Actividad 1.1

Fernando Daniel Monroy Sánchez

A01750536

TC2037.601

Marzo 01, 2024

Teoría de conjuntos

1. Escribe las descripciones formales

   a) $\{1, 10, 100\}$

   b) $\{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$

   c) $\{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

   d) $\{aba\}$

   e) $\{\varepsilon\}$

   f) $\{\}$

2. Genera un programa en Python dado el conjunto A = {1,2,3,4,5,6,7}

```python
# Funcion para obtener conjunto potencia
def getSubsets(arr, right_idx):
    # Caso base: conjunto de conjunto vacio
    if right_idx < 0: return [[]]
    # Obtener conjunto potencia de conjunto {x en Z | x < right_idx}
    subsets = getSubsets(arr, right_idx-1)
    # Por cada subconjunto, agregar el elemento en arr[right_idx]
    # Duplica el tamano de subsets de 2^{right_idx+1} a 2^{right_idx+2}
    subsets_w_idx = [subset+[arr[right_idx]] for subset in subsets]
    subsets = subsets + subsets_w_idx
    return subsets

# Definir A
A = list(range(1,8))
print(f"\nA = {A}\n")

# Subconjuntos de A
A_subsets = getSubsets(A, len(A)-1)
print(f"a) {len(A_subsets)}:\n{A_subsets}\n")

# Subconjuntos no vacios de A
# No incluir {}
A_b = [subset for subset in A_subsets if subset != []]
print(f"b) {len(A_b)}:\n{A_b}\n")

# Subconjuntos de A que contienen tres elementos
A_c = [subset for subset in A_subsets if len(subset) == 3]
print(f"c) {len(A_c)}:\n{A_c}\n")

# Subconjuntos propios no vacios de A
# No incluir {} o el propio subconjunto
```

```python
A_d = [subset for subset in A_b if subset != A]
print(f"d) {len(A_d)}:\n{A_d}\n")

print(f"e) {len(A_c)}:\n{A_c}\n")

# Subconjuntos de A que contienen los elementos 1 y 2
A_f = [subset for subset in A_subsets if 1 in subset or 2 in subset]
print(f"f) {len(A_f)}:\n{A_f}\n")

# Subconjuntos de A que contienen cinco elementos, incluyendo a los
    elementos 1 y 2
A_g = [subset for subset in A_f if len(subset)==5]
print(f"g) {len(A_g)}:\n{A_g}\n")

# Subconjuntos propios de A que contienen los elementos 1 y 2
A_h = [subset for subset in A_f if subset != A]
print(f"h) {len(A_h)}:\n{A_h}\n") # 64 (del 1) + 32 (del 2) - 1 (del no
    propio)

# Subconjuntos de A con un numero par de elementos
A_i = [subset for subset in A_subsets if len(subset) % 2 == 0]
print(f"i) {len(A_i)}:\n{A_i}\n")

# Subconjuntos de A con un numero impar de elementos
A_j = [subset for subset in A_subsets if not subset in A_i]
print(f"j) {len(A_j)}:\n{A_j}\n")

# Subconjuntos de A con un numero impar de elementos y que incluyen el
    numero 3
A_k = [subset for subset in A_j if 3 in subset]
print(f"k) {len(A_k)}:\n{A_k}\n")
```

a) 128

b) 127

c) 35

d) 126

e) 35

f) 96

g) 20

h) 95

i) 64

j) 64

k) 32

3. Para el universo $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \ldots, 9, 10\}$ sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ y $D = \{2, 4, 6, 8\}$.

a) $\{1, 2, 3, 5\}$

b) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

c) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

d) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

e) $\{4, 8\}$

f) $\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$

g) $\{\}$

h) $\{2, 4, 8\}$

i) $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

4. Demostrar con diagramas de Venn

a) $(A \backslash B) \cap C = (A \cap C) \backslash (B \cap C)$

Sí se cumple la equivalencia.

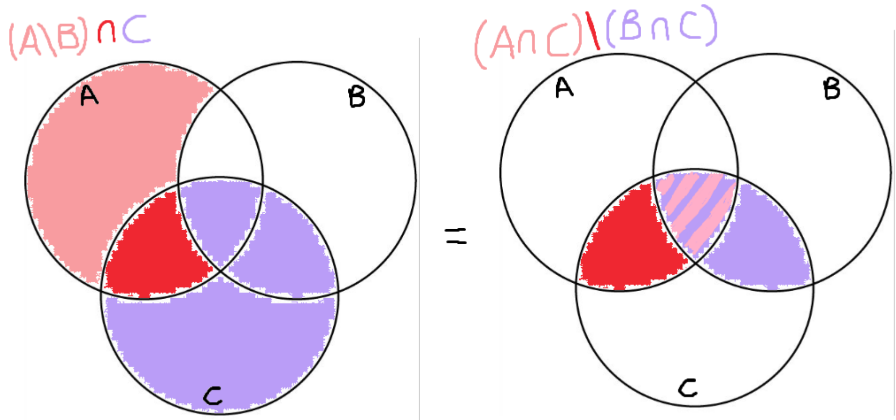

Figure 1: Demostración de a)

b) $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \cap (A \backslash C)$

Sí se cumple la equivalencia.

