Examen práctico 2
Estadística Bayesiana

Cervantes Vasconcelos María Fernanda

Mayo 2025

1 Ejercicio

Se trabajó con una muestra aleatoria observada de una distribución de probabilidad $Beta(\alpha, \beta)$ con ambos parámetros desconocidos. Para la cual se implementó el método ABC para estimar las densidades a posteriori de cada parámetro, así como la predictiva a posteriori.

1.1 Densidad a posterior de α

Para el parámetro α la estimación puntual calculada como la media de las simulaciones a posteriori del parámetro fue alrededor de 6.105. Se hicieron $1,000,000$ de simulaciones de las cuales se eligieron $10,000$ que fueron las de las distancias más cortas, posteriormente se hizo un histograma con las simulaciones seleccionadas.

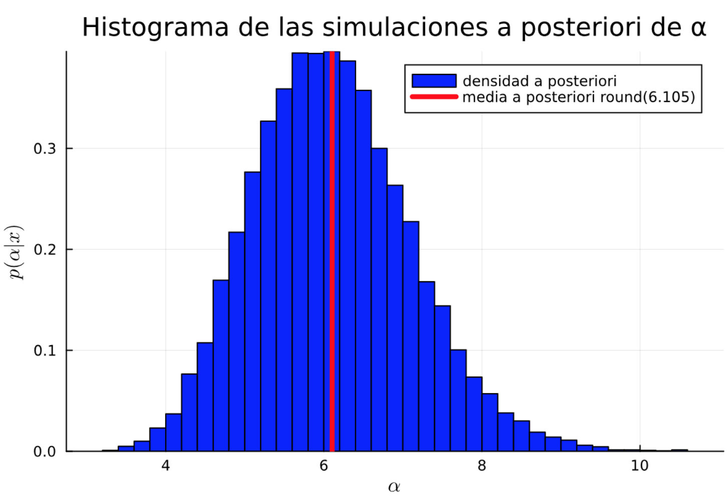

Figure 1: Histograma simulaciones de α

1.2 Densidad a posterior de β

Se siguió el mismo procedimiento para este parámetro, eligiendo las $10,000$ simulaciones con las distancias más cortas, en este caso la estimación puntual utilizando la media fue alrededor de 3.118.

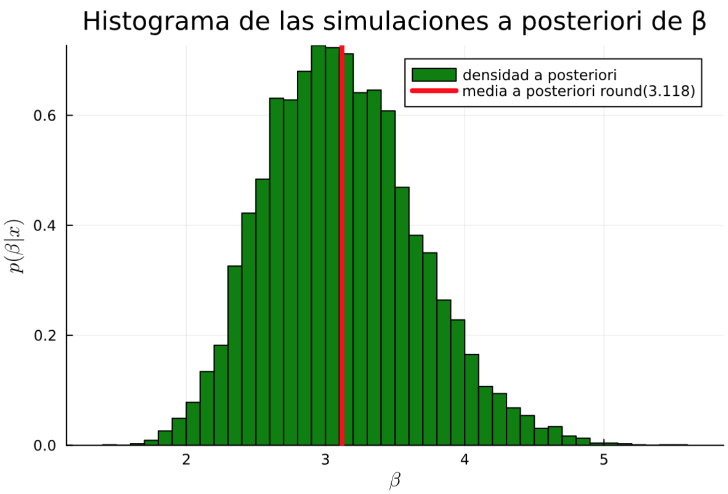

Figure 2: Histograma simulaciones de β

1.3 Predictiva a posteriori

Si tenemos una muestra aleatoria observada $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_m$ que provienen de la función de densidad a posteriori $p(\theta|x_{obs})$ podemos aproximar la función predictiva a posteriori como:

$$p(x|x_{obs}) \approx \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} f_X(x|\theta_j)$$

Al aplicar el método ABC obtuvimos simulaciones de los parámetros que siguen su correspondiente densidad a posteriori, así podemos estimar a la predictiva a posteriori de la siguiente manera:

$$p(x|x_{obs}) \approx \frac{1}{10,000}\sum_{j=1}^{10,000} f_X(x|\alpha_j, \beta_j)$$

Para tener una estimación puntual calculamos la media de la predictiva por medio de una aproximación, donde integramos "$x \cdot p(x|x_{obs})$", lo cuál nos da aproximadamente 0.66.

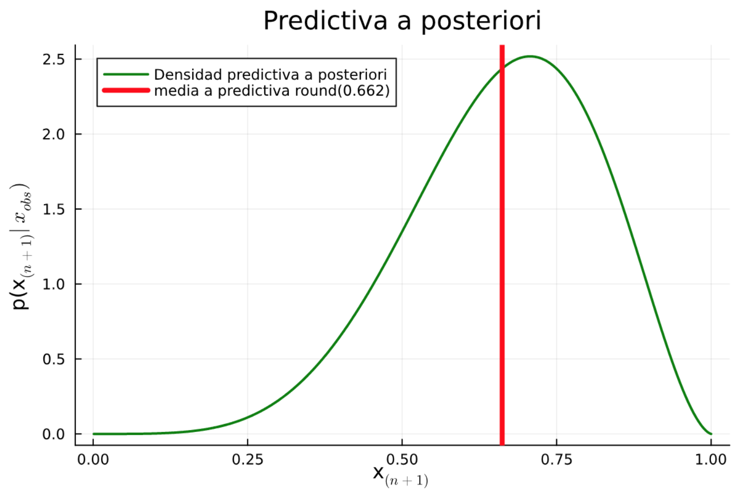

Figure 3: Función predictiva a posteriori

Para obtener esta gráfica, evaluamos a nuestra aproximación de la predictiva a posteriori en un rango de 0 a 1. Por medio de la gráfica podemos notar que los valores más probables de obtener se encuentran entre la media y 0.75.

Podemos concluir que el método ABC es una herramienta muy útil para estimar las distribuciones a posteriori y predictiva a posteriori cuando se complica obtenerlas por otros métodos, ya sea análisis conjugado o muestreador de Gibbs.