REPRESENTACIÓN FASORIAL DE CORRIENTES Y VOLTAJES

FASORES

Un fasor es un número complejo que representa la magnitud y la fase de una senoide. Los fasores tienen la forma siguiente:

$$\boldsymbol{A} = Ae^{j\emptyset}$$

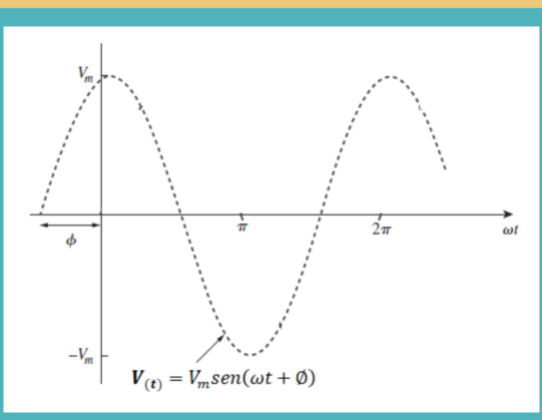
Los circuitos de voltaje y corriente alterna son excitados por fuentes senoidales. Una senoide es una señal que tiene la forma de la función seno o coseno. La senoide representa la forma más frecuente en la naturaleza

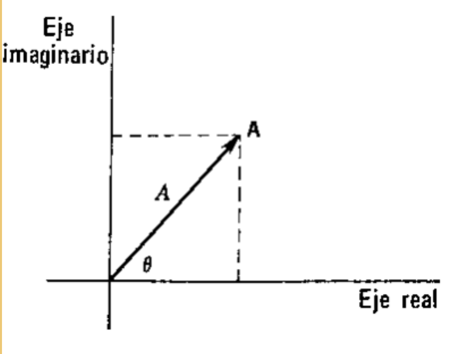
VOLTAJE

Una tensión senoidal tiene la forma siguiente en el dominio temporal:

$$\boldsymbol{V}_{(t)} = V_m sen(\omega t + \emptyset)$$

Donde Vm es la amplitud máxima de V(t) medida en voltios, ω es la frecuencia angular medida en radianes por segundo, t es el tiempo medido en segundos, y Ø es el ángulo de fase de la tensión senoidal medido en grados con respecto a la tensión o corriente de referencia





ALGEBRA DE NÚMEROS COMPLEJOS

En los fasores es el álgebra de los números complejos. Los fasores tienen la forma siguiente, conocida como forma exponencial:

$$\boldsymbol{A} = Ae^{j\emptyset}$$

Donde la letra A en negrita indica que se trata de un vector (un fasor), mientras que A sin negritas, representa la magnitud del vector, y Ø es el ángulo que forma el vector con el eje de la abscisa.

la siguiente notación fasorial, conocida como forma polar:

$$Ae^{j\emptyset} = A\angle\phi$$

En el caso del voltaje (o la corriente), la transformación fasorial se manifiesta de la siguiente manera:

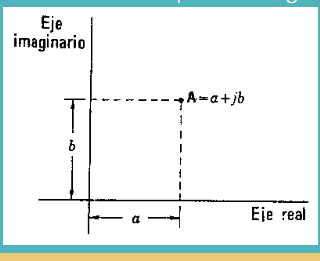
$$v(t) = V_m\cos(\omega t + \phi) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{V} = V_m\angle\phi$$

(Representación en el dominio temporal) (Representación en el dominio fasorial)

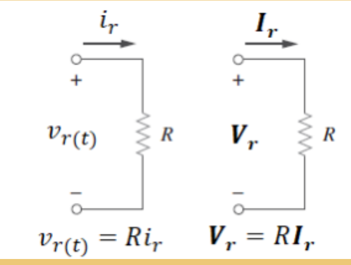
Otra manera de representar el fasor es mediante la forma rectangular:

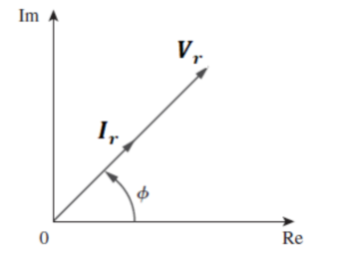
$$\boldsymbol{A} = Acos(\emptyset) + jAsen(\emptyset)$$

Dónde a=Acos(Ø) se conoce como la parte real, mientras que b=Asen(Ø) se conoce como la parte imaginaria.



