

Vetor $A[1..n] = [20, 10, 15, 4, 7, 8, 3, 1, 2]$

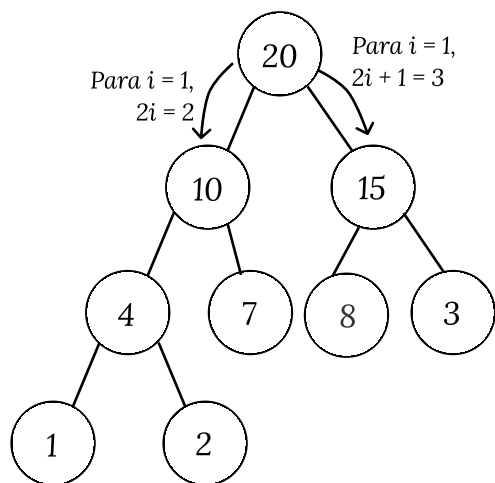
O índice i indica a posição do elemento na árvore, que deve obedecer às seguintes condições:

filho esquerdo: $2i$
filho direito: $2i + 1$
pai: $i/2$

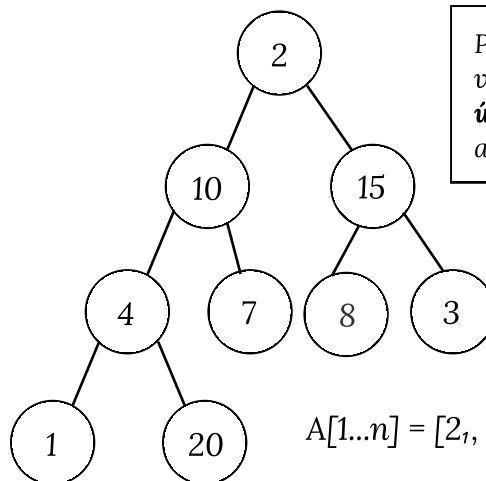
$A[i] \geq A[2i]$
&
 $A[i] \geq A[2i + 1]$

Sendo assim, a árvore binária completa representada por A é:

$A[1..n] = [20_1, 10_2, 15_3, 4_4, 7_5, 8_6, 3_7, 1_8, 2_9]$



O elemento de maior prioridade é o topo da árvore, ou seja, o índice 1. Mas é importante manter a integridade da estrutura.

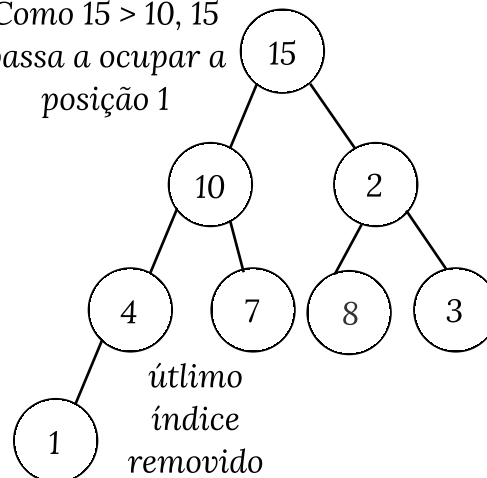


Para remover 'tranquilamente', vamos **trocar o primeiro e o último índice**, e depois consertar a árvore.

$A[1..n] = [2_1, 10_2, 15_3, 4_4, 7_5, 8_6, 3_7, 1_8, 20_9]$

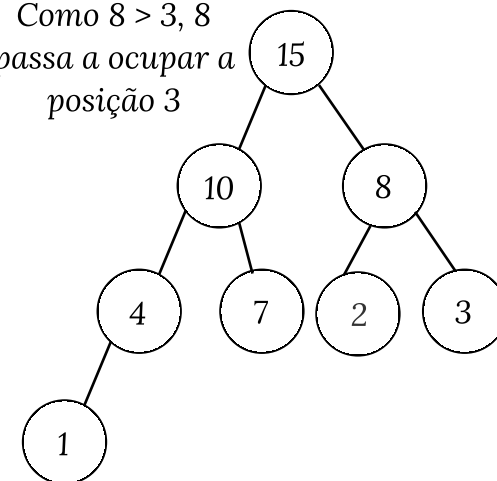
Para que a árvore continue satisfazendo aos requisitos do max-heap, é necessário efetuar **sucessivas trocas**

