ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS

INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

1922 ECUADOR

# FINDAMENTOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS

## Deber Capítulo 2

DOCENTE:
ING.RODRIGO SILVA TAPIA

ESTUDIANTES:
SANDOVAL LARA RODRIGO FERNANDO
TOALA YEPEZ ANTHONY TONNY

Anthony Toala

**2.1.** Hallar la suma de las tensiones: $u_1 = 50\sqrt{2}\cos(\omega t - 150^o)$; $u_2 = 200\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + 50^o)$. Expresar la suma como una función coseno y también como seno.

[Res. $188{,}4\sqrt{2}\cos(\omega t - 54{,}41^o)$; $188{,}4\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + 35{,}59^o)$]

$u_1 = 50\sqrt{2}\cos(\omega t - 150) \quad \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\angle -150$

$u_2 = 200\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + 50^o) \rightarrow 200\sqrt{2}\cos(\omega t + 50 - 90^o$

$u_2 = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\angle -40^o$

$u_1 + u_2 = 50\angle -150 + 200\angle -40 = 188{,}84\angle -54{,}4^o$

$= 188{,}84\sqrt{2}\cos(\omega t - 54{,}41)$

$u_1 = 50\sqrt{2}\cos(\omega t - 150 + 90) \rightarrow 50\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t - 60) \rightarrow 50\angle -60^o$

$u_2 = 200\sqrt{2}\,\mathrm{sen}(\omega t + 50) \rightarrow 200\angle 50^o$

$u_1 + u_2 = 50\angle -60^o + 200\angle 50^o = 188{,}84\angle 35{,}6$

$= 188{,}84\sqrt{2}\,\cancel{(\omega t}\,\mathrm{sen}(\omega t + 35{,}6)$.

**2.2.** En el circuito de la Figura P.2.1, el valor de $u_g$ es $u_g(t) = 120\sqrt{2}\cos 400t$ y la corriente $i(t)$ está adelantada 45° respecto de la tensión. Calcular el valor de la resistencia $R$ y la d.d.p. instantánea en bornes de cada elemento pasivo.

[Res. $R = 40\ \Omega$; $u_R = 120\cos(400t + 45^o)$; $u_L(t) = 30\cos(400t + 135^o)$; $u_C(t) = 150\cos(400t - 45^o)$]

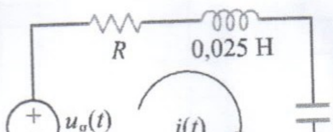


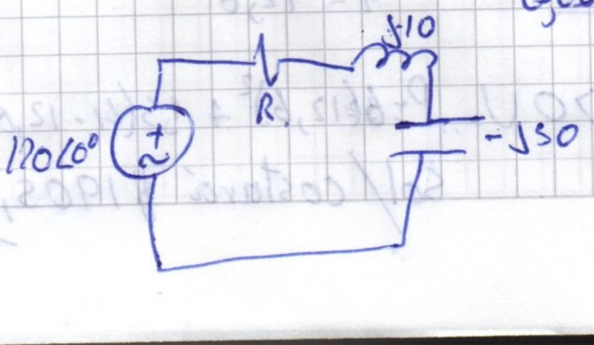

Figura P.2.1

$u_g(t) = 120\sqrt{2}\cos 400t$

$\rightarrow 120\angle 0^o$

$L = 0{,}025 \cdot 400 = j10$

$C = \frac{-1}{0{,}000 \cdot 400} = -j50$




$\bar{I} = I\sqrt{2}\cos(400t + 45)$

$\bar{I} = I\angle 45$

$Z = R + j10 - j50 = R - j40$ $\qquad \bar{V}_R = I\,R.$

$120\angle 0^\circ = I\angle 45\,(R - j40)$

$R - j40 = \frac{120\angle 0^\circ}{I\angle 45}$

$R - j40 = \frac{120}{I}\cos 45 - j\frac{120}{I}\operatorname{sen}(45)$

$R = \frac{120}{I}\cos 45 \qquad \cancel{j}40 = \cancel{j}\frac{120}{I}\operatorname{sen}45$

$R = \frac{\overset{40}{\cancel{120}}\,\cancel{\sqrt{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\,\frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}} \qquad 40I = 120\operatorname{sen}45.$

$R = 40\,[\Omega] \qquad I = \frac{\overset{3}{\cancel{120}}}{\underset{1}{\cancel{40}}\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}\,[A]$

$\bar{I} = \frac{3}{\sqrt{2}}\angle +45^\circ$

$\bar{V}_R = \frac{3}{\sqrt{2}}\angle 45 \cdot 40$

$= \frac{120}{\sqrt{2}}\angle 45^\circ$

$\bar{V}_L = \frac{3}{\sqrt{2}}\angle 45 \cdot j10 = 15\sqrt{2}\angle 135.$

$\bar{V}_C = \frac{3}{\sqrt{2}}\angle 45 \cdot -j50 = 75\sqrt{2}\angle -45^\circ$

**2.3.** En el circuito de la Figura P.2.2, los valores de $u_g$ e $i$ son: $u_g(t) = 10\sqrt{2}\cos 10t$; $i(t) = 10\sqrt{2}\cos 10t$. Calcular el valor de la impedancia $\underline{Z}$.

[Res. $Z$ es la asociación en serie de una resistencia de 1 Ω con una inductancia de 0,1 H]

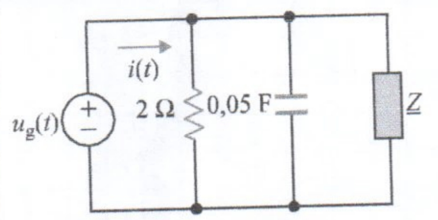
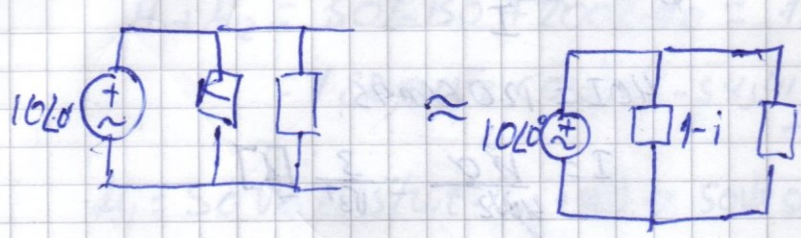



Figura P.2.2

$u = 10\sqrt{2}\cos 10t \rightarrow 10\angle 0^\circ$

$i = 10\sqrt{2}\cos 10t \rightarrow 10\angle 0^\circ$

$\frac{1}{j0{,}05\cdot 10} = -j2$




$$Z = \frac{1}{\frac{1}{1-i} + \frac{1}{Z}}$$

$V = \cancel{Z}\, I$

$10\angle 0 = Z \; 10\angle 0$

$$1 = \frac{1}{\frac{1}{1-i} + \frac{1}{Z}}$$

$$\frac{1}{1-i} + \frac{1}{Z} = 1.$$

$$\boxed{Z = 1 + i \; [\Omega]}$$

~~R = 1 [Ω]~~

**2.4.** En el circuito de la Figura P.2.3, los generadores de tensión tienen el mismo valor instantáneo dado por la ecuación: $u_{g1} = u_{g2} = 10\sqrt{2}\cos t$. Calcular por el método de las corrientes de malla, la corriente $i(t)$ que circula por la bobina de 4 henrios.

