UNIVERSITAS SULTAN AGENG TIRTAYASA

UNTIRTA Jawara

Jujur Adil Wibawa Amanah Religius Akuntabel

Analisis Deret Waktu

#12 Meeting

Model ARIMA dan SARIMA

Ferdian Bangkit Wijaya, S.Stat., M.Si

NIP. 199005202024061001

ARIMA (p,d,q)

Solusi untuk Data yang Memiliki Tren

ARIMA adalah singkatan dari AutoRegressive Integrated Moving Average.

- AR (p): AutoRegressive
  - Masa lalu mempengaruhi masa kini.
  - Contoh: Jika kemarin hujan lebat, kemungkinan hari ini masih gerimis.
- I (d): Integrated
  - Solusi untuk data yang tidak stasioner (punya tren).
  - Masalah: Data punya tren naik/ turun (Rata-rata berubah).
  - Solusi (d): Kita tidak memprediksi angkanya langsung, tapi kita memprediksi perubahannya (Differencing).
  - Jika d=1: Kita hitung Y(t) - Y(t-1).
  - Daripada memprediksi harga saham Rp 5.000, kita memprediksi "Harga saham akan naik Rp 50".
- MA (q): Moving Average
  - Error masa lalu mempengaruhi masa kini.
  - Koreksi kesalahan prediksi sebelumnya.

ARIMA digunakan jika data bergerak naik/turun secara bebas (memiliki tren), tetapi tidak memiliki pola berulang yang tetap.

SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)$_s$

Solusi untuk Data yang Memiliki Pola Musiman
SARIMA adalah Seasonal ARIMA. Ini adalah model ARIMA yang dikalikan dengan pola musiman.

- s (Season/Musim): Panjang siklus pengulangan.
  - Data Bulanan: s = 12 (Pola berulang tiap 12 bulan).
  - Data Kuartalan: s = 4.
  - Data Harian (Mingguan): s = 7 (Pola hari Senin mirip dengan Senin lalu).
- SAR (P): Seasonal AR
  - Hubungan dengan masa lalu, tapi melompati musim.
  - Contoh: Penjualan Januari tahun ini dipengaruhi kuat oleh penjualan Januari tahun lalu (lag 12), bukan cuma Desember kemarin.
- SMA (Q): Seasonal MA
  - Error pada musim lalu mempengaruhi musim ini.
- SI (D): Seasonal Differencing
  - Pembedaan antar musim.
  - Rumusnya: Y(t) - Y(t-12).
  - Kita melihat selisih penjualan tahun ini dibandingkan tahun lalu, bukan bulan ini dibanding bulan lalu.

Konsep Differencing

ARMA selalu berasumsi bahwa data bersifat stasioner. Artinya, data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang tetap dan variansnya konstan.

Namun, realitasnya berbeda. Sebagian besar data deret waktu di dunia nyata (harga saham, PDB negara, jumlah penduduk) memiliki TREN.

- Jika data memiliki tren (naik/turun), rata-ratanya μ berubah seiring waktu.
- Jika rata-rata berubah, model ARMA menjadi tidak valid dan prediksinya akan gagal total.

Oleh karena itu, langkah pertama dalam pemodelan ARIMA adalah: Mendeteksi penyakitnya (Non-Stasioner) dan memberikan obatnya (Differencing).

Identifikasi Non-Stasioner

A. Inspeksi Visual (Plot Data Deret Waktu)

Cara termudah adalah melihat plot garisnya.

- Stasioner: Data terlihat datar, bergetar di sekitar garis horizontal (mean).
- Non-Stasioner: Data terlihat menanjak, menurun, atau melengkung menjauhi garis horizontal.

B. Pola ACF (Autocorrelation Function) - Indikator Paling Kuat

- Pada Data Stasioner: Batang ACF akan turun ke nol dengan cepat (eksponensial atau terputus).
- Pada Data Non-Stasioner: Batang ACF akan turun dengan sangat lambat (linear).
  - Nilai ACF di lag 1 sangat tinggi (mendekati 1).
  - Nilai ACF di lag 2, 3, dst. hanya berkurang sedikit demi sedikit.
  - Ini terjadi karena data yang memiliki tren sangat berkorelasi dengan data sebelumnya dalam jangka panjang.

UNIVERSITAS SULTAN AGENG TIRTAYASA

Identifikasi Non-Stasioner

UNTIRTA Jawara
Jujur Adil Wibawa Amanah Religius Akuntabel

C. Uji Formal Statistik (Augmented Dickey-Fuller / ADF Test)

Untuk kepastian matematis, kita menggunakan uji hipotesis.

- H0 : Data memiliki akar unit (Tidak Stasioner).
- H1 : Data Stasioner.
- Keputusan:
- Jika p-value < 0.05, tolak H0 (Berarti data stasioner).
- Jika p-value besar, kita terima H0 (Data butuh differencing).

Differencing

Jika data teridentifikasi non-stasioner (memiliki tren), kita harus mengubahnya menjadi stasioner. Teknik utamanya disebut Differencing.

