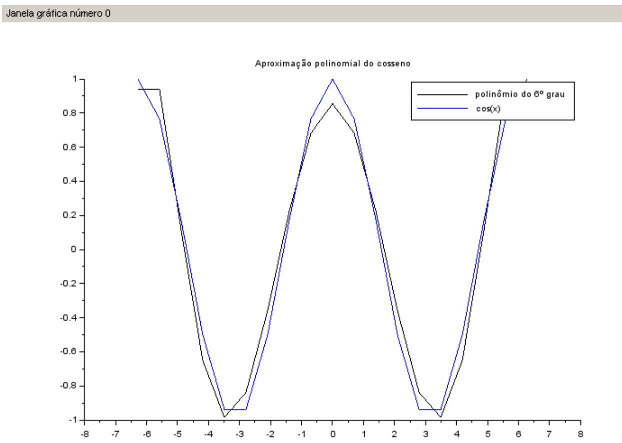
Fernanda Scovino - 09/05/2017 - FGV/EMAp

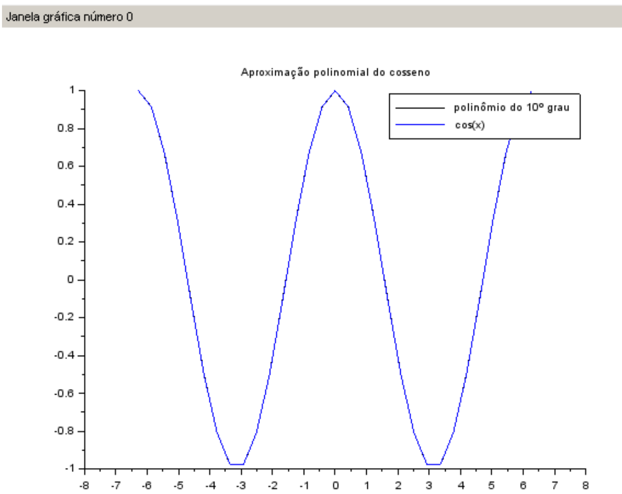
Modelagem Matemática III - Aula Prática 3

I-4) $f(x) = cos(x)$ e $[e, d] = [-2\pi, 2\pi]$

$$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(cos, -2\pi, 2\pi, 6)$$

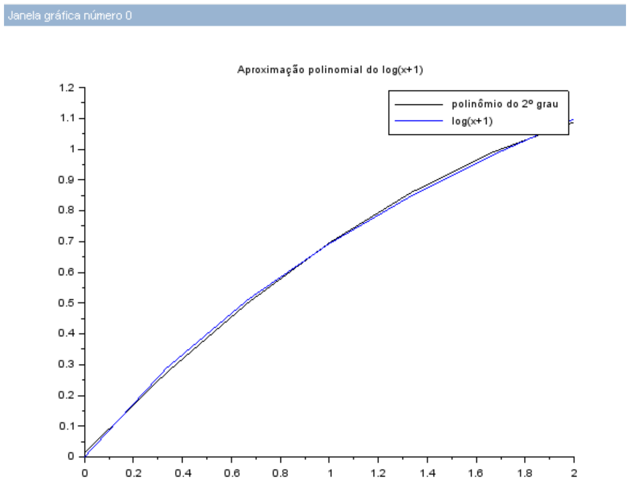


$$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(cos, -2\pi, 2\pi, 10)$$

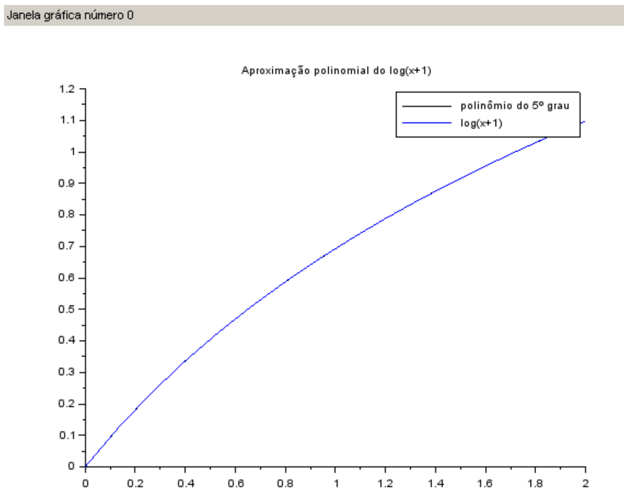


I-4) $f(x) = ln(1+x)$ e $[e,d] = [0,2]$ (a função log_x1 equivale a $ln(x+1)$)