[Res. $i(t) = 2\sqrt{2}\cos(t + 90°)$]

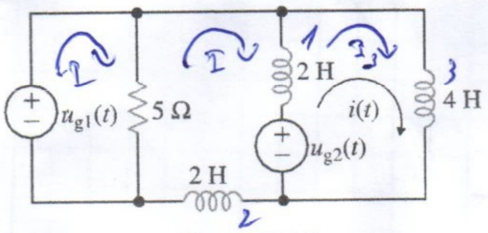


Figura P.2.3

$u_g = 10\sqrt{2}\cos t \rightarrow 10\angle 0°$

$1 = 2 \cdot 1 = j2 \qquad 3 = 4 \cdot 1 = j4$

$2 = 2 \cdot 1 = j2$

$\bar{I}_1$

$10\angle 0° - 5[\bar{I}_1 - \bar{I}_2] = 0$

$10 - 5\bar{I}_1 + 5\bar{I}_2 = 0$

$\bar{I}_1 - \bar{I}_2 = 2$

$\bar{I}_2$

$-5(\bar{I}_2 - \bar{I}_1) - j2(\bar{I}_2 - \bar{I}_3) - 10\angle 0° - j2(\bar{I}_2) = 0$

$-5\bar{I}_2 + 5\bar{I}_1 - j2\bar{I}_2 + j2\bar{I}_3 - j2\bar{I}_2 = 10$

$5\bar{I}_1 - \bar{I}_2(5 + j4) + j2\bar{I}_3 = 10$

$\bar{I}_3$

$-j4(\bar{I}_3) + 10\angle 0° - j2(\bar{I}_3 - \bar{I}_2) = 0$

$10 = j4\bar{I}_3 + j2 I_3 - j2\bar{I}_2$

$-j2\bar{I}_2 + j6\bar{I}_3 = 10$

$\bar{I}_1 =$ [illegible]

$\bar{I}_2 =$ [illegible]

$\bar{I}_3 = +j2 = 2\angle +90$

$I = 2\sqrt{2}\cos(t + 90°)$

**2.5.** Calcular por el método de los nudos la tensión instantánea $u_{AD}$ en el circuito de la Figura P.2.4, si los valores instantáneos de los generadores son: $u_{g1}(t) = 10\sqrt{2}\cos(10t + 90°)$; $i_{g2}(t) = 10\sqrt{2}\cos 10t$.

[Res. $u_{AD} = 10\cos(10t + 45°)$]

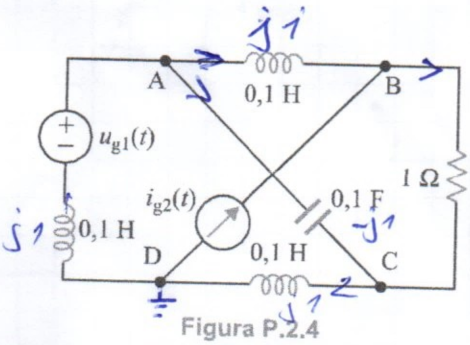
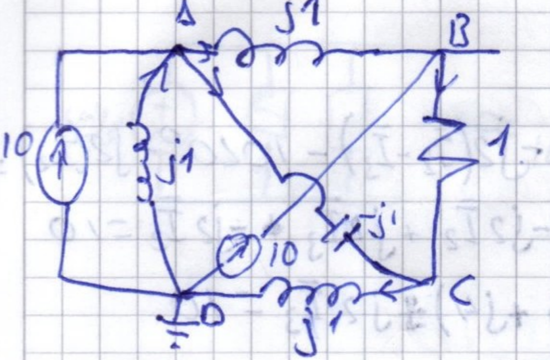


Figura P.2.4

$u_{g1} = 10\angle 90°$

$i_{g2} = 10\angle 0$

NA




NA

$10 + \frac{\overset{0}{\bar{V}_D} - \bar{V}_A}{j1} - \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_B}{j1} + \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_C}{-j1} = 0$

$10 + j\bar{V}_A + \cancel{j\bar{V}_A} - j\bar{V}_B - \cancel{j\bar{V}_A} + j\bar{V}_C = 0$

$j\bar{V}_A - j\bar{V}_B + j\bar{V}_C = -10$

NB

$10 + \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_B}{j1} - \frac{\bar{V}_B - \bar{V}_C}{1} = 0$

$10 - j V_A + j\bar{V}_B - \bar{V}_B + \bar{V}_C = 0$

$j\bar{V}_A + \bar{V}_B(1 - j1) - \bar{V}_C = 10$

NC

$\frac{\bar{V}_B - \bar{V}_C}{1} + \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_C}{-j1} - \frac{\bar{V}_C - \overset{0}{\bar{V}_D}}{j1} = 0$

$\bar{V}_B - \bar{V}_C + j\bar{V}_A - \cancel{j\bar{V}_C} + \cancel{j\bar{V}_C} - \cancel{j\bar{V}} = 0$

$j\bar{V}_A + \bar{V}_B - \bar{V}_C = 0.$

$\bar{V}_A = 5 + j5 = V_{AD} = 5\sqrt{2}\angle 45$

$\bar{V}_B = 20 + j30$

$\bar{V}_C = 15 + j35.$

$\bar{V}_{AD} = \sqrt{2}\, 5\sqrt{2}\angle 45 = 10\cos(10t + 45°)$

**2.6.** En el circuito de la Figura P.2.5, calcular la corriente instantánea $i(t)$ aplicando el teorema de Thévenin.

[Res. $\underline{E}_{Th} = 40\angle 90°$; $\underline{Z}_{Th} = 1 + j1\ \Omega$; $i(t) = 10\cos(t + 135°)$]

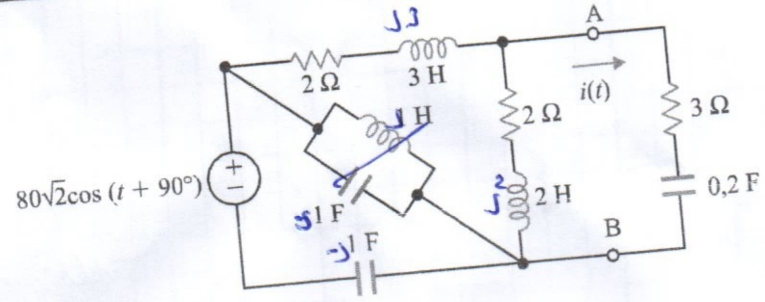
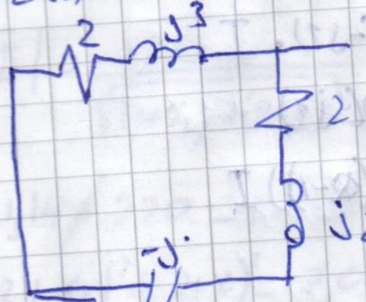
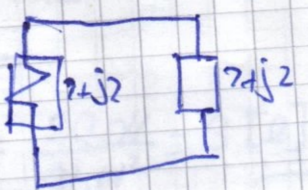



