3. En un juego de ruleta que cuenta con los números del 0 al 36, un jugador siempre apuesta a tercera docena, es decir que sólo lo benefician los números del 25 al 36 inclusive. El casino sospecha que un crupier intenta favorecer al jugador, y está dispuesto a despedirlo si encuentra evidencia suficiente de que lo favorece. Luego de 100 bolas tiradas por el crupier, salió la tercer docena 40 veces.

a) Hallar un test de hipótesis de nivel asintótico 0.05 adecuado a este problema y basándose en él decidir si el casino debe despedir al crupier.

b) Calcular el p-valor aproximado.

H_0: "El crupier NO favorece..." H_1: "El crupier favorece al jugador."

$H_0: \quad p = 0{,}324 \qquad\qquad H_1: \quad p > 0{,}324$

$$\mathbb{P}(\text{"Tercer docena"}) = \frac{12}{37} = 0{,}324 =$$

p: "Prueba de que salga la 3° docena"

$$X = \begin{cases} 1 & \text{sale 3° docena} \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \qquad X \sim Ber(p)$$

$$T(\underline{X}) = \overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{100} X_i$$

$$p_{\underline{X}}(\underline{x}) = \prod_{i=1}^{n} p_{X_i}(x_i) = \prod_{i=1}^{n} p^{x_i}(1-p)^{1-x_i} = \underbrace{p^{\sum x_i}(1-p)^{n-\sum x_i}}_{g(T(\underline{x}),\ p)} \cdot \underbrace{1}_{h(\underline{x})}$$

$$\hookrightarrow \sum x_i =: T(\underline{x})$$

$$\Rightarrow T(\underline{X}) = \frac{\sum^{100} X_i}{n} = \bar{X}$$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\{\bar{X} > k_\alpha\}$$

$$\alpha = 0{,}05 = \mathbb{P}_{p=0{,}324}(\delta(\underline{X}) = 1) = \mathbb{P}_{p=0{,}324}(\bar{X} > k_\alpha) = \text{TCL}$$

$$= \mathbb{P}_{p=0{,}324}\left(\frac{\bar{X} - 0{,}324}{\sqrt{0{,}324 \cdot 0{,}676}}\sqrt{100} > k'_\alpha\right) \approx 1 - \Phi(k'_\alpha$$

$$k_\alpha' = \frac{k_\alpha - 0{,}324}{\sqrt{0{,}324 \cdot 0{,}676}} \cdot \sqrt{100}$$

$$0.05 = 1 - \Phi(k_\alpha') \Rightarrow k_\alpha' = z_{0.95} = 1.6449$$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \frac{\bar{X} - 0{,}324}{\sqrt{0{,}324 \cdot 0{,}676}} \cdot \sqrt{100} > 1.6449 \right\}$$

