Lagrangiano Fundamental y Ecuaciones de Campo de la Teoría Σ

Fernando Figueroa

1 Lagrangiano constitutivo

La Teoría Σ describe la geometría del espacio--tiempo como una respuesta saturante de un continuo físico fundamental. Esta respuesta se codifica en un lagrangiano efectivo constitutivo, análogo a los utilizados en teorías de medios continuos no lineales.

La forma mínima, covariante y universal del lagrangiano gravitacional es:

$$ {}_{\Sigma}=\frac{1}{16\pi G}\sqrt{-g}f(R),f(R)=\frac{R}{1+BR}, $$

donde R es el escalar de curvatura de Ricci y B es una constante universal con dimensiones de área, identificada constitutivamente con $B=\ell_P^2$.

Este lagrangiano no introduce nuevos grados de libertad fundamentales ni depende del contenido material.

2 Límite clásico

En el régimen de curvatura débil, $BR\ll 1$, la función $f(R)$ admite la expansión:

$$ f(R)=R-BR^2+(B^2), $$

recuperándose la acción de Einstein--Hilbert con correcciones geométricas subdominantes.

3 Variación de la acción

La acción gravitacional se define como:

$$ S_{\Sigma}=\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}f(R). $$

La variación respecto a la métrica $g_{\mu\nu}$ produce las ecuaciones de campo tipo $f(R)$:

$$f'(R)R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu}-\nabla_\mu\nabla_\nu f'(R)+g_{\mu\nu}f'(R)=8\pi G T_{\mu\nu},$$

donde

$$f'(R)=fR=\frac{1}{(1+BR)^2}$$

Estas ecuaciones son de segundo orden efectivo debido a la estructura racional de $f(R)$ y no introducen polos dinámicos adicionales.

4 Ecuación de traza

La traza de las ecuaciones de campo conduce a:

$$f'(R)R-2f(R)+3f'(R)=8\pi G T,$$

donde $T=T^\mu_\mu$ es la traza del tensor energía--momento.

Esta ecuación controla la dinámica escalar efectiva asociada a la saturación geométrica.

5 Régimen saturado

En el límite de curvatura extrema, $R\infty$, la función $f(R)$ tiende a un valor finito:

$$\lim_{R\infty}f(R)=\frac{1}{B},$$

lo que implica que la acción permanece acotada y se evita la aparición de singularidades geométricas.

6 Ausencia de nuevos grados de libertad

Aunque formalmente el lagrangiano pertenece a la clase $f(R)$, la estructura específica de $f(R)=R/(1+BR)$ no introduce nuevos grados de libertad propagantes independientes en el régimen físico relevante.

La geometría responde como un medio continuo con rigidez finita, y las excitaciones gravitacionales corresponden a modos colectivos del continuo Σ.

7 Conclusión

El lagrangiano Σ proporciona una formulación dinámica explícita de la Teoría Σ compatible con:

- la relatividad general en el régimen débil,
- la ausencia de singularidades,
- la entropía y temperatura de horizontes,
- la estabilidad dinámica del vacío.

No se requiere cuantización del espacio--tiempo ni introducción de grados de libertad adicionales para describir la gravedad en todos los regímenes.