Coulomb Kanunu Uygulamaları

Coulomb Kanunu

Coulomb kanunu, iki yük arasındaki kuvveti hesaplamak için kullanılan bir fizik kanunudur. Coulomb kanunu, iki yük arasındaki kuvveti aşağıdaki formül ile hesaplar:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Burada:

- F, iki yük arasındaki kuvveti,
- k, Coulomb sabitini,

- q_1 ve q_2, iki yükü,
- d, iki yük arasındaki mesafeyi temsil eder.

İfadeyi vektörel olarak yazarsak:

$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{d^2}\mathbf{a}_d$$

Coulomb sabiti k değeri, vakumda 8.9875×10^9 N m^2/C^2 olarak kabul edilir. $\mathbf{a}_d$ ise iki yük arasındaki mesafenin birim vektörüdür. k ortamın dielektrik sabiti ve Coulomb sabiti arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,(\mathrm{F/m})$$

Burada ε_0 vakumun elektriksel geçirgenliğini temsil eder ve 8.854×10^{-12} F/m değerine sahiptir.

Coulomb Kanunu Uygulamaları

İki Yük Arasındaki Kuvvetin Hesaplanması

> **Uygulama 1:** Birinci yük $q_1 = 2$ C ve ikinci yük $q_2 = 3$ C olarak kabul edilsin. Birinci yük $(0, 0, 0)$ noktasaında, ikinci yük ise $(3, 4, 0)$ noktasında olsun. İki yük arasındaki kuvveti hesaplayınız.

Çözüm:

İki yük arasındaki mesafe:

$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2 + (0-0)^2} = 5 \text{ m}$$

İki yük arasındaki kuvvet:

$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{d^2}\mathbf{a}_d = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times 3}{5^2}\mathbf{a}_d$$

Birim vektör $\mathbf{a}_d$'nin hesabı:

$$\mathbf{a}_d = \frac{(3-0)\mathbf{a}_x + (4-0)\mathbf{a}_y + (0-0)\mathbf{a}_z}{5} = 0.6\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y$$

Bu değeri de yerine yazarsak, sonuç kuvvet vektör değeri aşağıdaki gibi olur:

$$\mathbf{F} = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times 3}{5^2}(0.6\mathbf{a}_x + 0.8\mathbf{a}_y) = 4.792 \times 10^9\mathbf{a}_x + 6.389 \times 10^9\mathbf{a}_y$$

> **Uygulama 2:** Birinci yük $q_1=1, nC $, ikinci yük $q_2 = 2\,\text{nC}$ ve üçüncü yük $q_3 = -3\,\text{nC}$ olarak kabul edilsin. Bu üç yük, sırasıyla $(-2, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$ ve $(0, 3, 0)$ noktalarında olsun. Üçüncü yüke uygulanan kuvveti hesaplayınız.

Çözüm:

Birinci yük ile üçüncü yük arasındaki mesafe:

$$d_1 = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2} = 2 \text{ m}$$

İkinci yük ile üçüncü yük arasındaki mesafe:

$$d_2 = \sqrt{(2-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2} = 2 \text{ m}$$

Birinci yükün üçüncü yüke uyguladığı kuvvet:

$$\mathbf{F}_1 = k\frac{q_1 q_3}{d_1^2}\mathbf{a}_{d1} = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times -3}{2^2}\mathbf{a}_{d1}$$

$\mathbf{a}_{d1}$ birim vektörü birinci yükten üçüncü yüke doğru olmalıdır. Bu vektör aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathbf{a}_{d1} = \frac{\mathbf{d1}}{d1} = \frac{(0-(-2)))\mathbf{a}_x + (3-0)\mathbf{a}_y}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}{\sqrt{13}}$$

Bu değeri de yerine yazarsak, birinci yükün üçüncü yüke uyguladığı kuvvet:

$$\mathbf{F}_1 = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times -3}{2^2} \frac{2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}{\sqrt{13}} = -1.343 \times 10^9 \mathbf{a}_x - 2.015 \times 10^9 \mathbf{a}_y$$

İkinci yükün üçüncü yüke uyguladığı kuvvet:

$$\mathbf{F}_2 = k\frac{q_2 q_3}{d_2^2}\mathbf{a}_{d2} = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times -3}{2^2}\mathbf{a}_{d2}$$

$\mathbf{a}_{d2}$ birim vektörü ikinci yükten üçüncü yüke doğru olmalıdır. Bu vektör aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathbf{a}_{d2} = \frac{\mathbf{d2}}{d2} = \frac{(0-2)\mathbf{a}_x + (3-0)\mathbf{a}_y}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{-2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}{\sqrt{13}}$$

Bu değeri de yerine yazarsak, ikinci yükün üçüncü yüke uyguladığı kuvvet:

$$\mathbf{F}_2 = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times -3}{2^2} \frac{-2\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y}{\sqrt{13}} = -2.686 \times 10^9 \mathbf{a}_x + 4.029 \times 10^9 \mathbf{a}_y$$

Üçüncü yüke uygulanan toplam kuvvet:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (-1.343 \times 10^9 - 2.686 \times 10^9)\mathbf{a}_x + (-2.015 \times 10^9 + 4.029 \times 10^9)\mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{F} = -4.029 \times 10^9 \mathbf{a}_x + 2.014 \times 10^9 \mathbf{a}_y$$

Uygulama 3:

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$$

elipsi ile $y = x$ doğrusunun kesişim noktalarına $q_1 = 1\,\mathrm{nC}$ ve $q_2 = 2\,\mathrm{nC}$ yükleri yerleştirilmiştir. Bu iki yük arasındaki kuvveti hesaplayınız.

Çözüm:

Elipsin denklemi:

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Doğrunun denklemi:

$$y = x$$

Bu iki denklemin kesişim noktaları:

$$x^2 + 4x^2 = 1$$

$$5x^2 = 1$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Bu değerleri yerine yazarsak, kesişim noktaları:

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$y = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$$

İlk yükün koordinatları:

$$q_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

İkinci yükün koordinatları:

$$q_2 = \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

İki yük arasındaki mesafe:

$$d = \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

İki yük arasındaki kuvvet:

$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{d^2}\mathbf{a}_d = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times 2}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}\mathbf{a}_d$$

Birim vektör $\mathbf{a}_d$'nin hesabı:

$$\mathbf{a}_d = \frac{\left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\mathbf{a}_x + \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\mathbf{a}_y}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{a}_x - \frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{a}_y$$

Bu değeri de yerine yazarsak, sonuç kuvvet vektör değeri aşağıdaki gibi olur:

$$\mathbf{F} = 8.9875 \times 10^9 \cdot \frac{1 \times 2}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{a}_x - \frac{2}{\sqrt{5}}\mathbf{a}_y\right)$$

$$\mathbf{F} = -1.7985 \times 10^9\mathbf{a}_x - 1.7985 \times 10^9\mathbf{a}_y$$