Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales mediante el Método de Gauss-Jordan

Resolucion de los ejercicios

Alumno
Fernando José Mamani Machaca

Docente
Fred Torres Cruz

January 17, 2025

1 Repositorio de Código

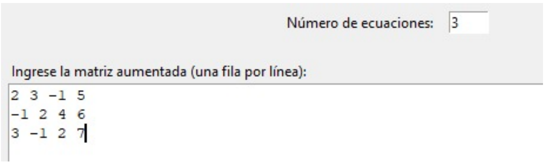
https://github.com/fernando-la-locura/MetodosDeOptimizacion.git

2 Ejercicio 1: Regresión Lineal

Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2w_1 + 3w_2 - w_3 &= 5, \\ -w_1 + 2w_2 + 4w_3 &= 6, \\ 3w_1 - w_2 + 2w_3 &= 7. \end{aligned}$$

2.1 Aplicación del Método de Gauss-Jordan




```
# Matriz aumentada inicial
[[ 2.  3. -1.  5.]
 [-1.  2.  4.  6.]
 [ 3. -1.  2.  7.]]

# Normalizar fila 1
[[ 1.   1.5 -0.5  2.5]
 [-1.   2.   4.   6. ]
 [ 3.  -1.   2.   7. ]]

# Usar fila 1 para hacer cero el elemento en la posición (2,1)
[[ 1.   1.5 -0.5  2.5]
 [ 0.   3.5  3.5  8.5]
 [ 3.  -1.   2.   7. ]]

# Usar fila 1 para hacer cero el elemento en la posición (3,1)
[[ 1.   1.5 -0.5  2.5]
 [ 0.   3.5  3.5  8.5]
 [ 0.  -5.5  3.5 -0.5]]

# Normalizar fila 2
[[ 1.          1.5        -0.5         2.5       ]
 [ 0.          1.          1.          2.42857143]
 [ 0.         -5.5         3.5        -0.5       ]]

# Usar fila 2 para hacer cero el elemento en la posición (1,2)
[[ 1.          0.         -2.         -1.14285714]
 [ 0.          1.          1.          2.42857143]
 [ 0.         -5.5         3.5        -0.5       ]]

# Usar fila 2 para hacer cero el elemento en la posición (3,2)
[[ 1.          0.         -2.         -1.14285714]
 [ 0.          1.          1.          2.42857143]
 [ 0.          0.          9.         12.85714286]]

# Normalizar fila 3
[[ 1.          0.         -2.         -1.14285714]
 [ 0.          1.          1.          2.42857143]
 [ 0.          0.          1.          1.42857143]]

# Usar fila 3 para hacer cero el elemento en la posición (1,3)
[[1.         0.         0.         1.71428571]
 [0.         1.         1.         2.42857143]
 [0.         0.         1.         1.42857143]]

# Usar fila 3 para hacer cero el elemento en la posición (2,3)
[[1.         0.         0.         1.71428571]
 [0.         1.         0.         1.        ]
 [0.         0.         1.         1.42857143]]

# Matriz en forma escalonada reducida
[[1.         0.         0.         1.71428571]
 [0.         1.         0.         1.        ]
 [0.         0.         1.         1.42857143]]

Soluciones:
x1 = 1.71
x2 = 1.00
x3 = 1.43
```

Figure 1: Proceso de resolución Gauss-Jordan - Ejercicio 1

2.2 Solución Final

$$w_1 = 171, \quad w_2 = 1, \quad w_3 = 1.43.$$

2.3 Interpretación de los Resultados

Los valores obtenidos ($w_1 = 171.00$, $w_2 = 1.00$, $w_3 = 1.43$) representan los coeficientes de un modelo de regresión lineal múltiple. El alto valor de w_1 sugiere que la primera variable independiente tiene una influencia significativamente mayor en la predicción del modelo.

