# Formális nyelvek és automaták

Nyelvtechnológia olvasószeminárium – 2019/20 tavasz 2. óra

Simon Eszter

MTA Nyelvtudományi Intézet

## **Tartalom**

1. A Chomsky-féle nyelvhierarchia

2. Automaták

# A Chomsky-féle nyelvhierarchia

# A nyelv formális meghatározása

### Definíció (nyelv)

Egy tetszőleges véges A halmazból alkotott A\* halmaz tetszőleges részhalmazát (vagyis az A fölötti füzérekből összegyűjtött tetszőleges halmazt) nyelvnek nevezzük, az A halmazt pedig e nyelv ábécéjének.

# A nyelvtan formális meghatározása

### Definíció (nyelvtan)

A  $G = \langle V_T, V_N, S, R \rangle$  négyest formális nyelvtannak nevezzük, ahol

 $V_T$ : a terminális elemek ábécéje

 $V_N$ : a nem-terminális elemek ábécéje

S: a nyelvtan kezdőszimbóluma

R: a nyelvtan szabályainak a halmaza

# A Chomsky-féle nyelv(tan)hierarchia

### Definíció (Chomsky-féle nyelv(tan)hierarchia)

Egy  $G=< V_T, V_N, S, R>$  nyelvtan i típusú ( $i\in\{0,1,2,3\}$ ) a Chomsky-féle nyelvtanhierarchia szerint, amennyiben az R szabályhalmaz minden elemére teljesül az adott típusban előírt, a szabály felépítésére vonatkozó előírás.

Jelölések: 
$$\alpha, \beta, \gamma \in (V_T \cup V_N)*$$

$$A, B \in V_N$$

$$x \in V_T *$$

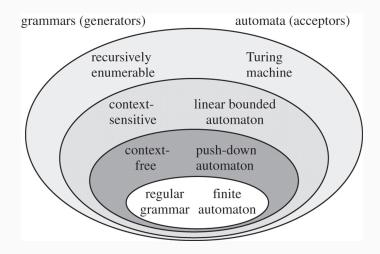
0. típus (megszorítatlan újraíró rendszer) 
$$\alpha \to \beta$$
, ahol  $\alpha \neq \varepsilon$ 

1. típus (környezetfüggő) 
$$\alpha A \beta \to \alpha \gamma \beta$$
, ahol  $\gamma \neq \varepsilon$ 

2. típus (környezetfüggetlen) 
$$A \rightarrow \gamma$$

3. típus (reguláris vagy jobblineáris) 
$$A \rightarrow xB$$
 vagy  $A \rightarrow x$ 

# Nyelvtanok és gépek

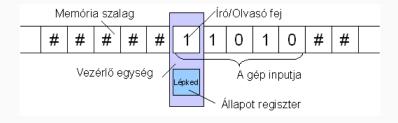


# Megszorítatlan (0. típusú) nyelvek

### $\alpha \to \beta$ , ahol $\alpha \neq \varepsilon$

- · megszorítatlan újraíró rendszer
- · a leghasznosabb új eszköz a szimbólumcsere
- $\cdot$  a 0. típusú nyelveket Turing-géppel lehet elfogadtatni  $\to$  a legáltalánosabb nyelvtantípusnak a létező és elképzelhető legáltalánosabb absztrakt gép felel meg
- "a Turing-géppel minden kiszámolható, ami egyáltalán kiszámolható, és minden meghatározható, ami egyáltalán meghatározható emberi elménk számára"

# Turing-gép



# Turing-gép

- író-olvasó fej, egy kockákra osztott végtelennek tekintett szalag, amelynek minden kockáján egy szimbólum áll
- · a fej jobbra és balra is mozoghat
- az író-olvasó fejnek különböző állapotai vannak, amelyek megszabják, hogy az éppen leolvasott szimbólumot átírja-e, vagy lépjen tovább
- a végtelennek tekintett szalag egy véges részén van csak információ, a többi # jelet tartalmazó üres hely: ... $\#a_1a_2...a_n\#...$
- a számítás kezdetén a fej a bal szélső nem-üres szimbólumon áll, utána:  $< q_i, a, q_j, X>$
- ha X ∈ {J, B}, akkor jobbra vagy balra lép egyet, különben marad és átír
- a Turing-gép akkor fogad el egy füzért, ha a számítás véges számú lépés után leáll



