EJERCICIO 1:

Dada la siguiente información:

"Tini es feliz si aparece en TV. Si Tini es buena cantante, entonces graba un disco, pero si no es buena cantante, se deprime y no graba un disco. Tini aparece en TV cuando graba un disco o cuando se deprime".

Simbolizar en el lenguaje de la lógica de Enunciados y responder:

(a) Tini es buena cantante? Fundamentar.

(b) Tini no es buena cantante? Fundamentar.

(c) Tini es feliz? Fundamentar.

---

p = tini es feliz

q = tini aparece en tv

r = tini es buena cantante

s = tini graba un disco

t = tini se deprime

A1) q → p *"si tini es feliz entonces aparece en TV"*

A2) r → s *"si tini es buena cantante entonces graba un disco"*

A3) ~r → ~s *"si tini no es buena cantante entonces no graba un disco"*

A4) (s v t) → q *"si tini graba un disco o se deprime, aparece en tc"*

tini es buena cantante?

La conclusion es "r" para saber si es cierto hay que ver si la forma argumentativa es valida, para esto se asume r = F y buscamos que las premisas sean verdaderas.

q → p	r → s	~ r → ~ s	(s v t) → q	r
V **V** V	F **V** V	V F **V** V F	F V V **V** V	**F**

La forma argumentativa es **invalida** ya que para las valuaciones:

- s = F
- t = V
- q = V
- p = V

Las premisas son verdaderas y la conclusion F. Como la forma argumentativa es invalida, con las premisas verdaderas tini **NO** es buena cantante.

tini no es buena cantante?

La conclusion es "~r" para saber si es cierto hay que ver si la forma argumentativa es valida, para esto se asume ~r = F y buscamos que las premisas sean verdaderas.

q → p	r → s	~ r → ~ s	(s v t) → q	~r
V **V** V	V **V** V	F V **V** F V	V V V **V** V	**F**

La forma argumentativa es **invalida** ya que para las valuaciones:

- s = V
- t = V
- q = V
- p = V

Las premisas son verdaderas y la conclusion F. Como la forma argumentativa es invalida, con las premisas verdaderas tini **ES** buena cantante.

Tini es feliz?
La conclusion es “t” para saber si es cierto hay que ver si la forma argumentativa es valida, para esto se asume t = F y buscamos que las premisas sean verdaderas.

q → p	r → s	~ r → ~ s	(s v t) → q	t
V **V** V	V **V** V	F V **V** F V	V V F **V** V	F

La forma argumentativa es **invalida** ya que para las valuaciones:

- s = V
- t = V
- q = V
- p = V

Las premisas son verdaderas y la conclusion F. Como la forma argumentativa es invalida, con las premisas verdaderas tini **NO** es feliz.

EJERCICIO 2:

Sean A, B y C formas enunciativas. Se sabe que (¬ (A→B)) es tautología.
Dar un ejemplo de Fbf A y otro de B y otro de C.
Determinar, si es posible, cuáles de las siguientes formas enunciativas son tautologías y cuáles contradicciones. Justificar las respuestas.

i. (A→B)
ii. (B→A)
iii. (((¬A) ∨ B) → C)

---

i) Como ~(A → B) es una tauntologia su negacion (~~(A → B)) es una contradiccion, y como ~~(A → B) es logica mente equivalente a A → B. A → B es una **contradiccion**.

ii) al ~(A → B) ser una tauntologia, necesariamente (A → B) es una contradiccion. Y para que esto pase sabemos gracias a la tabla de verdad del condicional que solo da **F** en un caso (V → F) entonces necesariamente V(A) = V y V(B) = F. Entonces B → A nos daria un F → V lo cual nos lleva a que es una **tauntologia**.

iii) al ~(A → B) ser una tauntologia, necesariamente (A → B) es una contradiccion. Y para que esto pase sabemos gracias a la tabla de verdad del condicional que solo da **F** en un caso (V → F) entonces necesariamente V(A) = V y V(B) = F. Entonces V(~A) = V y V((~A) V B) = F. Por lo que, sea cual sea la valuacion de C, no se puede dar el caso que anula al condicional. Entonces (~A V B) → C es una **tauntologia**