Como $15 > 10$, 15 passa a ocupar a posição 1

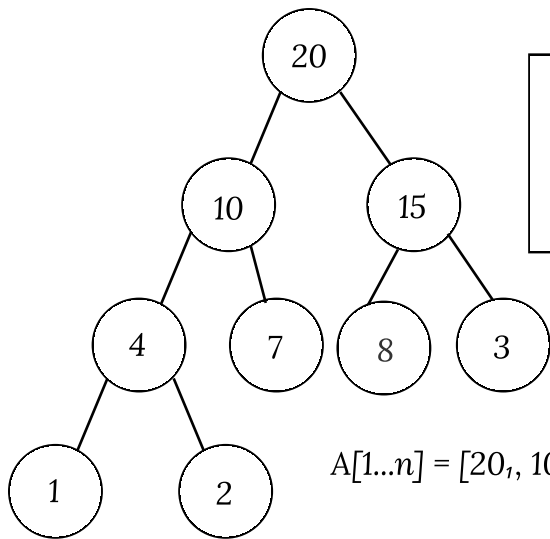


$A[1..n] = [15_1, 10_2, 2_3, 4_4, 7_5, 8_6, 3_7, 1_8]$

Como $8 > 3$, 8 passa a ocupar a posição 3

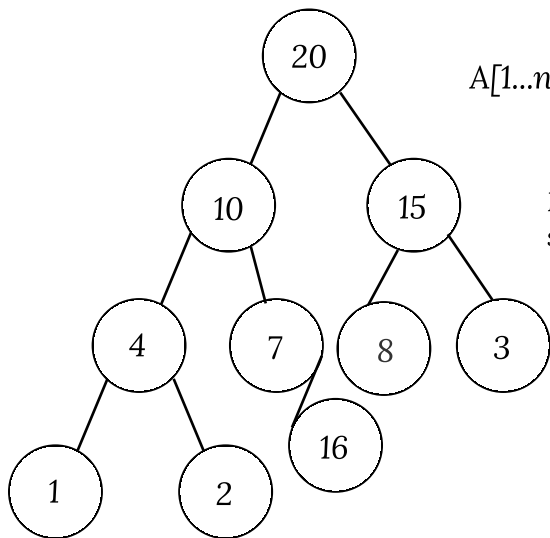


$A[1..n] = [15_1, 10_2, 8_3, 4_4, 7_5, 2_6, 3_7, 1_8]$



Para inserir o elemento com suavidade, vamos **inserir-lo no último índice**, e depois consertar a árvore.

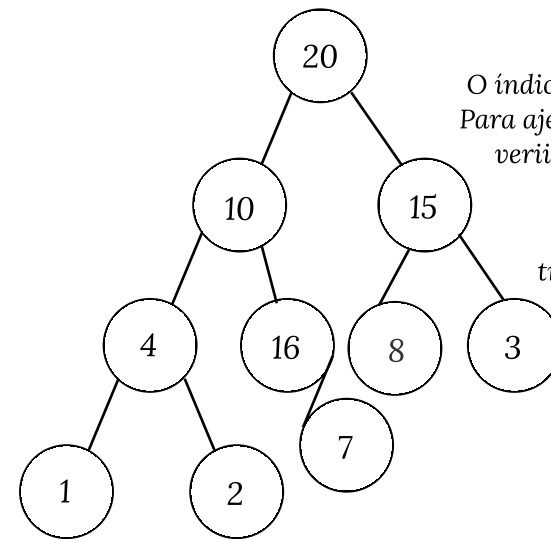
$A[1...n] = [20_1, 10_2, 15_3, 4_4, 7_5, 8_6, 3_7, 1_8, 2_9]$



$A[1...n] = [20_1, 10_2, 15_3, 4_4, 7_5, 8_6, 3_7, 1_8, 2_9, 16_{10}]$

Para consertar a árvore, devemos verificar se o novo elemento satisfaz a condição:

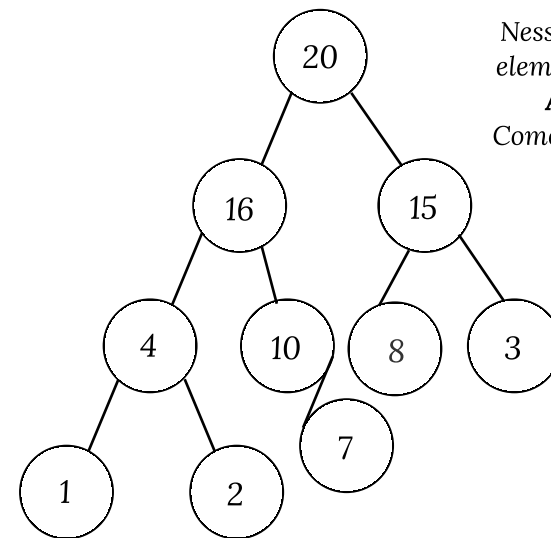
$$A[i] \geq A[2i] \quad \& \quad A[i] \geq A[2i + 1]$$



O índice do elemento '16' é 10.
Para ajeitar a árvore, devemos verificar se $A[10//2] \geq 16$.

Como $A[5] = 7$ e $7 < 16$, trocamos os elementos de posição

$A[1...n] = [20_1, 10_2, 15_3, 4_4, 16_5, 8_6, 3_7, 1_8, 2_9, 7_{10}]$



Nesse caso, o índice do elemento passa a ser 5.

$A[5//2] = A[2] = 10$
Como $10 < 16$, trocamos novamente

$A[1...n] = [20_1, 16_2, 15_3, 4_4, 10_5, 8_6, 3_7, 1_8, 2_9, 7_{10}]$

Sabemos que as condições da estrutura foram satisfeitas porque 16 está na posição $i = 2$ e $A[1//2] = 20$ e $20 > 16$