

Grupo I

As respostas às questões deste grupo devem ser apresentadas no enunciado.

1. (3.5 val.) Responda a esta questão nos espaços indicados, sem apresentar os seus cálculos.

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & -6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) O elemento na posição (1,4) da matriz $2A^T B$ é: _____.
- b) $\det A =$ _____.
- c) A característica da matriz B é: _____.
- d) O complemento algébrico do elemento na posição (2,3) da matriz A é: _____.
- e) O elemento na posição (3,2) da matriz A^{-1} é: _____.

Nas questões 2. a 5., indique, para cada alínea, se a afirmação é verdadeira (V) ou falsa (F), assinalando a opção conveniente. As respostas incorretamente assinaladas têm cotação negativa.

2. (2.0 val.) Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ -x + 2y = 0 \\ x + 4z = 2 \end{cases}.$$

V F

- a) O conjunto das soluções do sistema homogéneo associado é $S = \{(-4\alpha, -2\alpha, \alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$. ☐ V ☐ F
- b) O sistema é possível e determinado e $(-2, -1, 1)$ é a sua solução. ☐ V ☐ F
- c) O sistema é possível e duplamente indeterminado e $(-2, -1, 1)$ e $(2, 1, 0)$ são duas das suas soluções. ☐ V ☐ F
- d) O sistema é possível e simplesmente indeterminado e $(-2, -1, 1)$ é uma das suas soluções. ☐ V ☐ F

(continua)

3. (2.0 val.) Seja $A = (a_{ij})$ a matriz de ordem 3 definida por $a_{ij} = \begin{cases} i + j, & \text{se } i \leq j \\ 0, & \text{se } i > j \end{cases}$. V F
- a) A matriz A é equivalente por linhas à matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$. ○ ○
- b) A matriz A é invertível e a sua inversa é uma matriz triangular superior. ○ ○
- c) A matriz A é uma matriz anti-simétrica. ○ ○
- d) O sistema homogêneo $Ax = 0$ é possível e indeterminado. ○ ○
4. (2.0 val.) Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} c & c+3d \\ a & a+3b \end{pmatrix}$, com a, b, c, d números reais tais que $ad - bc = 1$. V F
- a) A forma em escada reduzida da matriz A é I_2 . ○ ○
- b) $\det B = 3$. ○ ○
- c) $\text{car } A = 3 \text{ car } B$. ○ ○
- d) As matrizes A e B são invertíveis e $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. ○ ○
5. (3.0 val.) V F
- a) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 e $\det A = 4$, então $\det(3A^{-1}A^T) = 9$. ○ ○
- b) Se A e B são matrizes quadradas da mesma ordem e invertíveis, então $A + B$ é invertível. ○ ○
- c) Seja A uma matriz quadrada de ordem n . Se o sistema homogêneo $Ax = 0$ tem apenas a solução nula, então o sistema $Ax = b$ tem sempre solução, seja qual for o vetor $b \in \mathbb{R}^n$. ○ ○
- d) Se A é uma matriz real 3×5 cuja característica é 2, então $\text{car}(A^T) = 3$. ○ ○

Grupo II

Responda às próximas duas questões numa folha de teste, apresentando os seus cálculos.

1. (5.5 val.) A matriz $A_{a,b} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & 2 \\ 0 & 1 & a & 1 \\ 1 & b & 0 & 1 \end{array} \right)$, $a, b \in \mathbb{R}$, é a matriz ampliada de um dado sistema.
- a) Classifique esse sistema, em função dos parâmetros a e b , quanto à existência e unicidade de solução.
- b) Resolva o sistema no(s) caso(s) em que for indeterminado.
- c) Seja B a matriz dos coeficientes do sistema, considerando $a = 1$ e $b = 0$. Justifique que a matriz B é invertível e calcule a terceira coluna de B^{-1} .
2. (2.0 val.) Resolva a seguinte equação: $\left| \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 2x \\ 1 & 1 & 2x & 1 \\ 1 & 2x & 1 & 1 \\ 2x & 1 & 1 & 1 \end{array} \right| = 0$.