Apa itu Differencing?

Sederhananya, kita tidak lagi menganalisis nilai data itu sendiri, melainkan menganalisis perubahan antar data. Daripada memprediksi harga saham besok Rp 5.000 (yang trennya naik terus), lebih mudah memprediksi bahwa harga saham besok akan NAIK Rp 50 dari hari ini."

Differencing

Definisi Matematis (∇)

Kita menggunakan operator *nabla* (∇) atau *Backshift* (B) untuk menotasikannya.

Differencing Orde 1 ($d = 1$): Ini digunakan untuk menghilangkan tren linear (garis lurus).

$$\nabla Y_t = (1 - B)Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

Differencing Orde 2 ($d = 2$): Ini digunakan jika setelah $d = 1$ trennya masih ada (biasanya tren kuadratik/melengkung).

$$\nabla^2 Y_t = (1 - B)^2 Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

Differencing

Kasus: Data dengan Tren Linear Sempurna.

Y(t) = [10, 20, 30, 40, 50]
(Rata-rata data ini berubah terus: 10, 20, dst. Ini Non-Stasioner).
Lakukan Differencing (d=1):
Kita hitung selisih W(t) = Y(t) - Y(t-1):

- W(2) = 20 - 10 = 10
- W(3) = 30 - 20 = 10
- W(4) = 40 - 30 = 10
- W(5) = 50 - 40 = 10

Hasil Baru W(t): [10, 10, 10, 10].

Data baru ini sekarang datar/konstan. Rata-ratanya tetap 10. Data sudah menjadi stasioner.
Sekarang, data W(t) siap kita masukkan ke dalam model ARMA. Inilah arti dari huruf "I" (Integrated) dalam ARIMA.

ARIMA (p,d,q)

ARIMA adalah singkatan dari AutoRegressive Integrated Moving Average. Model ini digunakan khusus untuk data yang tidak stasioner (data yang memiliki tren naik atau turun).

Komponen utamanya adalah:

1. AR (p): AutoRegressive. Pengaruh data masa lalu terhadap data sekarang.
2. I (d): Integrated. Proses Differencing (Pembedaan) untuk menghilangkan tren agar data menjadi stasioner.
3. MA (q): Moving Average. Pengaruh error masa lalu terhadap data sekarang.

Filosofinya:

Ubah data yang memiliki tren menjadi stasioner melalui differencing (d), lalu modelkan sisanya menggunakan ARMA (p,q).

ARIMA (p,d,q)

Jika Y(t) adalah data asli (yang punya tren/non-stasioner) dan W(t) adalah data hasil differencing, maka:

$$W_t = (1 - B)^d Y_t$$

Model ARIMA (p,d,q) kemudian ditulis sebagai persamaan berikut:

$$\phi_p(B) W_t = \theta_q(B) a_t$$

Atau dalam bentuk lengkap terhadap data asli Y(t):

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B) a_t$$

Keterangan:

- $(1 - B)^d$: Operator *differencing*. Jika $d = 1$, ini berarti $Y_t - Y_{t-1}$.
- $\phi_p(B)$: Polinomial AR orde p.
- $\theta_q(B)$: Polinomial MA orde q.
- δ: Konstanta (tren rata-rata).

ARIMA (1,1,0)

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B)a_t$$

$$\underbrace{(1-\phi_1 B)}_{\text{AR}(1)}\underbrace{(1-B)}_{\text{Diff}(1)}Y_t = \delta + \underbrace{1}_{\text{MA}(0)}\, a_t$$

$$(1-\phi_1 B)(1-B)Y_t = \delta + a_t$$

$$(1-\phi_1 B)(1-B) = 1 - B - \phi_1 B + \phi_1 B^2$$

$$1-(1+\phi_1)B + \phi_1 B^2$$

$$(1-(1+\phi_1)B + \phi_1 B^2)Y_t = \delta + a_t$$

$$Y_t - (1+\phi_1)BY_t + \phi_1 B^2 Y_t = \delta + a_t$$

$$Y_t - (1+\phi_1)Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-2} = \delta + a_t$$

$$\mathbf{Y_t = \delta + (1+\phi_1)Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} + a_t}$$

Prediksi ARIMA (1,1,0)

Skenario: Kita memiliki data penjualan harian Y(t) selama 10 hari. Data ini memiliki tren naik. Kita akan menggunakan model ARIMA(1,1,0).

- d=1: Kita lakukan differencing sekali.
- p=1: Kita gunakan AR(1) pada hasil differencing.
- q=0: Tidak ada MA.

Data Asli Y(t): [10, 12, 15, 17, 20, 22, 25, 27, 30, 32]

Langkah 1: Proses Differencing (d=1)

Kita hitung W(t) = Y(t) - Y(t-1). Ini akan mengubah 10 data menjadi 9 data baru.

