



El modelo predador-presa es un sistema dinámico constituido por dos especies de animales que interactúan de tal manera que una de la especie (depredadora) se alimenta de la otra (presa).

En este caso los zorros se alimentan de liebres y las liebres de hierba que supondremos que nunca se agota.

- Cuando hay muchas liebres, la población de zorros aumentará puesto que el alimento es abundante.
- Pero llegará un momento en el que la población de liebres disminuirá al ser los zorros demasiados.
- Los zorros al no tener comida suficiente, su población disminuirá, lo que favorecerá de nuevo a la población de liebres.

Es decir, se producen ciclos de crecimiento y decrecimiento de ambas poblaciones.

La construcción del modelo

Llamaremos $x(t)$, $y(t)$ al número de presas y depredadores, respectivamente, existentes en el tiempo t .

- En ausencia de los depredadores las presas aumentarán de manera exponencial (puesto que su alimento es inagotable y no hay depredadores).
- Por otro lado, sin presas los depredadores morirán de forma exponencial (por falta de comida).

El modelo que describiría esta situación sería:

$$x'(t) = \frac{dx}{dt} = ax(t) \quad ; \quad a > 0$$

$$y'(t) = \frac{dy}{dt} = -cy(t) \quad ; \quad c > 0$$

En el momento en el que entran en contacto los depredadores con las presas, el ritmo de crecimiento de las presas disminuye a una tasa proporcional al encuentro de una presa con un depredador ($bx(t)y(t)$); mientras que los depredadores aumentarán de la misma manera ($dx(t)y(t)$).

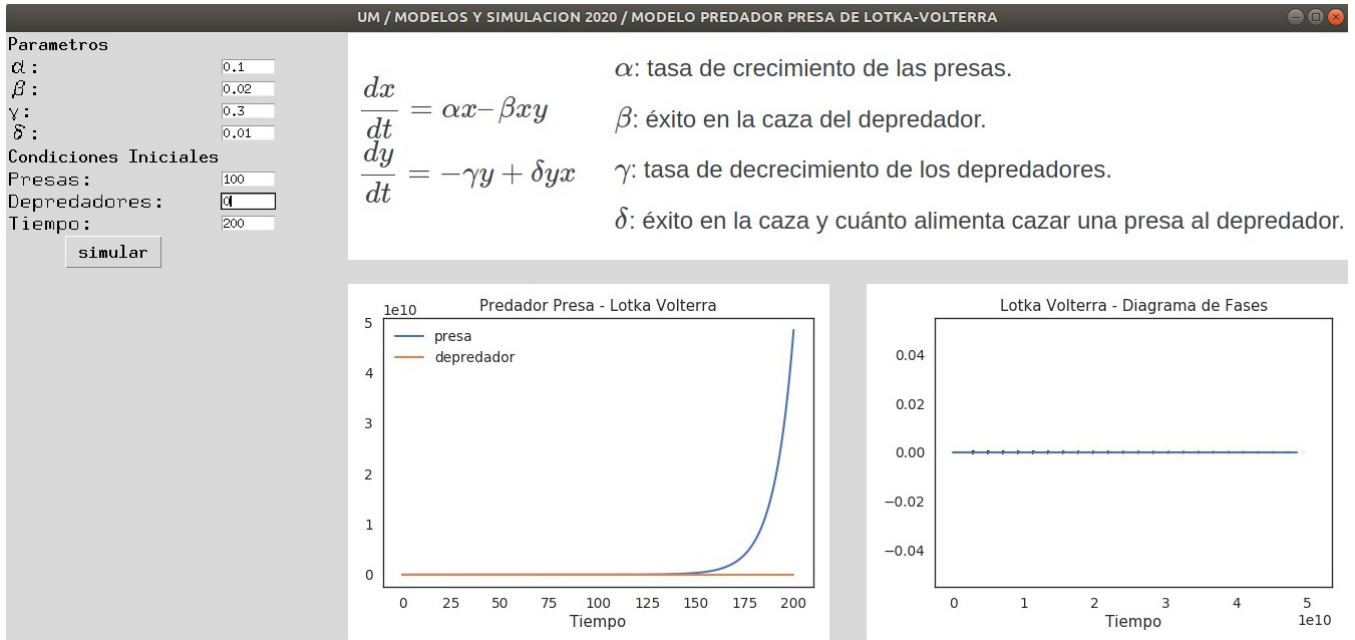
El modelo sería:

$$x'(t) = ax(t) - bx(t)y(t) \quad ; \quad a > 0, b > 0$$

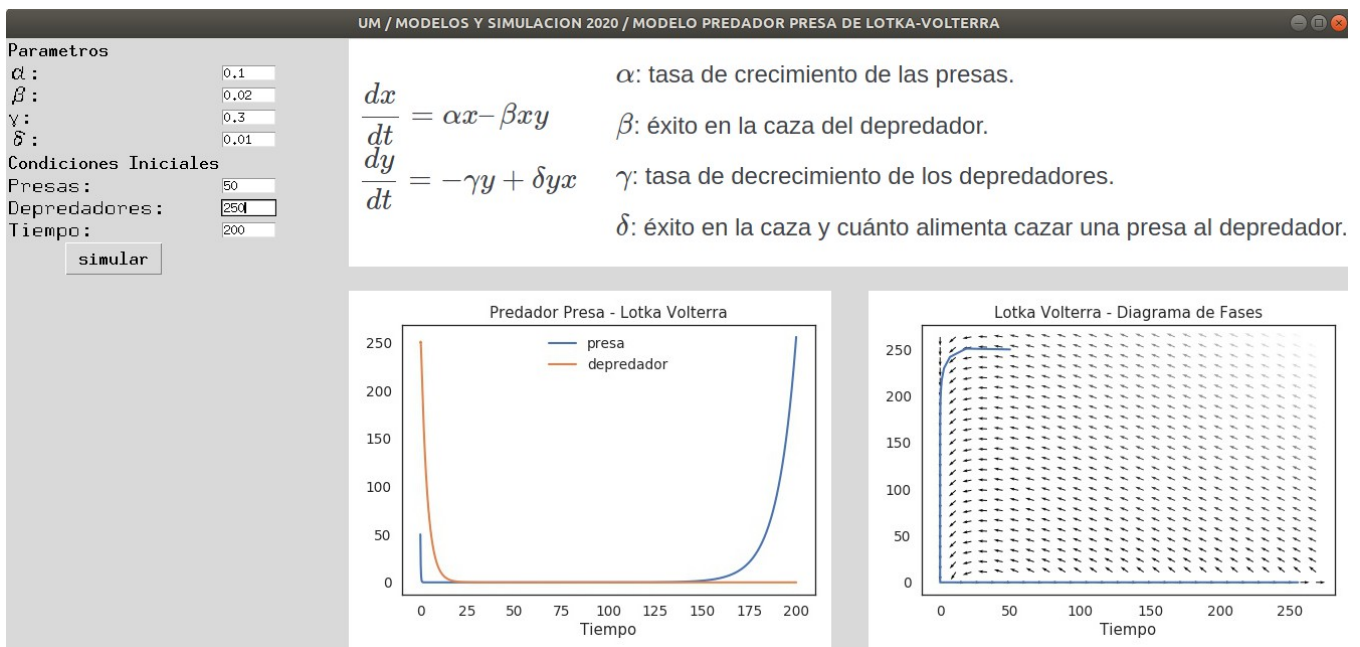
$$y'(t) = -cy(t) + dx(t)y(t) \quad ; \quad c > 0, d > 0$$

- La población de presas en ausencia de depredadores crece de manera exponencial: la velocidad de reproducción es proporcional al número de individuos. Las presas sólo mueren cuando son cazadas por el depredador.

