

Criptografía y Seguridad

Tarea 01

Luis Fernando González Montiel
Ezequiel Martínez Vite

25 de febrero de 2020

1. Descifra los siguientes mensajes que fueron cifrados con el método de César, probando diferentes desplazamientos hasta que el mensaje tenga sentido. Escribe el mensaje claro y la llave (desplazamiento) que se usó para cifrar.

a) SLYDPYQCGLQNGPYBMPY

SOLUCIÓN:

Haciendo el análisis de frecuencia...

Y=4

P=3

Q=2

L=2

G=2

Esto quiere decir que muy probablemente Y es una vocal, ya sea la 'e' o la 'a', probando con cada una, es decir, con desplazamiento $k=20$ para la e en Y, no resultó algo decifrado con sentido, así que probe el desplazamiento $k=24$ para a en Y, dando de resultado.

SLYDP YQCGL QNGPY BMPY

unafr aseín spira dora

Es decir: Una Frase Inspiradora, con $K=24$.

b) CVVCEMVJGKORNGOGPVCVKQP

SOLUCIÓN:

Haciendo el análisis de frecuencia...

V=5

G=3

C=3

O=2

K=2

Costó demasiado trabajo ya que no es ninguna de las letras más usadas en el español hasta que lo realice por fuerza bruta y tomé sentido en inglés.

CVVCE MVJGK ORNGO GPVCV KQP

attac kthei mplem entat ion

Es decir: Attack The Implementation, con $K=2$.

c) El archivo imagen.enc que originalmente era una imagen.

SOLUCIÓN:

En el directorio se encuentra el programa que se usó para decifrar la imagen.enc llamado cesarImag.py

2. Considera la siguiente tabla de cifrado de sustitución simple.

a) Encripta el mensaje

Criptografía y seguridad.

SOLUCIÓN:

cript ograf iayse gurid ad

UKGVR JOKWQ GWNIA OHKGB WB

b) Escribe la tabla correspondiente que se usa para descifrar, la primera fila debe ser el alfabeto en orden.

SOLUCIÓN:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

E D J Q L M I U S O R V N Y G B F T X W C P A Z H K

c) Usando tu tabla del inciso anterior, descifra el mensaje

RGFGMOWRRWUZIWKAWIGOMGQGUWMRRYKAWRRJUKNVRJGFVEAFAMRWRGJMI

SOLUCIÓN:

RGFGM OWRRW UZIWK AWIGO MGQGU WMRRY KAWRR JUKNV RJGFV EAFAM RWRGJ MI

TIMING ATTACKS AREA SIGNIFICANT THREAT TO CRYPT TO IMPLEMENTATIONS

d) ¿Cómo sería una tabla de cifrado si los mensajes fueran cadenas de bytes (archivos) en vez de las 26 letras del alfabeto? ¿De qué tamaño sería la tabla?

SOLUCIÓN:

Sería en hexadecimal y sería una tabla de tamaño de 256.

3. El texto del archivo texto.enc fue cifrado con el método de sustitución simple. El original es un texto en español, encuéntralo.

SOLUCIÓN:

4. En cada inciso encuentra el valor de x entre 0 y $m - 1$ que resuelve la congruencia, donde m es el módulo.

a) $123 + 513 \equiv x \pmod{763}$.

SOLUCIÓN:

$636 \equiv x \pmod{763}$

b) $222^3 \equiv x \pmod{581}$.

SOLUCIÓN:

$10,941,048 \equiv x \pmod{581}$

$237 \equiv x \pmod{581}$

c) $x - 21 \equiv 23 \pmod{37}$.

SOLUCIÓN:

$x = 23 + 21 \pmod{37}$

$x = 44 \pmod{37}$

$x = 7 \pmod{37}$

d) $x^2 \equiv 5 \pmod{11}$.

SOLUCIÓN:

$x = -4 \pmod{11}$

$x = -4 \pmod{11} \rightarrow x = 7 \pmod{11}$

$x = 4 \pmod{11}$ ó $x = 7 \pmod{11}$

e) $x^3 - 2x^2 + x - 2 \equiv 0 \pmod{11}$.