Waktu (t)	Data Asli (Yt)	Perhitungan (Yt−Yt−1)	Data Stasioner (Wt)
1	10	-	-
2	12	(12 - 10)	**2**
3	15	(15 - 12)	**3**
4	17	(17 - 15)	**2**
5	20	(20 - 17)	**3**
6	22	(22 - 20)	**2**
7	25	(25 - 22)	**3**
8	27	(27 - 25)	**2**
9	30	(30 - 27)	**3**
10	32	(32 - 30)	**2**

Prediksi ARIMA (1,1,0) cara 1

Model AR(1) yang paling dasar (standar)

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + a_t$$

- **Rata-rata (W_t):** $\mu = 2.44$
- **Parameter AR:** $\phi_1 = -0.5$

$$(W_{11} - \mu) = \phi_1(W_{10} - \mu) + a_{11}$$

$$W_{11} = \mu + \phi_1(W_{10} - \mu) + a_{11}$$

nilai harapan terbaik untuk error masa depan (a_{11}) diasumsikan **0**.

$$\hat{W}_{11} = \mu + \phi_1(W_{10} - \mu)$$

$$\hat{W}_{11} = 2.44 + (-0.5)(2 - 2.44)$$

1. Selisih dari rata-rata: $2 - 2.44 = -0.44$
2. Kalikan parameter: $-0.5 \times -0.44 = +0.22$
3. Tambah rata-rata: $2.44 + 0.22 = 2.66$

Jadi, $\hat{W}_{11} = 2.66$.

$$W_t = (1 - B)^d Y_t$$

$$\hat{Y}_{11} = Y_{10} + \hat{W}_{11}$$

$$\hat{Y}_{11} = 32 + 2.66$$

$$\mathbf{\hat{Y}_{11} = 34.66}$$

Prediksi ARIMA (1,1,0) cara 2

- **Rata-rata** (W_t)**:** $\mu = 2.44$
- **Parameter AR:** $\phi_1 = -0.5$
- **Data Terakhir:** $Y_{10} = 32$
- **Data Dua Periode Lalu:** $Y_9 = 30$

$$\delta = \mu(1 - \phi_1)$$

$$\begin{aligned}\delta &= 2.44 \times (1 - (-0.5)) \\ &= 2.44 \times (1 + 0.5) \\ &= 2.44 \times 1.5 \\ &= \mathbf{3.66}\end{aligned}$$

$$\mathbf{Y_t} = \delta + (\mathbf{1} + \phi_1)\mathbf{Y_{t-1}} - \phi_1\mathbf{Y_{t-2}} + \mathbf{a_t}$$

$$\hat{Y}_{11} = \delta + (1 + \phi_1)Y_{10} - \phi_1 Y_9$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{11} &= 3.66 + (1 + (-0.5))(32) - (-0.5)(30) \\ &= 3.66 + (0.5)(32) + 0.5(30) \\ &= 3.66 + 16 + 15 \\ &= 3.66 + 31 \\ &= \mathbf{34.66}\end{aligned}$$

ARIMA (1,1,0)

```
#ARIMA(p,d,q):
# 1. Input Data Manual
y_t <- c(10, 12, 15, 17, 20, 22, 25, 27, 30, 32)
y_ts <- ts(y_t)

# 2. Cek Stasioneritas (Plot & ACF)
dev.new()
par(mfrow = c(1, 2))

# Plot Data Asli (Tren Naik)
plot(y_ts, type = "o", col = "red", main = "Data Asli (Y_t)",
ylab = "Nilai")
# Plot ACF (Turun Lambat -> Non Stasioner)
acf(y_ts, main = "ACF Data Asli")

# 3. Lakukan Differencing (d=1)
w_t <- diff(y_ts, differences = 1)

# Lihat nilai W_t (Sama dengan tabel manual: 2, 3, 2, 3...)
print("--- Data Hasil Differencing (W_t) ---")
print(w_t)

# 4. Estimasi Model ARIMA(1,1,0)
# R otomatis melakukan differencing jika d=1
model_arima <- arima(y_ts, order = c(1, 1, 0))

print("--- Hasil Estimasi Model ---")
print(model_arima)

# 5. Peramalan 1 Periode ke Depan
prediksi <- predict(model_arima, n.ahead = 1)

print("--- Prediksi Y_11 ---")
print(prediksi$pred)
```

ARIMA (1,1,1)

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B)a_t$$

Parameter ARIMA(1,1,1):

- $p = 1$ **(AR):** $\phi_p(B) \rightarrow (1-\phi_1 B)$
- $d = 1$ **(Diff):** $(1-B)^d \rightarrow (1-B)$
- $q = 1$ **(MA):** $\theta_q(B) \rightarrow (1-\theta_1 B)$

$$(1-\phi_1 B)(1-B)Y_t = \delta + (1-\theta_1 B)a_t$$

Sisi Kiri

$$(1-(1+\phi_1)B+\phi_1 B^2)Y_t$$

$$= Y_t - (1+\phi_1)Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-2}$$

Sisi Kanan

$$(1-\theta_1 B)a_t = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Gabungkan

$$Y_t - (1+\phi_1)Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-2} = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

$$Y_t = \delta + (1+\phi_1)Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

ARIMA (1,1,1)

$$\hat{Y}_t = \delta + (1+\phi_1)Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} - \theta_1 a_{t-1}$$

$$\hat{Y}_{11} = \delta + (1+\phi_1)Y_{10} - \phi_1 Y_9 - \theta_1 a_{10}$$

- $\delta = 3.66$ Nilai tetap, hanya bergantung parameter AR
- $\phi_1 = -0.5$
- $\theta_1 = 0.4$
- $Y_{10} = 32$
- $Y_9 = 30$
- $a_{10} = 0.5$