con mis datos: $\bar{x} = 0{,}4$

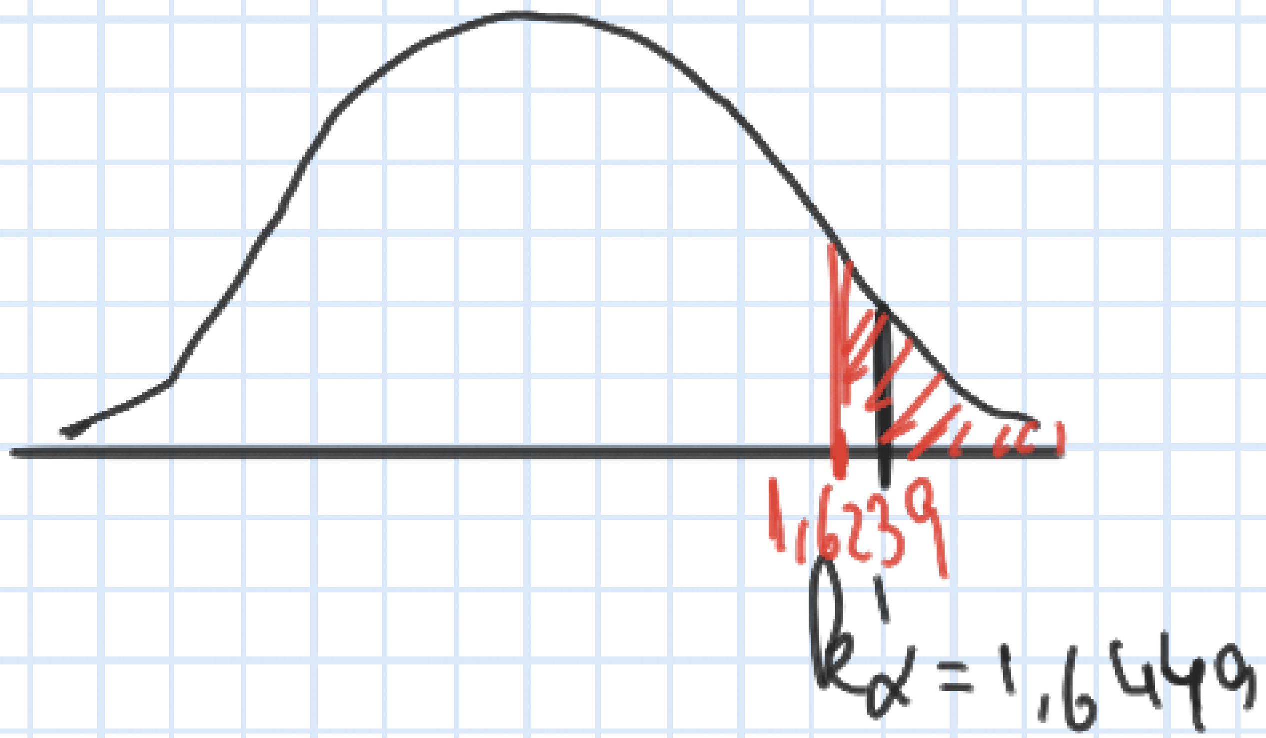
$$\Rightarrow z_{obs} = \frac{\bar{x} - 0{,}324}{\sqrt{0{,}324 \cdot 0{,}676}} \sqrt{100} = 1{,}6239$$

$$\Downarrow$$

No Rechazo Ho

(y el croupier conserva el trabajo)

b) $$p\_valor = P_{p=0,324}\left(\underbrace{\frac{\bar{X} - 0,324}{\sqrt{0,324 \cdot 0,676}} \sqrt{100}}_{\approx N(0,1)} \geq 1.6239 \right) \approx \underline{0.0522}$$



4. Distribución de los tamaños de los archivos del tráfico de Internet(en 1000KB) que utiliza el protocolo TCP (muchos archivos pequeños, pocos archivos grandes sigue una distribución de Pareto dada por:

$$f_X(x) = \theta(0.5)^\theta x^{-(\theta+1)} 1\{x > 0.5\} \qquad \theta > 0$$

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta (0,5)^\theta x_i^{-(\theta+1)} 1\{x_i > 0,5\} = \underbrace{\prod_{i=1} f_\theta(x_i)}_{f_\theta(\underline{x})}$$

$$= \theta^n (0,5)^{n\theta} \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{-(\theta+1)}$$

$$\ln L(\theta) = n \ln(\theta) + n\theta \ln(1/2) - (\theta+1)\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \ln L(\theta) = \frac{n}{\theta} + n \ln(1/2) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)$$

$$-\ln(2)$$

$$\frac{1}{\sum^{n}(\ln(1/2) - \ln(x_i))} = \frac{-1}{\left(\sum \ln(x_i) - \ln(1/2)\right)}$$

$$= \frac{-1}{\left(\sum \ln(x_i \cdot 2)\right)}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\theta) = \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^{n} \ln(2x_i) = 0$$

$$\theta = \frac{n}{\sum \ln(2x_i)}$$

$$\hat{\theta}(\underline{X}) = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln(2X_i)}$$

$$\hat{\theta}(\underline{x}) = \frac{15}{\sum_{i=1}^{15} \ln(2x_i)}$$