában levo betuvel, hiszen a tábla szimmetrikus a főátlóra nézve.

**Dekódolás:** Az eredeti szöveg k-adik betujét a következő módon kapjuk vissza: ha a kulcsszöveg k-adik betuje az i-edik az ábécében, akkor a tábla i-edik sorában megkeressük a kódolt szöveg k-adik betujét. Tételezzük fel, hogy ez az i-edik sor j-edik pozíciójában van. Ekkor az eredeti betu az ábécé j-edik betuje.



43. Titkosítsa Vigenère-titkosítással a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

Kulcs: LE

Szöveg: ATTA

Kulcsfolyam: LELE

A sor L.ik betűje: L

T sor E.ik betűje: X

T sor L.ik betűje: E

A sor E.ik betűje: E

Kódolt szöveg: LXEE

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

44. Fejtse meg a Vigenère-titkosítással kódolt „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

Kódolt: LXEE

L.ik sor L betűje: A

L.ik sor E betűje T

Kulcsf: LELE

E.ik sor X betűje: T

E.ik sor E betűje: A

#### 45. Mi a Kasiski-teszt és mire jó?

W. Kasiski módszerével periódust lehet meghatározni. (A kulcs hosszát periódusnak nevezzük.)

W. Kasiski módszer lényege a következő: a kódolt szövegben ismétlődő szövegrészeket keresünk. Legyen például UCLA egy ismétlődő szövegrész. Megkeressük, mikor a legkisebb két UCLA előfordulás között a távolság, és ekkor a periódus hossza osztja az első előfordulás U betűjétől (első betűjétől) a második előfordulás U betűjéig (U-t kizárva) a betűk számát.

Vagyis ha: U C L A X U S T A V Z B U C L A

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 akkor m osztója 12-nek.

#### 46. Hogyan működik a Playfair-kód (vagy Playfair-titkosító)?

**Kulcs:** A kulcs egy  $5 \times 5$ -ös betűtábla, melyben az angol ábécé betűi szerepelnek a J kivételével. Ezt a betűtáblát egy kulcsszó segítségével is ki lehet tölteni a kulcsszavas Caesar-kódnál megismert módon: a kulcsszó (betűismétlések nélkül) a legfelső sor bal sarkából indul balról jobbra és fentről lefele (ha 5 betűnél hosszabb); a kimaradt betűk ábécésorrendben követik a kulcsszót balról jobbra és fentről lefele.

**Kódolás:** A kódolás betűpáronként történik, ehhez a szöveget betűpárookra bontjuk, az esetleges J betűket I-re cserélve. Ha egy betűpárban kétszer szerepel ugyanaz a betű, akkor az első betű után egy X-et szúrunk be. Ha a betűk száma páratlan, akkor a szöveget egy X-szel egészítjük ki a végén. A betűpárokat három eset szerint a következő módon kódoljuk:

1. Ha a betűpár betűi a tábla azonos sorában vannak, akkor a táblában ciklikusan jobbra toljuk őket egy pozícióval.

2. Ha a betűpár betűi a tábla azonos oszlopában vannak, akkor ciklikusan lefele toljuk őket egy pozícióval.

3. Ha a betűpár betűi nincsenek sem azonos sorban, sem azonos oszlopban, akkor a táblában az általuk (átellenes csúcsokként) meghatározott téglalap másik két átellenes csúcsába kódolódnak úgy, hogy az eredeti betűpár első betűje és a kódolt betűpár első betűje egy sorban legyenek.

**Dekódolás:** Ugyanúgy történik, mint a kódolás, csak az első esetben ciklikusan balra tolunk egy pozícióval és a második esetben ciklikusan felfelé tolunk egy pozícióval.

#### 47. Titkosítsa Playfair-titkosítással a „...” nyílt szöveget a „...” kulccsal (ékezetek nélküli 26-betűs angol ábécét használva).

[https://en.wikipedia.org/wiki/Playfair\\_cipher#Example](https://en.wikipedia.org/wiki/Playfair_cipher#Example)

**48. Fejtse meg a Playfair-titkosítással kódolt „...” üzenetet, ahol a kulcs „...” (ékezetek nélküli 26- betűs angol ábécét használva).**

**49. Hogyan működik a Vernam-titkosító?**

A módszer neve angolul onetime pad. Lényege az, hogy az eredeti szöveget szövegegységenként (karakterenként, betűnként, bitenként) összeadjuk modulo  $n$  a szöveggel azonos hosszúságú kulccsal. Itt  $n$  a használt karakterek száma (pl. abc esetében 26).

**Kulcs:** Az eredeti szöveggel azonos méretű, lehetőleg véletlenszerű szövegegység sorozat, amelyet csak egyszer használunk fel (innen az angol elnevezés). Az ilyen kulcsot még kulcsfolyamnak is nevezzük. Jelöljük  $k_i$ -vel a  $k$  kulcs  $i$ -edik egységét.

**Kódolás:**  $E_k(P) = C$ ,  $C_i = (P_i + k_i) \bmod n$ , ahol  $P_i$  az eredeti szöveg  $i$ -edik egysége,  $C_i$  pedig a titkosított szöveg  $i$ -edik egysége.

**Dekódolás:**  $D_k(C) = P$ ,  $P_i = (C_i - k_i) \bmod n$ .

**50. Mit jelent az, hogy az egyszeri hozzáadási módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos?**

Feltétlen biztonság: matematikailag bizonyítottan nem feltörhető; elméletileg sincs támadás ellene

Azt jelenti, hogy a kódolt szöveg nem árul el semmi információt az eredeti szövegről. Ha a kulcsot többször használjuk fel, akkor a rendszer sebezhetővé válik a nyílt szöveg ismeretén alapuló támadással szemben. Rendkívül fontos, hogy egy bizonyos kulcs felhasználása egyszeri legyen.

**51. Igaz-e, hogy az egyszeri hozzáadási módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos? Válaszát inkodolja!**

Igaz, mivel ha egy  $n$ . hosszúságú szöveget titkosítottunk és a támadó minden kulcsot kipróbál akkor visszakap minden  $n$  hosszúságú szöveget amelyek közül nem lehet eldönteni, hogy melyik volt az eredeti kódolatlan szöveg. Pl ha titkosítjuk, hogy igen akkor brute-force támadás esetén a támadó azt is visszakapja majd, hogy alma.

**52. Ha az egyszeri hozzáadási módszer (one-time pad) feltétlenül biztonságos, akkor miért nem elterjedt a gyakorlatban?**

Mert nem praktikus, túl sok tárhelyet foglalna a kulcsok tárolása és kicserélése költséges.

**53. Mi a C-36 rejtjelező gép és mi a működési elve (illetve matematikai modellje)? Melyik titkosító generációhoz tartozik?**

A C-36 rejtjelező gép egy mechanikus rejtjelező a klasszikus titkosító rendszerekhez tartozik. Matematikai modelljének alapja két mátrix egy cipelő mátrix( $M$  eleme  $M_{6,27}(Z_2)$ ) és egy lépcsőforma.