Untuk AR (2) rumusnya menjadi :

$$\mu(\mathbf{1} - \boldsymbol{\phi_1} - \boldsymbol{\phi_2}) = \delta$$

Waktu (t)	Data Asli (Yt)	Perhitungan (Yt−Yt−1)	Data Stasioner (Wt)
1	10	-	-
2	12	(12 - 10)	**2**
3	15	(15 - 12)	**3**
4	17	(17 - 15)	**2**
5	20	(20 - 17)	**3**
6	22	(22 - 20)	**2**
7	25	(25 - 22)	**3**
8	27	(27 - 25)	**2**
9	30	(30 - 27)	**3**
10	32	(32 - 30)	**2**

ARIMA (1,1,1) cara 1

$$\hat{Y}_t = 3.66 + 0.5Y_{t-1} + 0.5Y_{t-2} - 0.4a_{t-1}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_9 &= 3.66 + 0.5(Y_8) + 0.5(Y_7) - 0.4(a_8)\\ &= 3.66 + 0.5(27) + 0.5(25) - 0.4(0)\\ &= 3.66 + 13.5 + 12.5\\ &= \mathbf{29.66}\end{aligned}$$

$$a_9 = 30 - 29.66 = \mathbf{0.34}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{10} &= 3.66 + 0.5(Y_9) + 0.5(Y_8) - 0.4(a_9)\\ &= 3.66 + 0.5(30) + 0.5(27) - 0.4(0.34)\\ &= 3.66 + 15 + 13.5 - 0.136\\ &= 32.16 - 0.136\\ &= \mathbf{32.024}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{10} &= Y_{10} - \hat{Y}_{10}\\ &= 32 - 32.024\\ &= -\mathbf{0.024}\end{aligned}$$

ARIMA (1,1,1) cara 1

UNIVERSITAS SULTAN AGENG TIRTAYASA

UNTIRTA Jawara

Jujur Adil Wibawa Amanah Religius Akuntabel

$$\hat{Y}_t = 3.66 + 0.5Y_{t-1} + 0.5Y_{t-2} - 0.4a_{t-1}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_9 &= 3.66 + 0.5(Y_8) + 0.5(Y_7) - 0.4(a_8)\\ &= 3.66 + 0.5(27) + 0.5(25) - 0.4(0)\\ &= 3.66 + 13.5 + 12.5\\ &= \mathbf{29.66}\end{aligned}$$

$$a_9 = 30 - 29.66 = \mathbf{0.34}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{10} &= 3.66 + 0.5(Y_9) + 0.5(Y_8) - 0.4(a_9)\\ &= 3.66 + 0.5(30) + 0.5(27) - 0.4(0.34)\\ &= 3.66 + 15 + 13.5 - 0.136\\ &= 32.16 - 0.136\\ &= \mathbf{32.024}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{10} &= Y_{10} - \hat{Y}_{10}\\ &= 32 - 32.024\\ &= \mathbf{-0.024}\end{aligned}$$

ARIMA (1,1,1) cara 1

$$\hat{Y}_{11} = \delta + (1 + \phi_1)Y_{10} - \phi_1 Y_9 - \theta_1 a_{10}$$

$$\hat{Y}_{11} = 3.66 + (1 + (-0.5))(32) - (-0.5)(30) - (0.4)(-0.024)$$

$$\hat{Y}_{11} = 3.66 + 16 + 15 + 0.0096$$

$$\hat{Y}_{11} = 34.66 + 0.0096$$

$$\mathbf{\hat{Y}_{11} = 34.6696}$$

ARIMA (1,1,1) cara 2

$$W_{10} = Y_{10} - Y_9 = 32 - 30 = \mathbf{2}$$

$$\hat{W}_{11} = \mu + \phi_1(W_{10} - \mu) - \theta_1 a_{10}$$

$$\begin{aligned}\hat{W}_{11} &= 2.44 + (-0.5)(2 - 2.44) - (0.4)(-0.024) \\ &= 2.44 + (-0.5)(-0.44) - (-0.0096) \\ &= 2.44 + 0.22 + 0.0096 \\ &= 2.66 + 0.0096 \\ &= \mathbf{2.6696}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y}_{11} &= Y_{10} + \hat{W}_{11} \\ &= 32 + 2.6696 \\ &= \mathbf{34.6696}\end{aligned}$$

ARIMA (1,1,1)