RESISTOR O RESISTENCIA





Supongamos que la corriente ir(t) que pasa a través de un resistor r, tiene la siguiente expresión matemática

$$i_{r(t)} = I_m cos(\omega t + \emptyset)$$

$$\boldsymbol{I_r} = I_m\lfloor\emptyset°$$

$$v_{r(t)} = Ri_r = RI_m\cos(\omega t + \emptyset)$$

$$\boldsymbol{V_r} = R\boldsymbol{I_r} = RI_m\lfloor\emptyset$$

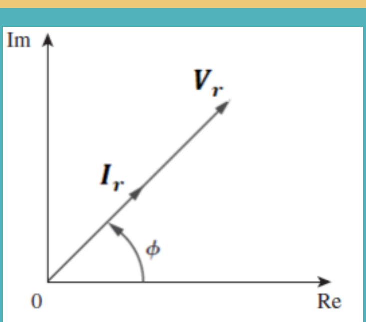
RESISTOR O RESISTENCIA

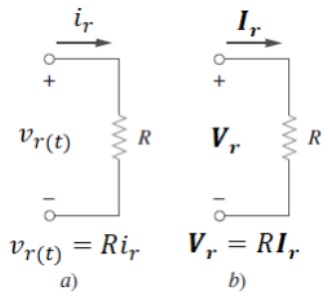
$$i_{r(t)} = I_m cos(\omega t + \emptyset)$$

$$\boldsymbol{I_r} = I_m\lfloor\emptyset°$$

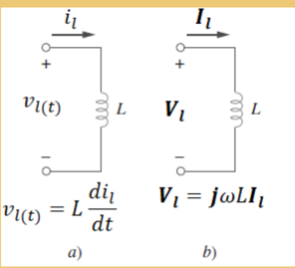
$$v_{r(t)} = Ri_r = RI_m\cos(\omega t + \emptyset)$$

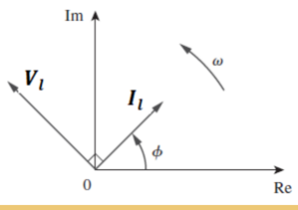
$$\boldsymbol{V_r} = R\boldsymbol{I_r} = RI_m\lfloor\emptyset$$





INDUCTOR O INDUCTANCIA





$$i_{l(t)} = I_m\cos(\omega t + \emptyset) \;\Rightarrow\; \boldsymbol{I_l} = I_m e^{j(\emptyset)}$$

$$e^{j(\emptyset+90°)} = e^{j(\emptyset)}e^{j(90°)}$$

$$e^{j(90°)} = j$$

$$v_{l(t)} = L\frac{di_l}{dt} = -\omega LI_m\operatorname{sen}(\omega t + \emptyset)$$

$$-sen\ A = cos(A + 90°)$$

$$\boldsymbol{V_l} = \omega LI_m e^{j(\emptyset)}e^{j(90°)} = \boldsymbol{j}\omega LI_m e^{j(\emptyset)} = \boldsymbol{j}\omega L\boldsymbol{I_l}$$

$$v_{l(t)} = \omega LI_m\cos(\omega t + \emptyset + 90°)$$

RESISTOR O RESISTENCIA

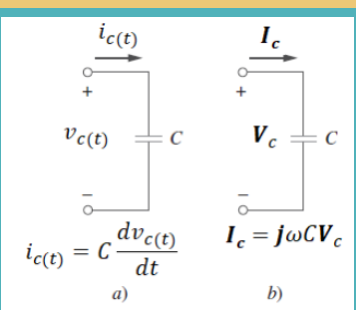
$$v_{c(t)} = V_m cos(\omega t + \emptyset) \;\Rightarrow\; \boldsymbol{V_c} = V_m e^{j(\emptyset)}$$

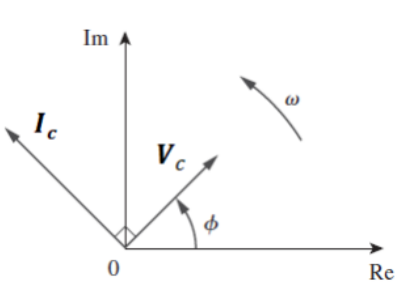
$$i_{c(t)} = C\frac{dv_{c(t)}}{dt} = -\omega CV_m\operatorname{sen}(\omega t + \emptyset) = \omega CV_m\cos(\omega t + \emptyset + 90°)$$

$$\boldsymbol{I_c} = \omega CV_m e^{j(\emptyset+90°)} = CV_m\lfloor\emptyset + 90°$$

$$\boldsymbol{I_c} = \omega CV_m e^{j(\emptyset)}e^{j(90°)} = \boldsymbol{j}\omega CV_m e^{j(\emptyset)} = \boldsymbol{j}\omega C\boldsymbol{V_c}$$

$$\boldsymbol{V_c} = \frac{\boldsymbol{I_c}}{\boldsymbol{j}\omega C}$$





Elemento	Dominio de tiempo	Dominio de frecuencia
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\frac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\frac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C}$