

UC - Elementos de Probabilidades e Teoria de Números

Teste - Elementos de Probabilidades

\_\_\_\_\_ versão A \_\_\_\_\_ duração: 2 horas \_\_\_\_\_

Nome:

Número:

**Grupo I - 4.5 valores**

Considere  $X$  uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{7}{8} & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{se } c.c. \end{cases}$$

Para cada uma das questões seguintes, assinale a resposta correcta marcando x no quadrado correspondente.

1. O valor de  $P(X < 1)$  é:

☐  $\frac{1}{8}$

☐  $\frac{1}{2}$

☐ 0

☐  $\frac{1}{4}$

2. A função de distribuição de  $X$  é:

☐  $F_X(c) = \begin{cases} 0 & \text{se } c < 0 \\ \frac{c^2}{8} & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ \frac{1}{8} + \frac{7}{8}(c-1) & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ 1 & \text{se } c \geq 2 \end{cases}$

☐  $F_X(c) = \begin{cases} \frac{c^2}{8} & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ \frac{1}{8} + \frac{7}{8}(c-1) & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ 0 & \text{se } c.c. \end{cases}$

☐  $F_X(c) = \begin{cases} 0 & \text{se } c < 0 \\ \frac{1}{8} + \frac{7}{8}(c-1) & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ \frac{c^2}{8} & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ 1 & \text{se } c \geq 2 \end{cases}$

☐  $F_X(c) = \begin{cases} \frac{c^2}{8} & \text{se } 0 \leq c < 1 \\ \frac{1}{8} + \frac{7}{8}(c-1) & \text{se } 1 \leq c < 2 \\ 1 & \text{se } c.c. \end{cases}$

3. O valor de  $P(X = \frac{1}{2})$  é:

☐  $\frac{1}{32}$

☐  $\frac{1}{8}$

☐ 0

☐ 1

4. O valor de  $P(0 \leq X \leq \frac{1}{2})$  é:

☐  $\frac{1}{32}$

☐  $\frac{1}{8}$

☐ 1

☐ 0

5. O segundo quartil de  $X$  é:

☐  $\frac{10}{7}$

☐ 2

☐  $\frac{1}{4}$

☐  $\frac{1}{2}$

6. A distribuição de  $X$  é:

☐ Uniforme no intervalo  $[0,1]$

☐ Uniforme no intervalo  $[1,2]$

☐ Exponencial com parâmetro  $\frac{7}{10}$

☐ Nenhuma das anteriores

**Grupo II - 3 valores**

Considere a variável aleatória  $Y \sim N(0, 4)$ .

Para cada uma das questões seguintes, assinale a resposta correcta marcando x no quadrado correspondente.

- O valor de  $P(Y < -4)$  é:  
☐ 0                      ☐ 0.1587                      ☐ 0.9772                      ☐ 0.0228
- O valor de  $P(|Y| \leq 2)$  é:  
☐ 0.6826                      ☐ 0.3413                      ☐ 0.8413                      ☐ 0.5
- Seja  $T \sim N(3, 9)$ . Se  $T$  e  $Y$  são independentes então a variável aleatória  $V = T - 2Y$  tem distribuição:  
☐  $N(3, 1)$                       ☐  $N(3, 25)$                       ☐  $N(0, 1)$                       ☐ Nenhuma das anteriores
- Suponha que  $Y$  representa o saldo diário de produtos de uma plataforma logística que recebe e entrega encomendas (nota: por saldo diário, entende-se o número de encomendas entregues menos o número de encomendas recebidas num mesmo dia) e assuma que os saldos em dias distintos são quantidades aleatórias independentes. A probabilidade de, ao fim de 100 dias de atividade, o saldo de encomendas ser superior a 5 é:  
☐ 0.4013                      ☐ 0.5                      ☐ 0.3632                      ☐ Nenhuma das anteriores

**Grupo III - 4.5 valores**

Uma empresa tem 3 máquinas,  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , que utiliza para a produção dos seus artigos. A máquina  $M_1$  produz 60% dos artigos, a máquina  $M_2$  produz 30% dos artigos e a máquina  $M_3$  produz os restantes. Sabe-se que 40% dos artigos produzidos pela máquina  $M_1$  têm defeito, 20% dos artigos produzidos pela máquina  $M_2$  têm defeito e que 10% dos artigos produzidos pela máquina  $M_3$  têm defeito. Escolheu-se, ao acaso, um artigo produzido nesta empresa.