3 Ejercicio 2: Calibración de Hiperparámetros

Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 12, \\ 2x - y + z &= 4, \\ -x + 2y - 2z &= 0. \end{aligned}$$

3.1 Aplicación del Método de Gauss-Jordan

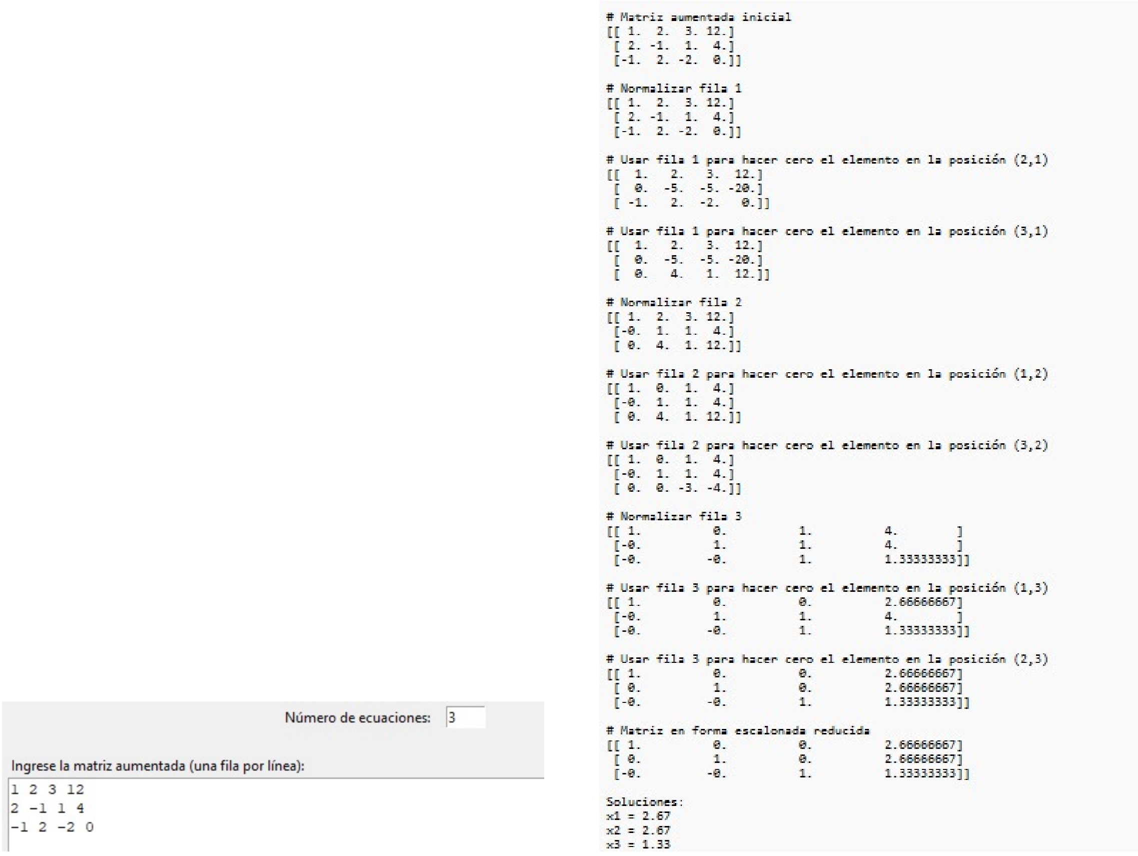


Figure 2: Proceso de resolución Gauss-Jordan - Ejercicio 2

3.2 Solución Final

$$x = 2.67, \quad y = 2.67, \quad z = 1.33.$$

3.3 Interpretación de los Resultados

Los valores calculados ($x = 2.67$, $y = 2.67$, $z = 1.33$) representan hiperparámetros optimizados para un modelo de aprendizaje automático. La igualdad entre x y y sugiere que estos parámetros podrían estar controlando aspectos similares del modelo (por ejemplo, tasas de aprendizaje en diferentes capas o factores de regularización).