A cipelő mátrix egy  $6 \times 27$  es bináris mátrix úgy, hogy minden oszlopban legfeljebb két egyes van. A lépcsőforma első sora 17, a második 19, ..., az ötödik 25, a hatodik 26 darab értéket tartalmaz. A lépcsőformát kiegészíthetjük egy sor ismétlésével, így egy  $6 \times \infty$  mátrixot kapva. Kulcsnak egy  $(M,N)$  mátrixpárt választunk.

**54. Milyen hosszú kulcsot vár a szabványosan megvalósított DES és mennyi ebből az effektív kulcsméret? Hogyan értékelhető ez az algoritmus biztonsága szempontjából?**

A DES 64 bites kulcsot vár azonban ebből az effektív kulcsméret az 56 bit mivel minden byte utolsó bitje a kulcsban az hibellenőrzésre van fenntartva. Ezáltal csökken a DES kulcstere ( $64 - 8 = 56$  - ra) így a biztonsága is.

**55. Hogyan szokták megadni a DES S-dobozait? Igaz-e, hogy egyetlen DES S-doboz egy 4 bites bemenetből 6 bites kimenetet készít?**

Nem igaz, 6 bites bemenetből készít 4 bites kimenetet. Az S dobozokat úgy szokták megadni, hogy egyenletes eloszlású legyen a tábla (minden sorában egyszer szerepeljen egy szám 0..F -ig) és hogy minél jobban ellenálljon a differenciál - kriptanalízisnek (a kimeneti differencia különbözzön a bemeneti differenciától).

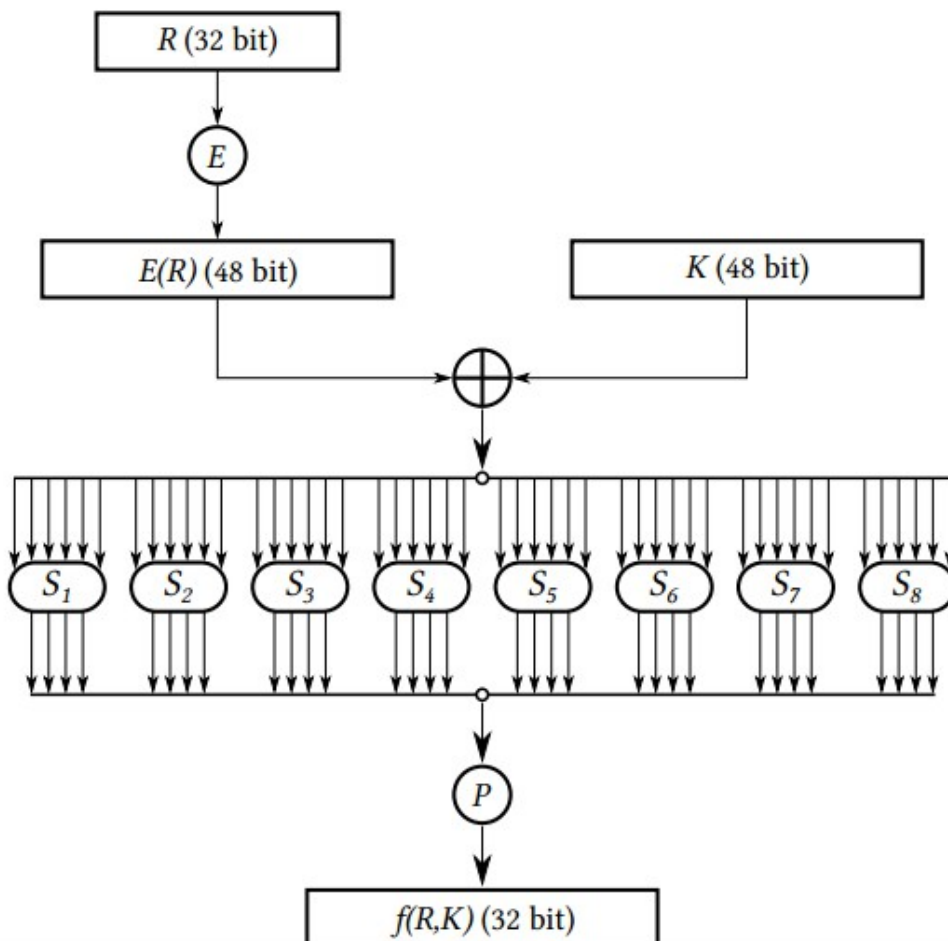
**56.Vázolja a DES egy körfüggvényét!**

R – jobb fele a kodolando résznek( $64/2=32\text{bit}$ )

E – expansion(48 bitet csinál a 32ből)

K – elozoleg eloallitott segedkucs

$S_i$  – i.ik S-box (6bit bol 4-et csinál)      P – a vegeen még permutal rajta egyet



### 57. Hogyan lehet előállítani az AES S-dobozait?

Az AES S-dobozait úgy kell előállítani, hogy egyenletes eloszlást mutassanak és habár az S-boks differenciál táblája nem lehet tökéletesen egyenletes eloszlású, de legyenek magasan kiugró értékek. Szóval az értékeket minél inkább úgy kell beállítani, hogy a rendszer ellenálljon a differenciál-kriptoanalízisnek.

### 58. Mi a különbség a szabványosított AES változatok között (AES-128, AES-192, AES-256)?

A különböző változatok eltérnek a kulcsok hosszában, ahogy a nevük is mutatja. Ha  $N_k$ -val jelöljük a kulcs szavakban mért hosszát, akkor a lehetséges értékei: 4, 6 és 8. Ezen kívül különbözik a menetek számában is,  $N_r$  rendre: 10, 12, 14.

### 59. Mi a lavinahatás? Rendelkezik-e vele a DES vagy az AES?

Egy kis változtatás az eredeti üzenetben vagy kulcsban a kimenet drasztikus változását eredményezi. Ez a tulajdonságot a hash függvények szigorúbban veszik, de a DES és az AES is rendelkezik velük.

### 60. Ismertesse röviden a véges testek szerkesztését, legalapvetőbb tulajdonságait, a testbeli műveletek elvégzésének módját!

Ha  $(K, +, \cdot)$  véges test, akkor  $|K| = p^n$ , ahol  $p$  prímszám

Izomorfizmus erejéig egyetlen  $q = p^n$  elemszámú test létezik, egyik alakja

$F_q = \mathbb{Z}_p[X]/(f)$ , ahol  $f$  egy  $n$ -ed fokú irreducibilis főpolinom  $\mathbb{Z}_p[X]$ -ben.

$F_q = \{a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \bmod f \mid a_i \in \mathbb{Z}_p\}$ .

A testbeli műveletek az összeadás és szorzás amit mindig a redukálás követ moduló  $f$ .

#### 61. Hogyan szerkeszthető meg egy 4 elemű véges test?

Ha  $p^n=4$ , akkor  $p=n=2$  és vesszük a polinomokat  $\mathbb{Z}_2$ -ben. Szükségünk van egy  $f \in \mathbb{Z}_2[X]$  irreducibilis polinomra. Legyen  $x^2+x+1$ , és felírjuk a  $\{a_1X + a_0 \bmod f \mid a_i \in \mathbb{Z}_2\} = \{0, 1, X, X+1\}$  halmazt.