EJERCICIO 3

3.1. Indicar si las siguientes afirmaciones valen en el sistema formal L (justificar) y escribir las afirmaciones en lenguaje natural (indicar, en una oración, que expresa la notación en cada inciso).

i. $\vdash_L (p \to q)$
ii. $\{p\} \vdash_L (p \to q)$

3.2. La siguiente cadena de pasos es una demostración en L a partir de un conjunto gama de premisas. Indicar qué premisas, axiomas y/o reglas se usan en cada paso.

$\{ p \to ((\neg s) \to r), (\neg s) \} \vdash_L (p \to r)$

1. $(p \to ((\neg s) \to r)) \to ((p \to (\neg s)) \to (p \to r))$
2. $p \to ((\neg s) \to r)$
3. $(\neg s) \to (p \to (\neg s))$
4. $(\neg s)$
5. $(p \to (\neg s)) \to (p \to r)$
6. $(p \to (\neg s))$
7. $(p \to r)$

3.1)

I. $p \to q$ No vale en el sistema formal L.
Para que valga se tiene que poder demostrar $\vdash_L (p \to q)$ y para esto, necesariamente $(p \to q)$ tiene que ser una tauntologia. Al no serlo, ya que para la valuacion V(p) = V y V(q)=F, $v(p \to q)$ = F. $p \to q$ no vale en el sistema formal L.
Una posible expresion en lenguaje natural puede ser:
"si Thomas estudia va a aprobar el examen",
siendo p = Thomas estudia y q = Thomas aprueba

II. $\{p\} \vdash_L (p \to q)$ No vale en el sistema formal L.
Demostracion por absurdo.
Asumiendo que vale $\{p\} \vdash_L (p \to q)$
Por metateorema de la deduccion tambien tiene que valer $\vdash_L p \to (p \to q)$ y para que esto valga, necesariamente $p \to (p \to q)$ tiene que ser una tauntologia. Lo cual es absurdo puesto que no lo es, Ya que para las valuaciones V(p) = V y V(q) = F tenemos que $V(p \to (p \to q))$ = F.
Una posible expresion en lenguaje natural puede ser:
"Si Thomas estudia entonces si estudia, va a aprobar"
siendo p = Thomas estudia y q = Thomas aprueba

3.2)

1. Instancia de L2, con A = (p) ; B = (~s) ; C = (r)
2. Hipotesis
3. Instancia de L1, con A = (~s) ; B = (p)
4. Hipotesis
5. MP entre 1 y 2
6. MP entre 3 y 4
7. MP entre 5 y 6.

EJERCICIO 4:

Expresar en un lenguaje de predicados de primer orden el conocimiento asociado a la siguiente situación: *"Todos los jugadores de la selección argentina que viven en Europa, participarán en el Mundial".*

Usar al menos los siguientes predicados:

- $P_1(x,y)$: "x es un jugador de la selección y"
- $P_2(x,y)$: "x vive en y"
- $P_3(x,y)$: "x participará en la copa y"

Dar una interpretación I (diferente) donde la fórmula propuesta sea falsa. La I debe incluir el dominio y las interpretaciones de las letras de constantes, funciones y predicados.

Funciones: Ø

Constantes:
I(c1) = simbolo de constante para representar a *Argentina*
I(c2) = simbolo de constante para representar a *Europa*
I(c3) = simbolo de constante para representar al *Mundial*

Formula:

$\forall (x)((P_1(x, c1) \wedge P_2(x, c2)) \rightarrow P_3(x, c3))$

Interpretacion donde la formula es falsa:
Universo: Numeros naturales
F = Ø
I(c1) = simbolo de constante para representar al numero 0
I(c2) = simbolo de constante para representar al numero 10
I(c3) = simbolo de constante para representar al numero 5
$I(P_1)$: "x es mayor que y"
$I(P_2)$: "x es menor que y"
$I(P_3)$: "x es igual que y"