SOLUCIÓN:

$$x^2(x-2)+1(x-2) = 0 \pmod{11}$$

$$(x^2+1) = 0 \text{ ó } x-2 = 0$$

$$x^2 = 10 \text{ No hay solución } x = 2$$

$$x = 2$$

5. Sea $m \in \mathbb{Z}$.

a) Supón que m es impar. Encuentra el entero entre 1 y $m - 1$ que es igual a $2^{-1} \pmod{m}$.

SOLUCIÓN:

Como suponemos que m es impar ($2k+1$) y estamos buscando su inverso de 2 con el \pmod{m} entonces podemos verlo como $(2, m) = 1$

Aquí nos servirá mucho ver el problema como el algoritmo extendido de euclides como

$1 = 2x + my$, si hacemos $0 = my$ mañosamente nos va a quedar que $1 \equiv 2x \pmod{m}$ y despejando quedaría $1/2 = x \pmod{m}$

b) De forma más general, supón que $m \equiv 1 \pmod{b}$. Encuentra el entero entre 1 y $m - 1$ que es igual a $b^{-1} \pmod{m}$.

•textscSolución:

Tomando a $m \equiv 1 \pmod{b}$, también podemos ver a $bx = 1 - m$ es decir,

$$m = 1 - bx$$

$$1 - bx \equiv m \pmod{b}$$

$$1 - bx \equiv 0 \pmod{b}$$

$$-bx \equiv -1 \pmod{m}$$

$$bx \equiv 1 \pmod{m}$$

$$\text{entonces } X = b^{-1}.$$

6. Explica por qué las siguientes funciones no sirven para encriptar mensajes considerando que los espacios de mensajes y llaves son iguales a $\mathbb{Z}/N = \{0, 1, \dots, N - 1\}$.

a) $E(k, m) = km \pmod{N}$.

SOLUCIÓN:

En este caso no porque no se pueden ocupar fracciones en modulo.

b) $E(k, m) = (k + m)^2 \pmod{N}$.

SOLUCIÓN:

Para este caso es similar al anterior ya que la sumatoria de la llave puede ser una fracción y elevado al cuadrado seguiría siendo fracción, hay algunos casos en los que el resultado no sería fracción, pero en otros si, entonces por esto no es posible.

7. Considera el cifrado afín con una llave $k = (k_1, k_2)$.

a) Usando $N = 101$ y $k = (99, 20)$, cifra el mensaje $m = 100$ y descifra el criptotexto $c = 23$

SOLUCIÓN:

$$c_1 = (99 \cdot m_1 + 20) \pmod{101}$$

$$= (99 \cdot 1 + 20) \pmod{101}$$

$$= 119 \pmod{101}$$

$$c_1 = 18$$

$$c_{2,3} = (99 \cdot 0 + 20) \pmod{101}$$

$$= 20 \pmod{101}$$

$$c_{2,3} = 20$$

Entonces el mensaje $m=100$ cifrado se veria como $c=182020$

Y para decifrar el $c = 23$ use un for

for m in range(1,101):

```
if (99*m+20) % 101 == 23:  
    print (m)
```

Dando el mensaje $m=49$

b) Describe un ataque de texto claro conocido para recuperar la llave (k_1, k_2) . Observa que la función de cifrado es la ecuación de una recta en el plano, donde las coordenadas corresponden a una letra en claro y una letra cifrada, ¿cuántos puntos de una recta se necesitan para determinar su ecuación?

SOLUCIÓN:

Solo se requieren 2 puntos porque es lo que hace falta para descubrir una recta con la fórmula de la recta.

c) Aplica tu ataque al archivo cifrado audio.enc, que originalmente es un audio en formato MP3. Es posible que tengas que modificar un poco el ataque.

SOLUCIÓN:

En el directorio se encuentra el programa que se uso para decifrar el audio.enc llamado afinCancion.py

8. Muestra que los esquemas de César, sustitución simple y Vigenére pueden romperse fácilmente con un ataque de texto claro elegido. ¿Cuántos mensajes claros se necesitan para recuperar la llave en cada caso?

SOLUCIÓN:

César: Se necesita un mensaje claro.

Sustitución: Se necesita un mensaje claro.

Vigenére: Se necesita parejas (Mr, Cr) $Ci = Ek(mi)$ de mensajes claros.