#### 62. Hogyan szerkeszthető meg egy 9 elemű véges test?

Ha  $p^n=9$ , akkor  $p=3, n=2$  és vesszük a polinomokat  $\mathbb{Z}_3$ -ban. Szükségünk van egy  $f \in \mathbb{Z}_3[X]$  irreducibilis polinomra, legyen  $x^2+1$ , és felírjuk a  $\{a_1X + a_0 \bmod f \mid a_i \in \mathbb{Z}_3\} = \{0, 1, 2, X, X+1, X+2, 2X, 2X+1, 2X+2\}$  halmazt.

#### 63. Miért előnyös a 256 elemű test használata a gyakorlatban?

A gyakorlatban az információt bináris formában tároljuk, így a blokkok hossza  $\lceil \log_2 256 \rceil = 8$ . Vagyis pont egy byte. Az AES használ 256 elemű testeket az algoritmusában.

#### 64. Milyen véges testek jelennek meg az AES algoritmusában és mi a szerepük?

Az AES algoritmusában megjelenik az  $F_2^8 = \mathbb{Z}_2[X]/(f)$  test. A *SubBytes*, *MixColumns* eljárásoknál és ezek inverzeinél, az *S* állapotábra egy-egy oszlopának transzformálásánál kap lényeges szerepet.

#### 65. Mi a szerepe a nyilvános kulcsú kriptográfiában a nyilvános kulcsnak?

A nyilvános kulcsú kriptográfiában a nyilvános kulcs szerepe az, hogy megkerüli a kulcs cserét. Így az illetőnek bárki kódolhat üzeneteket, de megfejteni csak ő tudja saját titkos kulcsával.

#### 66. Mi a szerepe a nyilvános kulcsú kriptográfiában a titkos kulcsnak?

Az  $f = Ek$  függvény értékeit roved idő alatt könnyen kiszámíthatjuk,  $f^{-1} = Dk'$  értékeit viszont csak nagyon nehezen (nagyon hosszú idő alatt) tudjuk meghatározni, kivéve ha ismerjük a  $k'$  kiskaput (a dekódolás titkos kulcsát). A kiskapu ismerete  $f^{-1} = Dk'$  számolását hatékonyá teszi.

**67. Miért hívják aszimmetrikusnak is a nyilvános kulcsu kriptográfiát?**

Azert, mert az  $E_k$  kódoló eljárás kulcsa is nyilvános, tehát az egyetlen titkos adat a  $D_k'$  dekódoló eljárás  $k'$  kulcsa.

**68. Mit jelent az, hogy 2048 bites RSA titkosítás? Pontosan mi 2048 bites?**

$n = p \cdot q$  ahol  $p$  és  $q$  nagy primek. Ekkor  $n$  tekinthető az RSA kulcsának. Mivel 2010-ben egy 768bit hosszúságú számot faktorizáltak, így javasolt legalább 2048 bites  $n$  számot venni. Ezt jelenti a 2048 bit az elnevezésben.

**69. Milyen alkalmazásai vannak a nyilvános kulcsu kriptográfiának?**

- Ha egy hálózatban  $n$  személy szeretne páronként titkosan kommunikálni, akkor aszimmetrikus kulcsú rendszer esetében csupán  $n$  titkos kulcsra van szükség (mindenki kap egy titkos dekódoló kulcsot, a kódoló kulcs nyilvános).
- az úgynevezett digitális aláírásokat csak nyilvános kulcsú rendszerekkel lehet megvalósítani

**70. Milyen függvényeken alapszik a nyilvános kulcsu kriptográfia biztonsága (általában)? Milyen tulajdonságokkal kell rendelkezniük ezeknek a függvényeknek?**

Kell egy  $f = E_k$  bijektív függvényt úgy, hogy  $f$  nyilvános és értékeit rövid idő alatt könnyen kiszámíthatjuk,  $f^{-1} = D_k'$  értékeit viszont csak nagyon nehezen (nagyon hosszú idő alatt) tudjuk meghatározni.

Az előbbi tulajdonsággal rendelkező  $f$  függvényt *csapóajtó-függvénynek* nevezzük. Az ilyen függvények képezik az alapját valamennyi nyilvános kulcsú rendszernek.

Csapóajtó-függvények esetében  $f^{-1}$  kiszámításának nehézsége általában egy NP-feladatra vezethető vissza.

**71. Konkrétan milyen függvényeken alapszik az RSA illetve a Diffie-Hellman rendszerek biztonsága?**

Az RSA esetében nagyon nagy primek szorzatával dolgozunk, míg a Diffie-Hellman rendszerekkel maradékosztályon belül hatványozunk. Ezek adják a rendszerek kulcsát amelyeket nem lehet visszafejteni mivel faktorizálnunk illetve diszkrét logaritmalnunk kellene. Jelenleg emberi időn belül ezeket nem tudjuk kivitelezni.

**72. Mi a véleménye a következő állításról: „Az RSA biztonságosabb az AES-nél, mert az RSA nyilvános kulcsu, az AES pedig titkos kulcsu módszer.”**

Osszehasonlíthatatlan a kettő biztonsági szempontból. Mindkét ugyanolyan jó a maga területén.

**73. Mi a véleménye a következő állításról: „A nyilvános kulcsu modern rendszerek idővel kifognak szorítani a szimmetrikus módszereket.”**

Jelenleg a két rendszer kez a kezben dolgozik hogy a lehető legangyobb biztonságot biztosítsak. Kétlem hogy valamelyik is képes lenne a másikat kiszorítani.

**74. Mi a véleménye a következő állításról: „A modern szimmetrikus kulcsu titkosítások jóval gyorsabbak a jelenleg ismert nyilvános kulcsu módszerekkel.”**

Jap, ez így van.

**75. Mi a véleménye a következő állításról: „Az RSA titkosítás azért biztonságos, mert nem ismerünk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy egy szám prim-e vagy sem.”**

Ez nem igaz. Hatékony algoritmusok vannak egy szám eldöntésére, hogy prim-e, pl. Miller-Rabin teszt. Az RSA azért biztonságos mert nincs hatékony algoritmusunk a faktorizációra.

**76. Ismertesse a Miller–Rabin-tesztet!**

*A Miller–Rabin-teszt.* Legyen  $n$  egy nagy (100 számjegyű) páratlan szám. El akarjuk dönteni, hogy  $n$  prímszám-e vagy sem. Legyen  $n - 1 = 2^s t$  úgy, hogy  $t$  páratlan. Választunk egy véletlenszerű  $b$  természetes számot úgy, hogy  $0 < b < n$  és  $(b, n) = 1$ . Ezután kiszámoljuk  $b^t \bmod n$ -et. Ha  $\pm 1$ -et kapunk, akkor  $n$  átment a teszt első lépésén, és választunk egy másik véletlenszerű  $b$  alapot. Ha  $b^t \bmod n \neq \pm 1$ , akkor kiszámoljuk sorra  $b^{2t} \bmod n$ ,  $b^{2^2 t} \bmod n$ ,  $\dots$ ,  $b^{2^{s-1} t} \bmod n$ -et. Ha valamelyik ezek közül  $-1$ , akkor megállunk, és  $n$  átment a teszten. Ha viszont egyik sem  $-1$ , akkor  $n$  elbukta a  $b$  alapra a tesztet, következésképpen  $n$  biztosan összetett.