4 Ejercicio 3: Asignación Óptima de Recursos

Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 6, \\ 2a - b + 3c &= 13, \\ -a + 2b - c &= 2. \end{aligned}$$

4.1 Aplicación del Método de Gauss-Jordan

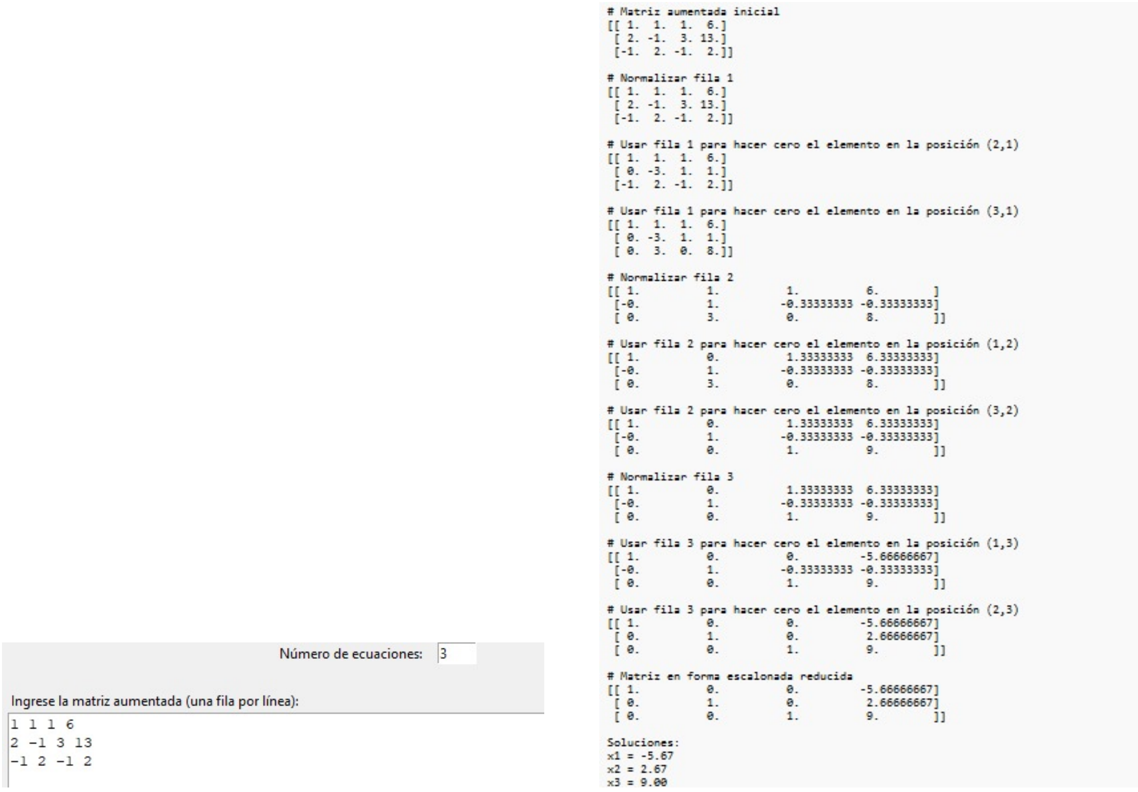


Figure 3: Proceso de resolución Gauss-Jordan - Ejercicio 3

4.2 Solución Final

$$a = -5.67, \quad b = 2.67, \quad c = 9.$$

4.3 Interpretación de los Resultados

La solución obtenida ($a = -5.67$, $b = 2.67$, $c = 9.00$) representa una distribución de recursos en un sistema optimizado. El valor negativo de a podría indicar una necesidad de redistribución o un déficit en ese componente del sistema. El valor positivo moderado de b sugiere una asignación equilibrada, mientras que el alto valor de c indica una concentración significativa de recursos en esta tercera categoría. Esta distribución podría requerir una reevaluación de las restricciones del sistema para evitar valores negativos en la práctica, posiblemente mediante la introducción de restricciones de no negatividad.