Figura P.2.5

$80\angle 90°$

$Z_{th}$



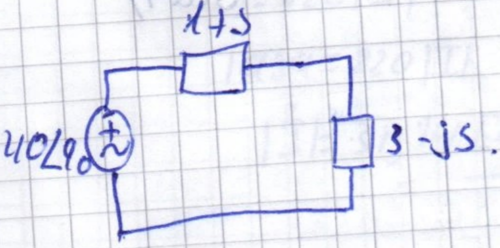




$Z_{th} = 1+j$

$E_{th}$

$80\angle 90 \cdot \frac{2+j2}{2+j2+2+j2}$

$E_{th} = j40 = 40\angle 90$




$I = \frac{40\angle 90}{1+j+3-j5} = -5+j5$

$I = 5\sqrt{2}\angle 135°$

$I_t = \sqrt{2}\,5\sqrt{2}\cos(t+135°)$

$= 10\cos(t+135°)$

**2.7.** La Figura P.2.6 representa una red que trabaja con una frecuencia $f = 10/2\pi$, y tiene dos terminales accesibles desde el exterior A y B. Se efectúan dos medidas: a) cuando se conecta entre los terminales un condensador de 0,1 faradios, la tensión en este tiene una magnitud de 50 voltios; b) cuando se conecta a una inductancia de 0,1 henrios, la corriente que circula a través de ella es de $50/\sqrt{2}$ amperios, observando que esta corriente se adelanta 45° a la tensión que existía entre A y B cuando se conectó el condensador. Calcular el circuito equivalente de Thévenin de la red que tenga sentido físico.

[Res. $|U_{Th}| = 100$ V; $Z_{Th}$ = resistencia de 2 Ω en serie con una inductancia de 0,1 H]

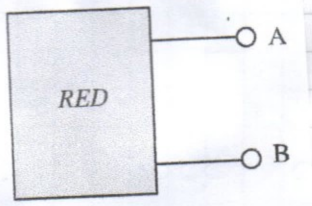
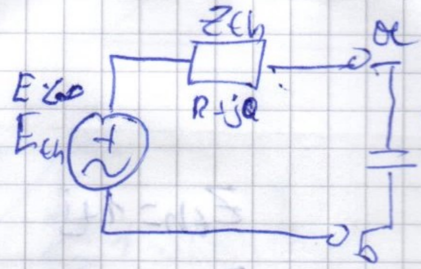


Figura P.2.6




$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{2\pi} 10$$

$$\boxed{\omega = 10}$$

$$|V_{AB}| = 50$$

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$\bar{V}_{AB} = Z_{th}\,(-j1) \cdot \bar{I}$$

$$\bar{V}_{AB} = R + jQ(-j1)$$

$$\bar{V}_{AB} = (R + j(Q-1))\, I$$

$$I = \frac{E_{th}\angle\alpha}{R + j(Q-1)}$$

$$V_{AB} = \frac{-j \cdot E_{th}\angle\alpha}{R + j(Q-1)}$$

**2.8.** El circuito de la Figura P.2.7 se conecta a una red monofásica con una tensión eficaz de 100 V, absorbiendo una potencia activa de 400 W y una potencia reactiva de 400 VAr. Si la magnitud de la d.d.p. en bornes de la resistencia $R_2$ es de 60 V. Calcular: a) valores de $R_1$, $R_2$ y $X_2$; b) magnitudes de las corrientes $I_1$ e $I_2$.

[Res. 1) $R_1 = 100\ \Omega$; $R_2 = 12\ \Omega$; $X_2 = 16\ \Omega$; 2) $|\underline{I}_1| = 1$ A; $|\underline{I}_2| = 5$ A]

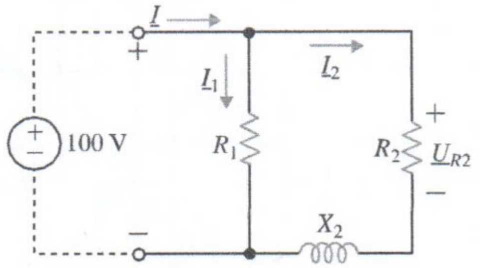



Figura P.2.7

$S_t = 400 + j400$

$\bar{V} = 100\angle 0°$ $\quad |\bar{V}_{R_2}| = 60$

$S = |\bar{I}^*||\bar{V}|$

$\bar{I}^* = 4 + j4$

$\bar{I} = 4 - j4$ [A]

$P_{R_1} + P_{R_2} = 400$

$|\bar{I}_1|^2 R_1 + |\bar{I}_2|^2 R_2 = 400$

$400 = |\bar{I}_2| 16$

$|\bar{I}_2| = 5$ [A]

$60 = |\bar{I}_2| R_2$

$R_2 = 12$ [Ω]

$400 = |\bar{I}_1|^2 \cdot \frac{100}{|\bar{I}_1|} + 5^2 \cdot 12$

$|\bar{I}_1| = 1$ [A]

$Q = 400 = |\bar{I}_2|^2 X_2$

$100 = |\bar{I}_1| R_1$

$60 = |\bar{I}_2| R_2 \rightarrow 3600 = |\bar{I}_2|^2 R_2^2$

$100 = |\bar{I}_2| \sqrt{R_2^2 + X^2}$

$100^2 = |\bar{I}_2|^2 R_2^2 + |\bar{I}_2|^2 X^2$

$100^2 = 3600 + \frac{400}{X_2} X_2^2$

$X_2 = 16$ [Ω]

$100 = |\bar{I}_1| R_1$

$100 = 1\, R_1$

$R_1 = 100$ [Ω]

**2.9.** En el circuito de la Figura P.2.8, se sabe que la magnitud de la impedancia $\underline{Z}$ es de 5 Ω y que absorbe una potencia activa de 2.904 W. La potencia activa suministrada por el generador es de 4.840 W. Calcular: a) impedancia $\underline{Z}$; b) inductancia $L$ si la tensión eficaz del generador es de 220 V, con $\omega = 10$ rad/s.