Ha  $n$  átmegy a teszten  $k$  darab különböző alapra, akkor a fenti tétel alapján annak az esélye, hogy  $n$  mégis összetett legyen  $(\frac{1}{4})^k$ , tehát  $n$   $1 - (\frac{1}{4})^k$  valószínűséggel prímszám.

**78. Ismertesse az RSA kulcsgenerálását, titkosítási- és megfejtési algoritmusát!**

**Kulcs:** Válasszunk véletlenszerűen két, legalább 100 számjegyű prímszámot úgy, hogy az egyik (kettes számrendszerben felírva) néhány bittel hosszabb, mint

a másik (lásd a 2. függelék). Jelölje  $p$  és  $q$  ezeket a prímeket, legyen  $n = pq$  és  $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1) = n - p - q + 1$  (az Euler-függvény értéke  $n$ -ben). Válasszunk egy  $e$  egész számot  $1$  és  $\varphi(n)$  között úgy, hogy  $(e, \varphi(n)) = 1$  és  $e$ -nek lehetőleg minél kevesebb 1-es bitje legyen. Jó választás  $e$ -re például  $17 = 2^4 + 1$  és  $65537 = 2^{16} + 1$  feltéve, hogy ezek egyike sem osztja  $\varphi(n)$ -et. A  $17$  és  $65537$  is prímszám, tehát ha nem osztják  $\varphi(n)$ -et, akkor relatív prímek vele. Legyen  $d = e^{-1} \bmod \varphi(n)$ . Ekkor a nyilvános kulcs  $k = (n, e)$ , a titkos kulcs pedig  $k' = d$ .

---



**Kódolás:** Tételezzük fel, hogy a szövegünk egy  $N$  betűs ábécében íródott. Legyen  $\ell$  olyan, hogy  $N^\ell \leq n \leq N^{\ell+1}$ , vagyis  $\ell = \lfloor \log_N n \rfloor$ . Legyen a  $P$  nyílt üzenet egy  $\ell$  betűs tömb. Ez azt jelenti, hogy

$$P = (b_{\ell-1} \dots b_0)_N = b_{\ell-1}N^{\ell-1} + \dots + b_1N + b_0 < N^\ell \leq n,$$

tehát  $P \in \mathbb{Z}_n$ . Ekkor  $C = E_k(P) = P^e \bmod n$ , tehát  $C \in \mathbb{Z}_n$ ,  $C < n < N^{\ell+1}$ , vagyis  $C$  egy  $\ell + 1$  betűs tömb.

**Dekódolás:**  $P = D_k(C) = C^d \bmod n$ .

## 79. Ismertesse a Merkle–Hellman (knapsack) kriptorendszerkulcsgenerálását, titkosítási és megfejtési algoritmusát!

**Kulcs:** Választunk egy szupernövekvő  $v = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$  sorozatot, egy  $m \in \mathbb{N}$ -t úgy, hogy  $m > \sum_{i=0}^{n-1} v_i$  és  $a \in \mathbb{N}$ -t úgy, hogy  $(a, m) = 1$  és  $0 < a < m$ . Ezeket az adatokat véletlenszerűen generálhatjuk a következő módon. Először kiválasztunk egy véletlenszerű pozitív egészekből álló  $n + 1$  hosszúságú  $z_0, \dots, z_n$  sorozatot. Legyen  $v_0 = z_0$ ,  $v_i = z_i + v_{i-1} + v_{i-2} + \dots + v_0$ ,  $i = 1, n-1$ ,  $m = z_n + \sum_{i=0}^{n-1} v_i$ . Ezután választunk egy szintén véletlenszerű  $a_0 < m$  értéket. Legyen  $a$  az első pozitív egész úgy, hogy  $a \geq a_0$  és  $(a, m) = 1$ . Ha megvannak az előbbi adatok, meghatározzuk (euklidészi algoritmussal) a  $b = a^{-1} \bmod m$ -et ( $b < m$ ) és a  $w = (w_0, \dots, w_{n-1})$ ,  $w_i = av_i \bmod m$ ,  $w_i < m$  sorozatot. Ekkor a nyilvános kódolási kulcs  $k = (w_0, \dots, w_{n-1})$ , a titkos dekódolási kulcs pedig

$k' = (b, m)$ , ahonnan azonnal megvan  $a$  és  $k$  ismeretében  $(v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$ , hiszen  $bw_i = v_i \bmod m$ .

**Kódolás:** A  $P$  üzenet most egy  $n$ -bites tömb, vagyis  $P = (\varepsilon_{n-1}\varepsilon_{n-2} \dots \varepsilon_1\varepsilon_0)_2$ . Ha például angol ábécét használó szövegünk van, akkor minden betű az ábécébeli sorszámán alapulva 5 biten ábrázolható:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &\rightarrow 0 = (00000)_2 \\ \mathbf{B} &\rightarrow 1 = (00001)_2 \\ &\vdots \\ \mathbf{Z} &\rightarrow 25 = (11001)_2 \end{aligned}$$

Ekkor  $C = E_k(P) = \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i w_i \in \mathbb{N}^*$ .

**Dekódolás:** Legyen  $V = bC \bmod m$ ,  $V < m$ . Ekkor

$$\begin{aligned} V &= bC \bmod m \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i b w_i \bmod m \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i b a v_i \bmod m \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon_i v_i \bmod m, \end{aligned}$$

## 80. Ismertesse Shamir háromlépésesprotokollját!

### 3.3.1. Shamir háromlépéses protokollja

Ezt a titkosítási módszert Shamir 1980-ban dolgozta ki.

Legyen  $q$  egy nagy prímszám. Minden  $X$  felhasználó választ magának egy titkos  $e_X \in \{1, 2, \dots, q-2\}$  kitevőt úgy, hogy  $(e_X, q-1) = 1$ , és meghatározza  $d_X = e_X^{-1} \pmod{q-1}$ -et (euklidészi algoritmussal).

Alice a következő módon küldi el Bobnak a  $P \in \{1, \dots, q-1\}$  üzenetet:

1. lépés: Alice elküldi Bobnak  $P^{e_A} \pmod{q}$ -t.
2. lépés: Bob elküldi Alice-nek  $P^{e_A e_B} \pmod{q}$ -t.
3. lépés: Alice elküldi Bobnak  $P^{e_A e_B d_A} = P^{e_B} \pmod{q}$ -t.

