Practica 2

miércoles, 8 de septiembre de 2021 11:16

2. Sean $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ *fbfs* que cumplen que $(\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B})$ es tautología. Sea $\mathscr{C}$ una *fbf* cualquiera. Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes *fbfs* son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

   i- $((\neg(\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}))\rightarrow \mathscr{C})$

   ii- $(\mathscr{C} \rightarrow ((\neg\mathscr{A}) \vee \mathscr{B}))$

   iii- $((\neg\mathscr{A}) \rightarrow \mathscr{B})$

i) |= v ((-(A-->B) --> C) si y solo si v(todo eso)=V

Entonces tenemos que evaluar todas las combinaciones de los v(A), v(B) y v(C) para ver que sea tautología:

A	B	C	A-->B	-(A-->B)	(-(A-->B)) --> C)
V	V	V	V	F	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
F	V	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	F	V

Tiene un valor F, no es tautología.

Lo mismo se hace con los otros dos, no los voy a hacer al pedo.

3. ¿Es cierto que dadas $\mathscr{A}$ y $\mathscr{B}$ *fbfs* cualesquiera, siempre ocurre que si $\mathscr{A}$ y $\mathscr{A} \rightarrow \mathscr{B}$ son tautologías entonces $\mathscr{B}$ también lo es? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.

A= llueve o no llueve

B= voy a trabajar

En este caso se da, porque si llueve o no llueve entonces voy a trabajar, y siempre llueve o no llueve, por lo que siempre voy a trabajar.

4. Sea $\mathscr{A}$ una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos $\wedge, \vee, \neg$. Sea $\mathscr{A}'$ la *fbf* que se obtiene a partir de $\mathscr{A}$ reemplazando cada $\wedge$ por $\vee$ y cada $\vee$ por $\wedge$. ¿Si $\mathscr{A}$ es una tautología, $\mathscr{A}'$ también lo es? Justificar. Ejemplificar con algunos ejemplos escritos en lenguaje natural.

"Llueve o no llueve" pasa a "Llueve y no llueve", lo cual es falso.

5. Demostrar que cualquier tautología proposicional que esté escrita usando los conectivos $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow$ contiene alguna ocurrencia ya sea del símbolo "$\neg$" o del símbolo "$\rightarrow$".
   Idea: Demostrar que cualquier fórmula que contenga sólo la conjunción y disyunción puede tomar el valor F.

Si la fórmula solo contiene ^ y v siempre puede tomar el valor F, cuando todas sus componentes sean falsas, ya que F v F = F y F ^ cualquiercosa = F, no hay ninguna fórmula que con todos sus componentes atómicos falsos pueda dar verdadero.

6. ¿Es cierto que en el Cálculo de Enunciados pueden escribirse dos *fbfs* que tengan diferentes letras de proposición y aún así ambas *fbfs* sean lógicamente equivalentes?. Fundar.

Si, porque lo que importa al final es el valor de verdad que toma la proposición, no las letras que tiene:

<u>Por ejemplo</u>: $\neg (p \vee q)$ es lógicamente equivalente a $((\neg p) \wedge (\neg q))$

Demostración:

¬	(p	v	q)	↔	(¬	p)	∧	(¬	q)
F	V	V	V	**V**	F	V	F	F	V
F	V	V	F	**V**	F	V	F	V	F
F	F	V	V	**V**	V	F	F	F	V
V	F	F	F	**V**	V	F	V	V	F

Si en la demostración, P y Q de uno de los lados fueran otras letras, pero con los mismos valores de verdad, se seguiría dando que se cumple la doble implicación, lo que hace que sean logicamente equivalentes.