[Res. a) $R = 3\ \Omega$; $X = 4\ \Omega$; b) $L = 0{,}1$ henrios]

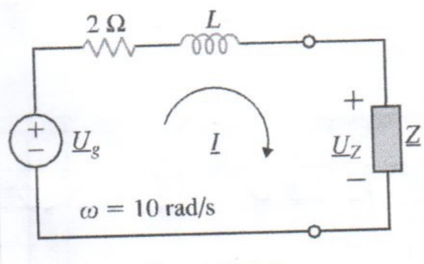



Figura P.2.8

$|Z| = 5$

$\bar{V} = 220\angle 0°$

$|\bar{V}| = \bar{I}\ Z$

$\bar{I} = \dfrac{\bar{V}}{Z} = \dfrac{220\angle 0}{2 + jX_L + R + jX}$

$|\bar{I}| = \dfrac{220}{\sqrt{(2+X_L)^2 + (R+X)^2}}$

$31{,}14 \cancel{/}\ 220 = \sqrt{(2+X_L)^2 + (R+X)^2}$

$(2+X_L)^2 + (R+X)^2 = 7{,}07^2$

$P_R = R|\bar{I}|^2$

$P_R =$

$R = \dfrac{2904}{31{,}14^2} = 3\ [\Omega]$

$|Z| = \sqrt{X^2 + R^2}$

$5 = \sqrt{X^2 + 3^2}$

$X = 4\ [\Omega]$

$P_v = \bar{V}\ \bar{I}$

$P_2 = \bar{V}\ \bar{I}$

$P_1 = P_g - P_z$

$= 4840 - 2904$

$= 1939$

$P_2 = 220|\bar{I}|$

$1939 = 220|\bar{I}|$

$|\bar{I}| = 31{,}14\ [A]$

$(2 + X_L)^2 + (3+4)^2 = 7{,}07^2$

$X_L = 0{,}99\ [\Omega] \approx 1\ [\Omega]$

$jLW = 1$

$jL = \dfrac{1}{W} = 0{,}1\ H$

DD MM AA

**2.10.** En el circuito de la Figura P.2.9, el generador tiene una tensión de 500 V y sabemos que entrega al circuito una corriente de 20 A con f.d.p. inductivo. La potencia media absorbida por el circuito es de 8 kW y la magnitud de la tensión entre B y C es de 500 V. Calcular los valores de $R_1$, $L_1$ y $C_2$.

[Res. $R_1 = 160\ \Omega$; $L_1 = 12$ henrios; $C_2 = 5.000\ \mu F$]

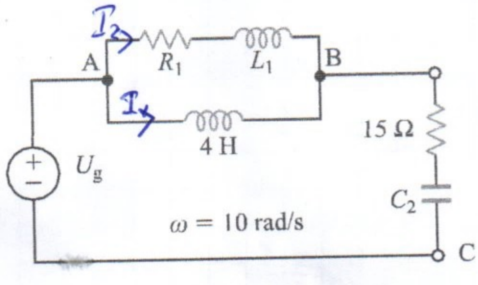



Figura P.2.9

$|\bar{V}| = 500 \quad \bar{I} = 20\angle 0^\circ$

$P = |\bar{V}||\bar{I}| \cos\alpha$

$8000 = 500 \cdot 20 \cos\alpha$

$\cos\alpha = 0{,}8$

$\alpha = 36{,}86$

$\bar{V} = 500\angle 36{,}86$

$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_g - \bar{V}_{BC}$

$= 500\angle 36{,}86 - 500\angle -53{,}13$

$\bar{V}_{AB} = 707{,}05\angle 81{,}87^\circ$

$\bar{I}_1 = \bar{V}_{AB} / j40$

$= \dfrac{707{,}05\angle 81{,}87^\circ}{j40}$

$= 17{,}67\angle -8{,}13$

$I_P = I_1 + I_2$

$I_2 = 20 - 17{,}67\angle -8{,}13$

$= 3{,}54\angle 44{,}9$

$V_{BC} = 500 = \bar{I}_c(15 - jX_c)$

$500 = |\bar{I}|\left(\sqrt{15^2 + X_c^2}\right)$

$\left(\dfrac{500}{20}\right)^2 = 225 + X_c^2$

$X_c^2 = 400$

$X_c = 20$

$X_c = \dfrac{1}{\omega C}$

$\boxed{C = 5000\ [\mu F]}$

$\bar{V}_{BC} = 20\angle 0\,(15 - j20)$

$\bar{V}_{BC} = 500\angle -53{,}13$

$\bar{V}_{AB} = \bar{I}_2(R + jX_L)$

$707{,}05\angle 81{,}87^\circ = 3{,}54\angle 44{,}9\,(R + jX_L)$

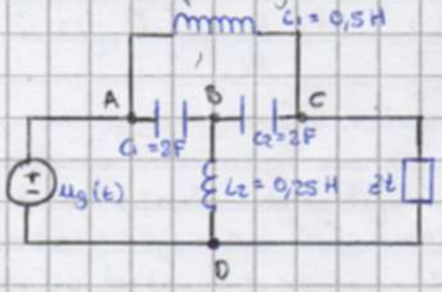
$169{,}6 + j120{,}11 = R + jX_L$

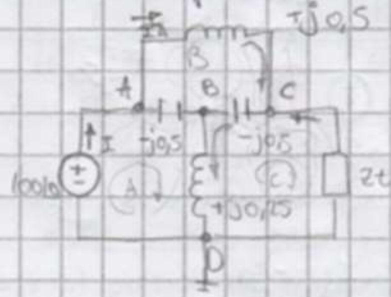
$\boxed{R \approx 160\ [\Omega]} \cdot 120 \approx X_L$

$\boxed{X_L = \dfrac{120}{10} = 12\ [H]}$

11)

En el circuito de la Figura P.2.10 el generador de tensión tiene un valor instantaneo: $u_g(t) = 100\sqrt{2}\cos(t)$ voltios. Calcular a) Tensión instantánea $u_{CD}(t)$ en bornes de la impedancia $Z_t$; b) valor de la impedancia $Z_t$ para que la tensión en bornes de la sea cero; c) potencia compleja suministrada por el generador en las condiciones del parametro anterior.




Nodos

$V_D = 0 \qquad V_A = 100\angle 0$

B) $0 = -\frac{1}{-j0,5}V_A + \left[\frac{1}{-j0,5} + \frac{1}{j0,25} + \frac{1}{-j0,5}\right]\overline{V_B} - \frac{1}{-j0,5}\overline{V_C}$

c) $0 = -\frac{1}{j0,5}V_A + \left[\frac{1}{Z_t} + \frac{1}{-j0,5} + \frac{1}{j0,5}\right]\overline{V_C} - \frac{1}{-j0,5}V_B$

$$\begin{cases} B)\ 0 = -j2\overline{V_A} + 0\overline{V_B} - j2V_C \rightarrow \overline{V_C} = -\overline{V_A} = -100\angle 0 \Rightarrow V_C = \sqrt{2}\,100\cos(t+180^\circ) \\ \quad 100\angle 180 \\ c)\ 0 = j2V_A - j2V_B + \frac{1}{Z_t}\overline{V_C} \end{cases}$$