Bob a  $P^{e_B} \pmod{q}$ -t dekódolni tudja  $d_B$  segítségével, hiszen  $P^{e_B d_B} \equiv P \pmod{q}$ . Itt felhasználtuk, hogy  $P^{e_A d_A} \equiv P^{1+\ell(q-1)} \equiv P \pmod{q}$ , hiszen a kis Fermat-tételből  $P^{q-1} \equiv 1 \pmod{q} \implies P^{\ell(q-1)} \equiv 1 \pmod{q}$ . Hasonlóan  $P^{e_B d_B} \equiv P \pmod{q}$ .

## 81.A Diffie–Hellman-hipotézis

### A Diffie–Hellman-hipotézis

Legyen  $\mathbb{F}_q$  egy véges test,  $q = p^\ell$  elég nagy,  $\mathbb{F}_q^* = \langle g \rangle$  és  $a, b \in \{1, \dots, q-1\}$  véletlenszerűek. Ekkor  $g, g^a$  és  $g^b$  ismeretéből  $g^{ab}$  nem vezethető le, csakis diszkrét logaritmálással.

## 82.Az ElGamal titkosítási rendszer

### 3.3.3. Az ElGamal titkosítási rendszer

Ezt a titkosítási rendszert 1985-ben szerkesztette T. ElGamal.

Feltételezzük, hogy  $\mathbb{F}_q$  véges test rögzített ( $q = p^\ell$  elég nagy) és  $\mathbb{F}_q^* = \langle g \rangle$ . Ezek az adatok ( $g$  is) mind nyilvánosak.

**Kulcs:** Minden  $X$  felhasználó választ magának egy véletlenszerű  $a_X \in \{1, \dots, q-1\}$  titkos kulcsot, és nyilvánossá teszi  $g^{a_X} \in \mathbb{F}_q^*$ -ot. Tehát a nyilvános kulcs  $k = g^{a_X}$ , a titkos pedig  $k' = a_X$ .

**Kódolás:** Tételezzük fel, hogy Bob Alice-nek akar küldeni egy  $P \in \mathbb{F}_q^*$  üzenetet. Véletlenszerűen választ egy  $b \in \{1, \dots, q-1\}$  egész számot, és elküldi a  $(C, C') = (g^b, P g^{a_X b})$  párt. Vegyük észre, hogy ez kiszámolható, hiszen  $g^{a_X}$  nyilvános (ez Alice nyilvános kulcsa).

**Dekódolás:** Alice kiszámolja  $s = C^{a_A}$ -t, majd  $C' s^{-1} = P$ -t, és megkapja a nyílt szöveget. Valóban,  $C' s^{-1} = P g^{a_A b} (g^{b a_A})^{-1} = P$ . Itt fontos megemlíteni, hogy  $s \in \mathbb{F}_q^*$ -ből  $s^{-1} \in \mathbb{F}_q^*$ -t könnyen meg lehet kapni kiterjesztett euklidészi algoritmussal.

Más lehetőség: Alice kiszámolja  $s' = C^{q-1-a_A}$ -t és ekkor  $C' s' = P$ . Valóban,  $P g^{a_A b} g^{b(q-1-a_A)} = P g^{b(q-1)} = P$ , mert  $g^{q-1} = 1$ .

Ez is a diszkrét logaritmalason alapul.

### 83. Blokktitkosító módok

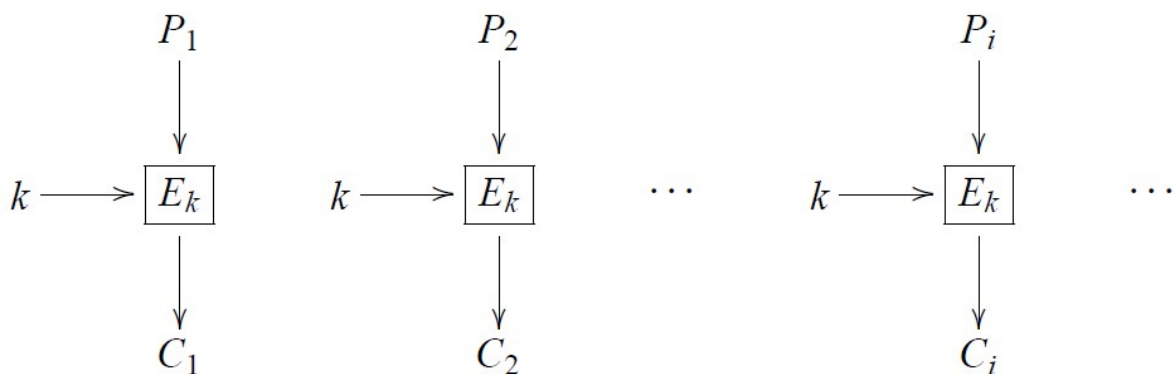
Az ECB mód, a CBC mód, CFB mód, a CTR mód.

#### 84. Mi az ECB mód? Mire alkalmas és mire nem? Miért?

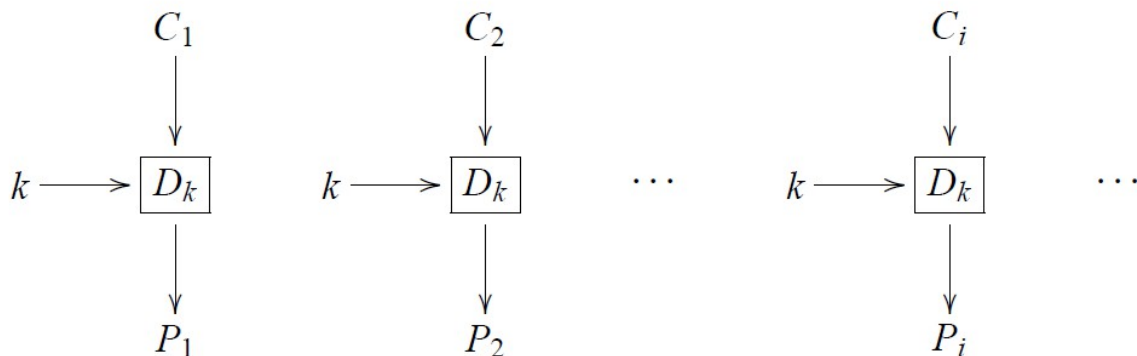
Az ECB mód (Electronic codebook mode) identikus tömböket identikus tömbökbe kódol, (ha  $P_i = P_j$ , akkor  $C_i = C_j$ ), ami nem takarja el eléggé az eredeti adatstruktúrát. Ezért ezt a működési módot manapság már nem javasolják.