Simulamos 100 presas y 0 depredadores para ver el crecimiento exponencial de las presas.

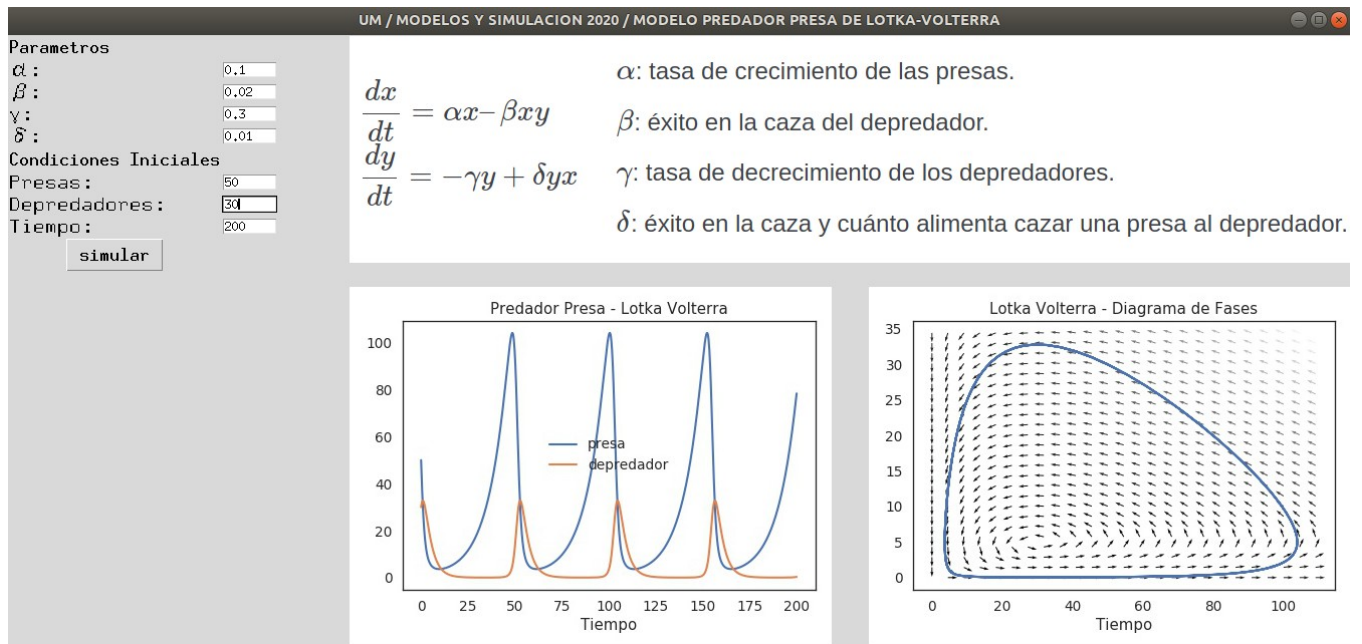


- La población de depredadores en ausencia de presas decrece de manera exponencial. Simulamos los depredadores en 250 y las presas en 50, al ser mayor la cantidad de depredadores que las presas, existe un intervalo donde los depredadores pasan hambre por ausencia de presas.