$V_B = 0 \Rightarrow 0 = j2V_A + \frac{\overline{V_C}}{Z_t} \Rightarrow -j2 \cdot V_A = \frac{\overline{V_C}}{Z_t}$

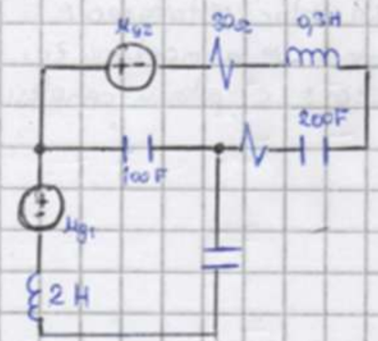
$Z_t = \frac{\overline{V_C}}{-j2V_A} = \frac{100\angle 180}{-j200} = 0,5\angle 270 = 0,5\angle -90 = -j0,5\,\Omega$ //

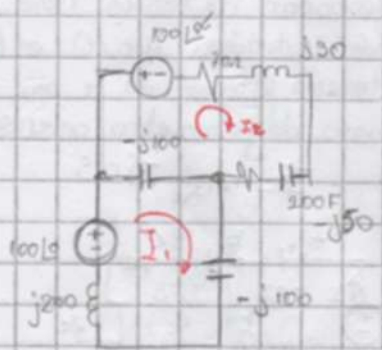
$\overline{I_1} = \frac{V_{AC}}{j0,5} = \frac{100+100}{j0,5} = -j400;\ \overline{I_2} = \frac{\overline{V_{AB}}}{-j0,5} = \frac{100-0}{-j0,5} = j200 \Rightarrow \overline{I} = \overline{I_1} + \overline{I_2} = -j200$

$\overline{S} = \overline{V_g}\,\overline{I}^* = 100\angle 0\ 200\angle 90 = 2000\angle 90 = 0 + j2000$ //

12)

En el ejercicio de la Figura P.2.11 los valores de las tensiones de los generadores son: $u_{g1} = 100\sqrt{2}\cos 100t$ ; $u_{g2} = 100\sqrt{2}\cos(100t + \alpha)$. Calcular: a) la fase "$\alpha$" del generador $u_{g2}$ si se sabe que entrega al circuito una potencia activa de 100 W; b) potencia compleja suministrada por el generador $u_{g1}$ al circuito





a)

1) $100\angle 0 = 0\, I_1 + j100\, I_2 \rightarrow I_2 = -j_1$

2) $-100\angle\alpha = +j100 I_1 + (80 - j120)\, I_2$

$\bar{S}_g = -\bar{V}_{g_2}\, I_2^* = -100\angle\alpha\, [+j1] = -100\angle\alpha+90 = -100\cos(\alpha+90) - j100\sin(\alpha+90)$

$\rightarrow -100\cos(\alpha+90) = 100W \rightarrow \cos(\alpha+90) = -1 \Rightarrow \alpha = 90°$

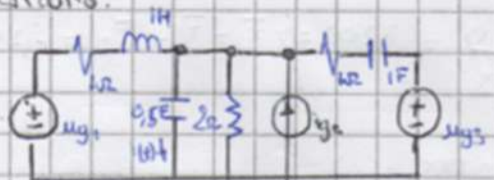
b) De 2) resulta:

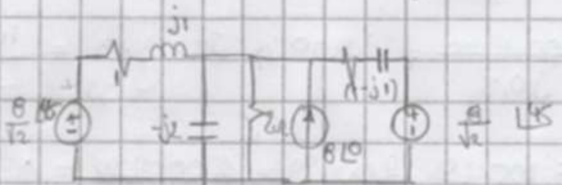
$-100\angle 90 = j100\, \bar{I}_1 + (80 - j120)\cdot(-j1) = j100\, I_1 - j80 - 120$

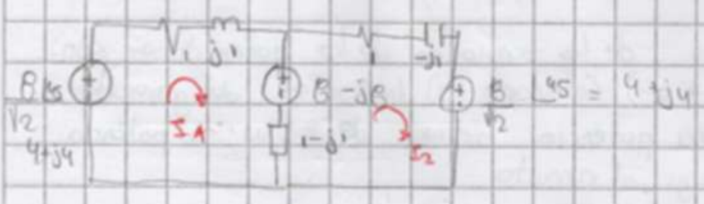
$\bar{I}_1 = \dfrac{-j100 + 120 + j80}{j100} = \dfrac{120 - j20}{j100} = -0{,}2 - j1{,}2$

$\bar{S}_1 = \bar{S}_{g_1}\, I_1^* = 100\,(-0{,}2 + j1{,}2) = -20 + j120$

13) En el circuito de la Figura los valores instantáneos de los generadores son $u_{g_1} = 8\cos(t+45°)$; $i_{g2} = 8\sqrt{2}\cos t$; $u_{g3} = 8\cos(t+45°)$; calcular: a) valor instantáneo de la corriente $i(t)$ del circuito; b) potencia activa, reactiva y aparente entregadas por el generador $u_{g_1}$ al circuito.







Malla

1) $(4+j4) - (8-j8) = 2\,\bar{I}_1 - (1-j1)\, I_2$

2) $(8-j8) - (4+j4) = -(1-j1)\,\bar{I}_1 + (2-j2)\, I_2$

$\rightarrow \begin{cases} I_1 = j4 \\ I_2 = 4 \end{cases}$

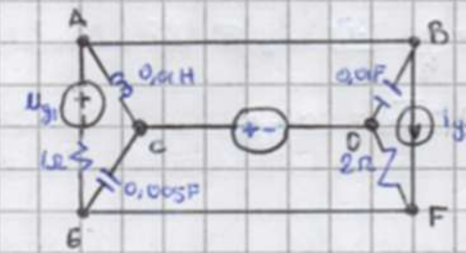
$\Rightarrow \overline{V_{AB}} = (8+j8)+(1-j1)(\overline{I_1}-\overline{I_2}) = 8 \Rightarrow \overline{I_a}$ (superior) $= \frac{V_{AB}}{-j2} = \frac{8}{-j2} = 4\underline{|90}$

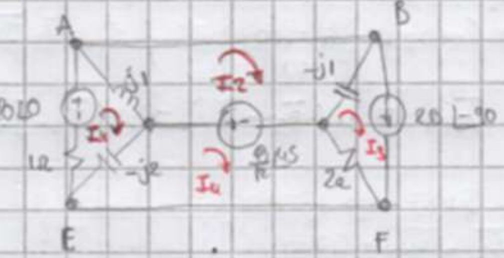
$\Rightarrow i_a(t) = i(t) = 4\sqrt{2}\cos(t+90^\circ)$ //

$\overline{S_1} = \overline{V_{g_1}}\,\overline{I_1}^* = \frac{8}{\sqrt{2}}\underline{|45} \cdot 4\underline{|-90} = \frac{32}{\sqrt{2}}\underline{|-45} = 16-j16 \rightarrow \begin{cases} P_{g_1} = 16\,W \\ Q_{g_1} = -16\,VAr \end{cases}$

$S = \sqrt{16^2+16^2} = 16\sqrt{2}$ VA //

(14) En el circuito de la figura los valores instantáneos de los generadores son: $u_{g_1} = 20\sqrt{2}\cos 100t$; $u_{g_2} = 8\cos(100t+45^\circ)$; $i_{g_3} = 20\sqrt{2}\operatorname{sen} 100t$. Calcular: a) diferencia de potencial instantánea en bornes de la resistencia de $2\Omega$; b) potencia activa y reactiva suministrada por el generador de tensión $u_{g_2}$ al circuito.