Con esta interpretacion la formula es Falsa ya que para ser falsa no debe ser satisfactible por ninguna valuacion y para que sea satisfactible, por el cuantificador $\forall (x)$, debe ser satisfactible para todo valor de x. Y existen valores de x para los que no es satisfactible como por ejemplo: 1, 2, 3, 4. Entonces el cuantificador $\forall (x)$ no se puede satisfacer asi que la formula es **Falsa**

EJERCICIO 5:

5.1. Para cada una de las siguientes fbf decir si es satisfactible, verdadera, falsa, contradictoria o lógicamente válida. Recordar que una fbf puede ser verdadera en una interpretación y falsa en otra. Justificar mostrando las diferentes interpretaciones.

Funciones = {f(x)}, Predicados = {P_1, P_2}

i. $\forall x\ (P_1(f(x)) \rightarrow P_1(x))$
ii. $(P_1(x) \wedge P_2(x))$

5.2. Indicar si las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes y justificar la respuesta:
$\forall x(P_1(x) \vee P_2(x))$
$\forall x\ P_1(x) \vee \forall x\ P_2(x)$

5.1)

i)

$\forall x\ (P_1(f(x)) \rightarrow P_1(x))$

Para que sea satisfactible, tiene que existir una valoracion w (para x) i-equivalente y una interpretacion I que la satisfagan. Y como tiene un cuantificador $\forall$(x) para que se satisfaga, tiene que satisfacerse para cualquier valuacion de x.
Por ejemplo para la interpretacion
Universo: Numeros naturales
I(f): "x menos 2"
I(P_1): "x es par"
La formula se satisface para cualquier numero natural, entonces es **satisfactible** y tambien es **verdadera** ya que para ser verdadera tiene que existir una valoracion I en la cual cualquier valuacion la satisfaga.

Para ser falsa, tiene que existir una interpretacion para la cual ninguna valuacion la satisfaga. Y por el cuantificador $\forall$(x) para satisfacerse, todas las valuaciones la tienen que satisfacer. Entonces sera falsa si existe 1 valuacion que no la satisface.
Por ejemplo:
Universo: Numeros naturales
I(f): "el anterior de x"
I(P_1): "x es par"
Con esta interpretacion la formula es **Falsa** ya que existen valuaciones que no la satisfacen.
Como V(x) = 3

La formula **NO** es logicamente valida ya que se encontro una interpretacion en la cual hay valuaciones que no la satisfacen y **NO** es una contradiccion ya que se encontro una interpretacion con valuaciones que la satisfacen.

$(P_1(x) \wedge P_2(x))$

Para que sea satisfactible, tiene que existir una valoracion w (para x) i-equivalente y una interpretacion I que la satisfagan.
Por ejemplo para la interpretacion:
Universo: Numeros naturales
I(P_1): "x es multiplo de 1"
I(P_2): "x es $\geq$ 0"
Con esta interpretacion para cualquier valuacion de x se va a satisfacer. Entonces la formula es **satisfactible** y **verdadera**.

Para que sea falsa, tiene que existir una interpretacion donde ninguna valuacion la satisfaga.
Por ejemplo:
Universo: Numeros naturales
$I(P_1)$: "x es par"
$I(P_2)$: "x esimpar"
Con esta interpretacion la formula es **falsa** ya que ningun numero natural es par e impar al mismo tiempo.

La formula **NO** es logicamente valida ya que se encontro una interpretacion en la cual hay valuaciones que no la satisfacen y **NO** es una contradiccion ya que se encontro una interpretacion con valuaciones que la satisfacen.

5.2) No son logicamente equivalentes. Demostracion por el contrario ejemplo
Universo: Numeros naturales
$I(P_1)$ = x es par
$I(P_2)$ = x es impar
Con esta interpretacion tenemos que
$\forall(x)(P_1(x) \vee P_2(x))$ es **Verdadera** ya que todos los numeros naturales son pares o impares.

Pero $\forall(x) P_1(x) \vee \forall(x) P_2(x)$ es **Falsa** ya que no todos los numeros naturales son pares o todos los numeros naturales son impares.