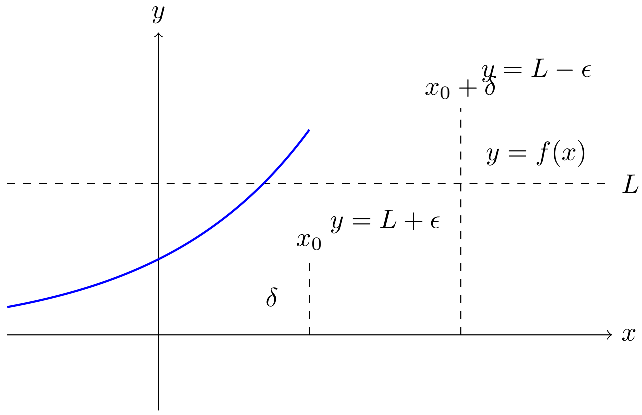
METODOS NUMERICOS I

Definición. Sea f una función definida en un conjunto X de números reales. Entonces, f tendrá por límite L en x_0, $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$, si dado cualquier $\varepsilon > 0$ existe ptro número real $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L|$ siempre que $x \in X$ y $0 < |x - x_0| < \delta$



Definición. Sea $f : x \to R$ f es *continua* en x_0 si $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$
Definición. Sea $x_n|_{n=1}^{\infty}$ una sucesión de números reales. La sucesión *converge* a un número x (el límite) si $\forall\ \epsilon > 0\ \exists$ un N(ϵ) *talque* n>N(ϵ)implica $|x_n - x| < \epsilon$

TEOREMA.

Sea $f : x \to R$ y $x_0 \in X$ Los siguientes enunciados son equivalentes:

a) f es continua en x_0

b) si $x_n|_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión en X y converge en x_0 entonces $\lim_{x\to\infty} f(x) = f(x_0)$
Definición. Si f es una función definida en un intervalo abierto que contine a x_0, entonces f será diferenciable en x_0 si:

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{x\to x-0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \tag{1}$$

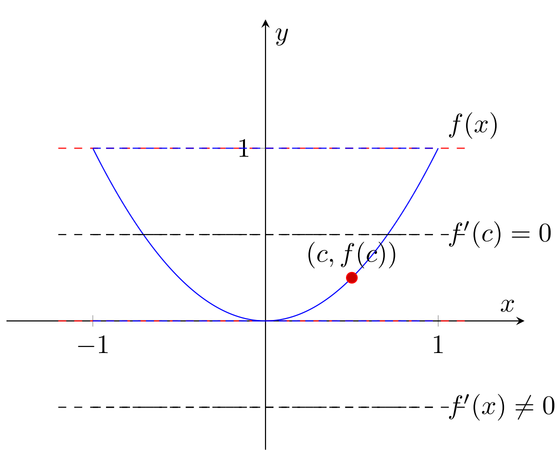
existe.

TEOREMA

Si f es diferenciable en x_0, entonces f es continua en x_0.

TEOREMA DE ROLLE.

Supongamos que $f \in C[a, b]$ y que es diferenciable en (a,b). Si $f(a) = f(b) = 0$, entonces existirá por lo menos un número C en (a,b) con $f'(c) = 0$.



TEOREMA DEL VALOR MEDIO

Si $f \in C[a,b]$ y f es diferenciable en m(a,b) entonces existirá un número c en (a,b) tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b} \tag{2}$$