Mallas

1) $20 = (1-j1)\overline{I_1} - j1 I_2 + j2 I_4$

2) $4+j4 = -j1\overline{I_1} + 0\overline{I_2} + j1\overline{I_3}$

3) $I_3 = 20\underline{|-90} = -j20 \longrightarrow \overline{I_1} = \frac{j1(-j20)+(4+j4)}{j1} = -4-j16$

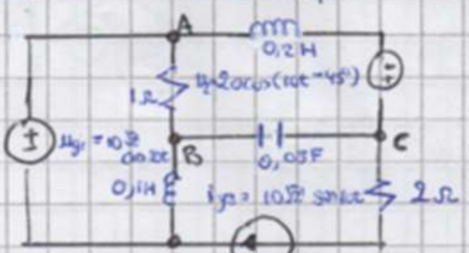
4) $-4-j4 = j2(-4-j16) - 2(-j20) + (2-j2)I_4 = -j8+32+j40+(2-j2)\overline{I_4}$

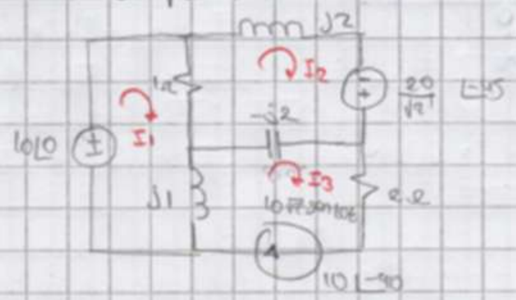
$I_4 = \frac{-4-j4+j8-32-j40}{2-j2} = \frac{-36-j36}{2-j2} = -j18 \Rightarrow \overline{I_2} = -12+j4$

$\overline{V_{DF}} = 2(\overline{I_4}-\overline{I_3}) = 2(-j18+j20) = j4 = 4\underline{|90} \Rightarrow V_{DF} = 4\sqrt{2}\cos(100t+90)$ //

$\overline{S_{g_2}} = \overline{V_{g_2}}(\overline{I_2}-\overline{I_4})^* = (4+j4)(-12-j4-j18) = (4+j4)(-12+j22) = -48-j88-j48+88$
$= 40-j136$ VAr //

(15) Calcular en el circuito de la figura a) ddp instantánea entre los nodos B y D; b) potencias complejas suministradas por los generadores; c) potencias complejas con los elementos pasivos del circuito. Compruébese el balance de potencias en lareo.



Mallas

$$1)\ 10\angle 0 = (1+j1)\bar{I}_1 - 1\bar{I}_2 - j1\bar{I}_3$$
$$2)\ \frac{20}{\sqrt{2}}\angle{-45} = -1\bar{I}_1 + 1\bar{I}_2 + j2\bar{I}_3 \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = -10-j10 \\ \bar{I}_2 = -20-j20 \\ \bar{I}_3 = -j10 \end{cases}$$
$$3)\ \bar{I}_3 = +10\angle{-90}$$

$$\bar{V}_{BD} = j1(\bar{I}_1 - \bar{I}_3) = j1(-10-j10+j10) = -j10 = 10\angle{-90}$$
$$V_{BD}(t) = 10\sqrt{2}\cos(10t-90)$$

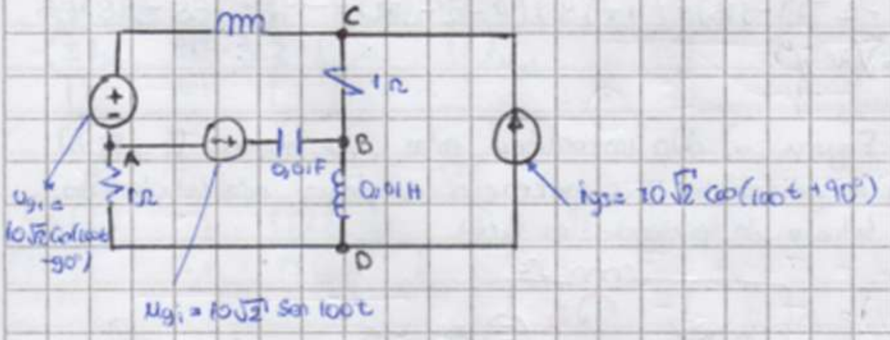
b)
$$\bar{S}_1 = \bar{V}_A \bar{I}_A^* = 10(-10+j10) = -100+j100 \ ; \ \bar{S}_2 = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* = \frac{20}{\sqrt{2}}\angle{-45} \cdot 20\sqrt{2}\angle 135 = j400$$
$$\bar{S}_3 = \bar{V}_{DM} \bar{I}_3^* \ \ \bar{V}_{DM} = j1(\bar{I}_3 - \bar{I}_1) - j2(\bar{I}_3 - \bar{I}_2) + 2\bar{I}_3 = 20-j50$$
$$\bar{S}_3 = (20-j50) \cdot j10 = 500+j200$$
$$\bar{S}_g = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 = 400+j700$$

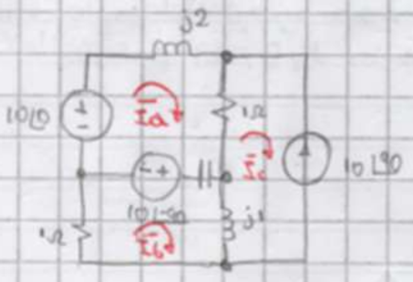
c) Receptores

$$P(1\Omega) = R(I_1 - I_2)^2 = 1|-10-j10+20+j20|^2 = 200\,W$$
$$P(2\Omega) = 2(I_3)^2 = 2 \cdot 10^2 = 200\,W$$
$$Q(j2) = +j2|I_2|^2 = j2(20\sqrt{2})^2 = j1600$$
$$Q(j1) = +j1(I_1 - I_3)^2 = j1 \cdot 10^2 = j100$$
$$Q(-j2) = -j2(I_2 - I_3)^2 = -j2(20^2+10^2) = -j1000$$
$$S_{recept} = 400+j700$$

16) Calcular la ddp instantanea entre los nudos A y B del circuito de la figura P.2.15

¿Qué potencias activas suministran los generadores al circuito? ¿Dónde se disipan estas potencias? Compruébese