Előnye, hogy párhuzamosítható, ezért gyors, viszont nem mindig biztonságos (nagy adatstruktúra esetén)

Kódolás:  $C_i = E_k(P_i)$ , minden  $i$  tömbre. Grafikusan:



Dekódolás:  $P_i = D_k(C_i)$ , minden  $i$  tömbre. Grafikusan:



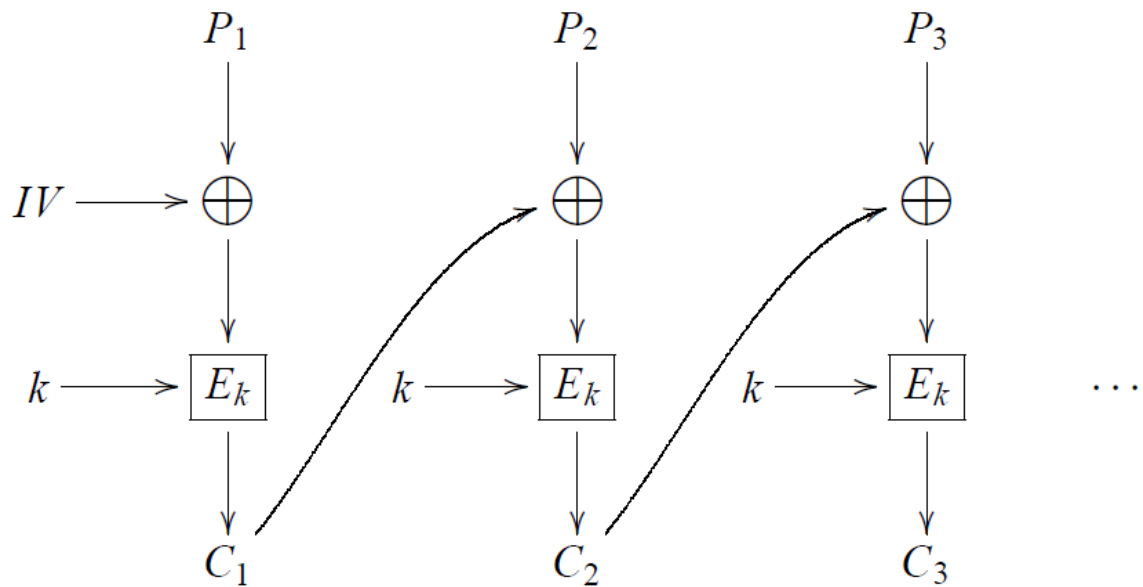
#### 85. Mi a CBC mód? Mik az előnyei?

A CBC mód (Cipher-block chaining mode) az egyik legelterjedtebb működési mód. Hátránya, hogy a titkosítás szekvenciális (nem tehető párhuzamossá). A dekódolás viszont párhuzamosan is megvalósítható, hiszen  $P_i$  csak  $C_i$ -től és  $C_{i-1}$ -től függ. Egy bit változtatása a  $P_i$  tömbben megváltoztatja a  $C_j$ -ket, minden  $j \geq i$ -re, egy bit változtatása  $C_i$ -ben megváltoztatja az egész  $P_i$ -t és egy darab bitet  $P_{i+1}$ -ben.

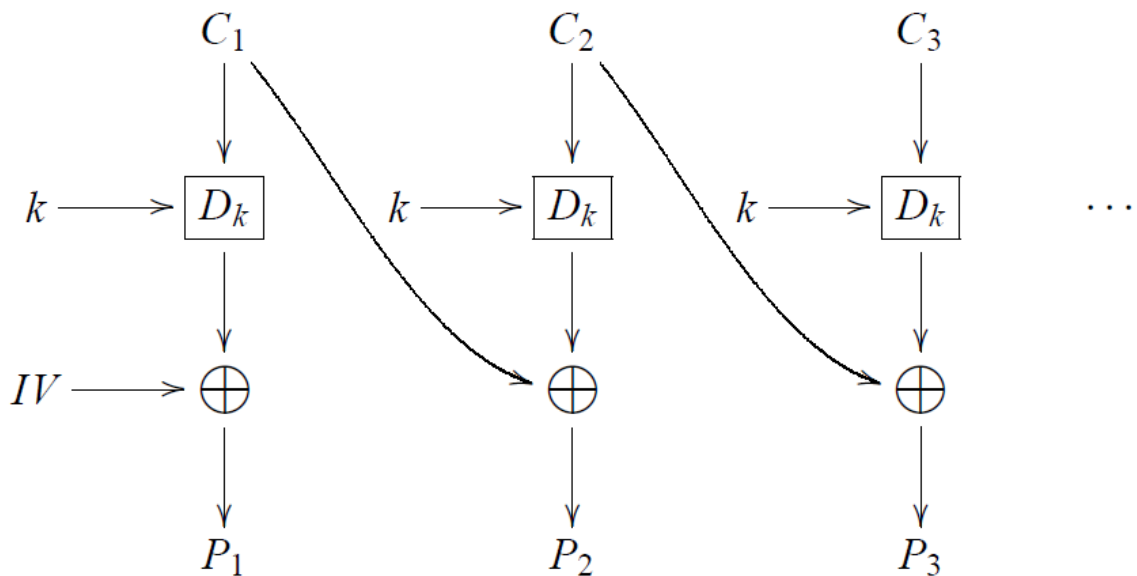
Előnye a biztonság, de lassúbb, mint az ECB, mivel nem párhuzamosítható.

Legyen egy  $IV$  kezdeti tömbünk.

Kódolás:  $C_0 = IV$ , minden további  $C_i$  tömbre:  $C_i = E_k(P_i \oplus C_{i-1})$ ,  $\forall i > 0$ . Grafikusan:



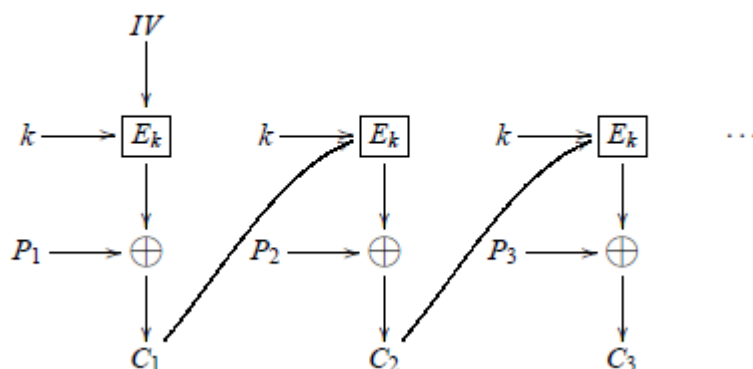
Dekódolás:  $P_i = D_k(C_i) \oplus C_{i-1}$ ,  $C_0 = IV$ . Grafikusan:



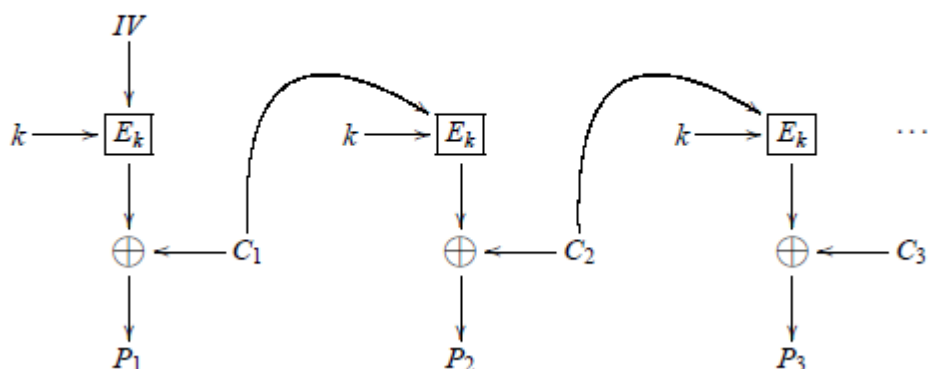
86. Mi a CFB mód és milyen előnye van a CBC móddal szemben?