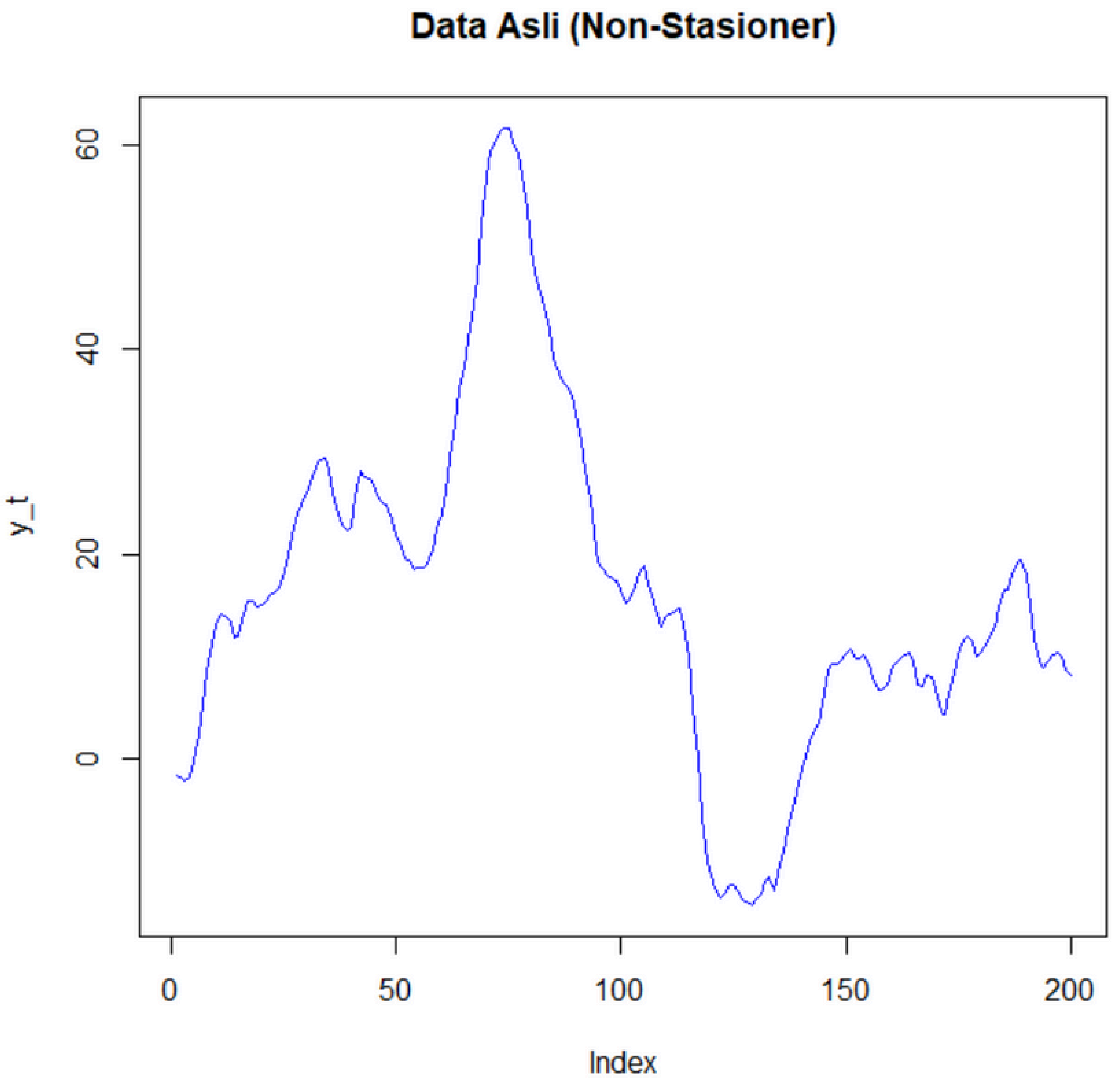
```
# SIMULASI ARIMA(1,1,1)
set.seed(123)

# 1. Bangkitkan Data
# Kita buat data ARMA(1,1) dulu, lalu dikumulatifkan (di-
integralkan)
# agar menjadi ARIMA(1,1,1)
data_stasioner <- arima.sim(n = 200, model = list(ar = 0.8,
ma = 0.4))
y_t <- cumsum(data_stasioner)

# 2. Visualisasi
dev.new()
par(mfrow=c(1,2))
plot(y_t, main="Data Asli (Non-Stasioner)", col="blue",
type='l')
# Cek ACF data differencing (harus stasioner)
acf(diff(y_t), main="ACF dari Differenced Data")
```

