

1) T_c : tiempo de vida de un componente en días

$$T_c \sim E\left(\lambda = \frac{1}{10}\right) \quad E(T) = 10 \quad \text{Var}(T) = 100$$

Probabilidad de quedar en faltar $< 0,05$ en viaje de 365 días
 $\sum T_c$ de los componentes > 365

$$\sum_n T_c = \sum_n E\left(\lambda = \frac{1}{10}\right) = \Gamma\left(n, \frac{1}{10}\right)$$

Probabilidad $\sum T_c < 365$ tiene que ser menor a $0,05$

$$P(\sum T_c < 365) < 0,05$$

$$n \cdot T_c(x) = \frac{\lambda^n}{\Gamma(n)} \cdot x^{n-1} \cdot e^{-\lambda x} = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} \cdot x^{n-1} \cdot e^{-\lambda x}$$

$$\text{Si } f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \Rightarrow F(x) = \int f(x) dx = P(X < x)$$

$$P(X < 365) = \int_0^{365} \frac{\left(\frac{1}{10}\right)^n}{(n-1)!} \cdot x^{n-1} \cdot e^{-\frac{1}{10}x} dx$$

$$\text{Caso } n = 47$$

$$P(X < 365) = \int_0^{365} \frac{0,1^{47}}{46!} \cdot x^{46} \cdot e^{-0,1x} dx = 0,0533 > 0,05 \quad \times$$

$$\text{Caso } n = 48$$

$$P(X < 365) = \int_0^{365} \frac{0,1^{48}}{47!} \cdot x^{47} \cdot e^{-0,1x} dx = 0,03873 < 0,05 \quad \checkmark$$

Se necesitan 48 componentes al menos, para que la probabilidad de quedar en faltar sea menor a $0,05$

EJERCICIO 2

```
In [18]: import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
In [19]: !wget "https://raw.githubusercontent.com/FIUBA-Posgrado-Inteligencia-Artificial/CEIA_ProbayEstadistica/master/Examen/temp_min_promedio.csv"
--2022-08-16 03:31:09-- https://raw.githubusercontent.com/FIUBA-Posgrado-Inteligencia-Artificial/CEIA_ProbayEstadistica/master/Examen/temp_min_promedio.csv
Resolving raw.githubusercontent.com (raw.githubusercontent.com)... 185.199.108.133, 185.199.109.133, 185.199.110.133, ...
Connecting to raw.githubusercontent.com (raw.githubusercontent.com)|185.199.108.133|:443... connected.
HTTP request sent, awaiting response... 200 OK
Length: 1181 (1.2K) [text/plain]
Saving to: 'temp_min_promedio.csv.1'

temp_min_promedio.c 100%[=====>] 1.15K --.-KB/s in 0s

2022-08-16 03:31:09 (42.4 MB/s) - 'temp_min_promedio.csv.1' saved [1181/1181]
```

```
In [20]: file="temp_min_promedio.csv"
temp=pd.read_csv("temp_min_promedio.csv")
```

```
In [21]: temp.head()
```

```
Out[21]:
```

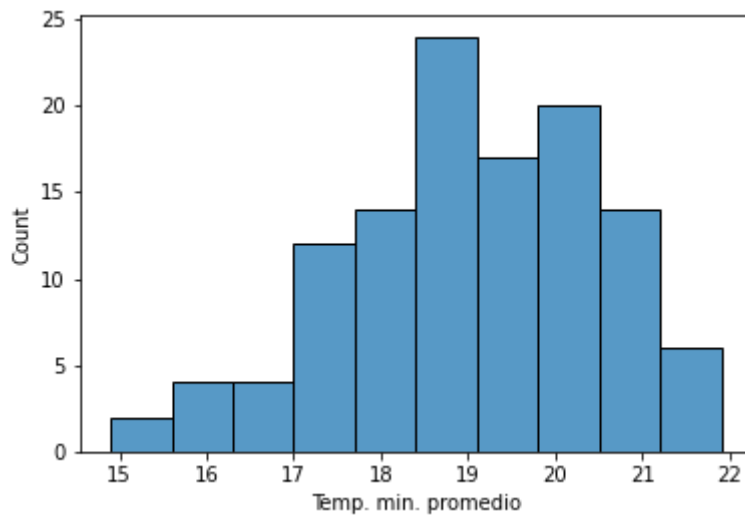
	Año	Temp. min. promedio
0	1906	17.6
1	1907	17.2
2	1908	15.5
3	1909	17.4
4	1910	17.4

```
In [22]: muestras=len(temp["Temp. min. promedio"])
max=np.max(temp["Temp. min. promedio"])
min=np.min(temp["Temp. min. promedio"])
delta=(max-min)/10
delta,max,min
```

```
Out[22]: (0.6999999999999998, 21.9, 14.9)
```

```
In [23]: sns.histplot(temp,x="Temp. min. promedio", bins=10)
```

```
Out[23]: <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x7fe8dab90f10>
```