A CFB mód a tömbtitkosítót átalakítja egy folyamtitkosítóvá.

**Kódolás:**  $C_i = E_k(C_{i-1}) \oplus P_i$ ,  $C_0 = IV$ . Grafikusan:



**Dekódolás:**  $P_i = E_k(C_{i-1}) \oplus C_i$ ,  $C_0 = IV$ . Grafikusan:



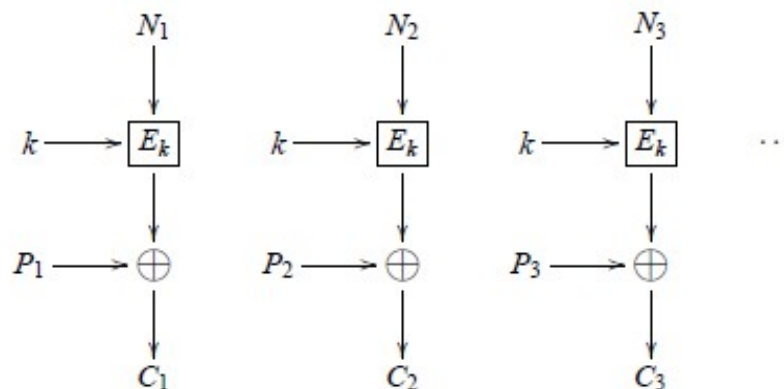
A CFBmód hasonlít a CBCmódra abban, hogy kódolása nem, viszont dekódolása párhuzamossá tehető. Ugyanakkor, egy bit változtatása  $P_i$ -ben megváltoztat minden  $C_j$ -t, bármely  $j \geq i$ -re. Egy bit változtatása  $C_i$ -ben egy bitet módosít  $P_i$ -ben, és megváltoztatja az egész  $P_{i+1}$ -et.

## 87. Mi a CTR mód? Mik az előnyei?

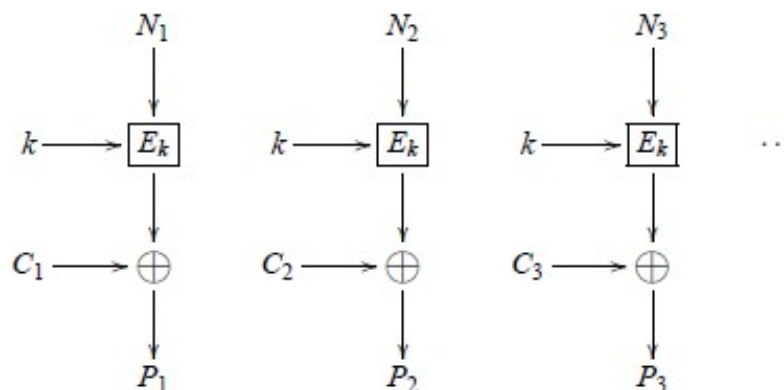
□ Counter mode

Ha  $||$ -sal jelöljük a bittömbök egymásután való illesztését (konkatenálását), akkor:

**Kódolás:**  $C_i = P_i \oplus E_k(N_i)$ , ahol  $N_i = IV \parallel \underbrace{00 \dots 0i}_{\text{számláló}}$ . Grafikusan:



**Dekódolás:**  $P_i = C_i \oplus E_k(N_i)$ , ahol  $N_i = IV \parallel \underbrace{00 \dots 0i}_{\text{számláló}}$ . Grafikusan:



A CTR mód nagy előnye, hogy alkalmas párhuzamos kódolásra és dekódolásra, tehát nagyon gyors. Azonban itt is vigyáznunk kell, hogy az IV kezdeti vektort ne használjuk újra ugyanazzal a kulccsal.

### 88. Mi az üzenet helykitöltése (padding)? Miért van rá szükség?

**Padding (kitöltés):** az eredeti üzenet kiegészítése bizonyos számú bittel úgy, hogy az üzenet bithossza a rögzített tömbméret egész számú többszöröse legyen (tömbtitkosítók esetében).

Tipikus kitöltési módok tömbtitkosítóknál:

1. 0 értékű bitekkel pótolunk;
2. (DES módszer) 1 értékű bit, majd 0 értékű bitek;
3. (Schneier, Ferguson)  $n$  bájtal egészítjük ki az üzenetet, melyek értéke  $n;n$

### 89. Mi a különbség a blokk- és a folyamtitkosítók (stream cipher) között? Mi a folyamtitkosítók általános működési elve?

A folyamtitkosítók az eredeti szöveg egységeit (betűit, biteit vagy bájtjait) egyenként titkosítják, míg a tömbtitkosítók adott méretű adattömböket titkosítanak.

A folyamatkosítók működése hasonló a one-time pad-hez: a nyílt szöveg hosszával megegyező hosszúságú kulcsfolyam (key stream) elemei a nyílt szöveg elemeivel XOR-olva vannak, egyszerre egy elemet titkosít.  
Egy kulcs(folyam)ot itt is csak egyszer szabad használni.

## 90. Hogyan működik a Diffie–Hellman-kulcscsere és mire jó?

Figyelembe véve a nyilvános kulcsú rendszerek előnyeit és hátrányait, a legjobb, ha a tulajdonképpeni titkosítást szimmetrikus rendszerrel végezzük (pl. DES, AES), de a kulcskezelést (kulcscserét) aszimmetrikus kulcsú titkosítási rendszerrel valósítjuk meg.

A Diffie–Hellman-kulcscsere protokollt kifejezetten ehhez szerkesztették 1976-ban. Ebben jelenik meg először a nyilvános kulcs fogalma is. Előnye, hogy a két kommunikáló fél megegyezhet az általuk használt szimmetrikus titkosítási rendszer közös kulcsában anélkül, hogy ezt a kulcsot valamilyen formában el kellene küldeni.

Legyen  $F_q$  egy nyilvános véges test ( $q$  elég nagy) és  $g$  egy nyilvános generátora  $F_q^*$ -nak, vagyis  $F_q^* = \langle g \rangle$ . Minden  $X$  felhasználó véletlenszerűen választ egy  $a_X \in \{1, \dots, q-1\}$  titkos elemet (ez lesz a titkos kulcs), és nyilvánossá teszi  $g^{a_X} \in F_q^*$ -ot (ez a nyilvános kulcs). Hogyan egyezik meg Alice és Bob az  $(E_k, D_k)$  szimmetrikus kulcsú rendszer  $k$  közös kulcsában?