7. Para las tablas dadas a continuación, encontrar al menos dos *fbf* del Cálculo de Enunciados que las tenga por tablas de verdad.
Ayuda: alcanza con usar p, q, $\neg, \wedge, \vee$.

p	q	*f?*
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

p	q	*f?*
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	F

p	q	*f?*
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

a) p v -p
b) (p v -p) ^ q
c) p ^ (q v -q)

8. Determinar cuáles de las siguientes *fbfs* son <u>lógicamente implicadas</u> por la *fbf* $(\mathscr{A} \wedge \mathscr{B})$. Fundamentar. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*

i- $\mathscr{A}$ ii- $\mathscr{B}$ iii- $\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$
iv- $\neg\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$ v- $\neg\mathscr{B} \to \mathscr{A}$ vi- $\mathscr{A} \leftrightarrow \mathscr{B}$
vii- $\mathscr{A} \to \mathscr{B}$ viii- $\neg\mathscr{B} \to \neg\mathscr{A}$ ix- $\mathscr{B} \to \neg\mathscr{A}$

También Diremos que **"A implica lógicamente a B"** o que "B es consecuencia lógica de A" (lo denotaremos con A ⇒ B) si la forma enunciativa A → B es una tautología.

1) Si
2) Si
3) Si
En el caso de los puntos de arriba es porque para que no los impliquen tiene que pasar que A^B sea V y el consecuente falso, Si A^B es porque tanto A como B son verdaderos, si pasa eso, también lo son los consecuentes nombrados arriba.
De acá para abajo asumimos que v(A) y v(B) es V, ya que es la única manera que el antecedente de la

implicación lógica sea verdadero, hay que ver si con estos valores de verdad los consecuentes pueden tomar el valor falso.
4) Como B es verdadero el consecuente no puede ser F
5) Para que el consecuente sea falso tiene que darse que v(-B)=V, lo que no puede pasar porque v(B)=V
6) Tanto v de A como de B es V, por lo que no puede ser F el consecuente.
7) Para que el consecuente sea F el v de A tiene que ser V, lo que se cumple, pero tiene que ser F el v de B, lo que nos se cumple
8) El valor del consecuente es siempre verdadero.
9) Esta es la única que no se ve lógicamente implicada, porque con v(A) y v(B) en F, (A^B) sería V y B-->-A sería F, por lo que la implicación lógica sería falsa.

9. Sea la relación $\leq$ tal que dadas *fbfs* $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ se cumple que $\mathscr{A} \leq \mathscr{B}$ sii $\mathscr{A} \to \mathscr{B}$ es una tautología. Dadas las *fbfs*: $p, p \to q, \neg p, p \wedge \neg p, r \vee \neg r$, organizarlas bajo la relación $\leq$. Representar gráficamente.

No hay chance

10. Sea $\mathscr{A}$ una *fbf* donde aparecen sólo los conectivos $\wedge, \neg$. Sea $\mathscr{A}'$ la *fbf* que se obtiene a partir de $\mathscr{A}$ reemplazando cada $\wedge$ por $\vee$ y cada letra de proposición por su negación (o sea, cada p por $\neg p$, cada q por $\neg q$, etc.). ¿Es cierto que $\mathscr{A}'$ es lógicamente equivalente a $\neg\mathscr{A}$? Fundamentar. Ejemplificar con algunos ejemplos concretos escritos en lenguaje natural.

Llueve y no llueve
A = (p ^ -p)
A' = (-p v p)

A' <-> -A
(-p v p) <-> -(p ^ -p)
(-p v p) <-> (-p v p)

Es verdad

11. Sea $\#$ el operador binario definido como $p\#q =_{def} (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$. *Def. de implicación lógica, ver def. 1.7 del Hamilton.*

   i- Probar que $\#$ es asociativo, es decir, $x\#(y\#z)$ es lógicamente equivalente a $(x\#y)\#z$.

   ii- Probar que $\#$ es conmutativo, es decir, $y\#z$ es lógicamente equivalente a $z\#y$.

Esto es plantear el coso con paréntesis y una tabla de verdad infinitamente grande?

12. Demostrar que las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes.

   i- $(p \to q)$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee q)$
   ii- $(p \leftrightarrow q)$ es lógicamente equivalente a $((p \to q) \wedge (q \to p))$
   iii- $(\neg(p \wedge q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \vee \neg q)$
   iv- $(\neg(p \vee q))$ es lógicamente equivalente a $(\neg p \wedge \neg q)$

Hago 1
i)

p	-->	q	<-->	-p	V	q

V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F

Y así con las demás