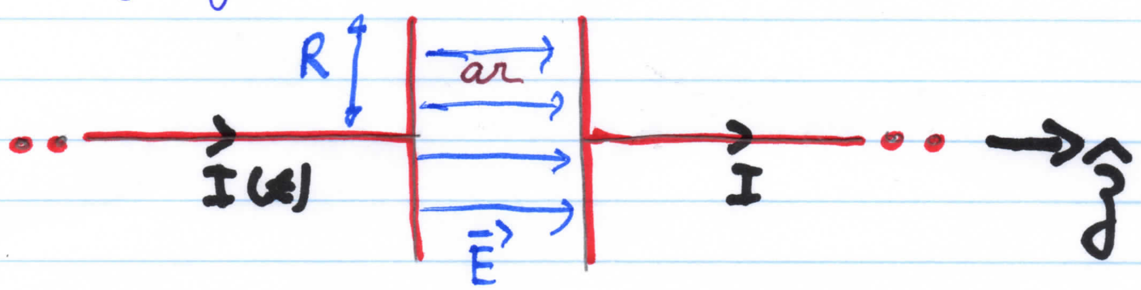
Exercício: Considere um capacitor de placas paralelas de raio R, preenchido com ar, sendo carregado conforme a figura abaixo:



Considerando a distância entre as placas << R, calcule o campo $\vec{B}$ entre as placas do capacitor (i.e., dentro do capacitor).

Solução: Para resolver este problema, utilizaremos a lei de Ampère na forma integral + a simetria da configuração.

A lei de Ampère-Maxwell na forma integral diz que

$$\oint_{C} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} + \mu_0 \iint_S \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

Como entre as placas do capacitor não há densidade de corrente ($\vec{J}=0$) temos que (nesse caso)

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot\vec{dS} \quad (1°)$$

(entre as placas do capacitor)

O campo elétrico entre as placas do capacitor pode ser considerado uniforme e dado por:

$$\vec{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}\hat{z} \, , \quad (2°)$$

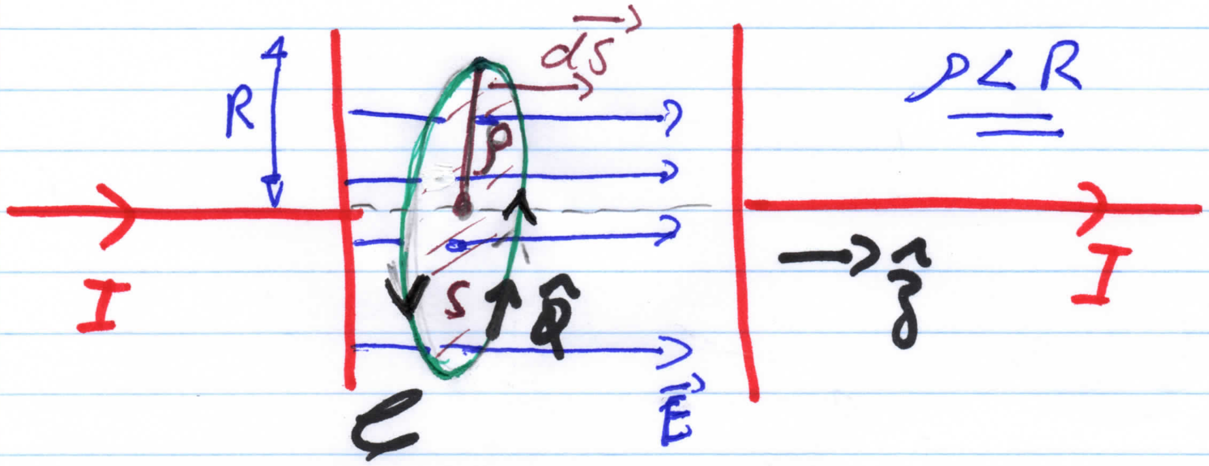
onde A é a área da placa ($A=\pi R^2$) e Q a carga ~~sobre~~ sobre ela.

Por simetria temos que:

$$\vec{B} = B(\rho)\hat{\phi} \quad (3°)$$

Agora, precisamos escolher o caminho fechado $\mathcal{C}$ ~~ap~~ e a superfície aberta (assentada sobre $\mathcal{C}$) apropriados para ~~o~~ calcularmos $B(\rho)$ usando (1°).

Aproveitando a simetria do problema vamos escolher $\mathcal{C}$ como ~~o~~ sendo o caminho circular de raio ρ, mostrado no desenho a seguir, orientado no sentido de $\hat{\phi}$:



$\mathcal{C}$: curva $\mathcal{C}$ circular de raio ρ e $\vec{dl} = dl\,\hat{\phi}$

S: superfície dada pelo círculo de raio ρ e $\vec{dS} = dS\,\hat{z}$.

$$\vec{dl} = dl\,\hat{\phi} \qquad (4^o)$$
$$\vec{dS} = dS\,\hat{z}$$

Assim, usando (3^o), (2^o) e (4^o) em (1^o) teorema

$$\oint_{\mathcal{C}} B(\rho)\,dl = \mu_0 \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} \iint_S dS$$

ρ fixo sobre $\mathcal{C}$ $\qquad$ $\frac{\partial Q}{\partial t} = I$

$$B(\rho) \oint_{\mathcal{C}} dl = \frac{\mu_0}{A} I \iint_S dS$$

$$B(\rho)\, 2\pi\rho = \frac{\mu_0}{A} I \pi \rho^2 \implies$$

$$\therefore \quad B(\rho) = \frac{\mu_0 I \rho}{2A} \qquad A = \pi R^2$$

$$\longrightarrow \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I \rho}{2A} \hat{\Phi} \qquad p/ \rho < R \text{ (dentro do capacitor)}$$

Exercício: E se considerássemos $\rho > R$, você seria capaz de calcular o campo magnético nesse caso?