

Elementos de Probabilidades e Teoria de Números

Teste - Teoria de Números

duração: 2 horas

Nome:

Número:

Grupo I

Relativamente às questões deste grupo, indique para cada alínea se a afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F), marcando x no quadrado respetivo.

- | | V | F |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. O resto r da divisão de -637 por 26 é tal que $0 \leq r \leq 13$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{Z}$, se $a \nmid b$ e $a \nmid c$, então $a \nmid bc$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. Se $a, b \in \mathbb{N}$ e $\text{m.d.c.}(a, b) = 3$, então $\text{m.m.c.}(a, b) = \frac{a}{3} \times \frac{b}{3}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. Para quaisquer $a, b \in \mathbb{Z}$ tais que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, $\text{m.d.c.}(a, b) \mid (5a - 6b)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5. Para quaisquer $a, b, c \in \mathbb{Z}$, se $a \leq b$, então $\text{m.m.c.}(a, c) \leq \text{m.m.c.}(b, c)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. Seja $n \in \mathbb{N}$ tal que $1 < n < 280$. Se n não admite um divisor d tal que $1 < d \leq 14$, então n é um número primo. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. Sejam $a, p \in \mathbb{Z}$ e $n \in \mathbb{N}$. Se p é um número primo e $p \mid a^n$, então $p^n \mid a^n$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. Para todo o inteiro a , se $2a \equiv 6 \pmod{10}$, então $a \equiv 3 \pmod{10}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. O sistema de congruências lineares $\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{15} \\ x \equiv -1 \pmod{18} \end{cases}$ admite soluções. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. Todo o inteiro pode ser escrito como combinação linear de 9 e 11 . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Grupo II

Para cada uma das questões deste grupo, indique a sua resposta no espaço disponibilizado a seguir à questão, justificando sucintamente.

1. Considere as divisões seguintes

$$\begin{array}{r} 1591 \overline{) 629} \\ 333 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 629 \overline{) 333} \\ 296 \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 333 \overline{) 296} \\ 37 \quad 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 296 \overline{) 37} \\ 0 \quad 8 \end{array}$$

Indique o $\text{m.d.c.}(1591, 629)$ e exprima-o como combinação linear de 1591 e 629 .

Resposta:

2. Dê exemplo de um sistema completo de resíduos módulo 7 que contenha cinco inteiros negativos ímpares e dois inteiros positivos que sejam congruentes com 2 módulo 4.

Resposta:

3. Determine o resto de $37^{145} + 4$ na divisão por 7.

Resposta:

4. Indique os inteiros que podem ser representados por $\overline{60a65b}$ e que são simultaneamente divisíveis por 4 e por 11.

Resposta:

Grupo III

Resolva cada uma das questões deste grupo na folha de exame. Justifique as suas respostas.

1. Para a organização de uma festa foram adquiridas algumas bebidas e snacks. Na compra de latas de refrigerante e de bolachas foram gastos 28,6 euros ($28,6 \text{ euros} = 2860 \text{ cêntimos}$), sendo que cada lata de refrigerante custou 91 cêntimos e o preço de cada pacote de bolachas foi de 65 cêntimos.
- (a) Escreva uma equação diofantina cuja resolução permita obter o número de latas de refrigerante e o número de pacotes de bolachas adquiridos.
- (b) Sabendo que foram comprados pelo menos 12 pacotes de bolachas e 18 latas de refrigerantes, determine o número de pacotes de bolachas e o número de latas de refrigerante que foram adquiridos para a festa.
2. Resolva a congruência linear $8x \equiv 574 \pmod{18}$ e indique duas soluções, uma positiva e outra negativa, não congruentes entre si módulo 18.

3. Considere o sistema de congruências lineares (S) a seguir indicado

$$(S) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$$

Recorrendo ao Teorema Chinês dos Restos, justifique que o sistema (S) é solúvel e resolva-o. Indique a maior solução negativa de (S) .

Cotações: Grupo I: 7, 5. Grupo II: 6, 0. Grupo III: 2, 5 + 1, 75 + 2, 25.