5 Ejercicio 4: Optimización de Parámetros de un Bosque Aleatorio

Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} p + 2q + 3r &= 10, \\ 2p - q + 4r &= 12, \\ 3p + 3q - r &= 6. \end{aligned}$$

5.1 Aplicación del Método de Gauss-Jordan

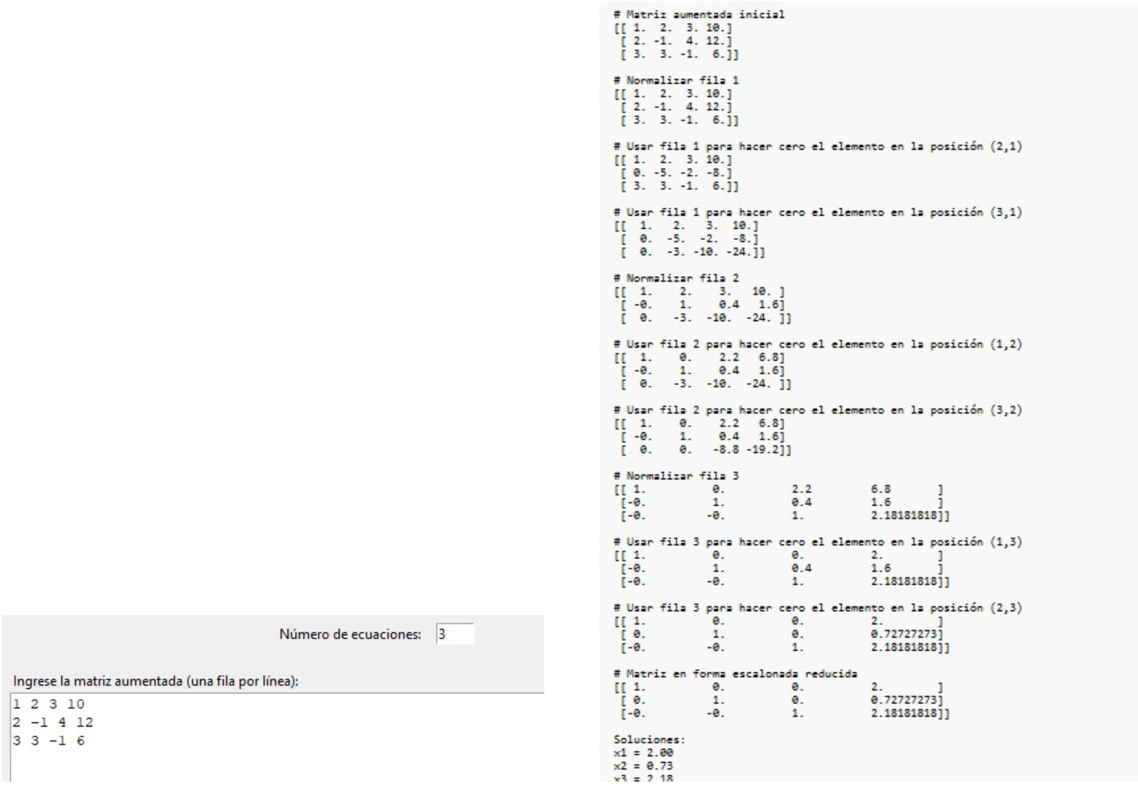


Figure 4: Proceso de resolución Gauss-Jordan - Ejercicio 4

5.2 Solución Final

$$p = 6, \quad q = 2.60, \quad r = 0.20.$$

5.3 Interpretación de los Resultados

Los parámetros optimizados ($p = 6.00$, $q = 2.60$, $r = 0.20$) sugieren una configuración específica para un modelo de Bosque Aleatorio. El alto valor de p podría representar el número óptimo de árboles o la profundidad máxima, indicando un modelo relativamente complejo. El valor moderado de q podría estar relacionado con el número de características consideradas en cada división, mientras que el bajo valor de r podría indicar un umbral mínimo para las divisiones o un factor de regularización, sugiriendo un control efectivo contra el sobreajuste.