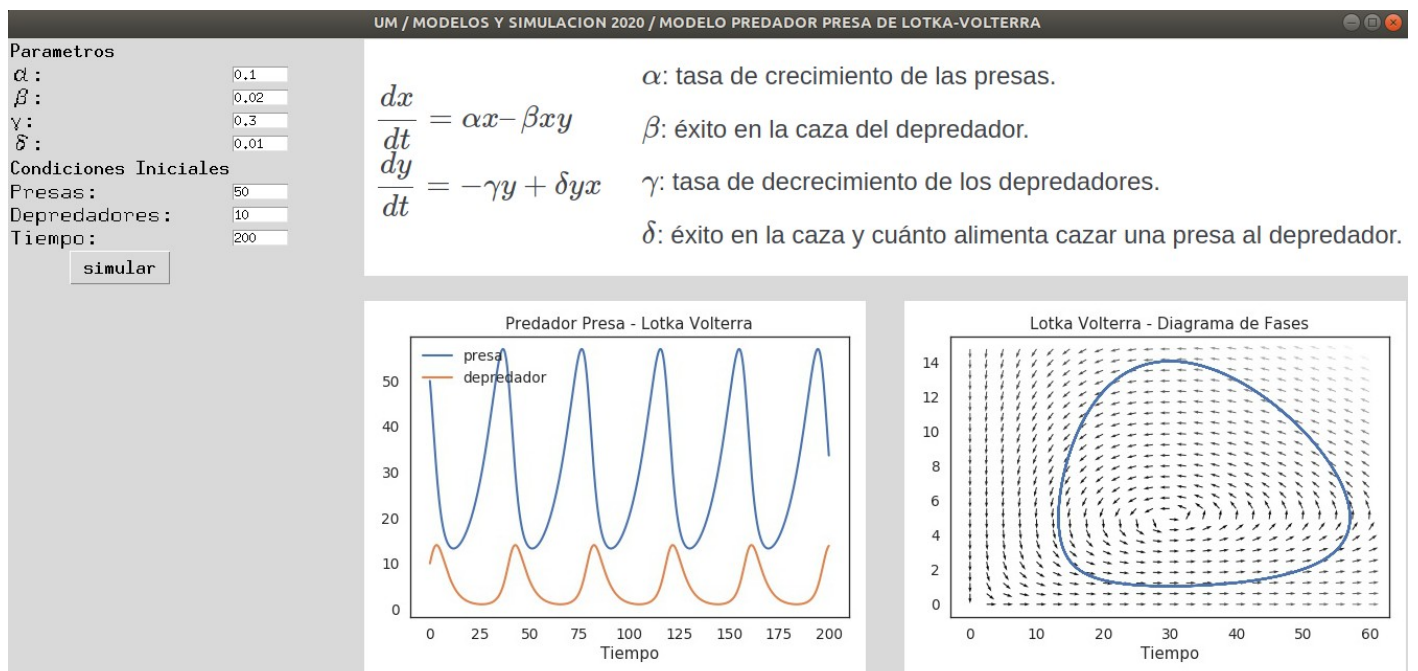
- La población de depredadores afecta a la de presas haciéndola decrecer de forma proporcional al número de presas y depredadores (esto es como decir de forma proporcional al número de posibles encuentros entre presa y depredador).

Simulamos en 30 la cantidad de depredadores y podemos ver que disminuyen las presas proporcionalmente.



- La población de presas afecta a la de depredadores también de manera proporcional al número de encuentros, pero con distinta constante de proporcionalidad (dependerá de cuanto sacien su hambre los depredadores al encontrar una presa).

Simulamos 50 presas y 10 depredadores.





UNIVERSIDAD DE MENDOZA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MODELOS Y SIMULACION

En esta gráfica se muestran dos funciones, cada una representa la relación liebres-zorros con respecto al tiempo. Cada curva presenta unos máximos periódicos pero éstos están desplazados los unos respecto de los otros. Este fenómeno es debido a que existe un desfase en el tiempo entre la evolución de ambas especies, ya que primero ha de crecer la especie presa para que la depredadora tenga alimento y pueda llegar a su máximo, haciéndolo más tarde que la especie anterior. Una vez que la especie depredadora alcanza su máximo es cuando la especie presa empieza a descender y por consiguiente el alimento empieza a escasear, lo que produce una disminución de la población de la especie depredadora; aunque dicho suceso se producirá con más lentitud respecto de la presa. En la gráfica se observa que la pendiente azul de las presas es mucho más acentuada que la marron de los depredadores, por lo tanto las presas alcanzan antes el mínimo.