Para cada uma das questões seguintes, assinale a resposta correcta marcando x no quadrado correspondente.

- Os acontecimentos "Artigo escolhido tem defeito" e "Artigo escolhido não tem defeito" formam uma partição do espaço amostral?  
☐ Sim                      ☐ Não
- Os acontecimentos "Artigo escolhido tem defeito" e "Artigo escolhido é fabricado por  $M_1$ " formam uma partição do espaço amostral?  
☐ Sim                      ☐ Não
- A probabilidade de o artigo escolhido ter defeito e ser produzido pela fábrica  $M_1$  é:  
☐  $\frac{0.4}{0.6}$                       ☐  $0.4 \times 0.6$                       ☐ 0.4                      ☐ Nenhuma das anteriores
- A probabilidade de o artigo escolhido ter defeito é de:  
☐  $0.4 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.1 \times 0.1$                       ☐  $0.4 + 0.2 + 0.1$   
☐ 1                      ☐ Nenhuma das anteriores
- Sabendo que o artigo escolhido tem defeito, qual a probabilidade de ser fabricado por  $M_3$ ?  
☐  $\frac{0.1 \times 0.1}{0.4 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.1 \times 0.1}$                       ☐  $\frac{0.1}{0.4 + 0.2 + 0.1}$   
☐  $\frac{1}{3}$                       ☐ Nenhuma das anteriores
- Sabendo que o artigo escolhido não tem defeito, qual a probabilidade de ser fabricado por  $M_2$  ou  $M_3$ ?  
☐  $1 - \frac{0.6 \times 0.6}{1 - (0.4 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.1 \times 0.1)}$                       ☐  $1 - \frac{0.3 + 0.1}{0.4 + 0.2 + 0.1}$   
☐  $1 - \frac{0.6 \times 0.6}{0.4 \times 0.6 + 0.2 \times 0.3 + 0.1 \times 0.1}$                       ☐  $\frac{2}{3}$

<b>Grupo IV - 8 valores</b>
-----------------------------

Utilize esta página e a seguinte para responder às questões deste grupo. Pode trocar a ordem, mas identifique sempre a questão a que está a responder. Se necessário, peça uma folha de teste para continuar a resposta.

---

Considere a experiência aleatória que consiste em efectuar três lançamentos consecutivos de um dado equilibrado.

1. Identifique o espaço amostral da experiência aleatória.
2. Identifique o subconjunto do espaço amostral que corresponde ao acontecimento  $I$ : "saíram 3 faces iguais" e diga, justificando, se  $I$  é um acontecimento elementar.
3. Diga, justificando, se os 3 acontecimentos seguintes,  $A$ ,  $B$  e  $C$ , são independentes:

$A$ : "saiu face par no primeiro lançamento",

$B$ : "saiu face ímpar no segundo lançamento",

$C$ : "a soma das faces obtidas nos dois primeiros lançamentos é par".

4. Diga, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa: "Se 3 acontecimentos são independentes 2 a 2 então são acontecimentos independentes".
5. Seja  $X$  a variável aleatória que representa o número de faces par obtidas nos três lançamentos do dado.
  - a)  $X$  tem uma distribuição conhecida. Identifique-a e apresente a sua função massa de probabilidade.
  - b) Determine a função de distribuição de  $X$ .
  - c) Sabendo que saiu pelo menos uma face par nos três lançamentos do dado, qual a probabilidade de ter saído pelo menos uma face ímpar? Justifique apresentando os cálculos.

