

## Guía 2

1. Considere el espacio vectorial euclídeo  $\mathbb{R}^5$  con el producto interno clásico ( $\langle x, y \rangle = x^T y$ ), y un subespacio  $U \subset \mathbb{R}^5$  dado por el conjunto generador:

$$U = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} \right\}, \quad x = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hallar la proyección ortogonal de  $x$  sobre  $U$ .

2. Sea  $\mathbb{R}^3$  con producto interno dado por  $\langle x, y \rangle = x^T A y$ ,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ .

- a) Hallar la proyección ortogonal de  $e_2 = [0, 1, 0]^T$  sobre el subespacio  $S = \text{gen}\{[1, 0, 0]^T, [0, 0, 1]^T\}$ .
- b) Hallar la distancia de  $e_2$  a  $S$ .

3. Sea  $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ .

- a) Demostrar que  $A$  es definida positiva.
- b) Sea  $V = \mathbb{R}^{2 \times 1}$ , con el producto interno  $\langle X, Y \rangle = Y^T A X$ . Hallar una base ortonormal de  $V$  aplicando el proceso de Gram-Schmidt a la base canónica de  $\mathbb{R}^2$ .

4. Se llama transformación afín a una transformación lineal seguida de un desplazamiento, es decir  $y = Ax + b$  para un  $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m$ . Demostrar que una composición de dos transformaciones afines (e.g., la aplicación de una después de la otra) puede reducirse a una sola. *Obs.:* Esto explica la necesidad de una función no lineal a la salida de todas las capas (salvo la última) en una red neuronal.

5. Supongamos que el precio de casas en Boston se obtiene a partir del siguiente modelo:

$$p = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 + \delta x_4,$$

donde  $p$  es el precio de la casa,  $x_1$  es la cantidad de metros cuadrados,  $x_2$  la cantidad de baños completos,  $x_3$  la cantidad de medios baños y  $x_4$  cantidad de habitaciones. Usando las columnas 'LotArea', 'FullBath', 'HalfBath', 'BedroomAbvGr', 'SalePrice' de archivos `houseprices.csv` estimar los coeficientes  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  del modelo.