# A környezetfüggő (1. típusú) nyelvek

### $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ , ahol $\gamma \neq \varepsilon$

- a környezetfüggő szabály egyetlen nem-terminális szimbólum átalakításáról gondoskodik
- a bemeneti oldalon a szimbólum kétoldali környezetére is hivatkozhatunk
- a nem-terminális szimbólum megsemmisítése nem megengedett → hosszúságot nem csökkentő szabályok
- a környezetfüggő nyelvek absztrakt számítógépes jellemzésére a lineárisan korlátozott Turing-gépek szolgálnak → az író-olvasó fej nem léphet ki egy kezdő- és egy végszimbólumokkal jelölt területen kívülre

# Környezetfüggő szabályok

# Noam Chomsky and Morris Halle: The Sound Pattern of English (1968)

 $A \rightarrow B/[precontext\_postcontext]$ 

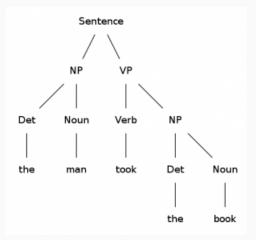
```
tundrai nyenyec cirill-IPA konverzió ю \to ju/\#\_ ю \to ju/\_ [аеёиоуыэюя] ю \to^j u/ [бвгджзйклмнңпрстфхцчшщ] __ else: ю \to ju/\_
```

# A környezetfüggetlen (2. típusú) nyelvek

### $A \rightarrow \gamma$

- csak a szabály bemeneti oldala van korlátozva: egyetlen nem-terminális szimbólum állhat ott
- · a kimeneti oldalon megengedett az üres sztring is
- Chomsky-féle normálalak:  $A \rightarrow a$  vagy  $A \rightarrow BC$
- elfogadó gép: veremautomata → mintha egy véges automata meg lenne toldva egy veremszerű memóriával
- verem: "last in, first out" (LIFO)

# Környezetfüggetlen szabályok



Az első környezetfüggetlen elemzési fa (Chomsky, 1956: Three models for the description of language. *IRI Transactions on Information Theory, 2(3),* 113–124.).

# A reguláris (3. típusú) nyelvek

### $A \rightarrow xB \text{ vagy } A \rightarrow x$

- a reguláris nyelveket leíró reguláris nyelvtanok reguláris kifejezésekkel ekvivalensek
- · a reguláris nyelvtanok lehetnek jobblineárisak vagy ballineárisak
- egy jobblineáris szabály bemeneti oldalán egyetlen nem-terminális szimbólum állhat, és maximum egy nem-terminális állhat a kimeneti oldalán, és ez utóbbinak a legutolsónak kell lennie
- elfogadó gép: véges állapotú automata (finite state automaton, FSA)

### Hol vannak a természetes nyelvek?

- $\cdot$  valahol a környezetfüggetlen és a környezetfüggő között o enyhén környezetfüggő nyelvtanok
- környezetfüggetlen szabályokkal a természetes nyelvi jelenségek nagyon nagy része leírható, de nem minden → ellenpélda egy svájci német dialektusból

```
Shieber (1985): keresztező függőség az igék és tárgyuk között

Jan säit das...
...mer em Hans es huus hälfed aastriche
mi Hans.DAT a ház.ACC segített fest
'Jan azt mondta, hogy segítettünk Hansnak festeni a házat.'
```

két ugyanolyan füzér konkatenációjával előálló ismétléses füzérek környezetfüggő nyelve:  $\{xx \mid x \in \{a,b\}*\}$ 

# Automaták

# Véges állapotú automata

### Definíció (véges állapotú automata)

Az  $M=<K,\Sigma,d,q_0,F>$  ötös egy véges állapotú automata, ahol

K: az automata állapotainak véges halmaza

Σ: az ábécé

q<sub>0</sub>: a kezdőállapot

F: a végállapotok halmaza

d: az átmenetek halmaza

# Determinisztikus bégetőautomata 1.

### bee\*!

$$\begin{split} &K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\ &\Sigma = \{b, e, !\} \\ &F = \{q_4\} \\ &d = \{< q_0, b, q_1>, < q_1, e, q_2>, < q_2, e, q_3>, < q_3, e, q_3>, < q_3, !, q_4>\} \end{split}$$