h_{9h10} es la cantidad de muestras con $T > 20.5$

h_{10} es la cantidad de muestras con $T > 21.2$

h_9 es la cantidad de muestras entre $20.5 < T < 21.2$

```
In [24]: h9h10=np.count_nonzero(temp["Temp. min. promedio"] >= max-2*delta)
h10=np.count_nonzero(temp["Temp. min. promedio"] >= max-delta)
h9=h9h10-h10
```

Al querer parecer a una función de densidad, calculamos el área bajo los bins involucrados en nuestra probabilidad de que la T sea mayor a 20.7° .

Esto nos da una probabilidad de 0.0957 de que la temperatura del siguiente enero sea mayor a 20.7°

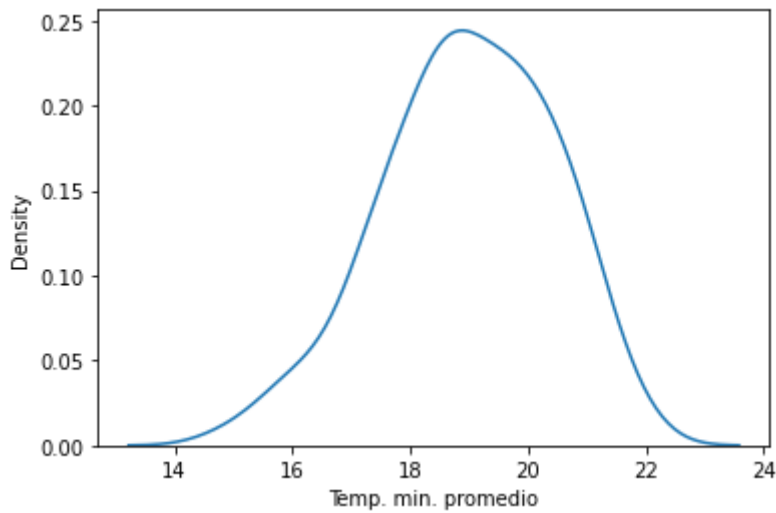
```
In [25]: Tbuscada=20.7
Prob=((max-delta-Tbuscada)*h9+h10*delta)/muestras
Prob
```

```
Out[25]: 0.09572649572649572
```

Ploteando la función de densidad estimada por kernel, podemos ver que se ajusta al histograma, siendo esta continua, y así reduciendo el error de varianza y sesgo

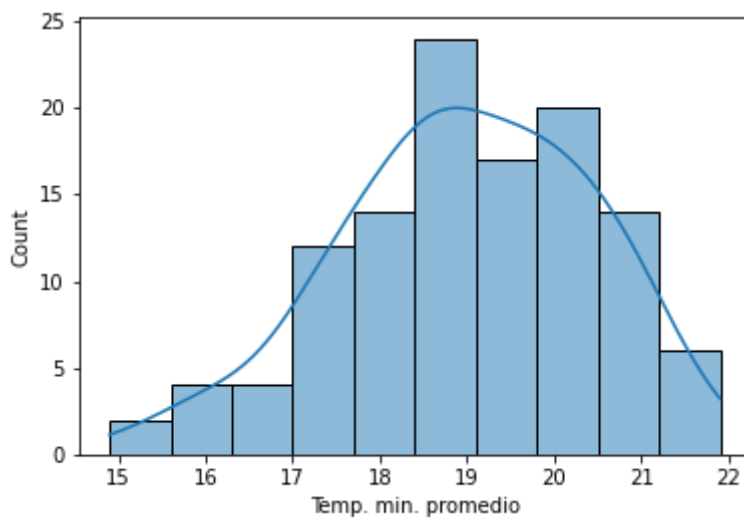
```
In [26]: sns.kdeplot(temp['Temp. min. promedio'])
```

```
Out[26]: <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x7fe8daa2c4d0>
```



```
In [27]: sns.histplot(temp,x="Temp. min. promedio", bins=10,kde=True)
```

```
Out[27]: <matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x7fe8da9c1c10>
```