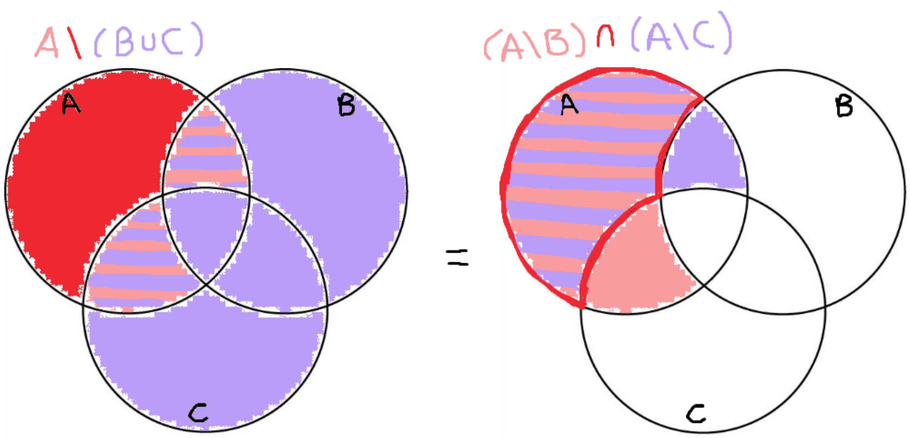

Figure 2: Demostración de b)

Lenguajes

5. Si $x \in \Sigma^*$ y $|x^3| = 36$, ¿cuánto vale $|x|$?

   Si se considera que la expresión $|x^3|$ equivale a concatenar x tres veces seguidas, y que por tanto: $|x^3| = |xxx| = 36$, entonces se puede inferir que $|x| = 12 = 36/3$.

6. Si $\Sigma = \{0, 1\}$, sean $A, B, C \subseteq \Sigma^*$ y

   $A = \{0, 1, 00, 11, 000, 111, 0000, 1111\}$

   $B = \{w \in \Sigma^* \ : \ 2 \leq |w|\}$

   $C = \{w \in \Sigma^* \ : \ 2 \geq |w|\} = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11\}$

determinar los lenguajes:

   a) $\{00, 11\}$

   b) $\{0, 1\}$

   c) $\{00, 01, 10, 11\}$

   d) Σ^*

7. Determinar si la cadena 00010 está en los lenguajes de $\Sigma = \{0, 1\}$:

   a) 00010 sí existe en el lenguaje $\{0, 1\}^*$ ya que este lenguaje, clausula de Kleene, incluye todas las posibles combinaciones de sus símbolos de todos los tamaños de palabra posibles.

   b) 00010 sí existe en el lenguaje $\{000, 101\}\{10, 11\}$ pues este es equivalente a todas las posibles concatenaciones entre ambos: $\{00010, 00011, 10110, 10111\}$

   c) 00010 sí existe en el lenguaje $\{00\}\{0\}^*\{10\}$ pues la concatenación entre los lenguajes da este valor considerando que el lenguaje a la mitad contiene una cadena que equivale a únicamente 0

   d) 00010 sí existe en el lenguaje $\{000\}^*\{1\}^*\{0\}$ pues los dos primeros lenguajes contienen las cadenas 000 y 1 respectivamente, que hacen posible la concatenación deseada

   e) 00010 no existe en el lenguaje $\{00\}^*\{10\}^*$ pues el primer lenguaje, $\{00\}^*$, no puede contener el prefijo necesario, 000, debido a que aumenta en número de caracteres de dos en dos.

   f) 00010 sí existe en el lenguaje $\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*$ pues cada lenguaje que lo conforma contiene toda cantidad de caracteres unidos, permitiendo la concatenación de 000 con 1 y con 0 desde cada lenguaje, respectivamente.

8. Determinar el resultado en concatenación de los lenguajes $A = \{10, 11\}$, $B = \{00, 1\}$ si $\Sigma = \{0, 1\}$

a) $\{1000, 101, 1100, 111\}$

b) $\{0010, 0011, 110, 111\}$

c) $\{101010, 101011, 101110, 101111, 111010, 111011, 111110, 111111\}$

d) $\{0000, 001, 100, 11\}$

9. Realizar las operaciones sobre los lenguajes $A = \{xy\}$, $B = \{\varepsilon, x\}$ considerando $\Sigma = \{x, y, z\}$, sean $A, B \subseteq \Sigma^*$

a) $\{x, x^2, y, yx\}$

b) $\{x, y, x^2, xy\}$

c) $\{\varepsilon, x\} \cup \{\varepsilon, x, x, x^2\} \cup \{\varepsilon, x, x, x^2, x, x^2, x^2, x^3\} = \{\varepsilon, x, x^2, x^3\}$

d) $\{\varepsilon, x, x^2, x^3, x^4, \ldots\}$

e) $A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots = \{\varepsilon\} \cup \{xy\} \cup \{xyxy\} \cup \{xyxyxy\} \cup \ldots,$

por lo tanto: $\{\varepsilon, xy, (xy)^2, (xy)^3, (xy)^4, \ldots\}$

10. Considerando $\Sigma = \{0, 1\}$, obtener A^* de los lenguajes proporcionados

a) $\{\varepsilon, 01, 0101, 010101, \ldots\}$

b) $\{\varepsilon, 000, (000)^2, (000)^3, \ldots\}$

c) $\{\varepsilon, 0, 010, 00, 0010, 0100, 010010, \ldots\}$

d) $\{\varepsilon, 1, 10, 11, 110, 101, 1010, \ldots\}$