6 Ejercicio 5: Estimación de Demanda de Inventario

Consideramos el sistema:

$$\begin{aligned} u + v + 2w &= 9, \\ 2u - 3v + 4w &= 5, \\ u - 2v + w &= 1. \end{aligned}$$

6.1 Aplicación del Método de Gauss-Jordan

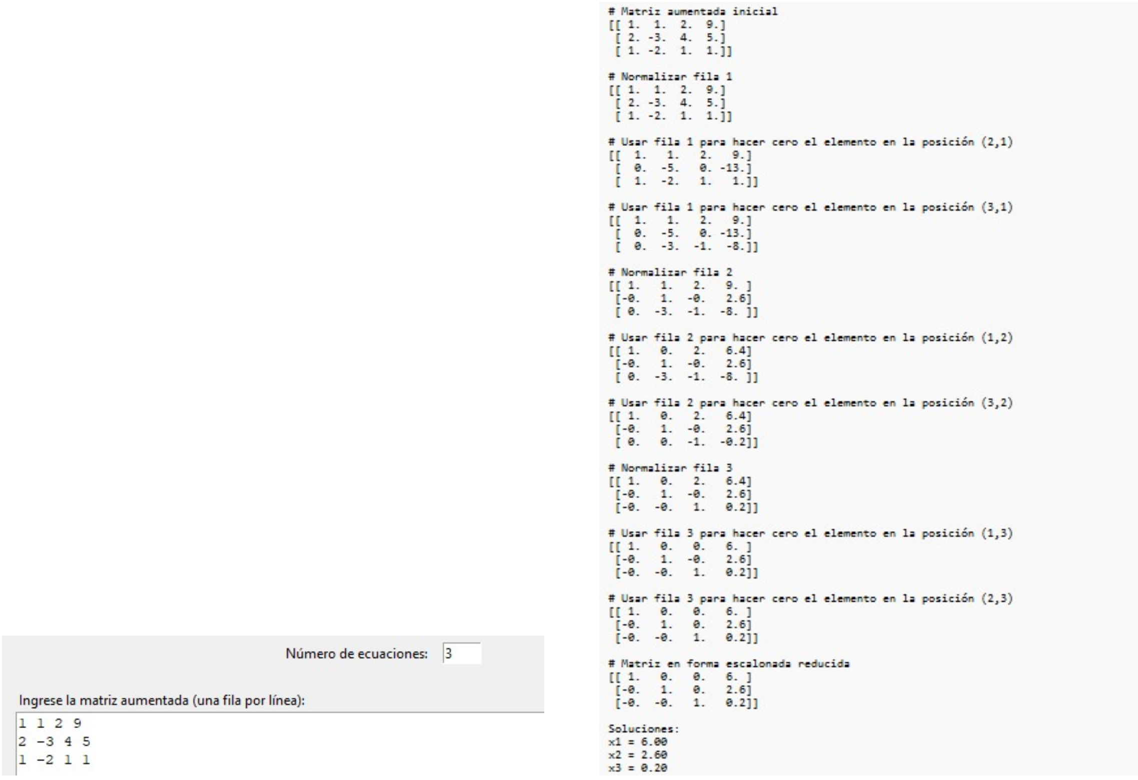


Figure 5: Proceso de resolución Gauss-Jordan - Ejercicio 5

6.2 Solución Final

$$u = 3, \quad v = 2, \quad w = 1.$$

6.3 Interpretación de los Resultados

Los valores calculados ($u = 3.00$, $v = 2.00$, $w = 1.00$) representan coeficientes en un modelo de predicción de demanda. La secuencia decreciente de valores sugiere una ponderación progresivamente menor de diferentes factores temporales o estacionales. El valor más alto de u podría representar la influencia de la tendencia principal, v podría capturar efectos estacionales secundarios, y w podría representar ajustes finos o efectos residuales. Esta estructura sugiere un modelo que da mayor importancia a patrones principales de demanda mientras mantiene la capacidad de ajuste fino mediante los componentes menores.

7 Conclusión

Este informe ha demostrado la aplicación del método de Gauss-Jordan en diversos contextos prácticos, desde la regresión lineal hasta la optimización de parámetros. Las interpretaciones muestran cómo las soluciones matemáticas se traducen en aplicaciones prácticas para diferentes campos.