$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(log\_x1, 0, 2, 2)$

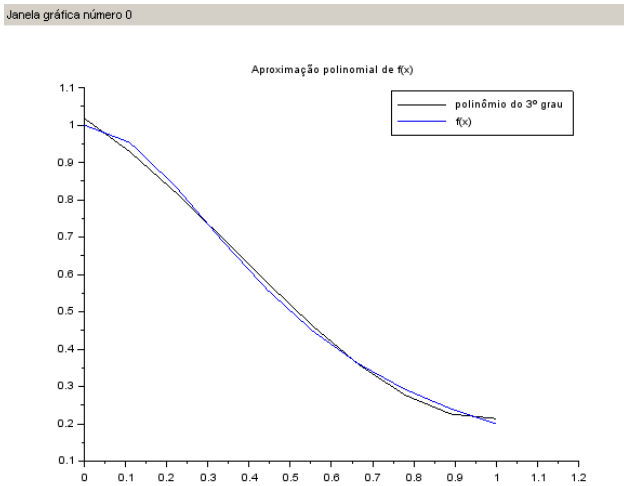


$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(log\_x1, 0, 2, 5)$

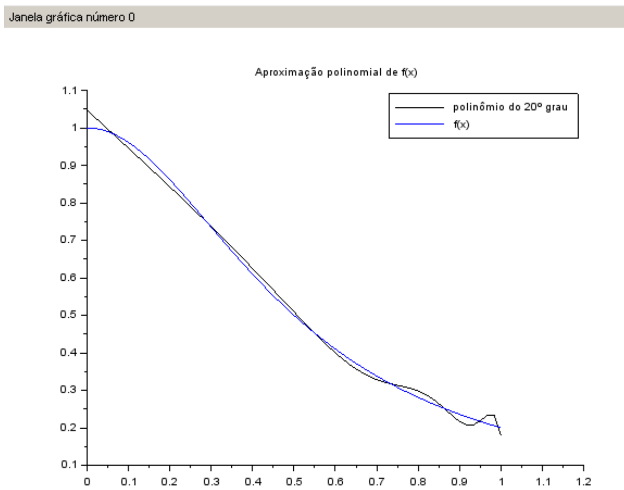


I-4) $f(x) = \frac{1}{1+4x^2}$ e $[e, d] = [0, 1]$ (a função f_x equivale a $\frac{1}{1+4x^2}$)

$$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(f\_x, 0, 1, 3)$$



$$--> [v, E, x, y] = ajuste\_polinomial(f\_x, 0, 1, 20)$$



II) $y = a_1 \times x + a_0$

$$\begin{cases} a_0 + 5 * a_1 = 2 \\ a_0 + 7 * a_1 = 3.3 \\ a_0 + 8 * a_1 = 4 \\ a_0 + 12 * a_1 = 7.3 \\ a_0 + 13 * a_1 = 7.9 \\ a_0 + 16 * a_1 = 10.1 \end{cases}$$

A partir do sistema, obtemos:

$$Av = b, onde \begin{cases} A = \text{matriz dos coeficientes de } a_0 \text{ e } a_1 \\ v = \text{vetor de coordenadas } a_0 \text{ e } a_1 \\ b = \text{vetor dos valores de y} \end{cases} \tag{1}$$

Esse sistema não tem solução, mas podemos usar uma melhor aproximação, da forma:

$$Av = b', onde \begin{cases} b' = proj_b W \\ W = col(A) \end{cases} \tag{2}$$

Para obter v, resolvemos a equação:

$$A^T A v = A^T b$$

Sendo $M = A^T A$ e $k = A^T$, usamos a eliminação gaussiana implementada no Scilab para resolver o sistema:

$--> v = Gaussian\_Elimination\_4(M, k)$

Obtendo:

$$v = \begin{bmatrix} -1.8710173 \\ 0.7512476 \end{bmatrix}$$

Logo, temos a função: $y = 0.7512476 \times x - 1.8710173$

E, para $x = 10$, temos $y = 5.6414587$

III) Para achar os coeficientes da função $h(t) = h_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$, criamos uma função $ajuste\_polinomial2$, que ajusta um conjunto de dados relacionados ao invés de uma função. Nesse caso, nossos dados são:

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 107 \\ 110.2 \\ 99.9 \\ 83.7 \end{bmatrix}$$

Aplicando a função, obtemos:

$-- > [v, E, b] = ajuste\_polinomial2(x, y, 2)$

$$v = \begin{bmatrix} 96 \\ 16.23 \\ -4.85 \end{bmatrix}$$

Logo $h_0 = 96$, $v_0 = 16.23$, e $g = -4.85 \times 2 = -9.7$

IV) Nesse exercício, podemos achar uma aproximação linear calculada através do log dos resultados.

$$\begin{aligned} y &= a \times e^{-bt} \\ k &= log(y) = log(a) - b \times t \end{aligned}$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \\ 15 \\ 18 \\ 24 \end{bmatrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} log(20) \\ log(12) \\ log(10) \\ log(5.4) \\ log(2.8) \\ log(1.4) \\ log(0.75) \\ log(0.4) \\ log(0.1) \end{bmatrix}$$

Seguindo o mesmo procedimento do item III, aplicamos a função e obtemos:

$--> [v, E, b, A] = ajuste\_polinomial2(x, k, 1)$

$$v = \begin{bmatrix} 2.9247906 \\ -0.2153510 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} k &= 2.9247906 - 0.2153510 \times t \\ y &= 18.630325 \times e^{-0.2153510t} \end{aligned}$$

$$y_{est} = \begin{bmatrix} 18.630325 \\ 14.387639 \\ 9.7643461 \\ 5.1175949 \\ 2.6821844 \\ 1.4057606 \\ 0.7367737 \\ 0.3861507 \\ 0.1060724 \end{bmatrix}$$