Alice titkos kulcsa  $k'_A = a$ , nyilvános kulcsa  $k_A = g^a$ . Bob titkos kulcsa  $k'_B = b$ , nyilvános kulcsa  $k_B = g^b$ . Ekkor a közös titkos kulcs  $k = g^{ab}$ . Ezt Alice és Bob is ki tudja számolni (Alice  $(g^b)^a$ , Bob pedig  $(g^a)^b$  módon), de egy harmadik fél – Marvin

– már nem, csak diszkrét logaritmálással, feltéve persze, hogy teljesül a már említett Diffie–Hellman-hipotézis ( $g$ ,  $g^a$  és  $g^b$  ismerete csak diszkrét logaritmálással vezet  $g^{ab}$  ismeretéhez). Természetesen  $k = g^{ab} \in F_q^*$ , viszont ez megfeleltethető egy  $q$ -nál kisebb természetes számnak a következő módon: ha  $q = p^n$  (lásd a 3. függelék), akkor  $F_q = \mathbb{Z}_p[X]/(f) = \{a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \bmod f \mid a_i \in \mathbb{Z}_p\}$ .

Egy  $a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0 \bmod f$  elemnek egyértelműen megfelel  $a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0 \in \mathbb{Z}$  érték, ahol  $a_i \in \{0, \dots, p-1\}$ , mitöbb,  $0 \leq a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0 < p^n = q$ . Az így nyert természetes számból bármely szimmetrikus rendszer titkos kulcsa valamilyen módon felépíthető.

## 91. Mik a hash függvények (lenyomatkészítő függvények) és hogyan használhatók üzenetek hitelesítésére?

A Hash függvények olyan nem bijektív függvények, melyek egy tetszőleges hosszúságú halmazból vett bemenetre, egy rögzített hosszúságú elemet adnak meg kimenetként.

$f: M \rightarrow Mr$  hash ha  $M$  tetszőleges hosszúságú elemek halmaza és  $Mr$  az  $r$  hosszúságú elemeké.

$$f(M) = MD \text{ (lenyomat)}$$

A hash függvényeket úgy használják hitelesítésre, hogy az elküldött üzenettel együtt, elküldik annak hash lenyomatát. Aki megkepeja az üzenetet, le tudja ellenőrizni, hogy hiteles üzenetet kapott-e, méghozzá úgy, hogy lehash-eli a kapott üzenetet és a kapott lenyomatot hasonlítja a kapott hashlenyomathoz.

## 92. Ismertesse a hash függvények szerkesztéséhez használt Merkle-Damgård-konstrukciót!

A Merkle-Damgård konstrukció szerint:

t hosszúságú tömbökre osztjuk a kapott üzenetet, ha nem egész számú többszörös akkor padding-eljük.

1. Lépés: **Padding**: 1 db 1-es, néhány db 0-ás és az egész végén az eredeti bemenet hossza.  
$$M_p = M \parallel 1 \parallel 000\dots 0 \parallel L(M)$$
  
A bemenet a t egész számú többszöröse kell legyen.
2. Lépés: **Darabolás**:  $M_p = B_1 \parallel B_2 \parallel \dots \parallel B_n$  – t hosszúságú töbszakaszok
3. Lépés: **Rekúzió**: Szükséges egy  $f: M_t \times M_r \rightarrow M_r$  függvényre, illetve egy r hosszúságú initial value-ra (IV).  
Ekkor :  
$$H_0 = IV \rightarrow H_1 = f(B_1, H_0) \rightarrow H_2 = f(B_2, H_1) \rightarrow \dots \rightarrow H_n = f(B_n, H_{n-1}) = MD$$

## 93. Mit jelent egy hash függvény gyenge ütközésmentessége?

Egy hash függvény gyengén ütközésmentes, ha ismerünk M, M' párt úgy, hogy  $f(M) = f(M') = MD$  de nem tudunk készíteni tetszőleges M-re M'-et, úgy, hogy  $f(M) = f(M') = MD$ . Vagyis tetszőleges bemenetre nem tudunk gyártani megfelelő, az eredetivel akár ellenkező tartalmú bemenetet, úgy, hogy ugyanaz legyen a hash lenyomatuk.

## 94. Mit jelent egy hash függvény erős ütközésmentessége?

Egy hash függvény erősen ütközés mentes, ha nem ismerünk egyetlen, olyan M, M' párt sem, amelyre  $f(M) = f(M') = MD$ . Vagyis, nem ismerünk egyetlen olyan bemenet part sem melyre megegyeznének a kimenetek.

## 95. Ismertesse a születésnap-paradoxonra alapuló támadást egy 64-bites hash függvény ellen!

A születésnapi támadás a születésnap-paradoxonon alapul, mely megadja, hogy milyen eséllyel van egy embercsoportban két olyan ember, akinek egy időben lenne a születésnapja. Ezt a módszert alkalmazva 64-bites. hash függvény ellen, körülbelül  $2^{(64/2)} = 2^{32}$  pár kipróbálása után, nagyon valószínű, hogy ütközést kapunk. (A képletet Szántó mondta 11. Kurzus 2015.12.14 Generikus tamadasok hash fgv-ek ellen)



### **96. Biztonságosabb-e az SHA-1, mint az MD5? Miért?**

Az SHA-1 több szempontból is biztonságosabb, mint az MD5. Először is még nem volt feltörve, még csak az erős ütközésmentességét sem sikerült megdönteni. Ezzel szemben az MD5-re már rengeteg párt ismerünk, és újabbakat tudunk előállítani. Ezen felül az SHA-1 kimenete nagyobb (160 bit) mint az MD5 kimenete (128 bit) ezért időigényesebb klasszikus módszerekkel ütközéseket találni.

### **97. Melyek a digitális aláírás feladatai?**

A digitális aláírás feladatai, többek közt, az üzenet hitelesítése, integritásának ellenőrzése illetve az üzenőpartner azonosítása.

### **98. Melyek a digitális aláírás tulajdonságai?**

Egy digitális aláírás egy nyilvános kulcsu kriptorendszert és egy hash függvényt alkalmazva egy szövegre, kap egy aláírást, ami egy titkosított adat. Ez az aláírás kell tudja hitelesíteni a küldőt, ezen felül, tartalmaznia kell az eredeti szöveg hash lenyomatát is az integritás checking-eléshez.

### **99. Ismertesse a digitális aláírás szerkesztésének általános elvét!**

$C = EB ( P \parallel DA ( EB ( h(P) ) ) )$ , ebből a vastagított rész az aláírás, ahol

C – az az üzenet melyet a fogadó kap, ez egy kódolt üzenet és tartalmazza a digitális aláírást is

EB – a B ( fogadó ) nyilvános titkosítási módszere

DA – az A ( küldő ) titkos megfejtési módszere

P – a nyílt szöveg

h – a használt hash függvény

### **100. Mit tartalmaz egy digitális (nyilvános kulcs-) tanúsítvány? Ki állít ki digitális tanúsítványokat?**

A digitális tanúsítvány a következőket tartalmazza: Verziószám, Szériaszám, A kiadó hatóság adatai, Érvényességi adatok, Az alany adatai, A kulcs adatai, Melléklet, A hatóság aláírása, A hash típusa, A titkosító eljárás típusa.

Bármilyen megbízható hatóság vagy cég kiállíthat digitális tanúsítványokat.