Mallas

a) $10 + j10 = 1\bar{I}_a + j1\bar{I}_b - 1\bar{I}_c$

b) $-j10 = j1 I_a + 1\bar{I}_b - j1\bar{I}_c$

c) $I_c = +10\angle 90 = +j10 = -I3$

$\Rightarrow$ $10+j10-j10 = 1\bar{I}_a + j1\bar{I}_b = 10$

$-j10+10 = j1 I_a + 1 I_b = 10-j10$

$\Rightarrow j1\bar{I}_a - 1\bar{I}_b = j10$ ; $j1 I_c + 1 Ib = 10 - j10$ $\to$ ⊕ $j2 I_c = 10 \to I_c = -j5 \to I_b = j1(-j5) - j10$

$Ib = 5 - j10$

$\bar{V}_{AB} = -10\angle{-90} - j1(Ib - I_a) = j10 - j1(5 - j10 + j5) = j10 - j5 - 5 = -5 + j5 = 5\sqrt{2}\angle 135°$

$\bar{V}_{AB} = 10\cos(100t + 135°)$ //

$\bar{S}_A = \bar{V}_g\bar{I}^* = 10\angle 0 \cdot j5 = 0 + j50$ $\begin{cases} P_1 = 0w \\ Q_A = 50VAr \end{cases}$ ; $S_2 = 10\angle{-90}(5 - j10 + j5)^* =$

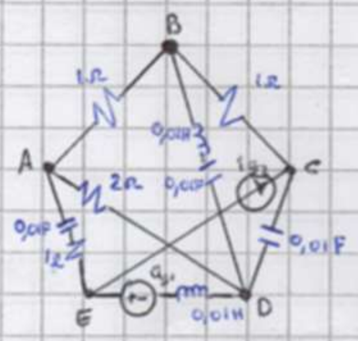
$S_2 = -j10(5 + j5) = 50 - j50$ $\begin{cases} P_2 = 50w \\ Q_2 = -50VAr \end{cases}$ ; $S_b = \bar{V}_{CD}\bar{I}_3^*$ ; $\bar{V}_{CD} = 1(\bar{I}_a - \bar{I}_c) + j1(\bar{I}_b - \bar{I}_c) = j10$

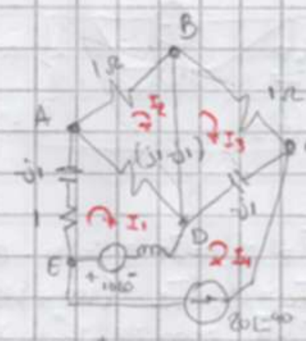
$S_3 = 10\angle 90 \cdot 10\angle{-90} = 100 + j0$ $\begin{cases} P_3 = 100w \\ Q_3 = 0VAr \end{cases}$

$P(1\Omega) = 1|\bar{I}_a - \bar{I}_c|^2 = 1|-j5 + j10|^2 = 25w$ ; $P_{AD}(1\Omega) = 1|I_b|^2 = 1|5 - j10|^2 = 5^2 + 10^2 = 125w$

$\Sigma P_g = 0 + 50 + 100 = 150w$ // $\Sigma P_{rec} = 25 + 125 = 150w$ //

17) En la red de c.a de la Figura los valores instantáneos de los generadores son: $u_{g1} = 10\sqrt{2}\cos 100t$ voltios; $i_{g2} = 20\sqrt{2}\operatorname{sen} 100t$ amperios. Calcular: a) corriente instantánea que circula por la rama BC; b) potencias activas y reactivas suministradas por los generadores al circuito




1) $10\angle 0 = 3I_1 - 2I_2 - j1 I_4$

2) $0 = -2I_1 + 3I_2$

3) $0 = (1-j1)I_3 + j1 I_4$

4) $20\angle{-90} = -I_4$

$\Rightarrow I_1 = -6 + j0$ ; $I_2 = -4 + j0$ ; $I_3 = 10 + j10$ ; $I_4 = 0 + j20$

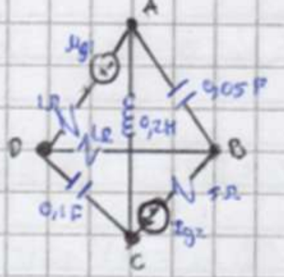
$I_{BC} = I_3 = 10 + j10 = 10\sqrt{2}\angle 45 = 20\cos(100t + 45°)$

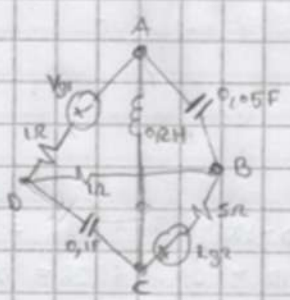
$\bar{S}_1 = 10\angle 0[I_1 - I_4]^* = 10\angle 0[-6 - j20]^* = 10(-6 + j20) = -60 + j200$ $\begin{cases} P_1 = -60w \\ Q_1 = 200VAr \end{cases}$

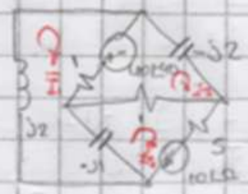
$\bar{S}_2 = \bar{V}_{CE}\bar{I}_b^*$ ; $V_{CE} = V_{CD} + V_{DE} = -j1(10 + j10 - j20) + j1(-6 - j20) - 10 = -j16 = 16\angle{-90}$

$S_2 = 16\angle{-90} \cdot 20\angle 90 = 320\angle 0 \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 320w \\ Q_2 = 0 \end{cases}$

18) En el circuito de la Figura, los valores instantáneos de los generadores son $u_{g1} = 40\sqrt{2}\,\text{sen}\,10t$ voltios, $i_{g2} = 10\sqrt{2}\cos 10t$ amperios. Calcular: a) ddp. instantánea entre los nudos A y D; b) potencias activas y reactivas suministradas por los generadores al circuito




Solución

$40\angle{-90} = (1+j1)\bar{I}_1 - 1\bar{I}_2 + j_1\bar{I}_3$

$-40\angle{-90} = -1\bar{I}_1 + (2-j2)\bar{I}_2 - 1\bar{I}_3$ $\Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_1 = -30-j20 \\ \bar{I}_2 = -10 = 10\angle 180 \end{cases}$

$I_3 = 10\angle 0$

$\bar{V}_{AD} = 1(\bar{I}_1 - \bar{I}_2) - 40\angle{-90} = -20+j20 = 20\sqrt{2}\angle 135$

$V_{AD} = 20\sqrt{2}\,\sqrt{2}\cos(10t+135^\circ) = 40\cos(10t+135)$ //

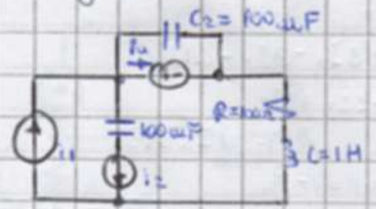
$P_1 = 800\,W$ , $Q_A = 800\,VAr$

$\bar{S}_2 = \bar{V}_{CE}\,\bar{I}_{g2}^* \Rightarrow \bar{V}_{CE} = j2\bar{I}_1 - j2\bar{I}_2 + 5\bar{I}_3 = j2(-30-j20) - j2(-10) + 5\,10\angle 0$