EJERCICIO 4

X: Dilatacion de rieles por temperatura

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

```
In [28]: import numpy as np
```

Necesitamos un pivote para determinar el IC. Para esto estimamos μ y σ^2 que al ser estimado obtenemos S^2

```
In [29]: x=np.array([0.008, 0.032, 0.023, 0.015,0.022, 0.004, 0.028, 0.042, 0.06, 0.018])
n=len(x)
x_est=x.mean()
#sig2_est=np.power(x.std(),2)

sig2_est=np.sum(np.power(x-x_est,2))/(n-1)

x_piv=x_est
#Varianza del estimador es La varianza de La sumatoria de xi dividido n,
#sacando n fuera de La varianza sale al cuadrado, n^2
#La varianza de una suma de variables aleatorias independientes es n.Var(xi)
```

```
#Por Lo tanto:
var_piv=sig2_est/n
#si evaluamos la bondad del estimador con n en el infinito, el la varianza es 0,
#asique se puede considerar a x_piv un estimador consistente
```

Nuestro pivote distribuye como una t de student

$$(X - \mu)/S * \sqrt{n} \sim t(n - 1) \text{ (parametros estimados, distribucion aproximada)}$$

Buscamos el IC = $[a < U < b]$, para esto estandarizamos la distribucion y buscamos los cuantiles 0.025 y 0.975 quedando en el medio nuestro IC de confianza de 0.95

$$(X - \mu)/S * \sqrt{n} \sim t(n - 1) \text{ (Xraya)}$$

```
In [30]: import scipy.stats as stats
a=stats.t(9).ppf(0.025)
b=stats.t(9).ppf(0.975)
a,b
```

```
Out[30]: (-2.262157162740992, 2.2621571627409915)
```

Destandaricemos:

```
In [31]: #x_estand=(x-x_piv)/np.sqrt(var_piv)
a_f=round(a*np.sqrt(var_piv)+x_piv,5)
b_f=round(b*np.sqrt(var_piv)+x_piv,5)
a_f,b_f
```

```
Out[31]: (0.01336, 0.03704)
```

Finalmente nuestro IC(0.95)=(0.01336, 0.03704) en metros

Esto quiere decir que tenemos un 95% de certeza de que la media de dilatacion esta en el intervalo.

Si la media de la distribucion es mayor a 0.02 metros, se deben revisar las instalaciones debido al espacio ya establecido entre riel y riel. ¿Puede asegurar con un nivel de significacion de 0.05 que es necesario revisar las instalaciones? ¿Que error se podría estar cometiendo al tomar esta decision?

Planteo un test de hipotesis:

H0:No es necesario revisar las instalaciones ($\mu = 0.02$)

H1:Es necesario revisar las instalaciones ($\mu > 0.02$)

Nuestra funcion $\delta(x)$ para rechazar H0 sera 1 cuando el estadistico de prueba sea mayor a nuestro $k(1 - \alpha)$ y 0 en otro caso.

Propongo el estadistico de prueba x estimado

```
In [32]: x_est
```

```
Out[32]: 0.0252
```

Obtengo el cuantil de $(1-0.05)$ de la distribución t de student $(n-1)$

```
In [52]: stats.t(9).ppf(0.95)
```

```
Out[52]: 1.8331129326536335
```

Estandarizo mi estadístico de prueba

```
In [43]: (x_est-0.02)/np.sqrt(var_piv)
```

```
Out[43]: 0.9938926996864472
```

Como mi estadístico de prueba es menor que el cuantil de la t de student en 0.95, no rechazo H_0 , es decir que "no es necesario revisar las instalaciones", pudiendo cometer un error tipo II, que la media si sea mayor a 0.02 y que si haya sido necesario revisar las instalaciones.