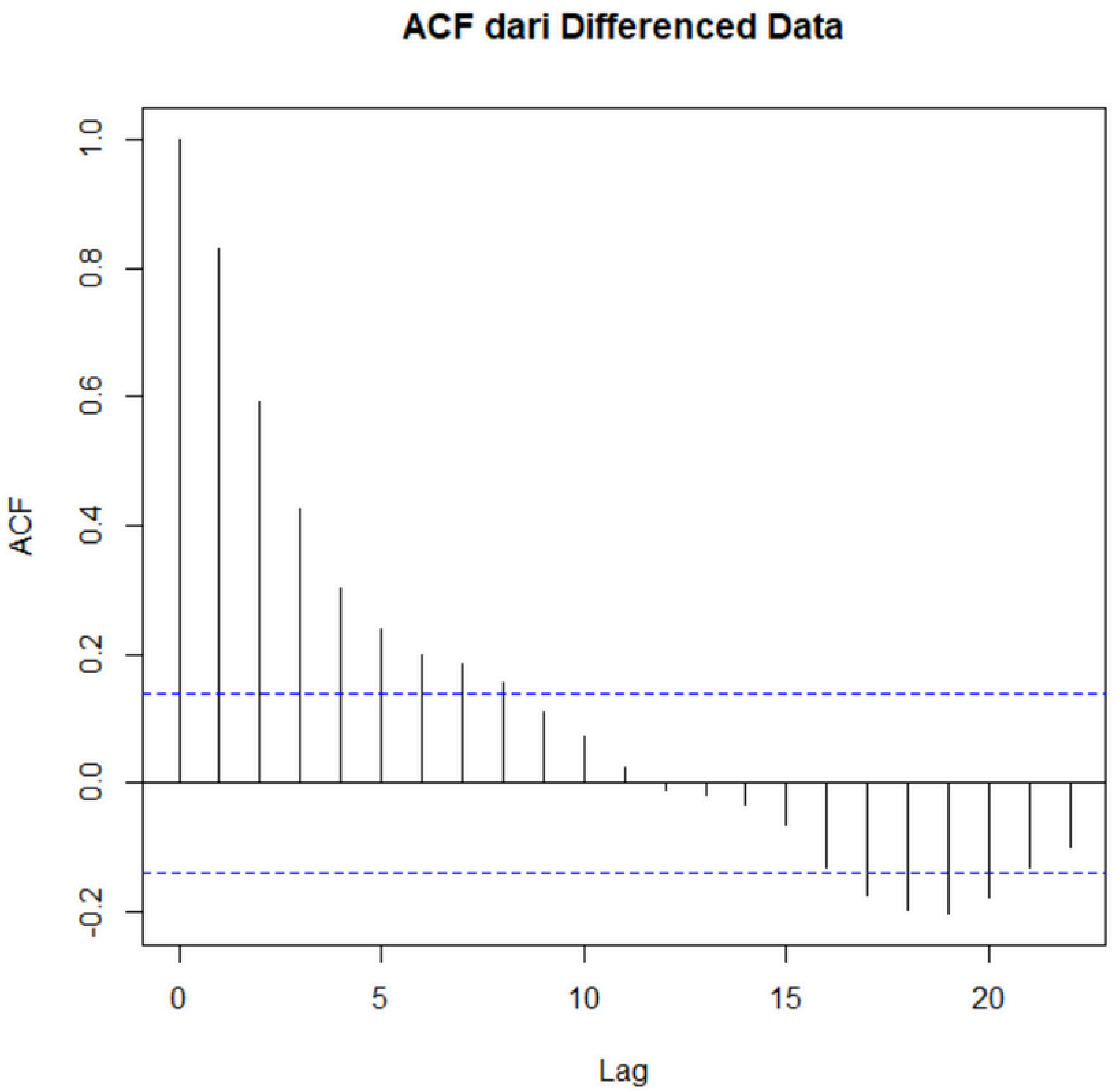
```
# 3. Estimasi Model ARIMA(1,1,1)
# R akan mencari phi (ar1) dan theta (ma1)
# order = c(p, d, q)
model_111 <- arima(y_t, order = c(1, 1, 1))

print("--- Hasil Estimasi ARIMA(1,1,1) ---")
print(model_111)
# Perhatikan nilai 'ar1' mendekati 0.8 dan 'ma1' mendekati 0.4
```

UNIVERSITAS SULTAN AGENG TIRTAYASA

ARIMA (1,1,1)

UNTIRTA Jawara
Jujur Adil Wibawa Amanah Religius Akuntabel





SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)$_s$

SARIMA (*Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average*) adalah pengembangan dari ARIMA untuk menangani data yang memiliki **pola musiman** berulang (seasonality).

Jika ARIMA standar hanya melihat hubungan antara data hari ini dengan hari kemarin $(t-1)$, SARIMA juga melihat hubungan antara data hari ini dengan data pada musim yang sama tahun lalu $(t-s)$.

Notasi lengkapnya adalah:

$$\text{ARIMA}\ \underbrace{(p,d,q)}_{\text{Non-Musiman}} \times \underbrace{(P,D,Q)_s}_{\text{Musiman}}$$

- **Huruf Kecil** (p,d,q)**:** Mengatur korelasi jangka pendek (antar periode berurutan).
- **Huruf Besar** (P,D,Q)**:** Mengatur korelasi antar musim.
- s**:** Panjang periode musiman (misal: $s=12$ untuk bulanan, $s=4$ untuk kuartalan).

SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)s

Struktur matematis SARIMA bersifat **Multiplikatif**. Artinya, polinomial non-musiman dikalikan dengan polinomial musiman.

Persamaan umumnya ditulis sebagai:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)\nabla^d\nabla_s^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t$$

Bedah Komponen Rumus:

1. **AR Non-Musiman ($\phi_p(B)$):**

$$1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$$

2. **AR Musiman ($\Phi_P(B^s)$):**

$$1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \cdots - \Phi_P B^{Ps}$$

SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)s

3. **Differencing ($\nabla^d \nabla_s^D$):**
   - $\nabla^d = (1 - B)^d$: Pembedaan biasa (mengatasi tren).
   - $\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$: Pembedaan musiman (mengatasi pola musim).
4. **MA Non-Musiman ($\theta_q(B)$):**

$$1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$$

5. **MA Musiman ($\Theta_Q(B^s)$):**

$$1 - \Theta_1 B^s - \cdots - \Theta_Q B^{sQ}$$

SARIMA (1,1,1)(1,1,1)4

Waktu (t)	Periode	Data Asli (Yt)	Data Stasioner (Zt)*	Error (at)*	Keterangan
1	Th 1 Q1	80	...	...	Data awal
2	Th 1 Q2	85	...	...	
3	Th 1 Q3	92	...	...	
4	Th 1 Q4	88	...	...	
5	**Th 2 Q1**	**100**	**...**	**...**	
6	**Th 2 Q2**	**110**	**5**	**5**	
7	Th 2 Q3	115	-2	-3	
8	Th 2 Q4	108	-3	-2.9	
9	**Th 3 Q1**	**120**	**0**	**0.5**	
10	**Th 3 Q2**	**?**	**?**	**0**	**TARGET PREDIKSI**

SARIMA (1,1,1)(1,1,1)4

- **Parameter AR:** $\phi_1 = 0.5, \Phi_1 = 0.4$
- **Parameter MA:** $\theta_1 = 0.3, \Theta_1 = 0.2$

Transformasi Stasioner (Z_t)

$$Z_t = (1 - B)(1 - B^4)Y_t$$

$$Z_t = (1 - B^4 - B + B^5)Y_t$$

$$Z_t = Y_t - Y_{t-4} - Y_{t-1} + Y_{t-5}$$

Agar rumus ini bisa dihitung, Y_{t-5} **harus ada datanya**.

- **Jika $t = 1$:** Butuh Y_{-4} (Tidak ada)
- **Jika $t = 4$:** Butuh Y_{-1} (Tidak ada)
- **Jika $t = 5$:** Butuh Y_0 (Tidak ada)
- **Jika $t = 6$:** Butuh Y_1 (ADA! Ini data pertama

Jadi, baris paling awal yang **bisa** dihitung secara matematis adalah baris ke-6.

Bagian AR

$$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^4)$$
$$= 1 - \phi_1 B - \Phi_1 B^4 + (\phi_1 \times \Phi_1)B^5$$
$$= 1 - 0.5B - 0.4B^4 + (0.5 \times 0.4)B^5$$
$$= 1 - 0.5B - 0.4B^4 + \mathbf{0.2}B^5$$

Bagian MA

$$(1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^4)$$
$$= 1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^4 + (\theta_1 \times \Theta_1)B^5$$
$$= 1 - 0.3B - 0.2B^4 + (0.3 \times 0.2)B^5$$
$$= 1 - 0.3B - 0.2B^4 + \mathbf{0.06}B^5$$

$$\hat{Z}_t = \underbrace{0.5Z_{t-1} + 0.4Z_{t-4} - \mathbf{0.2}Z_{t-5}}_{\text{Hasil Perkalian AR}} - \underbrace{0.3a_{t-1} - 0.2a_{t-4} + \mathbf{0.06}a_{t-5}}_{\text{Hasil Perkalian MA}}$$

SARIMA (1,1,1)(1,1,1)4

Transformasi Stasioner (Z_t)

$$Z_t = (1 - B)(1 - B^4)Y_t$$

$$Z_t = (1 - B^4 - B + B^5)Y_t$$

$$Z_t = Y_t - Y_{t-4} - Y_{t-1} + Y_{t-5}$$

- **Parameter AR:** $\phi_1 = 0.5, \Phi_1 = 0.4$
- **Parameter MA:** $\theta_1 = 0.3, \Theta_1 = 0.2$

$$\begin{aligned} Z_6 &= 110 - 85 - 100 + 80 \\ &= 25 - 100 + 80 \\ &= -75 + 80 \\ &= \mathbf{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_7 &= 115 - 92 - 110 + 85 \\ &= 23 - 110 + 85 \\ &= -87 + 85 \\ &= \mathbf{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_8 &= 108 - 88 - 115 + 92 \\ &= 20 - 115 + 92 \\ &= -95 + 92 \\ &= \mathbf{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_9 &= 120 - 100 - 108 + 88 \\ &= 20 - 108 + 88 \\ &= -88 + 88 \\ &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

