González Montiel Luis Fernando

(1)

Paso 1: el adversario escoge $k \geq 0$

Paso 2: Consideramos $z = a^{2^k}$; así $z \in A$ y $|z| = 2^k > k$

Paso 3: El adversario escoge u, v, w, x, y tales que $z = uvwxy$, $|vx| > 0$ y $|vwx| \leq k$

Paso 4: Tomamos $i = 2$ y buscamos que $uv^2wx^2y \notin A$

- Como $|vx| > 0$, se tiene que $|uv^2wx^2y| > 2^k$
- Como $|vwx| \leq k$ tenemos que al bombear, la cadena uv^2wx^2y que resulta es más grande en k unidades a lo más.

y como $|uv^2wx^2y| \leq 2^k + k < 2^k + 2^k = 2(2^k) = 2^{k+1}$

tenemos que $2^k < |uv^2wx^2y| < 2^{k+1}$, la longitud de la cadena bombeada no es potencia de 2.

Entonces $uv^2wx^2y \notin A$

$\therefore$ A no es libre de contexto ✓

González Montiel Luis Fernando

(2) Supongamos que todas las variables de G_1 y de G_2 son distintas, con símbolos terminal S_1 y S_2 respectivamente entonces se pueden formar las nuevas gramáticas

•) $L_1 \cup L_2$ al combinar G_1 y G_2 a través de la producción
$$S \to S_1 \mid S_2$$

•) L_1^* agregando la producción $S \to S_1 S \mid \varepsilon$

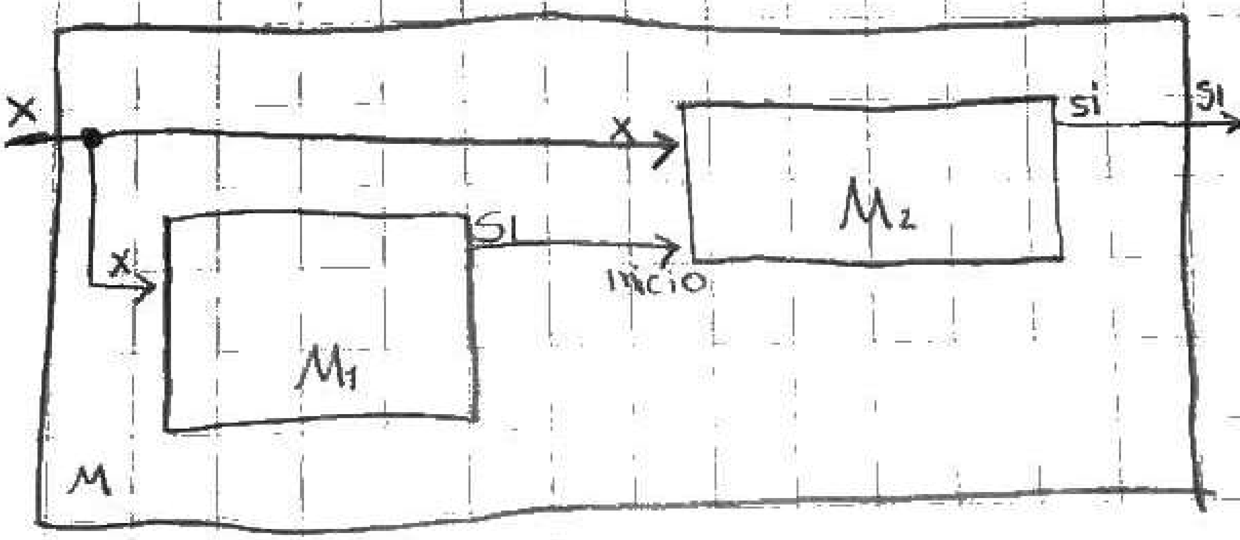
✓

González Montiel Luis Fernando

③

$L_1 \in L_0 \Rightarrow \exists M_1 : L(M_1) = L_1$

$L_2 \in L_0 \Rightarrow \exists M_2 : L(M_2) = L_2$



$L(M) = L(M_1) \cap L(M_2) = L_1 \cap L_2$

■ ✓

González Montiel Luis Fernando

(4)

Asumiendo que $\overline{L_d}$ no es recursivamente enumerable se demuestra por contradicción

ATM = { <M, w> | M es una Maquina Turing y M acepta w }
y ATM es recursivamente enumerable pero no es recursivo
entonces hay una MT que siempre detiene
y $L(M) = ATM$
si i rechaza i, regresa, sí
si i acepta i, regresa, no
As sabemos que $L(D) = L_d$, pero L_d no es r.e.
lo que es vía contradicción
∴ No es recursivo. ■ ✓

González Montiel Luis Fernando

(5)

Elegimos un lenguaje que no sea recursivo, Tomamos $\overline{L_H} = \{ \langle M, x \rangle \mid M$ no se detiene al procesar w como entrada$\}$ el cual no es r.e. y por lo tanto, no es recursivo. Se busca que $\overline{L_H} \leq L_{finito}$, y por un corolario concluimos que L_{finito} no es recursivo, Ahora definimos la reducción $f(\langle M, x \rangle) = M'$ como la MT que sobre cualquier entrada realiza lo siguiente

M se detiene con x $\Rightarrow$ M' se detiene con y

M no se detiene con x $\Rightarrow$ M' no se detiene con ninguna y

$\Rightarrow$ M' no se detiene en todas entradas

Por lo tanto $\langle M, x \rangle \in L_H \iff f(\langle M, x \rangle) \in L^*$

$\therefore$ no es recursivo por el Corolario. ✓