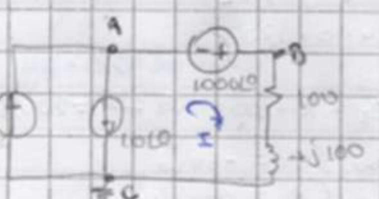
$\bar{V}_{CE} = -j60 + 40 + j20 + 50 = 90 - j40$

$\bar{S}_2 = (90-j40)\cdot 10 = 900 - j400 \Rightarrow \begin{cases} P_2 = 900\,W \\ Q_2 = -400\,VAr \end{cases}$

19) En el circuito de la Figura los valores instantáneos de los generadores son $i_1 = 10\sqrt{2}\,\text{sen}\,100t$ amperios, $i_2 = 10\sqrt{2}\cos 100t$ amperios; $u = 1.000\sqrt{2}\cos 100t$ voltios. Calcular a) corriente instantánea $i_u$ que circula con el generador de tensión; b) potencia activa, reactiva y aparente suministrada por el generador de corriente $i_2$







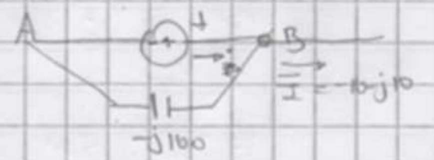

$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = -j10 - 10$

$\bar{V}_C = 0$ ; $\bar{V}_B = (100+j100)(-10-j10)$

$\bar{V}_{BC} = \bar{V}_B = 100\sqrt{2}\angle 45^\circ\,10\sqrt{2}\angle{-135^\circ} = 2000\angle{-90^\circ}$

$\bar{V}_A = \bar{V}_{AC} = \bar{V}_{AB} + \bar{V}_{BC} \Rightarrow \bar{V}_A = -1000 - j2000$

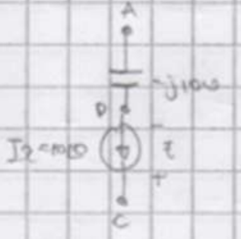
Volvemos al circuito



$$\bar{I}_b = \frac{\bar{V}_{BA}}{-j100} = \frac{1000\angle 0}{-j100} = +j10$$

$$\bar{I}_a = \bar{I}_b + \bar{I} = j10 - 10 - j10 = -10 = 10\angle 180^\circ$$

$$i_a = 10\sqrt{2}\cos(100t + 180)$$

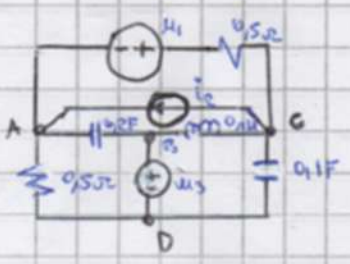


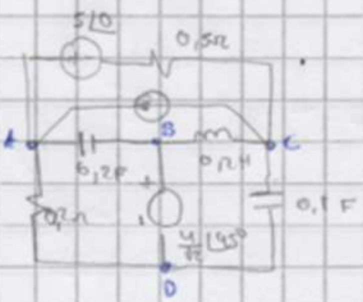
$$\bar{V}_{AC} = V_{AD} + V_{DC} = -j100 \cdot 10\angle 0 - E = -1000 - j2000$$

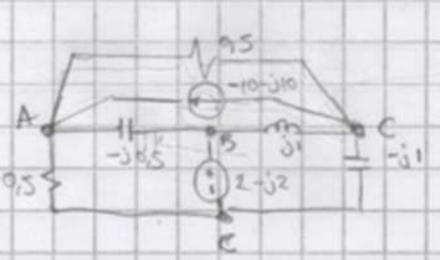
$$E = -j1000 + 1000 + j2000 = 1000 + j1000 = 1000\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$\bar{S} = E\, I_2^* = 1000\sqrt{2}\angle 45^\circ \cdot 10 = 10000 + j10000 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 10\,kW \\ Q_2 = 10\,kVAr \\ S = 10\sqrt{2}\,kVA \end{cases}$$

20) En el circuito de la figura los valores instantáneos de los generadores son $u_1 = 5\sqrt{2}\cos 10t$ voltios $i_2 = 10\sqrt{2}\sin 10t$ amperios $u_3 = 4\cos(10t - 45^\circ)$ voltios. Calcular a) ddp instantánea entre los nudos A y D; b) potencia activa, reactiva y aparente suministrada por el generador $u_1$ al circuito

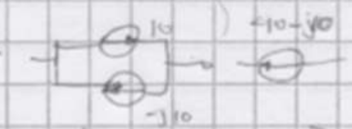






$V_1 \to$ corriente $\bar{I}_1 = \frac{5\angle 0}{0{,}5} = 10\angle 0$

$\bar{I}_g = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = -10 - j10$



$\bar{V}_D = 0$

$\bar{V}_B = 2 - j2$

A) $-10 - j10 = \left[\frac{1}{0{,}5} + \frac{1}{0{,}5} + \frac{1}{-j0{,}5}\right]\bar{V}_A - \frac{1}{-j0{,}5}\bar{V}_B - \frac{1}{0{,}5}\bar{V}_C$

C) $10 + j10 = -\frac{1}{0{,}5}V_A - \frac{1}{j1}V_B + \left[\frac{1}{0{,}5} + \frac{1}{j1} + \frac{1}{-j1}\right]\bar{V}_C$

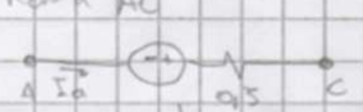
A) $-10 - j10 = (4 + j2)\bar{V}_A - j2\,\bar{V}_B - 2\bar{V}_C$

C) $10 + j10 = -2\bar{V}_A + j1\,\bar{V}_B + 2\bar{V}_C$

$\to \begin{cases} \bar{V}_A = 1\angle 0 \\ V_C = 5 + j4 \end{cases}$

$\bar{V}_{AD} = \bar{V}_A = 1\angle 0 \Rightarrow V_{AD} = \sqrt{2}\cos 10t$

Rama AC



$\bar{V}_{AC} = \bar{V}_A - \bar{V}_C = 1 - 5 - j4 = -4 - j4$

$\bar{V}_{AC} = -4 - j4 = 0{,}5\,\bar{I}_a - 5$

$\Rightarrow \bar{I}_a = \frac{5 - 4 - j4}{0{,}5} = 2 - j8$

$\bar{S}_1 = \bar{V}_1\,\bar{I}_a^* = 5\angle 0(2 + j8) = 10 + j40 \quad \begin{cases} P_1 = 10\,W \\ Q_1 = 40\,VAr \end{cases} \quad S_1 = \sqrt{10^2 + 40^2} = 41{,}23\,VA$