SARIMA (1,1,1)(1,1,1)4

$$\hat{Z}_t = 0.5Z_{t-1} + 0.4Z_{t-4} - 0.2Z_{t-5} - 0.3a_{t-1} - 0.2a_{t-4} + 0.06a_{t-5}$$

Saat $t = 6$ (Target: Cari a_6)

$$Z_6 = 5$$

$$\hat{Z}_6 = 0.5(0) + \cdots = \mathbf{0}$$

$$a_6 = Z_6 - \hat{Z}_6 = 5 - 0 = \mathbf{5}$$

Saat $t = 7$ (Target: Cari a_7)

$$Z_7 = -2$$

$$\begin{aligned}\hat{Z}_7 &= 0.5(Z_6) - 0.3(a_6)\\ &= 0.5(5) - 0.3(5)\\ &= 2.5 - 1.5\\ &= \mathbf{1.0}\end{aligned}$$

$$a_7 = Z_7 - \hat{Z}_7 = -2 - 1.0 = \mathbf{-3.0}$$

Saat $t = 8$ (Target: Cari a_8)

$$Z_8 = -3$$

$$\begin{aligned}\hat{Z}_8 &= 0.5(Z_7) - 0.3(a_7)\\ &= 0.5(-2) - 0.3(-3.0)\\ &= -1.0 + 0.9\\ &= \mathbf{-0.1}\end{aligned}$$

$$a_8 = Z_8 - \hat{Z}_8 = -3 - (-0.1) = \mathbf{-2.9}$$

Saat $t = 9$ (Target: Cari a_9)

$$Z_9 = 0$$

$$\begin{aligned}\hat{Z}_9 &= 0.5(Z_8) - 0.3(a_8)\\ &= 0.5(-3) - 0.3(-2.9)\\ &= -1.5 + 0.87\\ &= \mathbf{-0.63}\end{aligned}$$

$$a_9 = Z_9 - \hat{Z}_9 = 0 - (-0.63) = \mathbf{0.63}$$

SARIMA (1,1,1)(1,1,1)4

$$\hat{Z}_t = 0.5Z_{t-1} + 0.4Z_{t-4} - 0.2Z_{t-5} - 0.3a_{t-1} - 0.2a_{t-4} + 0.06a_{t-5}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Z}_{10} &= \underbrace{0.5(0) + 0.4(5) - 0.2(0)}_{\text{AR}} - \underbrace{0.3(0.63) - 0.2(5) + 0.06(0)}_{\text{MA}} \\
&= [0 + 2.0 - 0] - [0.189 - 1.0 + 0] \\
&= 2.0 - [-0.811] \\
&= 2.0 + 0.811 \\
&= \mathbf{2.811}
\end{aligned}$$

$$Z_t = Y_t - Y_{t-4} - Y_{t-1} + Y_{t-5}$$

$$Y_t = Z_t + Y_{t-4} + Y_{t-1} - Y_{t-5}$$

$$\begin{aligned}
\hat{Y}_{10} &= \hat{Z}_{10} + Y_6 + Y_9 - Y_5 \\
&= 2.811 + 110 + 120 - 100 \\
&= 2.811 + 230 - 100 \\
&= 2.811 + 130 \\
&= \mathbf{132.811}
\end{aligned}$$

SARIMA $(1,1,1)(1,1,1)_4$

```
Y_ts <- ts(c(80, 85, 92, 88, 100, 110, 115, 108, 120),
frequency=4)

# Parameter (Konversi ke format R)
# AR tetap positif
# MA harus dinegatifkan agar sesuai rumus Box-Jenkins
params_R <- c(
  ar1 = 0.5,   # phi
  ma1 = -0.3,  # -theta
  sar1 = 0.4,  # Phi
  sma1 = -0.2  # -Theta
)

# Membuat model dengan parameter TETAP (fixed)
# Kita gunakan fungsi Arima() dari paket forecast atau
arima() biasa
# fixed = c(ar, ma, sar, sma) -> urutan harus dicek hati-hati
# Urutan standar R untuk (1,1,1)(1,1,1): AR, MA, SAR, SMA

model_custom <- arima(Y_ts,
 order = c(1, 1, 1),
 seasonal = list(order = c(1, 1, 1), period = 4),
 fixed = c(0.5, -0.3, 0.4, -0.2),
 transform.pars = FALSE) # Jangan ubah parameter

# Lakukan Prediksi 1 langkah ke depan
prediksi <- predict(model_custom, n.ahead = 1)

print("--- Hasil Prediksi via R (Built-in) ---")
print(prediksi$pred)

# Catatan: Hasil mungkin beda dikit (koma-koma)
# karena R menghitung error a_t awal menggunakan
metode Kalman Filter
# yang lebih canggih daripada asumsi 0 kita.
```

SEE YOU NEXT WEEK !

Ferdian Bangkit Wijaya, S.Stat., M.Si
NIP. 199005202024061001
ferdian.bangkit@untirta.ac.id