# Determinisztikus bégetőautomata 2.

```
\begin{split} &K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \\ &\Sigma = \{b, e, !\} \\ &F = \{q_4\} \\ &d = \{ < q_0, b, q_1 >, < q_1, e, q_2 >, < q_2, e, q_3 >, < q_3, e, q_3 >, \\ &< q_3, !, q_4 >, < q_0, e, q_5 >, < q_0, !, q_5 >, < q_1, b, q_5 >, < q_1, !, q_5 >, \\ &< q_2, b, q_5 >, < q_2, !, q_5 >, < q_3, b, q_5 >, < q_4, b, q_5 >, < q_4, e, q_5 >, \\ &< q_4, !, q_5 >, < q_5, b, q_5 >, < q_5, e, q_5 >, < q_5, !, q_5 > \} \end{split}
```

### Determinisztikus vs. nem-determinisztikus

### determinisztikus

nincs választási lehetőség, az algoritmus minden inputra egyértelműen tudja, hogy mit kell csinálni

#### nem-determinisztikus

- a gép nem minden inputra tudja egyértelműen, hogy mit csináljon
- 2. egy  $\varepsilon$ -átmenet nem-determinisztikussá teszi az automatát, mert nem tudja, hogy merre menjen tovább, és ebben az input sem segít

# Nem-determinisztikus bégetőautomaták

```
K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}
\Sigma = \{b, e, !\}
F = \{q_4\}
d = \{ \langle q_0, b, q_1 \rangle, \langle q_1, e, q_2 \rangle, \langle q_2, e, q_2 \rangle, \langle q_2, e, q_3 \rangle, \}
< q_3, !, q_4 > 
VAGY
K = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}
\Sigma = \{b, e, !, \varepsilon\}
F = \{q_4\}
d = \{ \langle q_0, b, q_1 \rangle, \langle q_1, e, q_2 \rangle, \langle q_2, e, q_3 \rangle, \langle q_3, \varepsilon, q_2 \rangle, \}
< q_3, !, q_4 >
```

# Állapot-átmenet táblák I.

### determinisztikus

	bemenet			
állapot	b	е	!	
0	1	-	-	
1	-	2	-	
2	-	3	-	
3	-	3	4	
4:	-	-	-	

# Állapot-átmenet táblák II.

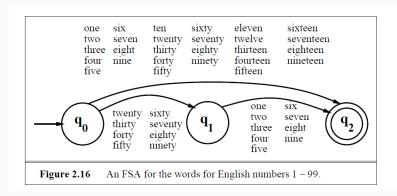
### nem-determinisztikus 1.

	bemenet			
állapot	b	е	!	
0	1	-	-	
1	-	2	-	
2	-	2,3	-	
3	-	-	4	
4:	-	-	-	

### nem-determinisztikus 2.

	bemenet			
állapot	b	е	!	ε
0	1	-	-	-
1	-	2	-	-
2	-	3	-	-
3	-	-	4	2
4:	-	-	-	-

# Egy nyelvi példa



# Nem-determinisztikusság

a nem-determinisztikus automata mehet rossz irányba  $\rightarrow$  grammatikus sztringet utasít el  $\rightarrow$  sztenderd megoldások:

- backup: megjelöljük a döntési pontot, így ha kiderül, hogy rosszfelé mentünk, akkor vissza tudunk oda térni, és mehetünk a másik ágon
- · look-ahead: okosan előrenézünk az inputban, hogy el tudjuk dönteni, hogy merre érdemes menni
- párhuzamosítás: a döntési pontoknál minden alternatív utat párhuzamosan bejárunk

### Egyebek

### Recognition as Search

- az állapottér bejárása: a lehetséges megoldások terét szisztematikusan bejárjuk
- · a hatékonyság kulcsa a sorrend
  - verem (stack), mélységi bejárás (depth-first search), Last In First out (LIFO)
  - cső (queue), szélességi bejárás (breadth-first search), First In First Out (FIFO)
- · bonyolultabb problémák esetén: dinamikus programozás, A\*

### Megfelelőségek

- minden nem-determinisztikus automatának van egy determinisztikus megfelelője
- a reguláris kifejezések ekvivalensek az FSA-kkal: minden reguláris nyelvre építhető egy FSA, és minden FSA-hoz csinálható egy reguláris nyelv

## Ajánlott irodalom

- Alberti Gábor: Matematika a természetes nyelvek leírásában.
   Segédkönyvek a nyelvészet tanulmányozásához 52. Tinta Könyvkiadó, Budapest, 2006.
- Daniel Jurafsky & James H. Martin: Speech and Language Processing. 2nd edition. Chapter 2, 16.